2
Referencial Teórico

2.1
Gerando Valor para a Empresa

O objetivo de todo gestor de empresas é maximizar o valor da empresa, aumentando a riqueza dos seus acionistas. Esta geração de valor ocorre através do retorno dos investimentos que são feitos pela empresa. Porém, a determinação dos investimentos a serem feitos é a grande questão. Devemos alocar os recursos da empresa, que são limitados, nos investimentos de forma que tenhamos uma utilização ótima destes recursos.

Segundo Copeland e Antikarov (2002), no equilíbrio, todas as pessoas, independentemente de suas preferências temporais de consumo hoje em relação ao consumo amanhã, optarão por investir, até que a taxa marginal de retorno sobre a última unidade investida seja igual à taxa de mercado. Se forem acionistas de uma empresa, sua riqueza coletiva será maximizada se os gestores seguirem uma regra de decisão simples – investir até que a taxa de retorno esperada sobre o investimento marginal se iguale ao custo do capital. Neste caso a regra de maximização da riqueza por meio de investimento está separada de qualquer informação sobre curvas de utilidade individuais.

O Valor Presente Líquido (VPL) é, hoje, a ferramenta mais utilizada pelas grandes empresas na análise de seus investimentos.

Em pesquisa realizada em diversas bases de dados de trabalhos acadêmicos, não foi identificado nenhum trabalho reunindo opções reais e varejo. Os trabalhos relacionados à expansão e abertura de lojas no varejo focam na localização física de uma loja em um determinado mercado e na canibalização que ocorre nas lojas existentes quando da abertura de uma nova loja.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

2.2
Avaliação por Fluxo de Caixa Descontado

O método do VPL é visto como uma estimativa direta do aumento do valor da empresa e consequentemente dos acionistas. Este valor é calculado descontando os fluxos de caixa futuros do projeto pelo seu custo de oportunidade no tempo. Para calcular o VPL precisamos, então, estimar os fluxos de caixa livres do projeto, o valor do investimento e a taxa de desconto a ser utilizada para trazer os fluxos de caixa futuros a valor presente.

Os fluxos de caixa estimados, por sua vez, são divididos em duas fases. A primeira compreende os fluxos de caixa que são estimados a partir de projeções da receita, custos e etc. A segunda fase contém o valor residual ou perpetuidade. Na perpetuidade, assumimos que o fluxo de caixa se estende indefinidamente com uma taxa de crescimento constante ou nula. O valor residual é o valor presente deste fluxo de caixa infinito no ano zero da perpetuidade, ou seja, no último ano da projeção de resultado. Este valor é trazido a valor presente para o momento zero assim como todos os outros fluxos de caixa. A soma destes valores presentes no momento zero é subtraída do valor do investimento para obter tais fluxos, resultando o valor presente líquido. Se este VPL calculado for maior do que zero, diz-se que o projeto é viável, pois traz retorno acima do custo de capital aumentando o valor da empresa. Caso o VPL seja negativo, a recomendação é não realizar o projeto.

O valor a ser determinado, pode ser de dois tipos: o valor da empresa ou o valor da soma das ações dos acionistas. No caso de valor da empresa, trabalhamos com o fluxo de caixa livre da empresa, que é a estimativa de quanto a empresa gera de fluxo de caixa sem distribuir resultado para os credores. No caso do valor do acionista, utilizamos o fluxo de caixa do acionista que é o fluxo de caixa que está disponível para o acionista após pagar todos os custos, despesas e credores.

O custo de capital, por sua vez, é calculado utilizando-se o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) onde recorremos a dados comparáveis para fazer a estimativa do custo de capital do projeto. Neste caso procuramos outros ativos, empresas, indústrias, que consideramos ter o mesmo perfil de risco, e conseqüentemente o mesmo beta do nosso projeto. O CAPM nos traz o custo de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

capital próprio (*Ke*) e deve ser a taxa de desconto se estamos calculando em nosso projeto os fluxos de caixa do acionista.

No caso de utilizarmos os fluxos de caixa livres da empresa devemos utilizar o custo médio ponderado de capital (WACC) onde o custo de capital é calculado como uma ponderação, a valor de mercado, dos custos de capital próprio, calculado pelo CAPM, e do custo da dívida, já descontado o efeito fiscal.

O valor de mercado da empresa ou de suas ações é calculado então como:

$$Valor = \sum_{t=1}^{n} \frac{FC_t}{(1+i)^t} \qquad \text{Equação 2.1}$$

Onde:

Valor = Valor do projeto

FC = Fluxos de caixa projetados (da empresa, ou do acionista)

i = Taxa de desconto (WACC para empresa ou *Ke* para acionista)

n = Número de períodos do fluxo de caixa

Os dois métodos de cálculo devem levar a um mesmo resultado. O valor da empresa calculado utilizando-se os fluxos de caixa livres e o WACC deduzido do valor presente de mercado das dívidas será igual ao valor das ações dos acionistas calculado utilizando-se os fluxos de caixa dos acionistas e o *Ke*.

2.2.1 Limitações do FCD

As principais limitações do FCD surgem pelo fato de o projeto ser valorado projetando fluxos de caixa esperados apenas com base nas informações que temos hoje e desconsiderar as flexibilidades gerenciais que existem ao longo do projeto.

Ao longo do tempo, algumas incertezas irão diminuir, outras virão e novas condições de mercado serão levadas em conta pelos gestores do projeto. Ao longo do projeto os gestores atuam na sua execução para maximizar o seu valor, com base em novas informações que não estavam disponíveis no momento inicial.

Segundo Copeland e Antikarov (2002) é ilusório acreditar que o VPL esperado capte o valor da flexibilidade que os tomadores de decisão têm ao

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

empreender um projeto. Ainda segundo os autores, o VPL subestima sistematicamente todo projeto.

2.3
Avaliação por Opções Reais

2.3.1
O valor das flexibidades

Segundo Copeland e Antikarov (2002), uma opção é o direito, mas não a obrigação, de empreender uma ação a um custo pré-determinado por um período pré-estabelecido.

A maioria das decisões de investimento possui três importantes características em diferentes graus. A primeira é a irreversibilidade do investimento inicial no projeto que é total ou parcialmente afundado, ou seja, não se consegue recuperá-lo se houver alguma mudança de curso no projeto. Segundo Dixie e Pindyck (1994), a razão disso é que uma empresa que está avaliando uma oportunidade de investimento tem uma opção de compra nas mãos, ou seja, ela tem o direito, mas não a obrigação de fazer o investimento no projeto. Quando a empresa realiza o investimento ela exerce ou acaba com a opção de investir. A empresa abre mão da possibilidade de aguardar por novas informações que poderiam afetar a decisão de investir ou o momento melhor de investir. A perda desta opção tem um custo de oportunidade que precisa ser incluído no custo do investimento. Devemos observar, então, que a opção de investir tem valor, mesmo que a empresa não tenha ainda realizado o investimento. Segundo Damodaram (1999), mesmo que um valor presente negativo do projeto deva encorajar a empresa a rejeitar o projeto, não deveria levar a concluir que os direitos sobre este projeto não têm valor. Se perdermos este valor da opção quando o investimento é realizado, então o valor do projeto deve cobrir não somente o valor do investimento, mas também, o custo de oportunidade de manter a opção de investir. A segunda é a incerteza sobre o retorno futuro do investimento no projeto, onde, segundo Dixie e Pindyck (1994) o máximo que o investidor pode fazer é atribuir probabilidades hoje aos possíveis resultados. Desta forma quanto maior a incerteza sobre o comportamento do projeto, maior valor terão as flexibilidades

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

embutidas neste e, consequentemente, maior o valor das opções. A terceira característica é que exista flexibilidade suficiente no projeto para que os gestores possam interferir no andamento deste, (adiando, suspendendo, contraindo, expandindo, abandonando, etc.) de acordo com os novos cenários que irão se descortinar no futuro, ao longo do projeto.

Estas três características que estão presentes na maioria dos projetos que avaliamos são os pré-requisitos para que um projeto apresente valor de opção. Embora se saiba que elas existem há tempos, o método do FCD não consegue valorá-las. Com o desenvolvimento do modelo Black-Scholes e a possível valoração destas opções, passamos a ter a possibilidade de incorporar o valor de tais flexibilidades ao projeto.

2.3.2
Valorando Opções

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

Uma opção de compra é um direito, e não uma obrigação, que seu detentor tem de comprar um ativo por um preço pré-acertado, em uma determinada data futura. Se na data acertada o preço do ativo no mercado estiver maior do que o preço pré-acertado, o detentor exerce a opção e compra o ativo pelo preço pré-acertado. Caso o preço de mercado do ativo esteja menor que o preço pré-acertado, o detentor não exerce a opção, pois é mais vantajoso comprar o ativo no mercado (é quando dizemos que a opção "virou pó").

No caso de uma opção de venda, o seu detentor tem o direito de vender um ativo a um preço pré-acertado, em uma determinada data futura. Se na data acertada o preço do ativo no mercado estiver menor do que o preço pré-acertado, o detentor da opção a exerce vendendo pelo preço pré-acertado. Caso o preço do ativo no mercado esteja maior que o preço pré-acertado, é mais vantajoso vender o ativo no mercado e com isso a opção não é exercida, virando pó.

Existem dois tipos de opções em relação ao prazo de exercício. A opção européia só pode ser exercida no seu vencimento, enquanto as opções americanas podem ser exercidas a qualquer momento até a data de vencimento.

De acordo com Damodaram (1999), o valor das opções, tanto financeiras como reais, depende basicamente de seis variáveis:

- Valor atual do ativo subjacente sujeito a risco: Opções são ativos derivados de um ativo subjacente. Logo , variações no valor do ativo subjacente afetam o valor da opção. Numa *Call* (opção de compra de ativo) um aumento do valor do ativo subjacente aumenta o valor da opção, enquanto em uma *Put* (opção de venda de ativo) um aumento do valor do ativo subjacente diminui o valor da mesma;
- Variância do valor do ativo subjacente sujeito a risco: Quanto maior o risco (desvio padrão dos retornos) do ativo subjacente, maior será o valor da opção. Isto se deve ao fato de o comprador da opção ter o direito de comprar ou vender o ativo a um preço fixo e quanto maior o desvio padrão maior a probabilidade de o preço do ativo estar acima ou abaixo deste preço fixo. Este comportamento é verdadeiro tanto para *Calls* quanto para *Puts*;
- Dividendos pagos pelo ativo subjacente sujeito ao risco: Dividendos podem ser pagos pelo ativo subjacente durante o período de exercício da opção e afetam o valor do ativo, pois parte do seu valor é distribuído antes do exercício da opção. O pagamento de dividendos diminui o valor das *Calls* e aumenta o valor das *Puts*;
- Preço de Exercício: É o valor a ser pago para comprar o ativo, no caso de uma *Call,* ou o valor a ser recebido na venda do ativo, no caso de uma *Put*. Quanto maior o preço de exercício menor o valor de uma *Call* e maior o valor de uma *Put*;
- Vencimento da opção: Tanto *Calls* quanto *Puts* aumentam seu valor com o aumento do prazo até o vencimento. Quanto maior o tempo até o vencimento, maior a probabilidade de o preço do ativo estar acima ou abaixo do preço de exercício;
- Taxa de juros livre de risco correspondente à vida da opção: A medida que a taxa de juros livre de risco aumenta, o valor da opção também se eleva.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

2.3.3
Modelo Black-Scholes

Em 1973 Fischer Black e Myron Scholes apresentaram um modelo para avaliação de opções de compra européias. De acordo com o modelo proposto, uma ação segue um processo estocástico conhecido por Movimento Geométrico Browniano, assumindo que a distribuição dos preços da ação é lognormal e, portanto, a distribuição dos retornos das ações é normal.

As principais premissas do modelo Black-Scholes são:

- O preço dos ativos tem uma distribuição lognormal com retorno e volatilidade constantes.
- A taxa de juros livre de risco é constante.
- Não existem custos de transação, impostos ou margens.
- Todos os ativos são perfeitamente divisíveis.
- O ativo objeto não paga dividendos ou qualquer outro rendimento.
- Não existem oportunidades de arbitragem livre de risco.
- A negociação com o ativo objeto é contínua, e não discreta.
- Vendas a descoberto são permitidas e pode-se tomar qualquer valor à taxa de juros corrente.

Partindo do lema de Ito e utilizando sistemas de equações diferenciais, Black e Scholes chegam à seguinte fórmula para o cálculo do valor de uma opção de compra européia:

$$C = SN(d_1) - K\,e^{-rt}\,N(d_2) \qquad \text{Equação 2.2}$$

Sendo:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)^t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad \text{Equação 2.3}$$

e

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \qquad \text{Equação 2.4}$$

Onde:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

$N(d_1)$ = Função de distribuição normal acumulada para d_1

$N(d_2)$ = Função de distribuição normal acumulada para d_2

C = Valor da opção de compra européia

S = Valor atual do ativo

K = Preço de exercício da opção

t = período de tempo até o vencimento da opção

r = taxa de juros livre de risco correspondente à vida da opção

σ^2 = Variância do logaritmo neperiano (ln) do valor do ativo

2.3.3.1
Diferenças Entre Ativos Financeiros e Reais

O modelo Black-Scholes, porém, apresenta algumas limitações quando tentamos aplicá-lo diretamente para avaliação de opções sobre ativos reais. A moderna teoria de finanças foi desenvolvida tomando-se por base os ativos financeiros. Logo, os métodos do fluxo de caixa descontado, os cálculos pelo CAPM, a teoria de opções e etc., foram desenvolvidos baseados em ativos financeiros e depois foram de certa forma estendidos e adaptados para o mundo dos ativos reais. Para entender essa passagem, vejamos primeiramente quais as principais diferenças entre ativos financeiros e ativos reais de uma forma mais ampla. Logo a seguir, vamos listar as principais limitações do modelo Black-Scholes para avaliar ativos reais.

Brandão (2002) faz um resumo destas diferenças e suas implicações, conforme tabela 1 abaixo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

Ativos Financeiros	Ativos Reais	Comentário
Divisibilidade	Indivisibilidade	Projetos não são divisíveis; Valor do controle faz com que o todo não corresponda à soma das partes
Repetição de eventos	Eventos únicos	Não replicabilidade reduz utilidade de medidas estatísticas
Alta liquidez	Baixa liquidez	Baixa liquidez aumenta o risco
Baixo custo de transação	Alto custo de transação	Viola premissa do CAPM
Informações amplamente difundidas	Assimetria de informação entre investidores	Permite ganhos de arbitragem
Existe mercado	Ausência de mercado	Sem preço de mercado
Risco de mercado	Risco de mercado e risco privado	Risco privado não correlacionado com o mercado
Curto prazo	Longo prazo	Tempo para expiração

Tabela 1 - Diferenças entre Ativos Financeiros e Ativos Reais

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

Uma outra diferença se refere ao poder do detentor da opção de alterar o valor do ativo subjacente ao risco. No caso das opções financeiras o detentor da opção não tem poder para afetar o preço do ativo, enquanto que no caso de opções reais os executivos têm a flexibilidade de alterar o projeto e com isso afetar o valor deste, que é o ativo subjacente ao risco.

Para a maior parte destas diferenças, simplesmente afrouxamos as premissas originais dos modelos. No caso da inexistência de mercado, veremos no capítulo 3 como essa questão é contornada através de uma premissa sugerida por Copeland e Antikarov (2002) de que o preço de mercado do ativo é o valor presente do fluxo determinístico do projeto.

Na transcrição do modelo Black-Scholes para o mundo dos ativos reais, surgem algumas questões, que em alguns casos são praticamente impeditivas, a não ser pelo uso de hipóteses bastante simplificadas ou grandes adaptações do modelo. Como principais limitadores da aplicação do modelo Black-Scholes para ativos reais, temos:

- A opção só pode ser exercida no vencimento, ou seja, é uma opção européia. No caso de ativos reais a maior parte das opções é do tipo americana, pois as flexibilidades existem e os projetos podem ser alterados a qualquer hora. No caso de opções financeiras, pode-se

utilizar o modelo Black-Scholes para trabalhar com opções americanas, pois, segundo Damodaram (1999), na maior parte dos casos, o prêmio associado ao resto da vida útil da opção e os custos de transação fazem com que o exercício antes do vencimento não seja ótimo. O detentor da opção geralmente irá ganhar mais vendendo a opção do que exercendo ela antecipadamente. No caso de opções reais, não temos esta alternativa de venda da opção.

- Só há uma fonte de incerteza. No caso de ativos reais temos várias fontes de incerteza combinadas.
- Opção se refere a um único ativo subjacente sujeito a risco, o que exclui as opções compostas, bastante comuns em ativos reais.
- O ativo subjacente não paga dividendos. No caso de ativos reais o projeto paga fluxos de caixa aos fornecedores de capital.
- A variância do retorno sobre o ativo subjacente sujeito ao risco é constante ao longo do tempo, o que não é necessariamente verdade para ativos reais.
- O preço de exercício sendo conhecido e constante, nem sempre é verdadeiro para ativos reais, como no caso de opções de alternância.

Como vimos, a maior parte dos problemas envolvendo ativos reais envolve o relaxamento de várias das hipóteses acima.

Como alternativa ao modelo Black-Scholes, podemos aplicar uma modelagem discreta por árvore binomial, primeiramente desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein em 1979. Nesta modelagem podemos trabalhar com todas as particularidades dos ativos reais vistas acima, de uma forma simples e transparente.

Concluindo, Damodaram (1999) afirma que o modelo Black-Sholes não é uma alternativa ao modelo binomial, mas sim um caso limitado do modelo binomial.

2.3.3.2 Tipos de Opções Reais

Conforme Copeland e Antikarov (2002) existem 5 tipos de opções, mutuamente exclusivas, mas não exaustivas, e que podem ser combinadas em um

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

único projeto. Hull (2003) acrescenta mais um tipo básico, a opção de extensão. Os 6 tipos são:

- Opção de abandonar: é a opção de vender ou encerrar um projeto. É uma opção de venda (*"Put"*) americana, cujo preço de exercício é o valor obtido na venda ou fechamento do projeto menos os custos incorridos nesta operação. Esta opção aumenta o valor do projeto na medida em que mitiga o impacto de resultados ruins do projeto, ao permitir que se abra mão dos resultados ruins esperados, trocando-os, ao exercer a opção, por um valor (o preço de exercício) maior que o esperado pelo restante do projeto. Um projeto que pode ser encerrado a qualquer hora é mais valioso que um projeto que não possua tal característica.
- Opção de expandir: É a opção de fazer novos investimentos e aumentar o retorno do projeto, se as condições são favoráveis. É uma opção de compra ("*Call*") americana sobre o valor da expansão e o preço de exercício é o valor do investimento para criar a expansão descontado no tempo. Um projeto que tenha a opção de ser expandido vale mais do que um projeto que não possa ser expandido e também mais do que um projeto onde haja a obrigação de expandir.
- Opção de contrair: É a opção de diminuir a escala de um projeto se as condições são desfavoráveis. É uma opção de venda americana, cujo preço de exercício é o valor presente da diferença entre o valor esperado do projeto original e do valor esperado da operação reduzida. Um projeto com opção de ser contraído vale mais do que um projeto que não tenha esta flexibilidade.
- Opção de adiar: é a opção de adiar/diferir um investimento por certo período de tempo. É uma opção de compra americana, cujo preço de exercício é o valor do investimento inicial a ser feito no projeto. Podendo adiar um investimento, pode-se aguardar até que algumas incertezas sobre o projeto sejam resolvidas ou minimizadas fazendo com que se possa decidir no futuro sobre o investimento com mais informações do que as hoje disponíveis.
- Opção de conversão ou alternância: é a opção de trocar a um custo fixo entre dois modos de operação, como alternar entre produzir álcool ou

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

açúcar em uma usina, ou sair e entrar novamente em um ramo de atividade, ou ainda, de fechar e tornar a abrir uma fábrica, por exemplo. É um portfólio de opções de compra e venda americanas.

- Opção de estender: é a opção de estender um projeto por um período além do prazo do projeto original. É uma opção de compra européia, pois é exercida ao final do projeto original, cujo preço de exercício é o investimento para continuar no projeto ao final do prazo original.

Temos ainda as opções compostas, onde os projetos possuem investimentos em fases, e cada fase é dependente da fase anterior. Em um investimento em etapas, a cada nova etapa existe a opção de realizar ou não o investimento, porém esta decisão é dependente da decisão tomada na etapa anterior. Ou seja, só existe a opção de investir ou não numa hipotética etapa 3 de um projeto se o investimento na etapa 2 tiver sido realizado.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

2.3.4
Análise da Árvore de Decisão (DTA)

Para tentar captar o valor da flexibilidade gerencial em instantes de decisão futuros de um projeto e superar algumas limitações do modelo FCD, podemos utilizar a modelagem por análise da árvore de decisão (DTA). Nesta abordagem em tempo discreto, a flexibilidade gerencial é modelada através de momentos de decisão futuros representados por nós de decisão que permitem ao gestor a maximização do valor do projeto com base em novas informações já disponíveis naquele instante, mas não disponíveis no momento zero, que diminuem a incerteza. São atribuídas probabilidades aos estados que encontraremos no futuro e modelado o valor da decisão. Determinamos na árvore, então, qual o caminho ótimo, e utilizando as probabilidades de o projeto seguir cada caminho, trazemos os valores a valor presente utilizando-se o custo de capital do modelo VPL.

Esta modelagem, no entanto, é incorreta, pois na medida em que altera os fluxos de caixa futuros esperados, altera também o risco do projeto. O desvio padrão dos fluxos de caixa do projeto com flexibilidade é diferente do desvio padrão sem flexibilidade. Desta forma, não podemos utilizar a taxa de desconto ajustada ao risco do projeto sem flexibilidade para descontar o projeto com flexibilidade. É

necessário definir as novas taxas ajustadas ao risco para descontar os valores definidos pela DTA.

Uma solução para este problema é a utilização do método do portfólio replicante. O valor corrente do portfólio replicante deve ser igual ao valor do projeto, para que não haja possibilidade de arbitragem, o que iria de encontro ao principio da não-arbitragem, base da teoria financeira. Considerando um projeto com valor *V*, o portfólio replicante formado por um ativo *A* e o ativo livre de risco *B* pode ser definido conforme figura abaixo:

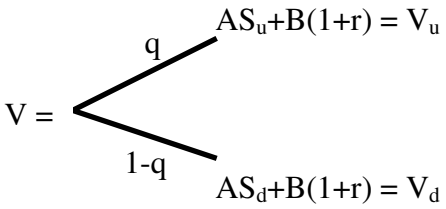

Figura 1 - Representação de um Porttfólio Replicante

Onde:

A = quantidade de um ativo de mercado

S = preço do ativo de mercado *A*

B = valor investido no ativo livre de risco

r = juros pagos pelo ativo livre de risco

u = número maior que 1, que reflete o aumento no valor do projeto

d = 1/*u* = número menor que 1, que reflete uma redução no valor do projeto

V_u = Valor do projeto no caso de aumento no valor, conforme *u*

V_d = Valor do projeto no caso de redução no valor, conforme *d*

q = probabilidade de aumento no valor do projeto

1 – *q* = probabilidade de redução no valor do projeto

Vamos então determinar o valor de *A* e *B* para que este portfólio represente o valor do projeto. Pela figura anterior montamos o sistema de equações:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

$$ASu + B(1+r) = V_u$$
$$ASd + B(1+r) = V_d$$

Equação 2.5

Resolvendo o sistema de equações temos:

$$A = \frac{V_u - V_d}{S(u-d)}$$

Equação 2.6

$$B = \frac{uV_d - dV_u}{(u-d)(1+r)}$$

Equação 2.7

Como pretendemos que A e B representem a replicação do portfólio do projeto ao fim de cada período de tempo, para que não haja possibilidade de arbitragem, o valor presente do portfólio *AS+B* no momento zero deve corresponder ao valor do projeto neste mesmo momento, que é igual a *V*.

Para cada nó da árvore haverá um valor de *A* e *B* que representará o portfólio replicante em cada ponto do tempo. Devemos repetir este cálculo em cada nó da árvore, começando pelo fim da árvore, encontrar o valor do portfólio e descontá-lo à taxa de desconto do projeto para encontrar os valores nos nós anteriores, até que se chegue ao nó do momento zero. Desta forma não precisamos calcular a probabilidade de aumento ou redução.

Este método de cálculo resolve o problema do ajuste do risco , pois em cada ponto consideramos um novo portfólio perfeitamente ajustado ao risco do projeto em cada ponto do tempo e estado. Porém este procedimento torna-se muito complexo quando o número de períodos ou nós aumenta.

Uma abordagem mais simples é fazer o ajuste não nas taxas de desconto, mas sim nas probabilidades envolvidas na DTA, e utilizar a taxa de juros livre de risco para descontar os fluxos da árvore. Neste caso utilizaremos as probabilidades neutras a risco para a montagem da árvore.

Chamemos *p* a probabilidade neutra ao risco do valor do projeto *V* aumentar para V_u e consequentemente 1 – *p* é a probabilidade neutra ao risco do valor do projeto *V* reduzir para V_d. Como vamos descontar os valores no tempo utilizado a taxa livre de risco, temos:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

$$V = \frac{p V_u + (1-p) V_d}{(1+r)}$$ Equação 2.8

Como:

$V_u = Vu$

e

$V_d = Vd$

A probabilidade neutra ao risco é definida por:

$$p = \frac{1+r-d}{u-d}$$ Equação 2.9

O valor presente da opção passa a ser igual aos retornos esperados multiplicados pelas probabilidades que os ajustam ao seu risco, descontados pela taxa livre de risco.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA

2.3.5
Modelo Binomial

O modelo desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein (1979) permite que uma distribuição de probabilidade lognormal contínua seja modelada através de uma árvore binomial discreta. Na árvore binomial desenvolvida pelos autores, a cada passo na árvore o preço (*S*) é multiplicado por uma variável aleatória que pode assumir dois valores *u* e *d*.

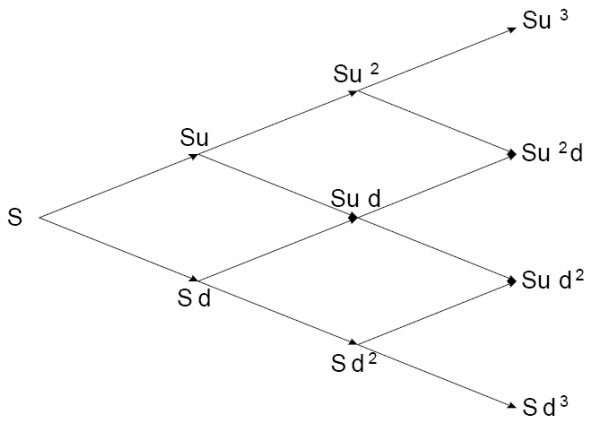

Figura 2 - Modelo de Cox, Ross e Rubinstein

Precisamos encontrar os valores de *u*, *d* e *p*, onde esta é a probabilidade de acontecer o aumento do preço de *S* para *Su*, de modo que a média (μ) e a variância (σ^2) dos retornos de *S* sejam os mesmos que os parâmetros do Movimento Geométrico Browniano (MGB) de *S*. Desta forma podemos representar uma distribuição de probabilidade lognormal nesta árvore binomial.

Os valores de *u* e *d* são definidos com base na volatilidade (σ) do valor do ativo, em um determinado intervalo de tempo Δt. Os valores obtidos para *u* e *d* são:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \qquad \text{Equação 2.10}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{u} \qquad \text{Equação 2.11}$$

O valor da probabilidade neutra ao risco, definida anteriormente em termos de *u* e *d* e da taxa livre de risco, pode ser transcrita para a forma contínua de tempo, como:

$$p = \frac{e^{rt} - d}{u - d} \qquad \text{Equação 2.12}$$

Para demonstração do cálculo das variáveis em função do retorno e do desvio padrão do valor do ativo, ver Brandão (2002).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510915/CA