

1 Introdução

A Resistência dos Materiais, com suas hipóteses simplificadoras, fornece soluções para muitos problemas estruturais. Entretanto, a análise de problemas mais gerais no campo estrutural só pode ser feita com uma formulação mais rigorosa, dentro da realidade física, tendo como base a Mecânica dos Meios Contínuos.

Dado o grande impulso que sofreu a Matemática, pôde este instrumento servir de suporte e indagação à Teoria da Elasticidade, para percorrer seu longo caminho e perseguir seus amplos objetivos. Nomes como Lagrange, Cauchy, Navier, Poisson, Clapeyron, Saint-Venant, Green, Maxwell, Lord Kelvin, Lamé, Lord Rayleigh e Sophie Germain enriqueceram e aprofundaram as pesquisas neste campo. A Teoria da Elasticidade recebeu grande contribuição com Ritz, Timoshenko, Von Kármán, Love, Sokolnikoff, entre outros.

A Mecânica dos Meios Contínuos e, mais especificamente, a Teoria da Elasticidade têm como preocupação básica o desenvolvimento de modelos matemáticos que possam representar adequadamente a situação física real de componentes industriais sujeitos a esforços mecânicos. Em análise estrutural, o objetivo pode ser a determinação da carga crítica, do campo de deslocamentos, as deformações internas ou as tensões atuantes no sistema devido à aplicação de cargas, além de outros.

A aplicação de tais teorias a casos práticos apresenta dificuldades, às vezes, intransponíveis. Por exemplo, a representação matemática de carregamentos, geometria, condições de contorno, comportamento dos materiais e outras variáveis na análise estrutural, em muitas situações apresentam-se de forma complexa, havendo a necessidade de se introduzir hipóteses simplificadoras (aproximações) no problema real, para permitir alguma forma de modelagem matemática que conduza a soluções mais simples.

Desta forma, engenheiros estruturais e pesquisadores da área têm procurado desenvolver e aplicar métodos aproximados que permitam aplicar os princípios da

da Mecânica dos Meios Contínuos de forma mais acessível e precisa. Dentre estes métodos, os que têm sido mais utilizados são aqueles baseados na divisão do meio contínuo em partes mais simples.

O Método dos Elementos Finitos – MEF (*Finite Element Method – FEM*) é o processo que mais tem sido usado para a discretização de meios contínuos. A sua grande utilização se deve ao fato de poder ser aplicado a problemas clássicos da mecânica estrutural elástico-linear, problemas não lineares (estáticos ou dinâmicos), mecânica dos sólidos, mecânicas dos fluidos, eletromagnetismo, transmissão de calor, filtração de meios porosos, campo elétrico, acústica etc. O MEF é muito utilizado devido à analogia física direta que estabelece entre o sistema físico real (a estrutura) e o modelo (malha de elementos finitos) utilizado.

A idéia de generalizar o MEF libertando-se das restrições de malhas convencionais tem sido seguida por muitos autores, no que se pode chamar de um método combinado ou generalizado. Um importante aspecto que tem merecido atenção é possibilitar alguma forma de melhorar a aproximação das soluções, se possível de forma automática (Cook *et al.*, 1989). A redução de erros pode ser conseguida através de funções de ordem mais alta (refinamento p) ou de malhas mais densas (refinamento h).

Na Engenharia Civil, em muitos casos surgem componentes estruturais bidimensionais suportando cargas compressivas substanciais (como pilares-parede) que devem ser dimensionados e reforçados adequadamente. Tais componentes podem ser convenientemente modelados através de malhas de poucos elementos, com funções de interpolação elevadas. Em geral, não se busca avaliar o estado de tensões detalhadamente, mas sim o comportamento global do componente e da estrutura, em situações de serviço e de estados limites. Também em outros ramos da Engenharia tais componentes são presentes e merecem tratamento similar. Entretanto, muitos procedimentos de projeto utilizam uma abordagem unidimensional.

Este trabalho tem como objetivo principal avaliar as cargas críticas e frequências de vibração de tais componentes estruturais, em forma de estados planos de tensões ou deformações e axissimétricos, considerando o efeito da não linearidade, física e geométrica e a redução da capacidade resistente do material (admitindo a ocorrência de dano), de forma aproximada, utilizando um elemento que possui graus de liberdade adicionais. Em particular, busca ser um passo na

obtenção de estratégias para modelagem confiável de modos localizados de dano e colapso (faixas danificadas, enrugamentos, trincas e fraturas).

Este trabalho se baseia em dá seqüência a outros realizados no Departamento de Engenharia Civil, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, dentro dessa linha de investigação, tais como: “Modelo de Elementos Finitos para Estabilidade de Perfis de Paredes Finas” (Giannini, 1990), “Avaliação de Cargas Críticas de Estruturas Planas e Axissimétricas Sujeitas a Dano e Fissuração” (Oliveira, 1990), “Formulação Hierárquica-Espectral de Elementos Finitos” (Lages, 1992), e “Flambagem de Peças Estruturais Bidimensionais” (Jarek, 2007), entre outros.

1.1. Descrição do Trabalho

No Capítulo 2, são apresentados fundamentos teóricos de Teoria da Elasticidade expondo suas equações básicas, aplicações a estados planos e axissimétrico. É mostrada uma breve revisão do Método de Elementos Finitos e da sua origem, o Método de Rayleigh-Ritz.

No Capítulo 3, é apresentado o elemento adotado com sua formulação, funções convencionais e hierárquicas, funções trigonométricas e polinomiais, e as matrizes de rigidez elástica e geométrica e matriz de massa. Para o estudo de flambagem de componentes estruturais em duas dimensões, é apresentado cálculo da carga crítica e modos de flambagem bem como o cálculo das frequências naturais e modos de vibração.

No Capítulo 4, são discutidos exemplos de validação bem conhecidos (coluna) com uso dos elementos desenvolvidos e de elemento Lagrangeano, mostrando a eficiência do elemento adotado.

No Capítulo 5, são apresentadas as conclusões obtidas e sugestões para futuros trabalhos.

São listadas ainda as referências bibliográficas e três apêndices.