

2.Referencial Teórico

2.1.Técnica Tradicional – Avaliação por Fluxo de Caixa Descontado

Investimento, segundo Dixit & Pindyck (1994), pode ser definido como o ato de incorrer em custo imediato na expectativa de recompensas futuras. É o que ocorre quando uma empresa decide lançar um novo produto ou compra um terreno para ampliar a capacidade produtiva.

Os executivos das empresas buscam maximizar o retorno aos acionistas, procurando realizar investimentos que gerem um retorno igual ou superior ao custo de oportunidade do capital. Em outras palavras, um investimento deve ser aprovado pelos gestores somente quando os benefícios futuros esperados superem os custos, remunerados pelo seu custo de oportunidade.

A abordagem do fluxo de caixa descontado (FCD) é fundamentada na regra do valor presente líquido (VPL), onde, conforme afirma Damodaran (1997), o valor do ativo corresponde ao valor presente dos fluxos de caixa dele esperados, descontados os investimentos (VPL).

Na prática, a taxa de desconto mais comumente usada para calcular o valor presente dos fluxos de caixa é o Custo Médio Ponderado de Capital (CMPC) da empresa, o que significa assumir que o projeto e a empresa possuem o mesmo risco de mercado. Em alguns casos isto pode ser próximo da realidade, mas não é apropriado quando os projetos são inovadores ou pouco usuais.

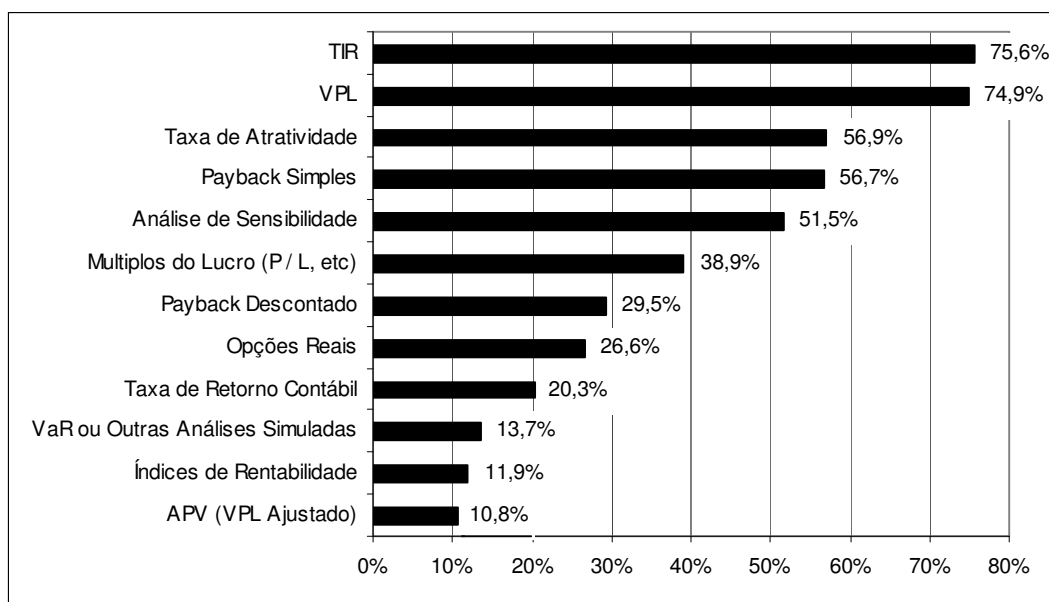
Segundo a metodologia de FCD, a decisão ótima para o gestor é aprovar o investimento quando o VPL é maior que zero.

A lógica desta metodologia é bastante direta. Um VPL igual a zero significa que os fluxos de caixa do projeto são suficientes apenas para recuperar o capital investido e proporcionar a taxa de retorno requerida sobre este capital. Um VPL maior que zero corresponde a uma geração de valor superior à exigida. Conforme afirma Brigham, Gapenski & Ehrhardt (2001), quando uma empresa coloca em prática um projeto com VPL positivo, a riqueza dos acionistas é incrementada.

Segundo pesquisa realizada por Bierman (1993), a utilização da metodologia de FCD pelas grandes empresas cresceu significativamente a partir da década de 50. Em seu estudo de 1993, todas as empresas que responderam utilizavam algum tipo de método FCD.

O Gráfico 1 ilustra o percentual de empresas que utilizam as principais metodologias tradicionais de avaliação de investimentos, segundo pesquisa de Graham & Harvey (2001).

Gráfico 1 – Percentual de Empresas que Utilizam as Metodologias de Avaliação



Embora bastante utilizada e difundida, a metodologia tradicional de FCD possui algumas limitações que as torna imprecisas em algumas situações. Quando há grandes incertezas no modelo, o VPL normalmente representa um valor subestimado do projeto. Os executivos de uma empresa podem preferir tomar decisões com base em informações mais conservadoras do que informações altamente incertas. Desta forma, pode ocorrer uma subestimação do real valor dos projetos. Isto pode ser prejudicial, uma vez que em alguns casos a maior parte do valor agregado do projeto pode estar contido em investimentos posteriores.

Outro problema inerente à metodologia de FCD é o fato de que a análise pode ser tendenciosa, pois normalmente os executivos responsáveis pelas estimativas de fluxos de caixa futuros, em geral são os mesmos que terão os maiores benefícios com a aprovação do projeto. Neste caso, o objetivo de maximização de valor para o acionista não será efetivamente atingido.

Segundo Dixit & Pindyck (1994), a maioria das decisões de investimento possuem três importantes características. Primeiramente, são decisões irreversíveis, uma vez que pelo menos parte do custo inicial não pode ser recuperada no caso de abandono do projeto. Em segundo lugar, existem incertezas em relação aos retornos futuros esperados de um investimento. Uma terceira importante característica é a existência de flexibilidade em relação ao *timing* do investimento, sendo possível adiar o investimento para obter mais informações, embora a informação nunca seja completa o suficiente para eliminar a incerteza. Estas três características interagem e determinam a decisão ótima para os investidores, sendo que a metodologia tradicional não é capaz de conciliar estas características.

Dixit & Pindyck (1994) chamam a atenção para o fato de que a metodologia tradicional de FCD não leva em consideração o potencial de aumentar o valor de um projeto através da interação entre irreversibilidade, incerteza e *timing*. Adicionalmente, na prática a tomada de decisão de investimentos é muito mais sensível à volatilidade e incerteza contempladas na teoria de opções reais do que às mudanças na taxa de juros e impostos, mais relacionadas com a metodologia de FCD (VPL).

Segundo Brandão, Dyer & Hahn (2005), a principal limitação da metodologia FCD é o fato da mesma não incluir o valor de flexibilidades gerenciais inerentes a diversos tipos de projetos. A metodologia FCD tem como premissa que os fluxos gerados pelo projeto não é afetado por futuras decisões da organização, não levando em consideração valores gerados pela flexibilidade gerencial.

A flexibilidade gerencial é definida por Brandão, Dyer & Hahn (2005) como a habilidade de tomar decisões durante a execução de um projeto de forma que os retornos esperados sejam maximizados ou perdas sejam minimizadas.

Alguns bons exemplos de flexibilidade dos projetos são:

- Expansão das operações em resposta a condições de mercado favoráveis;
- Abandonar um projeto que não apresenta a performance esperada;
- Adiar investimentos por um determinado período;
- Suspender operações temporariamente;
- Redução de escala do projeto.

Em todos estes casos pode ser gerado valor agregado ao projeto, não incluído na avaliação por FCD. O valor incremental destas flexibilidades somente pode ser determinado com a utilização de uma abordagem alternativa como a teoria de opções reais.

2.2. Metodologia de Opções Reais

Dixit & Pindyck (1994) definem opção real como a flexibilidade que um gestor possui para tomar decisões de investimento. Na medida que surgem novas informações, ocorrem modificações no mercado e as incertezas sobre o fluxo de caixa diminuem, os gerentes tornam-se capazes de tomar decisões que venham a influenciar positivamente o valor final de um projeto.

A metodologia de opções reais (MOR) utiliza conceitos de avaliação de opções financeiras para avaliar projetos que possuem flexibilidade gerencial. A MOR é utilizada para calcular quanto valem flexibilidades existentes nos projetos, que não são capturadas pela metodologia de FCD. A MOR e a metodologia de FCD não são excludentes, são complementares. Quanto maior for o nível de flexibilidade e incerteza, maior será o valor de um projeto de opções reais.

A MOR gera uma avaliação mais consistente do projeto, devido ao fato de incluir partes não capturadas pela metodologia tradicional. A tomada de decisão acaba sendo baseada em uma análise mais específica e detalhada.

Os possíveis ganhos com uma opção não são simétricos: se o futuro for favorável, o resultado será positivo, e se for desfavorável, na pior das hipóteses o resultado será zero, uma vez que a opção não será exercida. Comparativamente, equivale a possuir um bilhete de loteria que pode ter valor caso seja premiado, e caso contrário, o valor é igual a zero, não havendo como perder dinheiro. Por esta razão, as pessoas desembolsam dinheiro para comprar uma opção da mesma forma que o fazem com o bilhete de loteria, eles possuem valor. Portanto, o real valor de um projeto é dado por:

$$\text{Valor do projeto} = \text{VPL} + \text{Valor Presente das Opções}$$

A teoria de opções reais para avaliar investimentos é baseada nos mesmos modelos de avaliação de opções desenvolvidos para o mercado financeiro. Basicamente, a opção financeira é um contrato que dá ao seu titular (comprador) um direito futuro, mas não a obrigação, de comprar ou vender determinado ativo por um preço pré-estabelecido (preço de exercício), durante um período de tempo definido (prazo). Para ter esse direito futuro, o comprador deve pagar, na data de contratação, um valor que é conhecido como prêmio (valor da opção).

Há dois tipos básicos de opções: opção de compra (*CALL*) e opção de venda (*PUT*). Uma *CALL* oferece ao seu detentor o direito de comprar o ativo objeto em certa data, por determinado preço, e uma *PUT* proporciona a seu titular o direito

de vender o ativo objeto em certa data, por determinado preço. O preço do contrato é conhecido como prêmio.

Estas características podem ser aplicadas analogamente para projetos e oportunidades de investimentos que contenham opções reais.

As principais variáveis para a avaliação de opções são o valor do ativo subjacente, o preço de exercício, prazo de vencimento, volatilidade do valor desse ativo, taxa livre de risco e dividendos, conforme descrito abaixo (Damodaran, 2002):

- Valor do ativo subjacente ou objeto (S_0): Corresponde ao valor presente do projeto sem considerar as flexibilidades. Como uma *CALL* confere o direito de adquirir o ativo objeto a um preço fixo, um aumento do valor do ativo fará aumentar o valor da opção. Por analogia, uma *PUT* perde valor quando o valor do ativo aumenta.
- Preço do exercício (X): Representa o investimento necessário para exercer a opção. Para opções do tipo *CALL*, o valor da opção diminui com um aumento do preço de exercício e no caso de uma *PUT*, o valor da opção aumenta quanto maior for o preço de exercício.
- Prazo de vencimento (T): É a data em que o contrato da opção vence, ou seja, é o prazo limite para se decidir quanto a exercer ou não o direito de compra ou venda. O valor da opção aumenta na medida em que o prazo de vencimento se alonga porque com mais tempo para o preço do ativo objeto variar, maior é a probabilidade de exercer a opção.

- Volatilidade do projeto (σ): Representa o grau de incerteza sobre o preço futuro do ativo subjacente (variância). Quanto maior a variância, maior será o valor da opção tanto para uma *CALL*, como para uma *PUT*. Embora possa parecer contrário à intuição o fato de um aumento na medida de risco (variância) elevar o valor, as opções são diferentes dos demais títulos porque seus detentores não podem perder mais do que o preço previamente pago pelas mesmas.
- Taxa livre de risco (r): Corresponde ao custo de oportunidade envolvido na operação. Este custo depende do nível das taxas de juros e do prazo restante até o vencimento da opção. Quanto maior for a taxa, maior será o valor da *CALL* e menor será o valor da *PUT*.
- Dividendos pagos pelo ativo: O valor do ativo objeto reduz se são pagos dividendos durante a vigência da opção. Portanto, o valor de uma *CALL* é uma função decrescente do porte dos pagamentos previstos de dividendos e uma *PUT* é uma função crescente desses pagamentos. De forma mais intuitiva, o pagamento de dividendos para opções de compra funciona como o custo de adiamento do exercício de opções dentro do dinheiro (valor do ativo superior ao preço de exercício).

As opções podem ser classificadas como americanas ou européias. As opções americanas podem ser exercidas a qualquer momento até o vencimento, enquanto as européias só podem ser exercidas no vencimento. Segundo Damodaran (2002), a possibilidade de exercício antecipado faz com que as opções americanas possam ter valor superior às européias. A maioria das opções negociadas em bolsa é do tipo americana. Porém, as opções européias são mais fáceis de analisar do que as americanas, sendo algumas das propriedades de uma opção americana freqüentemente deduzidas de uma européia.

Damodaran (2002, pág. 348) apresenta um quadro que resume o comportamento das opções em relação às suas principais variáveis. Este quadro é apresentado na Tabela 1, a seguir, e mostra como se comportam uma *CALL* e uma *PUT* quando ocorrem mudanças nas principais variáveis:

Tabela 1 – Resumo das variáveis que afetam os preços de *CALL* e *PUT*

Fator	EFEITO SOBRE	
	Valor de uma <i>CALL</i>	Valor de uma <i>PUT</i>
Aumento do valor do ativo objeto	Aumenta	Diminui
Aumento do preço de exercício	Diminui	Aumenta
Aumento da variância do projeto	Aumenta	Aumenta
Aumento do prazo até o vencimento	Aumenta	Aumenta
Aumento das taxas de juros	Aumenta	Diminui
Aumento dos dividendos pagos	Diminui	Aumenta

Os principais tipos de opções reais usualmente existentes em projetos são descritos abaixo:

- **Opção de adiar:** A opção de adiar um investimento pode ser representada por uma *CALL*. Esta opção oferece ao gestor o direito, mas não a obrigação, de realizar o investimento após um determinado período de tempo. Um projeto que inclui a opção de adiar o investimento tem valor superior a outro projeto sem o direito de aguardar maiores informações antes de tomar a decisão de investir. Resumindo, este tipo de opção permite ao gestor beneficiar-se de movimentos favoráveis ao valor do projeto e evita perdas caso cenários desfavoráveis ocorram. Estes cenários podem mudar por alterações da taxa de câmbio, taxa de juros, custo de insumos, preço de mercado no caso do lançamento de um novo produto, etc.

- **Opção de abandonar:** A opção de abandonar um investimento pode ser representada por uma *PUT*. Se após o início do projeto, os resultados forem ruins, o gestor pode optar pela decisão de abandonar o projeto e realizar o valor de liquidação esperado (esse valor é representado pelo preço de exercício da opção de venda). O valor da liquidação do projeto define um limite de prejuízo, protege ao menos parte do capital empregado, reduz o risco e, portanto, aumenta o valor do projeto. Em outras palavras, um projeto que inclui a opção de abandono possui valor superior do que o mesmo projeto sem esta possibilidade.

- Opção de expandir: A opção de expandir um investimento pode ser representada por uma *CALL*. Este tipo de opção caracteriza-se pelo direito de expandir um projeto existente. Um bom exemplo acontece quando a empresa tem oportunidade de aumentar a produção devido a condições de mercado melhores do que o esperado. Em muitos casos, a opção de expansão é incluída no projeto original por um custo adicional representado pelo preço de exercício da opção.

- Opção de contrair: A opção de contrair um investimento pode ser representada por uma *PUT*. Este tipo de opção representa a possibilidade de contrair a escala de operação de um projeto. Alguns projetos podem ser planejados de maneira que a produção possa ser contraída, reduzindo o risco de perdas futuras. A opção de contrair utiliza o mesmo raciocínio da opção de expandir, porém para cenários desfavoráveis. O adiamento ou cancelamento de investimentos formulados no projeto inicial é representado pelo preço de exercício da *PUT*. Um projeto que inclui a opção de contrair oferece a possibilidade de redução da escala operacional, quando as condições de mercado se tornam desfavoráveis. Portanto, um projeto que pode ser contraído vale mais do que um mesmo projeto que não apresente essa flexibilidade.

- Opção de suspender temporariamente: A flexibilidade para fechar temporariamente a produção de um projeto tem grande valor quando as receitas não são suficientes para cobrir os custos variáveis de funcionamento. Assim, a partir de um determinado momento, o gestor pode continuar com a produção e obter a diferença entre as receitas e o total de custos de funcionamento, ou então fechar e somente pagar os custos fixos associados com o projeto. Pode-se assim olhar para a flexibilidade de funcionamento (ou não), em qualquer ano, como uma opção de compra da receita daquele ano, ao pagar os custos variáveis como preço de exercício. Este tipo de opção é comum na área de exploração de recursos minerais e produtos de consumo.

- Opções compostas: Algumas opções derivam seu valor não de um ativo subjacente, mas de outras opções, chamadas de opções compostas. Elas podem assumir qualquer uma dentre quatro formas: opção de compra sobre opção de compra, opção de venda sobre opção de venda, opção de compra sobre opção de venda e opção de venda sobre opção de compra.

- Opções Arco-Íris: Em uma opção simples, a única fonte de incerteza é o preço do ativo subjacente. Opções arco-íris são opções cujo valor deriva de duas ou mais fontes de incerteza. O uso de modelos de avaliação de opções simples para avaliar este tipo de opção pode resultar em estimativas de valor distorcidas. Um bom exemplo deste tipo de opção real é uma reserva de petróleo, que tem seu valor incerto devido à, basicamente, duas variáveis: preço do petróleo e quantidade de petróleo existente na reserva.

A teoria de precificação de opções surgiu em 1973, quando Fischer Black e Myron Scholes publicaram seu pioneiro estudo que apresentava um modelo de avaliação de opções européias. Black e Scholes utilizaram uma carteira composta pelo ativo objeto e por um ativo livre de risco com as mesmas características da opção objeto da avaliação para chegar à formulação final. A teoria de Black e Scholes é baseada na montagem de um portfólio livre de risco, cuja precificação assume a premissa de que não há oportunidades de arbitragem em um mercado eficiente.

O modelo apresentado por Black e Scholes foi elaborado para valorar opções européias protegidas contra dividendos. Portanto, neste modelo, o exercício antecipado e a distribuição de dividendos não afetam o valor das opções. O modelo é matematicamente complexo, mas suas equações podem ser calculadas utilizando-se planilhas ou diversos softwares disponíveis no mercado, o que torna simples a aplicabilidade do modelo. Este é um dos modelos mais utilizados no mercado financeiro para operar opções financeiras.

O modelo Black e Scholes assume como premissa que a distribuição de probabilidades do ativo básico é log-normal, descrito pela média e volatilidade. Porém, a fórmula não depende da taxa de risco (μ) dessa distribuição, somente da volatilidade e de parâmetros que seriam usados se não houvesse incerteza. Desta forma, a avaliação do valor de opções sob ambiente de incerteza independe das atitudes dos indivíduos em relação ao risco.

2.3.Comportamento dos Preços e os Processos Estocásticos

Conforme afirma Hull (2006), diz-se que uma variável segue um processo estocástico quando pelo menos parte do seu valor se altera ao longo do tempo de maneira incerta. No modelo de Black & Scholes, o preço do ativo oscila seguindo um processo estocástico de tempo contínuo. Alterações de preço ocorrem a qualquer tempo e a variável é contínua, podendo assumir qualquer valor dentro de um intervalo.

Na prática, a maioria dos problemas é modelada utilizando-se processos estocásticos de tempo contínuo, com variável contínua. Um problema dos processos contínuos, no entanto, é o fato de exigir o uso de cálculo para a resolução das equações diferenciais estocásticas que são a base dos modelos. É possível, porém, modelar uma aproximação dos processos de tempo contínuo através de processos discretos, simplificando a modelagem.

Um dos principais modelos de tempo contínuo é o processo de Markov, que, segundo Hull (2006), é um tipo particular de processo estocástico, no qual, apenas o valor atual da variável é importante para estimar o futuro. As estimativas de preços futuros não são afetadas pelo comportamento passado dos mesmos. No processo de Markov, assume-se que a distribuição de probabilidade do preço futuro é independente do caminho que o preço percorreu para atingir seu valor atual. Esta característica do processo de Markov é consistente com a forma fraca da eficiência de mercado, a qual estabelece que o preço corrente da ação já inclui

toda informação contida nos seus preços passados. Hull (2006) afirma que se a forma fraca da eficiência de mercado não fosse verdadeira, analistas técnicos poderiam obter retornos acima da média através da interpretação de gráficos de históricos de preços, e que ainda não existem evidências relevantes de que os analistas sejam capazes disto.

Um dos processos estocásticos mais básicos é o *random walk* (caminho aleatório). Seus passos variam aleatoriamente de direção e o destino final é cada vez mais incerto na medida em que o tempo passa. O *random walk* é um processo de Markov em tempo discreto com incrementos independentes na forma da equação $S_{t+1} = S_t + \varepsilon_t$, onde “ S_{t+1} ” é o valor da variável no tempo $t + 1$, “ S_t ” é o valor da variável no tempo “ t ” e “ ε_t ” é uma variável aleatória com probabilidade $P(\varepsilon_t = 1) = P(\varepsilon_t = -1) = 0,50$.

Outro processo estocástico para estudar o comportamento dos preços dos ativos é o processo de Wiener. O processo de Wiener é um caso particular do processo de Markov em tempo contínuo e é conhecido como Movimento Browniano. Basicamente, consiste em um processo estocástico com média igual a zero e variância igual a um por ano. Este processo foi utilizado na física para descrever o movimento de partículas sujeitas a um grande número de pequenos choques moleculares aleatórios.

O processo de Wiener corresponde a uma versão em tempo contínuo do modelo random walk, representado pela equação $S_{t+1} = S_t + dz$ onde $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$ e $\varepsilon \approx N(0,1)$, para a variável “ z ”. O processo de Wiener generalizado é representado pela fórmula $dx = a(dt) + b(dz)$, para a variável “ x ”, onde “ a ” e “ b ” são constantes. A equação do processo generalizado ajuda a considerar os componentes “ dz ” e “ dt ” separadamente. Segundo Hull (2006), o componente “ $a(dt)$ ” implica que “ x ” tem uma *drift rate* esperada igual a “ a ” por unidade de tempo e o componente “ $b(dz)$ ” pode ser visto como a variabilidade do caminho seguido pela variável “ x ”. Hull (2006) define *drift rate* como a mudança média por unidade de tempo nos processos estocásticos.

O processo de Wiener é estacionário, com uma *drift rate* constante. O modelo do processo de Wiener falha ao não levar em consideração que os percentuais de retorno esperado dos investidores é independente do preço da ação. Segundo Hull (2006), a premissa de *drift rate* constante é claramente inapropriada e precisa ser substituída por uma premissa de retorno esperado (*drift* dividido pelo preço da ação) constante. Mudando a premissa conforme descrito e adicionando um crescimento de longo prazo ao processo de Wiener, temos como resultado um movimento aritmético browniano (MAB) que é representado matematicamente pela equação $S_{t+1} = S_t + \mu(dt) + \sigma(dz)$ ou $dS = \mu(dt) + \sigma(dz)$, onde há a combinação de uma parcela com crescimento linear de taxa “ μ ” e uma parcela com crescimento aleatório com distribuição normal e desvio padrão “ σ ”. O MAB é um tipo de *random walk*, e, portanto, possui distribuição normal. O MAB possui foco na mudança no valor da variável, ao invés do valor da variável em si (Wiener).

O MAB possui algumas limitações quando utilizado para a modelagem de ativos. A primeira limitação tem origem no fato de o componente aleatório possuir uma distribuição normal, o que pode fazer com que eventualmente o valor da variável seja negativo, o que não pode ocorrer com preços de ativos. Outra limitação é o fato de, para uma ação que não paga dividendos, a taxa de retorno desta ação diminuir na medida em que o valor da ação aumenta, embora a taxa de retorno exigida seja constante e independente do preço da ação. Por esta razão, o MAB não é o processo mais adequado para modelar ativos.

O processo ideal para modelar os ativos é aquele em que o retorno e a volatilidade proporcionais do processo são constantes. Este modelo é conhecido como movimento geométrico browniano (MGB). Em resumo, o MGB possui dois componentes: um crescimento proporcional com taxa “ μ ” e um crescimento aleatório proporcional com distribuição normal e desvio padrão “ σ ”. O MGB é representado pela equação $dV = \mu(V)(dt) + \sigma(V)(dz)$ ou $\frac{dV}{V} = \mu(dt) + \sigma(dz)$, onde “ μ ” é a taxa de retorno esperada e “ σ ” é a volatilidade do valor do ativo.

2.4. Modelo de Árvores Binomiais

O modelo de Black e Scholes possui hipóteses bastante restritivas para emprego na avaliação de opções reais sendo, entretanto, útil compreender sua comparação com a metodologia de grades, encontrada em árvores discretas.

O modelo binomial, na prática, representou um grande avanço para a valoração de opções reais, uma vez que utiliza uma abordagem mais simples, sem a necessidade de utilizar equações complexas. Segundo Brandão, Dyer e Hahn (2005), uma das principais vantagens da utilização das árvores binomiais para avaliar opções é a possibilidade de se calcular o valor de uma opção americana (possibilidade de exercício antes do vencimento), enquanto o modelo de Black & Scholes é capaz de avaliar somente opções européias.

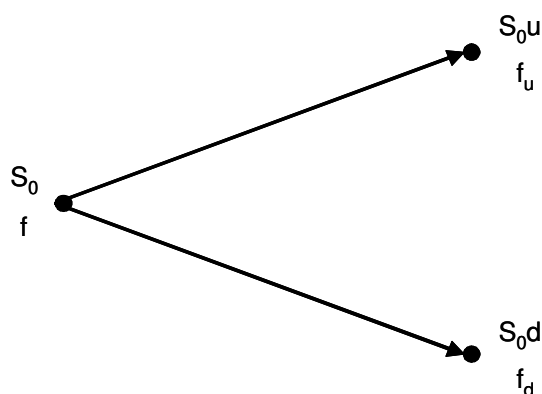
Hull (2006) afirma que a construção de árvores binomiais é uma metodologia útil e bastante popular para avaliar opções. Esta metodologia, inicialmente desenvolvida por Cox, Ross e Rubinstein em 1979, consiste em um diagrama que representa todas as possíveis trajetórias que o valor do ativo objeto pode assumir durante a vida útil de uma opção. A premissa básica fundamental do modelo é o fato de o preço do ativo seguir um caminho aleatório (*random walk*). Neste modelo, o tempo é dividido em períodos discretos. Ao final de cada período, há uma determinada probabilidade “ p ” de o valor do ativo seguir um movimento de alta e uma probabilidade “ $1-p$ ” de seguir um movimento de queda. Quanto menores forem os períodos de tempo, mais os valores calculados irão convergir para os valores contínuos do modelo Black e Scholes. Uma das vantagens desta abordagem para valorar opções reais é a ilustração explícita de todas as possíveis alternativas que a opção pode ter.

O fato do modelo de Black e Scholes não envolver nenhum componente relacionado às preferências de risco do investidor, como o retorno esperado “ μ ”, é uma característica importante segundo Hull (2006). Por este motivo, a premissa de que todos os investidores são neutros ao risco pode ser admitida sem afetar a

solução da equação. Esta propriedade de neutralidade ao risco dos investidores também é usada para derivar o modelo binomial.

Hull (2006) apresenta uma figura que ilustra, genericamente, como seria o modelo binomial:

Figura 1 – Valores do Ativo e da Opção em uma Árvore de um Período



No modelo, considera-se o valor inicial da ação “ S_0 ” e “ f ” o preço corrente da sua respectiva opção vence após um período “ T ”. No instante “ T ”, a ação pode aumentar seu valor para “ S_0u ” caso ocorra um movimento de alta ou diminuir para “ S_0d ” caso aconteça um movimento de queda. O mesmo acontece com o valor da opção: se “ S_0 ” aumentar, “ f ” sobe para “ f_u ”, caso o movimento seja de queda, a opção desvaloriza até “ f_d ”.

No modelo binomial, a única premissa assumida é a inexistência de oportunidades de arbitragem, sendo possível a construção de um portfólio composto pela ação e da sua respectiva opção de forma que não exista incerteza quanto ao valor do portfólio ao final do período “ T ”. Como o portfólio não possui risco, uma vez que não possui incerteza quanto ao seu valor no final do período, pode-se afirmar que o retorno do portfólio será igual à taxa de juros livre de risco. Isto permite que seja calculado o custo de montar o portfólio e, conseqüentemente, o valor da opção. Como há dois ativos (ação e opção), e somente dois resultados possíveis, sempre será possível montar o portfólio livre de risco.

O portfólio livre de risco é composto por uma quantidade “ Δ ” de ações e uma posição vendida de uma opção de compra, e é calculado o valor de “ Δ ” que gera um portfólio livre de risco. Se houver um movimento de alta do preço da ação após o período “ T ”, o valor do portfólio é $S_o u \Delta - f_u$. Se ocorrer um movimento de queda, o valor do portfólio no final do período “ T ” será $S_o d \Delta - f_d$. O portfólio será livre de risco ocorrerá quando os dois valores forem iguais, portanto, a equação que define o valor de “ Δ ” será $S_o u \Delta - f_u = S_o d \Delta - f_d$, que corresponde a $\Delta = \frac{(f_u - f_d)}{(S_o u - S_o d)}$. Neste caso, o retorno do portfólio deverá ser a taxa de juros livre de risco. Portanto, “ Δ ” representa a relação entre as variações no preço da ação e as variações no valor da opção.

O valor presente do portfólio é calculado através da equação $(S_o u \Delta - f_u) e^{-rT}$, onde “ r ” representa a taxa de juros livre de risco. O custo da montagem do portfólio é $S_o \Delta - f$. Igualando estas duas equações, chega-se a uma outra fórmula dada por $f = e^{-rT} [p f_u + (1-p) f_d]$, onde $p = \frac{(e^{rT} - d)}{(u - d)}$ e “ p ” é a probabilidade de alta do preço da ação, enquanto “ $(1-p)$ ” é a probabilidade de queda. Estas duas últimas fórmulas permitem calcular o valor de uma opção quando uma ação varia de preço em uma árvore binomial de um período.

Hull (2006) chama a atenção para o fato de que esta fórmula de valoração de uma opção não envolve a probabilidade do preço da ação aumentar ou diminuir. É natural assumir que quanto maior a probabilidade de um movimento de alta no preço da ação, maior é o valor de uma *CALL* e menor é o valor de uma *PUT*. Porém não é o que acontece ao utilizar as fórmulas mencionadas para modelos binomiais. *Ceteris paribus*, encontra-se o mesmo valor da opção com diferentes probabilidades “ p ”. Em outras palavras, com os demais dados constantes, o cálculo de uma opção com “ $p = 0,5$ ” gerará o mesmo resultado utilizando “ $p = 0,9$ ”. Isto ocorre devido ao fato de que, no modelo apresentado até aqui, não se está valorando a opção em termos absolutos. As equações apresentadas estão

calculando o valor da opção com base no preço inicial da ação. As probabilidades de movimentos futuros de alta ou baixa já estão incorporadas no preço da ação.

Embora não seja necessário assumir nenhuma premissa em relação às probabilidades de movimentos de alta ou baixa para deduzir a equação explicada acima, é natural interpretar a variável “ p ” como a probabilidade de um movimento de alta no preço da ação e, conseqüentemente, “ $1 - p$ ” como a probabilidade do preço da ação cair. Desta forma, o valor esperado da opção poderia ser representado por $pf_u + (1 - p)f_d$. Portanto, o valor atual da opção é o valor futuro esperado descontado a valor presente utilizando a taxa de juros livre de risco “ r ”. O cálculo do preço esperado da ação no momento “ T ”, quando a probabilidade de alta é igual a “ p ”, pode ser representado pela equação $E(S_T) = pS_0u + (1 - p)S_0d$, que corresponde a equação $E(S_T) = S_0e^{rT}$. Esta última fórmula demonstra que o preço da ação possui um crescimento esperado proporcional à taxa de juros livre de risco, ou seja, estamos assumindo um mundo neutro ao risco quando definimos uma probabilidade “ p ” do preço da ação aumentar.

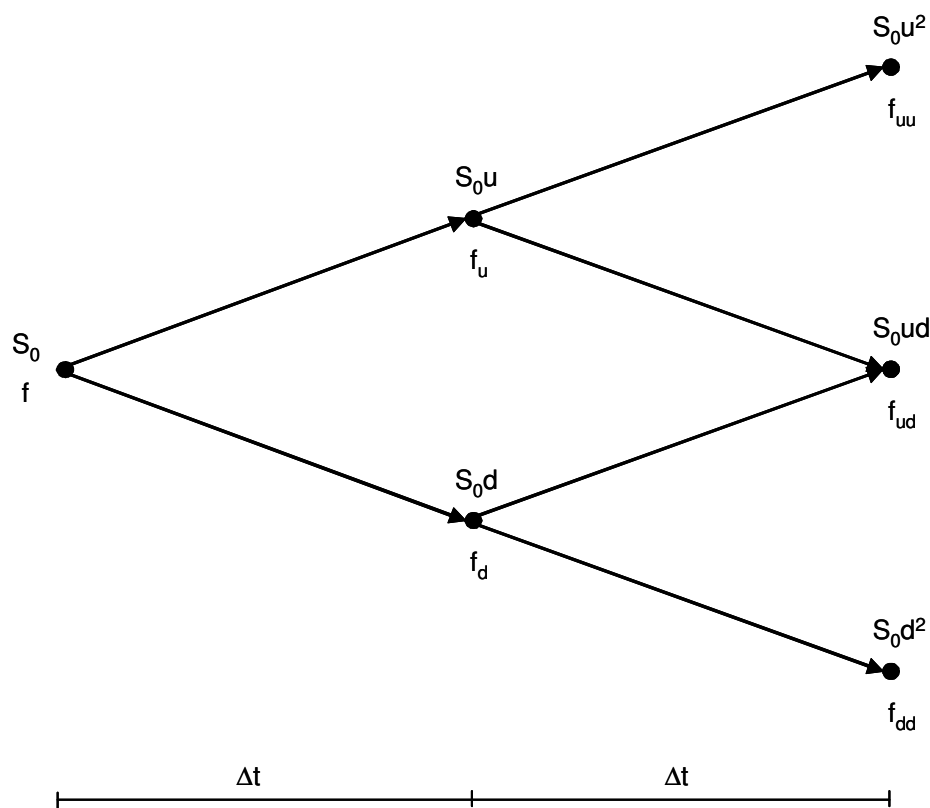
Este modelo mostra que em um mercado livre de risco, todos os indivíduos são indiferentes ao risco e, portanto, os investidores não exigem uma compensação pelo risco. Neste cenário, o retorno esperado de todos os ativos corresponde à taxa de juros livre de risco.

Fica evidente, a partir da equação $f = e^{-rT}[pf_u + (1 - p)f_d]$ explicada anteriormente, um importante princípio da precificação de opções conhecido como *risk-neutral valuation*. Este princípio estabelece que podemos assumir que quando estamos precificando opções, o mundo é neutro ao risco. Segundo Hull (2006), os valores calculados para as opções estão corretos não só para o mundo neutro ao risco, como também para o mundo real.

Intuitivamente, é razoável aceitar a neutralidade ao risco dos investidores. Isto ocorre porque o máximo que os mesmos podem perder é o prêmio pago pela opção, em outras palavras, ao final do exercício, na pior das hipóteses, a opção não é exercida. A volatilidade (risco) deve ser vista com bons olhos pelos investidores, uma vez que representa o “motor” para aumentar o valor da opção.

A Figura 2 (Hull, 2006, pág. 249), a seguir, ilustra o modelo binomial para dois períodos.

Figura 2 – Valores do Ativo e da Opção em uma Árvore de dois Períodos



O raciocínio aplicado para o modelo de um período, explicado anteriormente, pode ser generalizado para o modelo de dois períodos. Conforme acontece na árvore de um período, “ u ” representa um movimento de alta e “ d ” um movimento de queda do preço, porém, desta vez ocorrem dois movimentos seguidos (dois períodos). Calcular o valor atual da opção localizado, no nó inicial da árvore, representado por “ f ”, é o objetivo da análise. Os possíveis valores finais da são representados por “ f_{uu} ”, “ f_{ud} ” e “ f_{dd} ”, localizando-se nos últimos nós da árvore. O preço inicial da ação é representado por “ S_0 ” e, a cada período

de tempo “ Δt ”, o valor da ação aumenta para “ u ” ou cai para “ d ” vezes o seu preço inicial. A taxa de juros livre de risco é representada por “ r ”.

Fazendo uma adaptação das equações de uma árvore de um período, o valor da opção pode ser representado por $f = e^{-r\Delta t} [pf_u + (1-p)f_d]$, onde a probabilidade “ p ” é dada por $p = \frac{(e^{r\Delta t} - d)}{(u - d)}$. Pode-se utilizar o mesmo raciocínio para calcular o valor da opção para os nós intermediários da árvore de dois períodos utilizando a equação $f_u = e^{-r\Delta t} [pf_{uu} + (1-p)f_{ud}]$ para o nó intermediário superior e $f_d = e^{-r\Delta t} [pf_{ud} + (1-p)f_{dd}]$ para o nó intermediário inferior.

Substituindo as equações mencionadas no parágrafo anterior, podemos calcular o valor atual da opção “ f ”, em um modelo de dois períodos, através da fórmula $f = e^{-2r\Delta t} [p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}]$. Esta equação é consistente com o princípio de neutralidade ao risco mencionado anteriormente. As variáveis “ p^2 ”, “ $2p(1-p)$ ” e “ $(1-p)^2$ ” são, respectivamente, as probabilidades dos três últimos nós da árvore representados por “ f_{uu} ”, “ f_{ud} ” e “ f_{dd} ”. O valor da opção é igual ao retorno esperado em um mundo neutro ao risco, descontado a valor presente pela taxa de juros livre de risco. Não importa quantos períodos sejam adicionados à árvore binomial, o princípio de neutralidade ao risco continuará valendo. O valor da opção será sempre igual ao retorno esperado em um ambiente neutro ao risco, descontado a taxa livre de risco “ r ”.

As explicações sobre as árvores binomiais foram feitas do ponto de vista de uma *CALL*, mas o mesmo raciocínio pode ser aplicado para explicar o funcionamento do modelo para uma *PUT*.

No mundo real, a volatilidade “ σ ” do preço de uma ação pode ser representada como “ $\sigma\sqrt{\Delta t}$ ” correspondendo ao desvio padrão do retorno do preço da ação durante o período “ Δt ”. Utilizando o mesmo raciocínio, a variância do retorno é representada por “ $\sigma^2 \Delta t$ ”.

Segundo Hull (2006), pode-se representar os coeficientes “ u ” e “ d ” do modelo de árvores binomiais através das equações $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ e $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$. A relação entre “ u ” e “ d ” pode ser representada uma fórmula $u = \frac{1}{d}$.

Modelos de árvores binomiais com um ou dois períodos são abordagens demasiadamente simples. Segundo Hull (2006), um analista de investimentos obterá apenas uma estimativa grosseira do preço de uma opção utilizando uma árvore de um ou dois períodos. Na prática, o modelo de árvores binomiais são normalmente utilizados através de árvores com trinta ou mais períodos. Em cada período há um movimento do preço da ação e, conseqüentemente, da opção. Em uma árvore de 30 períodos, existem 31 preços de ações para ser calculados e aproximadamente um bilhão de possíveis trajetórias do preço da ação são considerados. Porém, existem diversos softwares, como o DerivaGem, de Hull (2006) que fazem todos os cálculos e geram as árvores binomiais automaticamente, havendo apenas a necessidade de imputar os dados da opção para obter o valor presente das mesmas, tanto para *CALL*, como para *PUT*.

2.5.Portfólio Replicante e Probabilidade Neutra ao Risco

Copeland & Antikarov (2001), propuseram uma abordagem para avaliar opções reais que pode ser aplicada quando não existe ativo equivalente no mercado para utilizar como ativo básico. Na abordagem proposta, Copeland & Antikarov (2001) assumem como premissa que o valor presente do projeto sem considerar as opções é o melhor estimador do valor de mercado de um projeto. Com esta premissa, conhecida como market asset disclaimer (MAD), o valor do projeto sem as opções serve como o ativo básico do portfólio replicante.

Se mudanças no valor do projeto sem as opções são assumidas para variar ao longo do tempo de acordo com um processo estocástico do tipo *random walk*, formalmente chamado de MGB, então as opções poderão ser calculadas com a metodologia tradicional de precificação de opções.

Árvores de decisão podem ser utilizadas para modelar flexibilidades gerenciais em tempo discreto, através da construção de uma árvore com nós de decisão que representam decisões que o gestor pode tomar para maximizar o valor do projeto, na medida em que as incertezas vão sendo esclarecidas ao longo da vida do projeto.

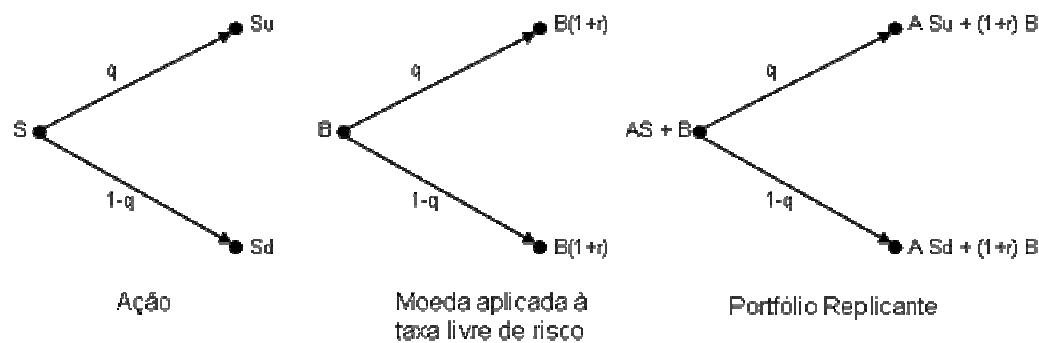
Segundo Brandão, Dyer e Hahn (2005), uma abordagem ingênua para avaliar projetos com opções reais seria simplesmente incluir nós de decisão referentes às opções do projeto em uma árvore de decisão e calcular o valor do projeto utilizando uma taxa de desconto adequada ao risco da empresa, mesma taxa utilizada para calcular valor do projeto sem opções. Entretanto, estes autores afirmam que esta abordagem não traz resultados corretos na avaliação das opções reais, uma vez que a otimização da operação que ocorre nos nós de decisão altera a expectativa de fluxos de caixa futuros e, conseqüentemente, altera também o risco do projeto. Desta forma, o desvio padrão dos fluxos de caixa esperados do investimento com flexibilidade é diferente daquele relativo ao fluxo de caixa sem flexibilidade. Após a inclusão das opções reais no modelo, a taxa ajustada ao risco deixa de ser adequada.

Pode-se usar o método do portfólio replicante para determinar a taxa de desconto adequada ao projeto e capturar as informações de mercado sobre os riscos do projeto. Assume-se que existe um projeto com valor igual a “ V ” e um portfólio replicante com um montante “ A ” de ações com preço “ S ” e um montante “ B ” investidos à taxa livre de risco “ r ”. Para simplificar, considera-se que para um modelo de um período, há uma probabilidade “ q ” do preço da ação subir para “ S_u ” no final do período e uma probabilidade “ $(1-q)$ ” do preço da ação sofrer um movimento de baixa até “ S_d ”, onde “ u ” corresponde a um valor

maior que 1, que reflete um aumento proporcional do valor da ação e “ d ”, definido como $d = \frac{1}{u}$, corresponde a um valor menor que um que reflete uma queda proporcional. Esta abordagem pode ser estendida para períodos maiores de tempo, simplesmente utilizando as mesmas mudanças percentuais para os valores encontrados ao final do primeiro período.

O valor deste portfólio ao final de um período é representado pelas equações $AS_u + B(1+r)$ e $AS_d + B(1+r)$, conforme ilustrado na Figura 5. Respectivamente, assume-se que os valores do projeto nestes mesmos dois possíveis movimentos são “ V_u ” e “ V_d ”.

Figura 3: Dinâmica do Preço da Ação, Moeda Aplicada à Taxa Livre de Risco e o Valor do Projeto



Para que os valores do portfólio representem exatamente os valores do projeto após os movimentos de alta e baixa, deve-se determinar o valor apropriado de “ A ” e “ B ” através da resolução de um sistema de duas equações com duas variáveis desconhecidas, dadas por $V_u = AS_u + (1+r)B$ e $V_d = AS_d + (1+r)B$, onde $A = \frac{(V_u - V_d)}{((u-d)S)}$ e $B = \frac{(uV_d - dV_u)}{(u-d)(1+r)}$.

Se os valores de “ A ” e “ B ” correspondem ao portfólio replicante para o projeto ao final do período, então, a partir da premissa de não-arbitragem da teoria de finanças, o atual valor “ $AS + B$ ” equivale ao valor do projeto “ V ”.

O método do portfólio replicante oferece um ajuste do risco com base no mercado. Porém, para projetos com períodos maiores, o mesmo torna-se de difícil aplicação em termos práticos, uma vez que a metodologia precisa ser repetida para cada nó da árvore.

Uma importante vantagem deste modelo é o fato de as equações de “ A ” e “ B ” não incluírem a probabilidade “ q ” de um movimento de alta do preço da ação, eliminando a necessidade de se estimar esta variável mais complicada de se calcular do que a probabilidade “ p ”.

Se “ q ” fosse conhecido, então a taxa de desconto apropriada para o projeto seria encontrada calculando-se a relação entre o valor futuro esperado e o atual valor do projeto “ V ” por “ k ”, segundo a equação abaixo:

$$V = \frac{quV_u + (1-q)dV_d}{1+k}$$

Existe um método análogo à abordagem do portfólio replicante que evita a necessidade de se estimar “ q ” ou “ k ”. Esta metodologia alternativa consiste em ajustar o risco do projeto através das probabilidades de movimentos de alta e baixa ao invés de ajustar pela taxa de desconto. Nesta abordagem alternativa utiliza-se como taxa de desconto a taxa livre de risco “ r ”, que é conhecida, e o valor do projeto é resultante da implicação da probabilidade “ p ” ao invés da taxa de desconto “ k ”. Considerando que a taxa de juros livre de risco “ r ” é menor que a taxa ajustada ao risco “ k ”, a probabilidade “ p ” será menor que a verdadeira probabilidade “ q ” de alta do preço da ação. Nesta abordagem, “ p ” é obtido através da relação $V = AS + B$, e a equação resultante para calcular o valor atual do projeto é representada por:

$$V = \frac{\left[\left(\frac{1+r-d}{u-d} \right) V_u + \left(\frac{u-(1+r)}{u-d} \right) V_d \right]}{(1+r)}$$

ou

$$V = \frac{[pV_u + (1-p)V_d]}{1+r},$$

onde $p = \frac{(1+r-d)}{(u-d)}$. Estes valores são conhecidos como probabilidades neutras ao risco.

A probabilidade neutra ao risco “ p ” pode ser utilizada em árvores binomiais para calcular os fluxos de caixa futuros esperados. A taxa de juros livre de risco pode ser usada para descontar os fluxos futuros. Isto substitui a necessidade de encontrar uma taxa de desconto ajustada ao risco pelo cálculo da probabilidade neutra ao risco apropriada, o que é mais simples de se realizar. Considerando-se os processos estocásticos, a premissa mais comum é do movimento geométrico browniano (MGB) que, conforme explicado anteriormente, assume que a volatilidade é constante. Isto implica que o valor de “ p ” também será constante.

Os parâmetros necessários para modelar uma árvore binomial utilizando o MGB são o valor do projeto sem flexibilidade, que pode ser calculado através da metodologia tradicional do VPL, a taxa de juros livre de risco e a volatilidade. Isto permite o cálculo dos valores de “ p ”, “ u ” e “ d ” vistos anteriormente. Com estes dados, o processo estocástico de tempo contínuo pode ser aproximado com uma árvore binomial de tempo discreto.

A idéia por trás dos parâmetros usados na aproximação binomial do processo estocástico é relativamente simples. Assume-se a premissa de que o valor do projeto segue um MGB, pode-se estimar o seu valor em qualquer período do tempo considerando-se uma distribuição lognormal.

Primeiramente, calculam-se os valores de “ u ” e “ d ” considerando o primeiro e o segundo momento de uma distribuição binomial e lognormal, e, posteriormente, os respectivos valores de $V_u = Vu$ e $V_d = Vd$. Utiliza-se a relação

$u = \frac{1}{d}$, onde, considerando o MGB, $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$. Após esta etapa, o próximo passo

para calcular o valor dos parâmetros é obter o valor da probabilidade neutra ao risco “ p ” que é representada por $p = \frac{(1 + r\Delta t - d)}{(u - d)}$. Portanto, apenas três parâmetros são necessários para elaborar a aproximação do processo discreto da estimativa do MGB para a evolução das incertezas de um projeto ao longo do tempo, que são o valor atual do projeto, a volatilidade dos fluxos de caixa esperados do projeto e a taxa de juros livre de risco.

Segundo Brandão, Dyer e Hahn (2005), estes parâmetros podem ser usados em uma árvore de decisão com nós binomiais para obter uma árvore binomial equivalente ao valor do projeto. As opções reais, portanto, podem ser modeladas através de nós de decisão em uma árvore binomial. Uma das grandes vantagens deste método é que não há a necessidade de se calcular o portfólio replicante para cada nó da árvore, ao se utilizar a probabilidade neutra ao risco.

2.6. Processo de Avaliação Proposto por Copeland & Antikarov (2001)

O processo por Copeland & Antikarov (2001) para avaliação de opções reais recorre a duas premissas. A primeira, conhecida como MAD, explicada na seção anterior, emprega que o valor presente do ativo subjacente sujeito a risco sem flexibilidade é o melhor estimador do próprio ativo. A segunda premissa é que os fluxos de caixa flutuam de forma aleatória, ou seja, qualquer que seja o padrão de fluxos de caixa que se espera que o projeto venha a ter, as variações de seu valor presente seguirão um caminho aleatório. Este teorema, atribuído a Paul Samuelson (1965), permite combinar qualquer quantidade de incertezas em uma mesma planilha, recorrendo-se à técnica de Monte Carlo. Desta forma, milhares de iterações proporcionam uma estimativa do desvio padrão dos retornos, utilizado para representar os movimentos ascendentes e descendentes ao longo da árvore binomial.

Copeland & Antikarov (2001) utilizam um modelo com quatro etapas para avaliar opções reais, resumidos na Figura 6. A primeira etapa consiste em calcular o valor presente do projeto através da metodologia tradicional de FCD, sem considerar as flexibilidades do investimento. Projetam-se os fluxos de caixa ao longo da vida do projeto e descontam-se estes valores a valor presente.

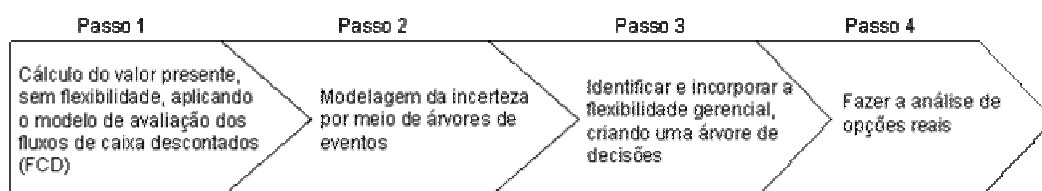
A segunda etapa da metodologia é a construção de uma árvore de eventos, que tem como alicerce um conjunto de incertezas combinadas que influenciam a volatilidade do projeto. Esta árvore de eventos não incorpora as decisões, mas tem como objetivo modelar a incerteza que influencia o valor do ativo subjacente. Em geral, pressupõe-se que as incertezas que influenciam o valor do projeto podem ser combinadas em uma única incerteza, utilizando-se a técnica de Monte Carlo. Esta incerteza única, resultado da combinação das incertezas inerentes ao projeto corresponde à distribuição dos retornos do projeto. Ao estimar a volatilidade dos fluxos de caixa do projeto, torna-se simples a tarefa de construir uma árvore binomial. Esta etapa serve para entender melhor como o valor presente do projeto evolui ao longo do tempo e ainda não estão incluídas as flexibilidades do projeto, ou seja, o valor do mesmo deve ser igual ao valor da primeira etapa. Deve-se estimar a incerteza utilizando como referência dados históricos ou estimativas gerenciais.

O terceiro passo do modelo de Copeland & Antikarov (2001) é a determinação das decisões gerenciais que serão tomadas nos nós das árvores de eventos (flexibilidades) com o objetivo de transformá-la em uma árvore de decisões. Enquanto as árvores de eventos modelam o conjunto de valores que o ativo subjacente pode assumir ao longo do tempo, as árvores de decisões demonstram os retornos das decisões ótimas, condicionadas às situações que se apresentam. Desta forma, os retornos das árvores de decisão correspondem àqueles resultantes da opção, ou opções, que se objetiva valorar. Neste modelo aplica-se a idéia de que os preços adequadamente antecipados à volatilidade dos fluxos de caixa do projeto começam pelas incertezas de preços, custos, volume vendido e quantidade de capital a ser investido. Em geral, estas incertezas estão correlacionadas umas com as outras. Ao longo do tempo. Considerando-se que é possível reduzir estas incertezas a uma única incerteza (retorno do projeto) e que o

retorno do projeto segue um caminho aleatório, então, é possível utilizar a árvore de decisões sugeridas neste modelo.

A quarta e última etapa do modelo consiste em avaliar os retornos obtidos na árvore de decisões, aplicando-se os portfólios replicados ou as probabilidades neutras ao risco. A mecânica desta etapa foi explicada na seção anterior, onde ficou claro que a metodologia das probabilidades neutras ao risco é mais simples de se aplicar. A análise das opções reais do projeto terá como resultado o valor presente do projeto sem flexibilidade somado ao valor da opção (flexibilidades). Quanto maiores forem incertezas e o grau de flexibilidade gerencial, maior será o valor da opção.

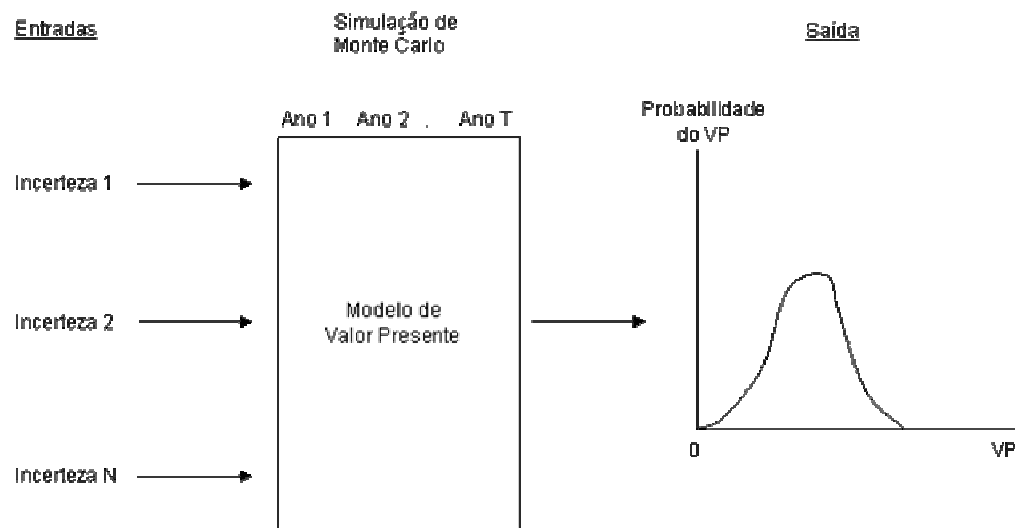
Figura 4: Resumo do Modelo de Quatro Etapas de Copeland & Antikarov



A premissa de que os retornos do projeto seguem um caminho aleatório (*random walk*) permite que seja possível combinar diversas incertezas em uma única incerteza no modelo, que corresponde a incerteza associada ao processo estocástico do valor do projeto. Segundo Copeland & Antikarov (2001), os parâmetros deste processo podem ser estimados utilizando-se uma simulação de Monte Carlo dos fluxos de caixa do projeto. Após calcular estes parâmetros, pode-se usar uma árvore binomial, modelo de tempo discreto, para aproximar o processo estocástico de tempo contínuo, explicado em seção anterior.

Copeland & Antikarov (2001) sugerem a utilização de programas computacionais, como Crystal Ball ou @Risk, para realizar uma simulação de Monte Carlo, onde podem ser combinadas diversas incertezas dentro de um modelo de cálculo do valor presente em uma planilha. A Figura 5 (Copeland & Antikarov, 2001, pág. 246) ilustra a mecânica desta abordagem.

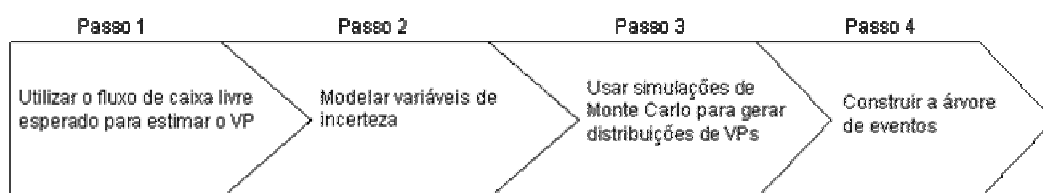
Figura 5: Emprego da Simulação de Monte Carlo para Montagem de Árvores Binomiais



No modelo, cada amostra de um conjunto de parâmetros gera uma estimativa do valor presente do projeto, representado por “ VP_t ”. A volatilidade utilizada no modelo da árvore binomial é a volatilidade da taxa de retorno. Copeland & Antikarov (2001) convertem valores obtidos na planilha em taxas de retorno utilizando a relação $VP_t = VP_0 e^{rt}$ e $\ln \frac{VP_t}{VP_0} = rt$. Para $t = 1$, isto corresponde a uma simples transformação que ajuda a converter consecutivas extrações aleatórias de estimativas de valor presente em uma simulação de Monte Carlo e no desvio padrão da taxa de retorno (volatilidade do projeto).

A metodologia proposta por Copeland e Antikarov (2001) para estimar a volatilidade e montar uma árvore de eventos com base em uma simulação de Monte Carlo é ilustrada pela Figura 6.

Figura 6: Simulação de Monte Carlo para Construir uma Árvore de Eventos



A metodologia inicia-se com a elaboração de uma planilha de cálculo do valor presente descontado pelo custo médio ponderado de capital da empresa (WACC). Então, modelam-se as variáveis de incerteza na planilha para definir como o intervalo de confiança varia ao longo do tempo. A planilha deve captar não só os valores, como também as relações funcionais que permitem a previsão dos fluxos de caixa. Uma vez preparada planilha, utilizam-se simulações de Monte Carlo para construir a distribuição de probabilidades dos possíveis valores presentes do projeto e obter uma estimativa do desvio padrão das taxas de retorno. Após estes passos, deve-se construir a árvore de eventos, onde a volatilidade a ser utilizada é baseada na relação $\ln\left(\frac{V_t}{V_0}\right)$.

Após realizar a simulação de Monte Carlo, tem-se como resultado a volatilidade “ σ ” das taxas de retorno do projeto. A árvore de eventos proporciona os valores do projeto subjacente sem incluir as flexibilidades. Para construí-la, deve-se calcular os valores de “ u ” e “ d ”, onde $u = e^{\sigma\sqrt{T}}$ e “ d ” é obtido a partir da relação $d = \frac{1}{u}$.

Uma vez realizadas estas etapas, o passo seguinte da metodologia de Copeland & Antikarov (2001) é incluir os nós de decisão na árvore de eventos para transformá-la em uma árvore de decisões, com as flexibilidades (opções) incluídas. A etapa final da metodologia é utilizar as probabilidades neutras ao risco para avaliar as decisões embutidas na árvore de decisões, com o objetivo de obter o valor do projeto com a flexibilidade.

2.7.Método de Avaliação Proposto por Brandão, Dyer e Hahn (2005)

Brandão, Dyer e Hahn (2005), doravante BDH (2005), sugeriram um modelo para valorar opções reais baseado na abordagem de construção de árvores binomiais de decisão de Copeland & Antikarov (2001), com algumas mudanças propostas para a metodologia.

BDH definem algumas notações para seu modelo que encontram-se resumidas na Tabela 2.

Tabela 2: Notações do Modelo BDH (2005)

C_i	Fluxo de Caixa no período i (variável aleatória)
V_i	Valor, com incerteza, do Projeto no período i (variável aleatória)
$\bar{V}_i$ e $\bar{C}_i$	Médias correspondentes às variáveis acima
V_{ij} C_{ij}	Valores associados com aproximações discretas das respectivas variáveis aleatórias
$z_i = \frac{V_{i+1}}{V_i}$	Retorno no período entre "i" e "i +1"
$dV = \mu V dt + \sigma V dw$ onde $\mu = \bar{z} + \frac{1}{2} \sigma^2$ e $dw = \varepsilon \sqrt{dt}$	Representação de um Movimento Geométrico Browniano

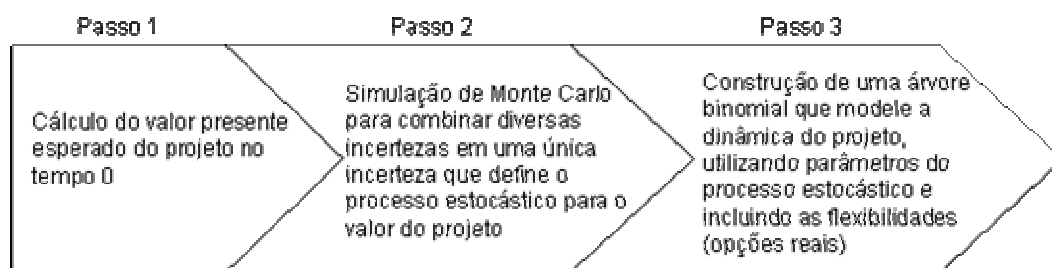
O modelo BDH (2005) assume a premissa de que o valor do projeto evolui seguindo um movimento geométrico browniano (MGB). Considerando esta premissa, o logaritmo do retorno aleatório, definido por $z_i = \ln \left(\frac{V_{i+1}}{V_i} \right)$, possui distribuição normal, e, por definição, $\bar{z}$ e σ^2 são, respectivamente, a média e a variância desta distribuição normal. Isto implica que a distribuição do valor do projeto é lognormal. Por esta razão, “ V_i ” possuirá distribuição lognormal e pode ser modelado como um processo estocástico de MGB, representado por

$dV = \mu V dt + \sigma V dw$, onde $\mu = \bar{z} + \frac{1}{2}\sigma^2$ e $dw = \varepsilon\sqrt{dt}$ é um processo padrão de Wiener.

A premissa de que o valor do projeto segue um movimento aleatório é importante para projetos que envolvem diversas incertezas porque permite que qualquer quantidade de incertezas possam ser combinadas em uma única incerteza, que corresponde a incerteza associada com o processo estocástico do valor do projeto “ V ”. Os parâmetros deste processo podem ser obtidos através de uma simulação de Monte Carlo dos fluxos de caixa do projeto. Uma vez calculados os parâmetros, pode-se utilizar um modelo de tempo discreto de uma árvore binomial para aproximar o resultado de um processo estocástico de tempo contínuo.

A explicação do modelo BDH (2005) começa considerando-se um projeto com duração de “ n ” períodos, que requer um investimento “ I ” para sua implementação e gera fluxos de caixa esperados igual a “ C_i ”, onde $i = 1, 2, \dots, n$ em cada um destes períodos. Para simplificar, o modelo parte do princípio de que os fluxos de caixa são pagos instantaneamente ao final de cada período, de forma análoga ao pagamento de dividendos das ações. Este modelo divide-se em três passos, conforme ilustrado pela Figura 7.

Figura 7: Resumo das Etapas do Modelo BDH (2005)



Os dois primeiros passos são idênticos à metodologia proposta por Copeland & Antikarov (2001). O terceiro passo inclui uma metodologia de solução alternativa com base em uma árvore binomial, o que oferece vantagens em termos computacionais e uma lógica mais intuitiva.

No primeiro passo BDH (2005) propõem que o valor presente no tempo 0 seja calculado pela metodologia tradicional do fluxo de caixa descontado, conforme Copeland & Antikarov (2001) também sugerem, sem considerar as flexibilidades do projeto. Os fluxos de caixa devem ser estimados e descontados a valor presente através de uma taxa “ μ ”, que inclui o risco do projeto, para obter o valor presente esperado do projeto. O valor presente esperado do projeto pode ser calculado pela equação $\bar{V}_t = \sum_{i=t}^n \frac{\bar{C}_i}{(1+\mu)^{i-t}}$. A distribuição lognormal do valor do projeto pode ser definida pela média e desvio padrão dos seus retornos. Utiliza-se a premissa de que o valor presente do projeto sem considerar as opções é o melhor estimador do valor de mercado de um projeto (MAD), explicado anteriormente.

A segunda etapa do modelo BDH consiste em estimar a volatilidade do projeto, que corresponde ao desvio padrão dos seus retornos, através de uma simulação de Monte Carlo. As incertezas do projeto são incluídas como *inputs* variáveis da simulação em uma planilha com o cálculo dos fluxos de caixa do projeto. Desta forma, para cada iteração de uma simulação, é gerado um novo valor para os fluxos de caixa futuros “ c_i ”, onde $i = 1, \dots, n$. Neste modelo, um novo valor do projeto “ v_1 ” ao final do primeiro período é calculado a partir da fórmula $v_1 = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{(1+\mu)^{i-1}}$. Posteriormente, uma amostra da variável aleatória “ z ”

pode ser determinada utilizando-se a relação $z = \ln\left(\frac{V_1}{\bar{V}_0}\right)$, onde

$\bar{z} = E(z)$ corresponde à média da distribuição dos retornos do projeto entre os períodos 0 e 1. A partir dos resultados da simulação, é possível obter o desvio padrão estimado de “ z ”, representado por “ s ”. Portanto, a volatilidade do projeto “ σ ” é definida como o desvio padrão percentual anualizado dos seus retornos e é estimada com base na relação $\frac{s}{\sqrt{\Delta t}}$, onde “ Δt ” é o intervalo de tempo utilizado na planilha do cálculo do fluxo de caixa. Se o período de tempo entre “ V_1 ” e “ $\bar{V}_0$ ” é igual a um ano, então $\sigma = s$.

Uma vez concluída a segunda etapa, com a determinação da volatilidade do projeto e o valor esperado inicial do projeto “ $\bar{V}_0$ ”, o próximo passo consiste em construir uma árvore binomial para modelar o processo estocástico para o valor do projeto. A volatilidade para cada período de tempo da árvore binomial é representada por $\sigma\sqrt{\Delta t}$, onde “ Δt ” corresponde a periodicidade utilizada na árvore. Este seria a abordagem sugerida por Copeland & Antikarov (2001).

O modelo BDH utiliza uma árvore binomial e expressa o valor do projeto com base nos fluxos de caixa do projeto como variável. Utiliza-se a taxa de *payout*, definida por $\delta_i = \frac{\bar{C}_i}{\bar{V}_i}$, para calcular os fluxos de caixa gerados ao final de cada período como uma função do valor do projeto. Na abordagem de BDH (2005), assume-se que os fluxos de caixa variam ao longo do tempo, como reflexo do valor incerto do projeto, porém, considera-se que estes mesmos fluxos de caixa vão permanecer uma fração constante do valor residual do projeto para cada período de tempo. Portanto, estes fluxos de caixa, denominados “ $C_{i,j}$ ”, serão uma função do valor do projeto e representarão o processo estocástico que define o modelo binomial.

O primeiro passo para se obter os fluxos de caixa é construir uma árvore de valores iniciais dos fluxos de caixa gerados. Estes valores são calculados de acordo com as equações $V_i^u = (V_{i-1} - V_{i-1}\delta_{i-1})u$ e $V_i^d = (V_{i-1} - V_{i-1}\delta_{i-1})d$, onde “ u ” e “ d ” representam os valores de alta e baixa, respectivamente. A lógica desta relação fica mais clara quando observa-se que “ V_{i-1} ” corresponde ao valor do projeto no período anterior, e a fórmula $C_{i-1} = V_{i-1}\delta_{i-1}$ representa o fluxo de caixa gerado ao final do período, que reduz o valor do projeto nos períodos subsequentes.

No período inicial, onde “ $i = 0$ ”, não há fluxo de caixa gerado, uma vez que o projeto ainda não foi iniciado; logo podemos afirmar que $\delta_0 = 0$. Portanto, no primeiro período, “ $i = 1$ ”, podemos afirmar que $V_1^u = uV_0$ e $V_1^d = dV_0$, ao aplicar as equações mencionadas no parágrafo anterior. Para todos os períodos subsequentes, assume-se que a taxa de *payout* dos fluxos de caixa, “ δ ”, é constante, embora os valores de fluxo de caixa e do projeto possam variar ao longo do tempo. Em outras palavras, os fluxos de caixa de cada período correspondem a uma proporção fixa do valor do projeto a partir do segundo período, onde “ $i = 2$ ”. Conseqüentemente, o fluxo de caixa descontado de cada período pode ser representado por $C_{i,j} = \frac{V_{i,j} \delta_i}{(1+r)^i}$. Esta equação fornece o valor

dos ramos da árvore binomial para cada nó de decisão. Como são utilizadas as probabilidades neutras ao risco, estes fluxos de caixa são descontados pela taxa de juros livre de risco, “ r ”, para se calcular o valor presente do projeto no período “ $i = 0$ ”.

A forma como esta abordagem utiliza os fluxos de caixa do projeto fornece um melhor nível de detalhe para modelar a operação do projeto e os efeitos das decisões gerenciais (flexibilidades). Além disso, o modelo BDH (2005) permite a inclusão na árvore de opções de abandono a qualquer tempo (*PUT* americana), opções de expansão e contração, que podem ser facilmente inseridas, modeladas como uma mudança percentual no fluxo de caixa básico. Um exemplo desta aplicação da abordagem seria uma opção de vender o projeto por 50% do seu valor que seria modelada como uma redução de 50% nos fluxos de caixa subsequentes. Outro exemplo seria a opção de expandir as operações que seria modelada como um aumento percentual dos fluxos de caixa subsequentes.

A utilização dos fluxos de caixa ao invés do valor do projeto facilita a modelagem da avaliação de opções reais através de árvores de decisão que podem ser elaboradas com a utilização de softwares de computador facilmente disponíveis no mercado. Neste trabalho foi adotada a abordagem BDH (2005) para avaliar as opções reais do projeto.

2.8.A Teoria de Opções Reais Aplicada à Indústria de *Venture Capital*

A indústria de VC já foi alvo de diversos artigos internacionais com foco na metodologia de opções reais.

Soon (2002) estudou as implicações da teoria de opções reais no comportamento dos investidores de VC na tomada de decisão. Neste trabalho, o autor descreve os impactos na tomada de decisão quando há opções reais envolvidas e investiga como o comportamento dos gestores é afetado, utilizando uma metodologia específica para entender o comportamento na tomada de decisão de investimento com e sem a presença de opções reais para identificar mudanças de comportamento. São utilizados questionários cujas perguntas tentam extrair o comportamento dos gestores na tomada de decisão de investimentos. O trabalho consistiu em uma pesquisa de abordagem qualitativa, ao contrário da maioria das abordagens sobre opções reais, e abrange empresas de alta tecnologia, e o autor conclui que a presença de opções reais influencia mais fortemente três importantes áreas da tomada de decisão: estratégia, estrutura e avaliação do investimento.

A estratégia de investimento corresponde ao foco da atividade (indústria), estágio de desenvolvimento, tamanho do financiamento e região geográfica. De acordo com a pesquisa, os investidores consideram que a estratégia de investimento precisa ser flexível o suficiente para aproveitar as oportunidades criadas por mudanças de mercado. Em relação à avaliação do investimento, a presença de opções reais tem alta influência no comportamento da tomada de decisão. Finalmente, a pesquisa de Soon (2002) explicita que a estrutura de investimento possui significativo impacto na tomada de decisão quando há opções reais; a estrutura de investimento deve ser flexível para que a empresa possa crescer livremente e deve criar uma estrutura que permita o relacionamento entre o investidor e a gestão da empresa.

Abordagens da teoria de opções reais podem ser empregadas para avaliar a flexibilidade na tomada de decisão de projetos com investimentos divididos por fases. Com base nesta afirmativa, Li (2002) desenvolveu um trabalho com foco

em um investimento de duas fases em empresas de VC. O autor considera que as empresas de VC utilizam diferentes montantes de capital e vivem diferentes estágios de desenvolvimento. As empresas de VC normalmente são estruturadas em investimentos divididos por fases. Para atingir lucros altos, o capital empregado precisa ser racionalmente alocado, sendo necessário evitar investimentos precipitados no início e hesitações quando mais investimentos são necessários. Por motivos óbvios, investimentos adicionais devem ser suspensos e o capital inicial deve ser recuperado, na medida do possível, quando a empresa de VC apresenta perspectivas ruins. Nestes casos, as flexibilidades presentes em investimentos divididos por fases devem ser consideradas na tomada de decisão, ao invés de se adotar um modelo mecânico com uma metodologia do tipo investir agora ou nunca. Para resolver este tipo de problema, a abordagem de opções reais possui evidentes vantagens sobre o tradicional método de fluxo de caixa descontado. A partir da abordagem de opções reais, o trabalho desenvolvido por Li (2002) tem como objetivo sugerir um modelo de avaliação para estabelecer proporções ótimas de investimentos por fases.

O estudo de Li (2002) é baseado, inicialmente, em uma análise da função lucro e a abordagem de opções reais em um investimento dividido em duas fases: start up e expansão. Depois de operar por um determinado período de tempo (fase start up), a empresa pode acumular informações suficientes para projetar de maneira mais clara os possíveis retornos futuros e decidir sobre a expansão do investimento, manutenção da operação sem novos investimentos ou até mesmo abandonar o projeto e tentar reaver ao menos parte do investimento inicial. Neste momento, existem duas opções no projeto: uma CALL européia (opção de expansão) e uma PUT européia (opção de abandono), com ambas possuindo mesma data de vencimento. O autor também propõe em seu estudo a utilização de modelos estocásticos para descrever as incertezas relacionadas ao investimento. O autor assume que as vendas e os preços seguem um movimento geométrico browniano. Em seguida, é realizada a derivação do valor da função da flexibilidade na tomada de decisão. Por fim, o autor utiliza técnicas matemáticas para calcular as proporções ótimas em um estudo de caso de uma empresa de biotecnologia. Neste estudo de caso, o autor não calcula o valor de cada opção

real presente no projeto, mantendo seu foco em estimar as proporções ótimas para as duas fases do investimento.

Para Mehler-Bicher & Ahnefeld (MA), os investidores de venture capital necessitam de técnicas de avaliação sensíveis e realistas para tomar decisões de investimento lucrativas. Porém, para MA (2002), avaliar empresas de alto potencial de crescimento e em fase de desenvolvimento inicial representa um grande desafio. Segundo os autores, empresas de venture capital, especialmente empresas start up, podem possuir diversas opções como investimentos adicionais caso a empresa apresente números favoráveis (opção de expandir). MA (2002) afirmam que o tradicional método de fluxo de caixa descontado não é capaz de incluir e precificar estas opções e sugerem a utilização da teoria de opções reais para valorá-las.

O objetivo de MA (2002) é aplicar e testar um modelo de opções reais para avaliar investimentos em venture capital. Os autores utilizam um caso fictício de uma empresa start up que realiza leilões pela Internet com foco na indústria de computadores e eletrônicos. A empresa busca um investidor para a fase inicial de seu desenvolvimento, dando preferência por um investidor de venture capital, capaz de prover futuros aportes adicionais em anos subseqüentes.

O estudo de caso elaborado por MA (2002) representa uma empresa start up que necessita de um investimento inicial e dois aportes adicionais futuros, sendo que somente o investidor inicial possuirá o direito de investir futuramente no empreendimento, o que corresponde uma opção de expansão. Quanto aos aportes futuros, o investidor pode tomar a decisão de investir ou não, dependendo do desempenho da empresa e das condições de mercado. O investimento, neste cenário, pode ser visto como a compra de duas CALL européias. Os autores utilizam como ativo objeto o valor potencial da empresa, as rodadas de aportes financeiros representam o custo do investimento e, posteriormente, os preços de exercícios. A volatilidade do ativo objeto é determinada pelo risco de mercado da indústria e tem origem na volatilidade da demanda e das margens.

Apesar do fato de se tratar de duas opções do tipo CALL européia, MA (2002) não utilizaram a equação de Black & Scholes, optando por aplicar a abordagem binomial desenvolvida por Cox, Ross e Rubinstein em 1977, devido ao fato de esta metodologia ser mais transparente e simples de entender. Além disso, os autores também realizaram uma análise de sensibilidade para quantificar a influência de cada parâmetro no valor da opção. Os autores utilizam simulações de Monte Carlo para estimar a volatilidade do ativo objeto. Primeiramente, são identificadas as variáveis que determinam a volatilidade, são incluídas as diferentes fontes de incerteza separadas e são determinadas as propriedades estocásticas destas mesmas variáveis. Posteriormente, os autores calculam a taxa de retorno e realizam inúmeras iterações para obter o desvio padrão da mesma, o que representa a volatilidade que consolida todas as incertezas incluídas no modelo em função da taxa de retorno. Para calcular as opções reais do projeto, MA (2002) utilizaram a média dos desvios padrões estimados para os próximos dez anos. Após este passo, os autores elaboram uma árvore de eventos, determinam o valor das opções no final dos nós da árvore e trazem estes valores a valor presente.

Surpreendentemente, a análise de sensibilidade realizada pelos autores conclui que as opções de expansão do projeto incorporam apenas um pequeno valor. MA (2002) afirmam ainda que, caso isto possa ser comprovado por uma pesquisa empírica, pode-se considerar que abordagens tradicionais de avaliação de investimentos seriam adequadas para avaliar projetos de venture capital. Nesta hipótese, a abordagem tradicional de fluxo de caixa descontado geraria resultados bastante semelhantes à metodologia de opções reais. Porém, os autores destacam que diversas premissas adotadas neste estudo de caso fictício impedem que sejam tomadas conclusões em relação a isto.

Hsu (2002) desenvolveu um modelo baseado no método de avaliação de opções reais para analisar a decisão de dividir os investimentos de *venture capital* em estágios. Quando os investimentos são divididos em estágios, o investidor obtém uma opção de espera, ou seja, parte dos investimentos ficam para períodos futuros, quando já se consegue mitigar parte das incertezas.

Neste trabalho, Hsu (2002) conclui que os investidores em *venture capital* tendem a dividir os investimentos em estágios quando:

- a taxa esperada de crescimento do valor de mercado do empreendimento é menor;
- é necessário mais capital em rodadas futuras de financiamento;
- o empreendimento encontra-se em fases mais iniciais de desenvolvimento

Aplicar técnicas de avaliação de opções reais à investimentos em *venture capital* também foi o alvo de Cossin, Leleux & Saliasi (2002), doravante CLS (2002), porém, com um enfoque diferente.

Neste trabalho, os autores utilizaram a metodologia de opções reais para investigar os impactos de quatro tipos de *legal covenants* bastante comuns em contratos de investimento em *venture capital*, listados abaixo:

- Preferência na liquidação;
- Conversibilidade;
- Divisão dos investimentos em estágios;
- Provisão anti-diluição

CLS (2002) demonstram os efeitos destes quatro tipos de cláusulas contratuais no valor dos contratos e na distribuição final de lucros. Os autores apresentam a complexa interação das cláusulas entre si e como elas afetam umas às outras.

Os autores concluem que as análises lineares de TIR e VPL não funcionam para avaliar estes tipos de cláusulas, e que a metodologia de opções reais desempenha melhor este papel. Os resultados deste trabalho ajudam no desenvolvimento da estrutura dos contratos de investimento em *venture capital*.

Neste trabalho, CLS (2002) também concluem que estas flexibilidades contratuais não devem ser vistas individualmente, mas sim como uma cesta de flexibilidades e opções, onde cada uma é capaz de afetar o valor das demais.