

5

Escoamento permanente de uma gota num capilar reto. Resultados Numéricos.

5.1

Introdução

Uma das representações mais simples do escoamento multifásico num poro é o escoamento obtido por gradiente de pressão de um líquido contendo uma gota livremente suspensa e deformável através de um canal. Uma extensa revisão deste tipo de estudos é apresentada por Olbricht [10] onde são abordados desde o ponto de vista teórico e experimental.

Existem diversos trabalhos na literatura para o escoamento de uma gota ou bolha através de um capilar. Grande parte dos trabalhos que tratam do assunto estão relacionados ao deslocamento de uma bolha de gás através de um líquido contido no capilar. Os primeiros trabalhos encontrados devem-se à Fairbrother e Stubbs [26] e Taylor [27].

No trabalho de G.I. Taylor [27] foi feita a medição da massa de líquido remanescente quando um líquido viscoso é submetido a empuxo com ar desde o extremo de um tubo para uma faixa de números capilares entre $0 < Ca < 2$, extendendo assim o trabalho que tinha sido feito por Fairbrother e Stubbs [26], onde a faixa de números capilares foi mais reduzida ($0 < Ca < 0.09$). O número de capilaridade vem dado por $Ca = \frac{\mu_2 U}{\sigma}$

onde μ_2 é a viscosidade do líquido submetido a empuxo. No trabalho de Taylor, a massa de líquido remanescente m é definida como $\frac{U_b - \bar{U}}{U_b} = m$, sendo função da velocidade da ponta da interface (U) e da velocidade média do escoamento (\bar{U}) a jusante da interface gás-líquido.

Taylor estudou a dependência da fração de massa em função do número capilar $Ca = \frac{\mu_2 U}{\sigma}$, observando que o valor de m tende a atingir um valor limite acima de 0.56, quando os esforços devidos a viscosidade são muito maiores que os devidos à tensão interfacial. Posteriormente Cox [28] conseguiu os mesmos resultados experimentais que Taylor e concluiu que de fato existe um valor limite para m , sendo que para altos números capilares, este valor limite é de 0.6.

Os trabalhos relacionados ao caso líquido - líquido são mais escassos na literatura. No trabalho de H.L. Goldsmith e S.G. Mason [29] é estudado o escoamento e deformação de longas bolhas de líquidos suspensos em outro líquido em regime laminar através de tubos circulares. São reportados resultados experimentais da espessura da capa de líquido remanescente rodeando a gota, os quais são determinados por observação direta usando um microscópio, assim como também são reportados os valores calculados através de:

$$\frac{U_b - \bar{U}}{U_b} = \frac{2h}{R} \left(1 - \frac{2h}{R} \right) \quad (5-1)$$

Os resultados experimentais mostram que a espessura da capa remanescente de líquido aumenta com a razão de viscosidade $\lambda = \frac{\mu_1}{\mu_2}$ onde o índice 1 faz referência ao fluido deslocante e o índice 2 ao fluido deslocado.

Do ponto de vista teórico Westborg e Hassager [30] estudaram o escoamento de bolhas sem viscosidade e gotas viscosas através de tubos capilares usando o método de Galerkin de elementos finitos para a discretização das equações de conservação de massa e quantidade de movimento. Os resultados apresentam uma razoável concordância com resultados experimentais, onde o erro no cálculo da massa remanescente para números capilares Ca entre 10^{-1} e 10^{-2} varia entre 5% e 10% respectivamente. Números capilares menores de $Ca = 10^{-2}$ não foram analisados. Os resultados para gotas viscosas indicam que a espessura da capa de líquido remanescente não depende muito da razão de viscosidade para baixos números capilares.

Tsai e Miksis [31] analisam a dinâmica de uma bolha ou gota quando submetida a um gradiente de pressão através de um capilar usando o *boundary integral method* para resolver as equações de Stokes. O estudo é focado na evolução da forma da gota através de um capilar reto. De forma qualitativa para o escoamento no capilar reto observa-se uma boa concordância com os resultados experimentais de Taylor [27]. Por outra parte estuda-se o caso do avanço da gota através da constrição, focando-se no estudo do mecanismo de “*snap-off*” na configuração inicial da gota, para razões de viscosidades entre de 10^{-3} e 10^{-1} e números capilares menores que 1.

Soares E.J. et al. [32], apresentam uma análise teórica do escoamento imiscível em tubos usando o método de Galerkin de elementos finitos para resolver as equações governantes do problema. No trabalho, é analisado o deslocamento de líquidos quando a razão de viscosidades λ é menor que 1. Neste trabalho numérico apresenta-se a influência da razão de

viscosidade sob a massa m remanescente no capilar para uma ampla faixa de números Ca e razões de viscosidade λ menores que 1. Os resultados numéricos concordam bem com os resultados apresentados por Taylor para a massa remanescente no capilar e seguem a mesma tendência que os resultados experimentais de Mason [29], sendo que a fração mássica de líquido remanescente aumenta com a razão de viscosidades λ .

Aparentemente não existem trabalhos numéricos apresentando resultados para o caso de deslocamento imiscível em capilares com razão de viscosidades λ maiores do que 1 e para baixos números de capilaridade. Estas regiões seriam de particular interesse para os processos de recuperação avançada de petróleo. Resultados experimentais para razões de viscosidade de ordem 1 são pontuais e/ou pouco explorados. Por outra parte, resultados como o perfil de pressão do escoamento, focados nas regiões de importância como a interface, merecem ser explorados com maior profundidade para entender com maior claridade as distintas regiões do escoamento.

5.2 Topologia do Mapeamento

Na Fig. 5.1 é apresentado o mapeamento entre os domínios para o problema de um líquido deslocando um segundo líquido dentro de um capilar de seção circular. O domínio físico é dividido em seis regiões, representadas no lado esquerdo da Fig. 5.1. No lado direito encontra-se a representação das regiões no domínio computacional de referência. Resolvem-se as equações de conservação no domínio de referência.

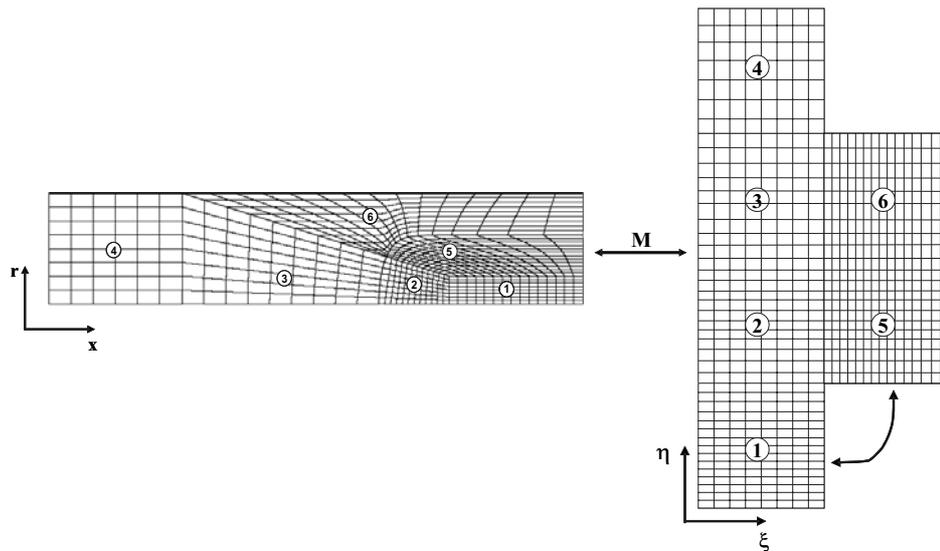


Figura 5.1: Mapeamento entre o domínio físico e o domínio de referência.

5.3 Solução de Problemas Preliminares

Como é mencionado no Capítulo 4, é usado o Método de Newton para resolver o sistema de equações algébricas resultantes da discretização das equações de conservação e a equação de geração de malha. Para obter convergência, este método precisa de uma boa aproximação inicial. Neste caso, foi necessário resolver dois problemas preliminares, usando cada um como aproximação inicial do outro, para obter o primeiro caso convergido.

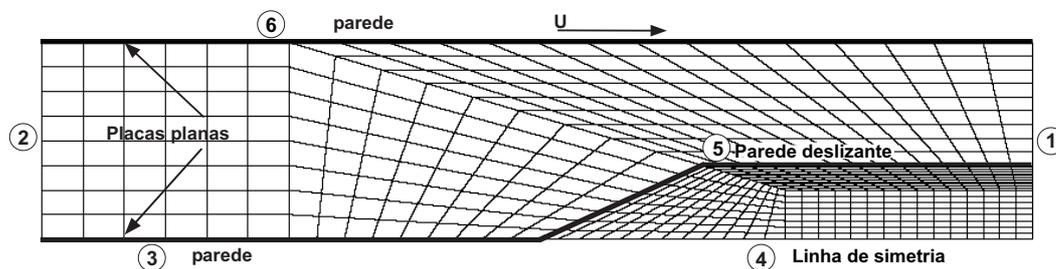


Figura 5.2: Primeiro passo preliminar para a solução do problema.

A Figura 5.2 mostra o diagrama esquemático do primeiro problema preliminar. As condições de contorno impostas são as seguintes:

- a. escoamento desenvolvido com pressão prescrita (1 e 2);
- b. Impermeabilidade e velocidade horizontal constante na parede, sendo zero na parede inferior e U na parede superior (3 e 6);
- c. Impermeabilidade e deslizamento sem atrito (5);
- d. Simetria axial (4);

O problema mostrado na Fig. 5.2 é usado como aproximação inicial para resolver o segundo caso preliminar, representado na Fig. 5.3. As condições de contorno nas faces (1), (2), (3), (4) e (6) são as mesma do caso anterior. A diferença introduzida está na fase (5), onde as placas deslizantes são substituídas pela condição de contorno de interface.

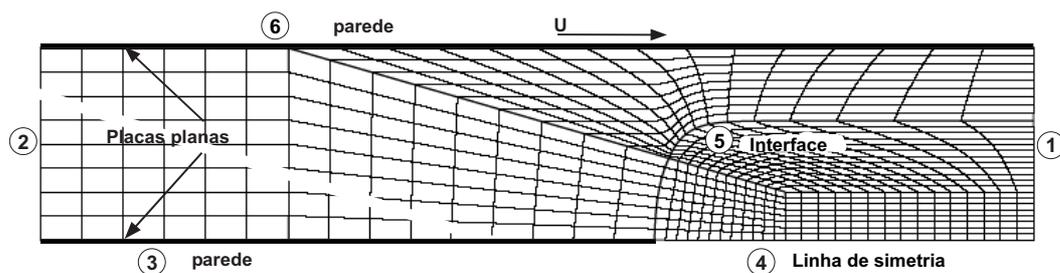


Figura 5.3: Segundo passo para a solução do problema do escoamento de uma gota num capilar reto.

Usando o problema preliminar anterior como aproximação inicial, resolve-se o primeiro caso convergido onde é retirada a parede na face (3) e é imposta a condição de simetria axial. Assim, o problema final (como ilustrado na Fig. 5.4) queda definido pelas seguintes condições de contorno:

- a. escoamento desenvolvido com pressão prescrita (2);
- b. Impermeabilidade e velocidade da placa U constante (6);
- c. Superfície livre (5);
- d. escoamento desenvolvido com pressão livre (1);

e. Simetria axial (3).

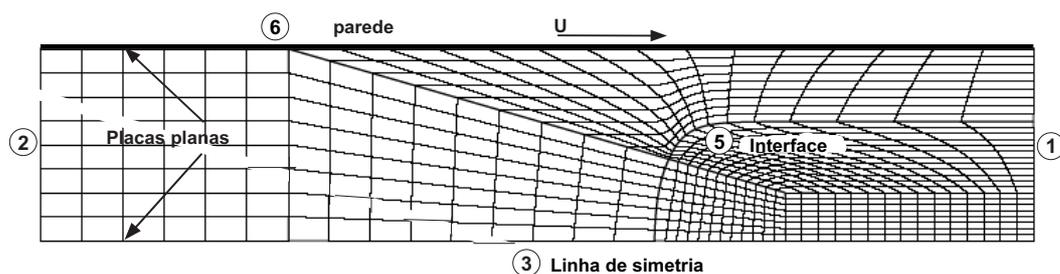


Figura 5.4: Diagrama esquemático com as condições de contorno do problema do escoamento de uma gota infinita num capilar reto.

5.4 Detalhes da solução numérica

Como foi mencionado na descrição do método numérico usado para a resolução do problema, para existir uma solução, a soma das normas do vetor solução e o vetor dos resíduos deve ser menor que a tolerância estipulada. Neste caso adotou-se como critério de convergência uma tolerância ϵ de 10^{-6} . A primeira malha testada para a análise possuiu 320 elementos e 6364 graus de liberdade (Fig.5.5).

A malha escolhida de forma definitiva possui 651 elementos, que corresponde a 2705 nós e têm um total 12773 graus de liberdade. Uma malha representativa do problema é mostrada na Fig. 5.6. Como critério de seleção da malha comparou-se os resultados calculados para o valor da massa de líquido remanescente no capilar (m) com os resultados experimentais de Taylor [27], obtidos para $\lambda = 10^{-4}$. Os valores calculados usando a configuração de malha definitiva concordam muito bem com os valores experimentais de Taylor, como pode ser observado na Fig. 5.7.

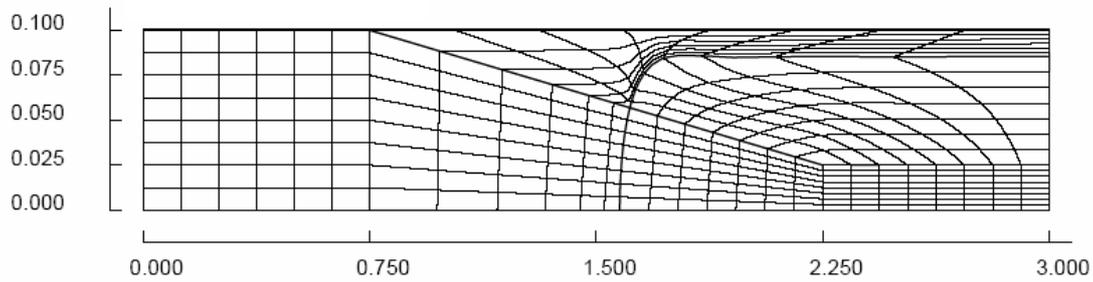


Figura 5.5: Teste de malha. Primeira malha analisada.

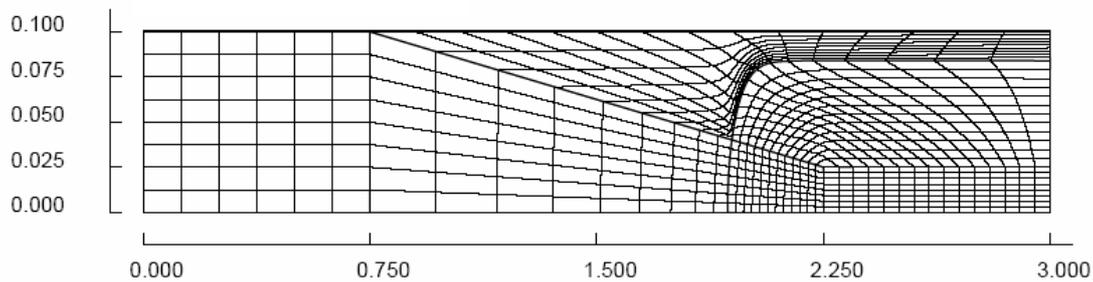


Figura 5.6: Malha definitiva usada para a resolução dos casos em regime permanente.

5.5

Estratégia de solução para a obtenção do caso líquido - líquido

O sistema de equações que governa o problema é altamente não linear. Para obter a convergência usando o método de Newton, o valor inicialmente atribuído as variáveis incógnitas do problema deve estar suficientemente perto da solução. O procedimento usado aqui consiste em obter uma solução

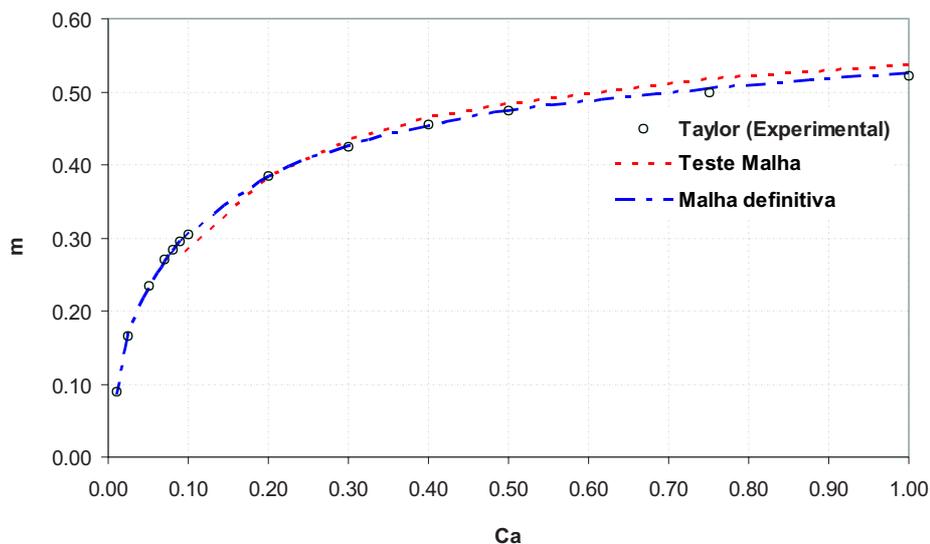


Figura 5.7: Comparação dos valores de m calculados usando as malhas testadas e valores experimentais de Taylor.

inicial para número capilar intermediário, i.e. $Ca = 1$, e baixas razões de viscosidade, i.e. $\lambda = 10^{-4}$, o que corresponde ao caso de uma bolha de gás deslocando um líquido viscoso. Este caso inicial é usado também para validar o código, comparando as previsões numéricas com os resultados experimentais de Taylor [27]. A espessura da capa de líquido remanescente é expressada em termos da fração mássica, como é apresentada por Taylor. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 5.8. A concordância dos resultados é excelente na gama de números capilares apresentados. É usado o método de continuação de pseudo arcos de comprimento para obter as soluções na faixa de números capilares e razões de viscosidade de interesse. A obtenção de resultados nos casos com razões de viscosidade menores que 1 é mais simples do que a obtenção dos casos de interesse com razões de viscosidade λ da ordem ou maiores que 1. Estes últimos devem ser obtidos usando passos pequenos no método de continuação e realizando para cada passo o ajuste da pressão imposta no contorno (2).

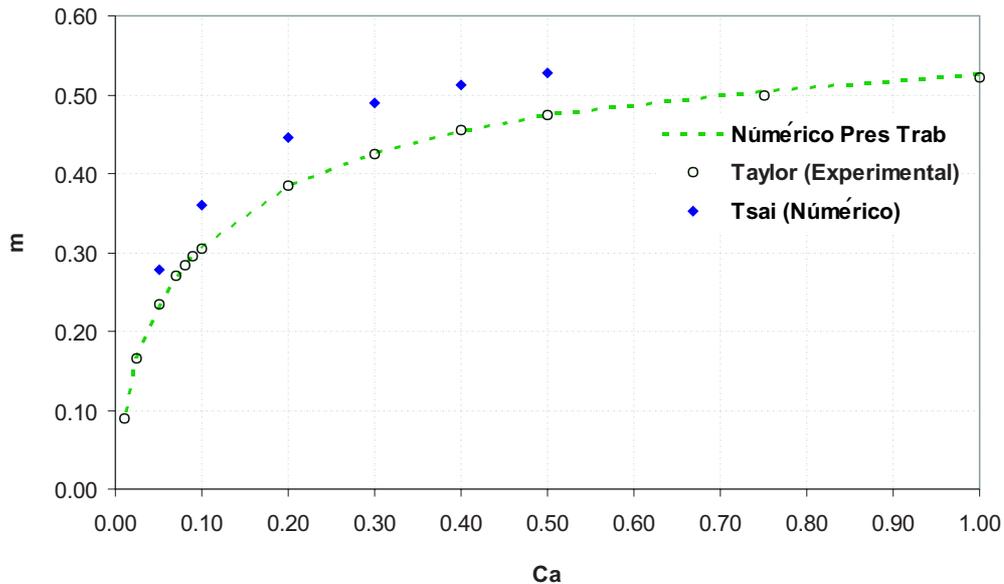


Figura 5.8: Comparação do caso experimental de Taylor com a solução numérica do presente trabalho, para o caso de razão de viscosidade 10^{-4} .

5.6

Resultados para Escoamento de uma gota num capilar

Nos resultados apresentados a seguir, faz-se ênfase na influencia do numero de capilaridade, Ca , e da razão de viscosidades, λ , na espessura de líquido depositada na parede do capilar no escoamento bifásico, assim como na variação da queda de pressão adimensional ao longo do capilar.

Partindo do primeiro problema convergido para $Ca = 1$ e razão de viscosidade $\lambda = 10^{-6}$ aplicam-se técnicas de continuação, até chegar aos casos de interesse, onde os números capilares são menores que $Ca = 0.5$ e razão de viscosidade $\lambda \geq 1$. Os processos de recuperação de petróleo ocorrem geralmente entre a faixa de $Ca = 10^{-4}$ e $Ca = 0.1$, sendo assim esta região a de maior interesse.

Para o caso numérico aqui resolvido, é importante fazer a comparação com resultados experimentais para as razões de viscosidade de interesse. São

aproveitados os resultados apresentados por Goldsmith e Mason [29] para o escoamento de bolhas de líquido suspensas em outro líquido em tubos capilares. Os resultados correspondem à espessura da película de fluido remanescente na parede do capilar e são mostrados na Tabela 5.1 para razões de viscosidade λ diferentes de zero e distintos números capilares.

Tabela 5.1: Resultados numéricos do presente trabalho para h/R , comparados com os valores experimentais de Goldsmith e Mason

Ca	λ	h/R Mason	h/R Presente Trab
1,296	1,08	0,483	0,478
0,599	1,08	0,605	0,597
0,095	6,00	0,766	0,756

Goldsmith e Mason [29] apresentam dois valores da massa remanescente h/R , sendo um o observado em microscópio e o outro o valor da h/R calculado pela equação:

$$\frac{U_b - \bar{U}}{U_b} = \frac{2h}{R} \left(1 - \frac{2h}{R} \right) \quad (5-2)$$

Os autores usaram os valores experimentais da velocidade da bolha U_b e a velocidade média \bar{U} bem longe na frente da bolha na equação (5-2) para calcular o valor de h/R usando a equação 5-2. A média da discrepância apresentada entre o valor observado em microscópio e o valor calculado está na ordem de 2%. O presente trabalho apresenta resultados numéricos de h/R que quando comparados aos valores observados por Goldsmith [29] estão dentro da mesma ordem (2%) de erro. Por outra parte observa-se que os resultados são mais precisos para baixos números de capilaridade.

5.7 Efeito da Razão de Viscosidade

Apresenta-se a influência da razão de viscosidades, λ , no escoamento de líquidos imiscíveis num capilar reto. A Fig. 5.9 mostra a espessura adimensional da capa remanescente h/R de líquido entre a superfície superior da gota e o capilar, h/R , em função do número de capilaridade, Ca , para três valores diferentes da razão de viscosidade λ .

Como pode ser observado, à medida que a razão de viscosidade aumenta, a espessura de película de líquido remanescente no capilar aumenta. O aumento da razão de viscosidade implica um aumento da viscosidade da gota deslocando o líquido presente no capilar. Dito aumento de viscosidade se traduz no aumento da tensão cisalhante na superfície superior da gota, a qual aponta na direção contrária ao movimento da gota. É claro assim, que a espessura da película de líquido que rodeia a gota acaba sendo maior com o aumento da viscosidade do fluido deslocante.

A mesma tendência é observada experimentalmente por Mason e Goldsmith [29] para os valores de h/R obtidos numericamente por Soares et. al [32], ambos para razões de viscosidade λ menores que 1.

Pode ser observado que para baixos números capilares a influência da razão de viscosidade na espessura da película de líquido é relativamente maior. Já para maiores valores de Ca , como $Ca = 10^{-2}$, mudando a razão de viscosidade de $\lambda = 10^{-4}$ para $\lambda = 50$ a espessura de líquido aumenta só em um 3%. Nas figuras 5.10 e 5.11 para $Ca = 0.01$ e $Ca = 0.1$, respectivamente, também pode notar-se o efeito da razão de viscosidade no perfil da interface.

O efeito da razão de viscosidade pode ser observado na descontinui-

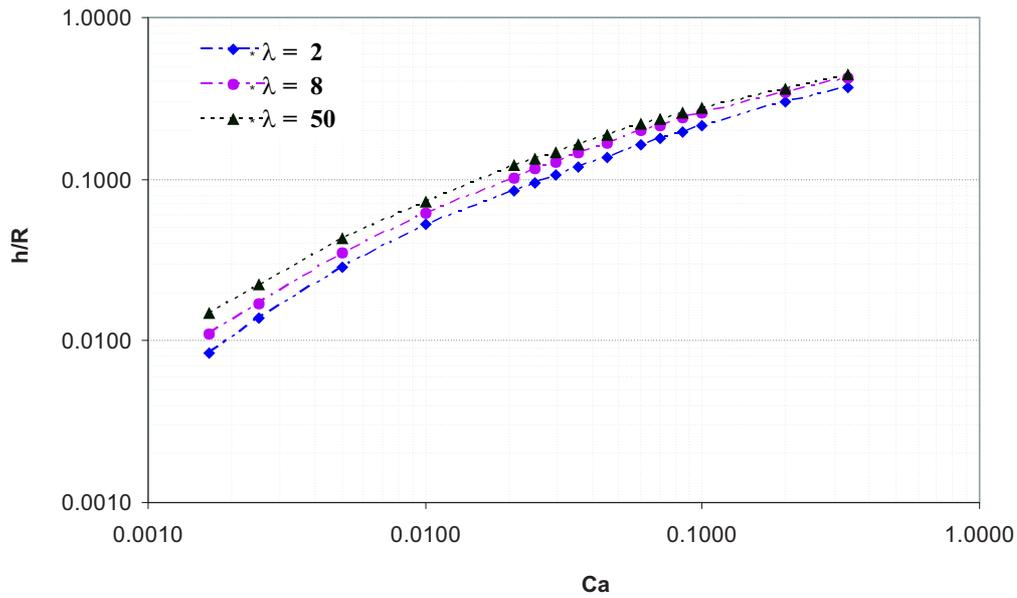


Figura 5.9: Espessura da capa de líquido remanescente em função do número de capilaridade.

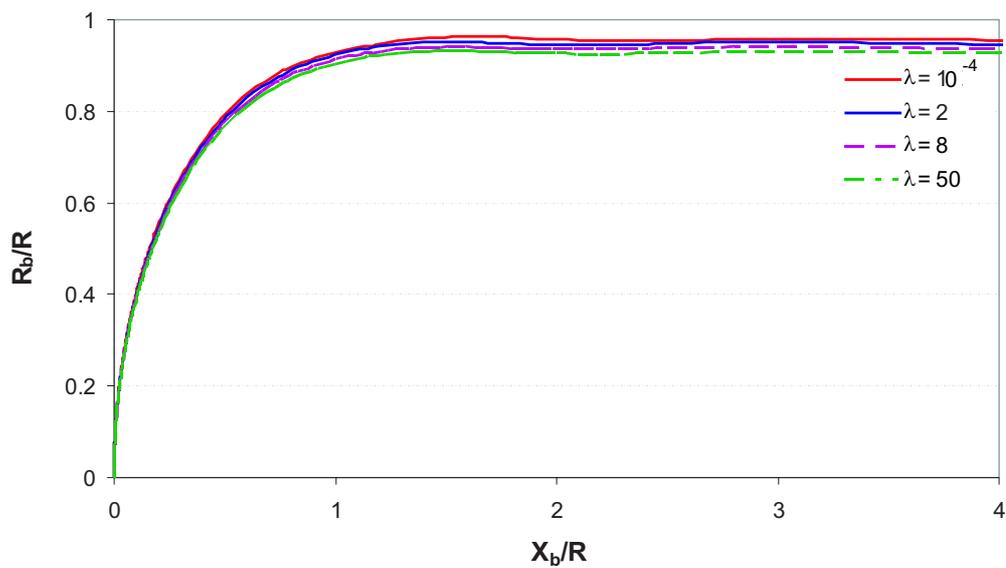


Figura 5.10: Perfis da interface para $Ca = 0.01$ e distintas razões de viscosidade λ .

dade da tensão normal na interface ou salto de pressão na interface da gota.

Na Fig. 5.12 é colocada a pressão adimensional como função da coordenada x para $Ca = 0.005$. Para realizar a comparação entre os resultados, o ponto onde a ponta da interface ($x/R = 0$) intercepta a linha de simetria é co-

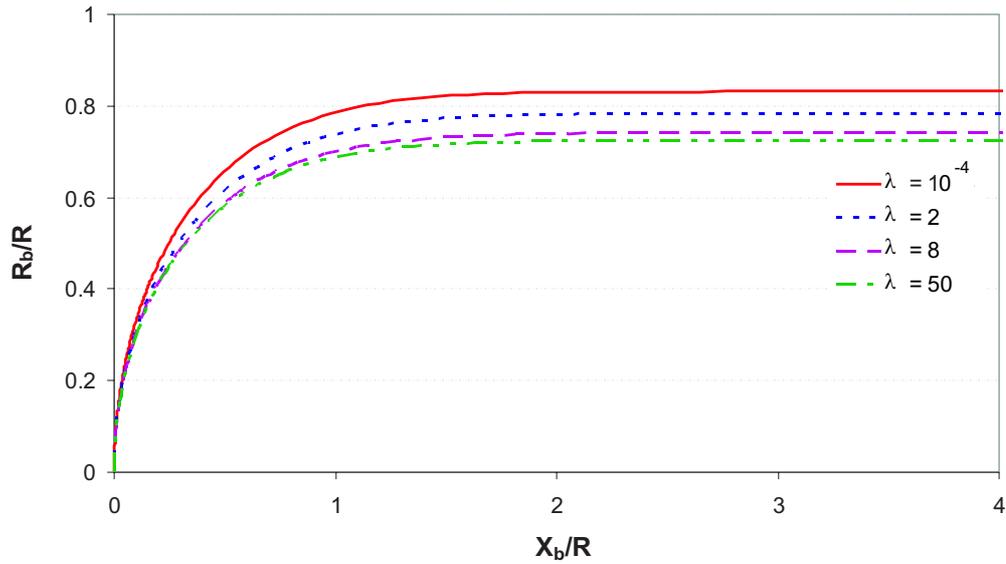


Figura 5.11: Perfis da interface para $Ca = 0.1$ e distintas razões de viscosidade λ .

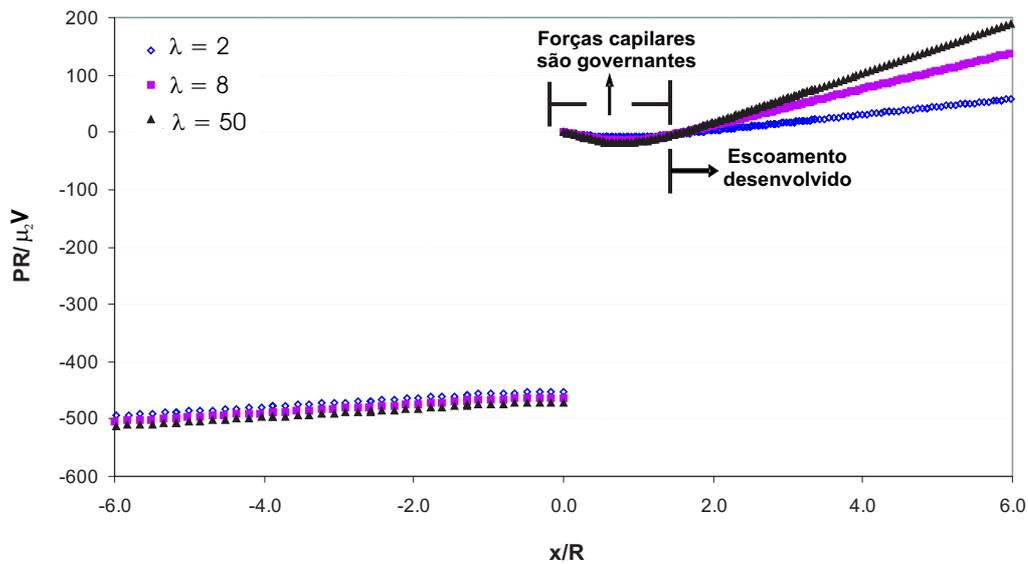


Figura 5.12: Pressão em função da posição ao longo do eixo de simetria para $\lambda = 2, 8$ e 50 e $Ca = 0.005$.

locado como referencial para avaliar as pressões de ambos líquidos (1 e 2). Pode observa-se que para baixos números de capilaridade (Ca) o salto de pressão na ponta da interface independe praticamente da razão da viscosidades e que a pressão cresce rapidamente à montante com o aumento da

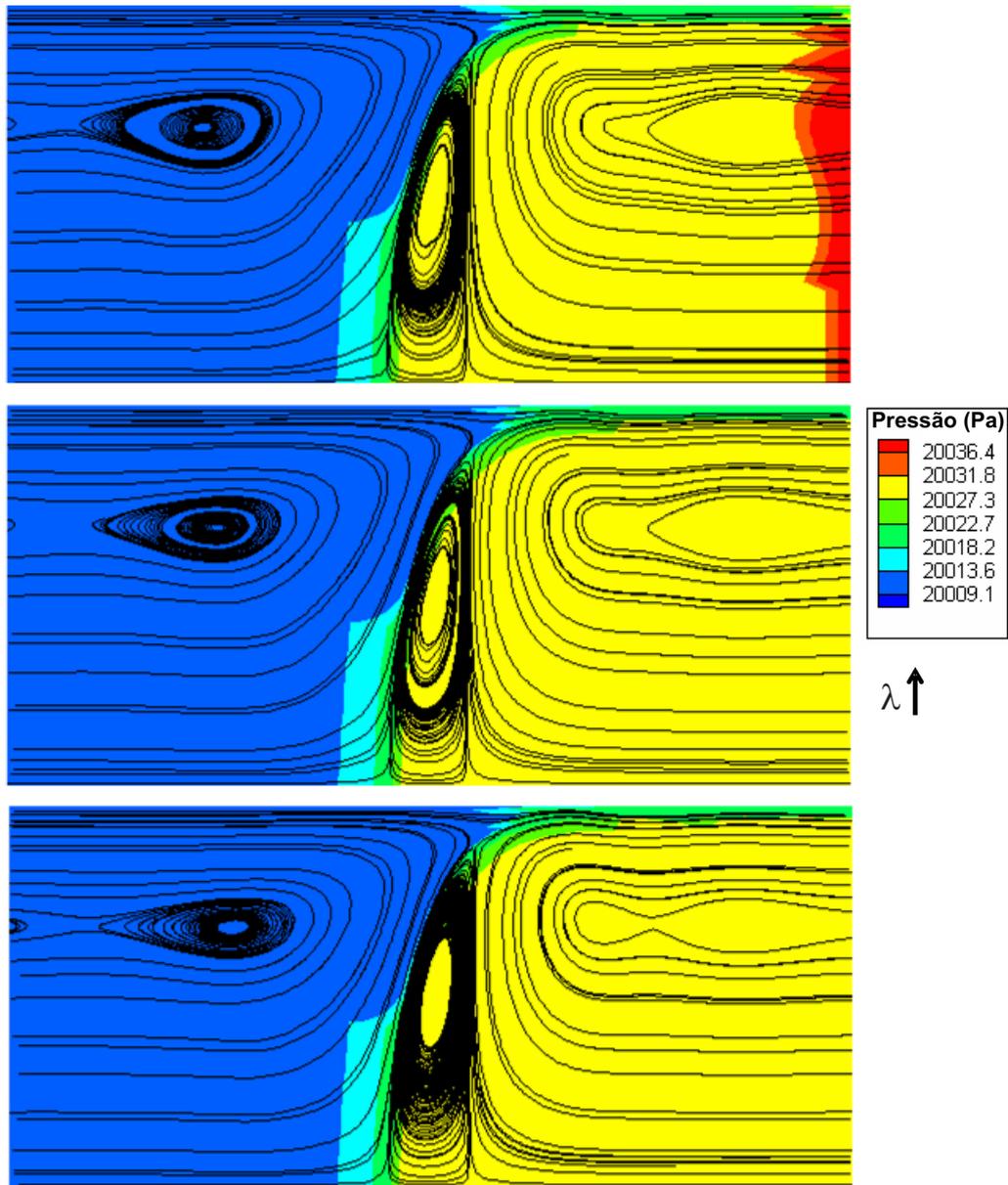


Figura 5.13: Linhas de corrente para $Ca = 0.005$ e razões de viscosidade $\lambda = 2, 8$ e 50 .

razão de viscosidades λ . Este resultado seria de esperar dado que na ponta da gota o escoamento é estagnado e as forças capilares acabam sendo muito maiores que as forças viscosas. Já para a direita e longe da ponta da interface ($x/R = 0$) deve se lembrar que λ faz-se maior com o aumento de μ_1 e com isto aumenta a tensão cisalhante na interface da gota, a qual aponta na direção contrária ao movimento da gota. Desta forma, para um mesmo

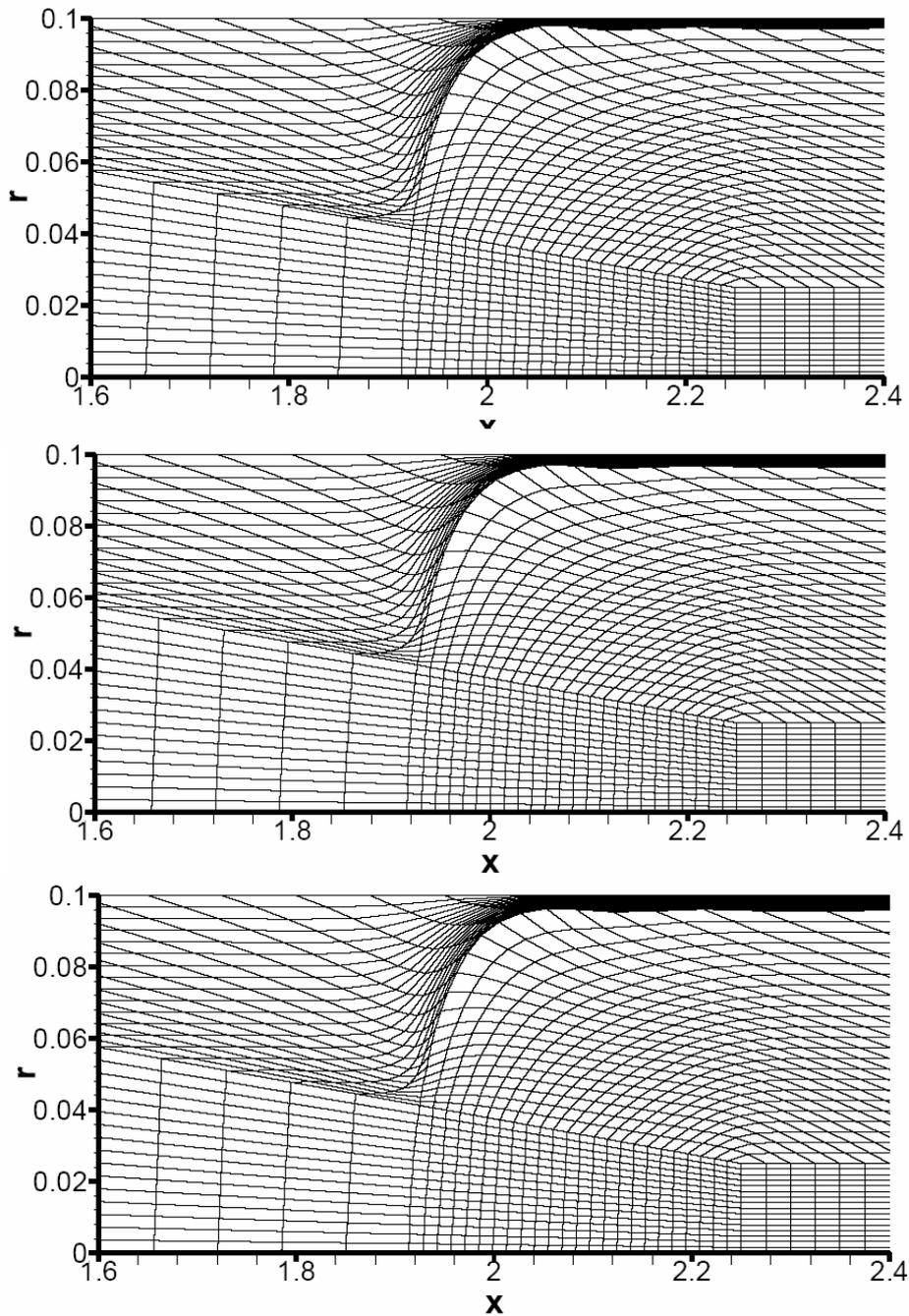


Figura 5.14: Malhas em escala usadas para os casos com $Ca = 0.005$ e razões de viscosidade $\lambda = 2, 8$ e 50 .

numero de capilaridade Ca e com o aumento da viscosidade da gota, as pressões na região da gota acabam sendo maiores.

A Figura 5.13 mostra as linhas de corrente do escoamento para diferentes razões de viscosidade com capilaridade igual a 0.005 . Pode observar-se

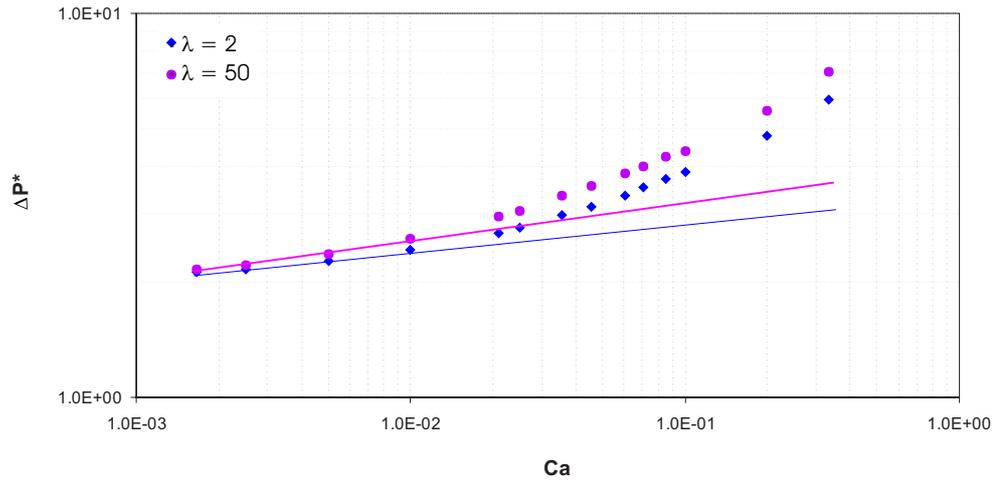


Figura 5.15: Queda de pressão adimensional em função do número Ca para $\lambda = 2$ e 50 . Linhas assintóticas com valores de m de 42.4 e 60.3 respectivamente.

que o escoamento é caracterizado por recirculações em ambas fases. Existe uma recirculação separando ambas fases e que cresce a medida que é aumentada a razão de viscosidade.

Na Fig. 5.14 são mostradas em escala as malhas usadas para os casos com diferentes razões de viscosidades e número $Ca = 0.005$.

Um resultado importante para entender o escoamento imiscível num meio poroso ou capilar é a queda de pressão adimensional ΔP^* em função do numero capilar. Na Fig. 5.15 é mostrado este resultado. Para baixos números de capilaridade, com $Ca < 0.001$, a queda de pressão ΔP^* começa a ser independente da razão de viscosidade. A forma final da curva para baixos valores de Ca sugere um comportamento assintótico.

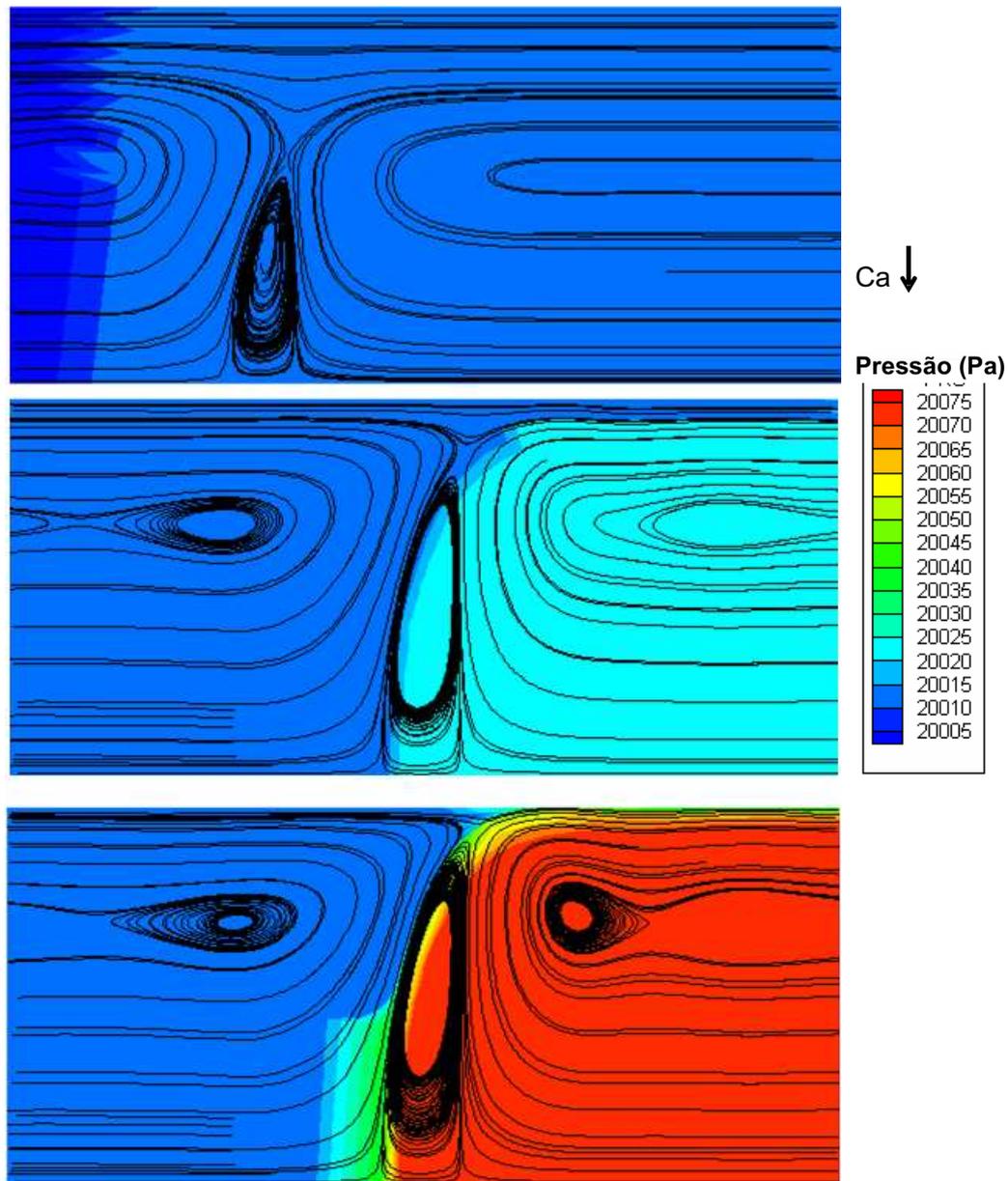


Figura 5.16: Linhas de corrente para $\lambda = 2$ e números capilares Ca 0.1, 0.01, e 0.0017.

5.8 Efeito da Capilaridade

Agora é discutido o efeito do número de capilaridade no padrão de escoamento. Diversos casos resolvidos podem ser tomados para comparação. Neste caso, mantém-se a razão de viscosidade igual a 2. A Fig. 5.16 mostra as linhas de corrente do escoamento com interface líquido-líquido para a

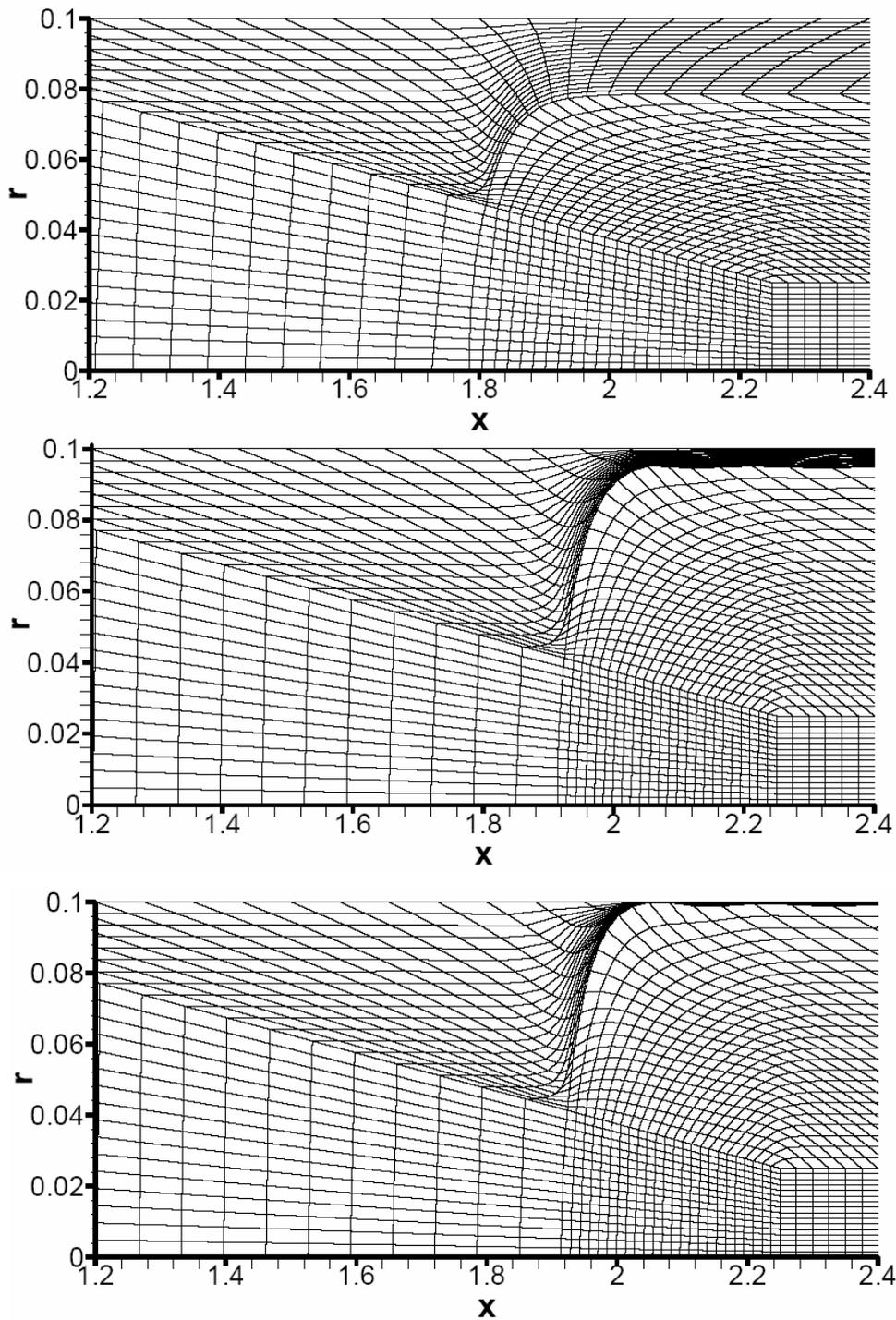


Figura 5.17: Malhas em escala usadas para os casos com $\lambda = 2$ e números capilares Ca de 0.1, 0.01, e 0.0017.

faixa de $0.0025 < Ca < 0.1$. Na medida que o número de capilaridade diminui pode observar-se como o tamanho das recirculações aumenta, particularmente na ponta da interface. Pode notar-se como para $Ca = 0.005$

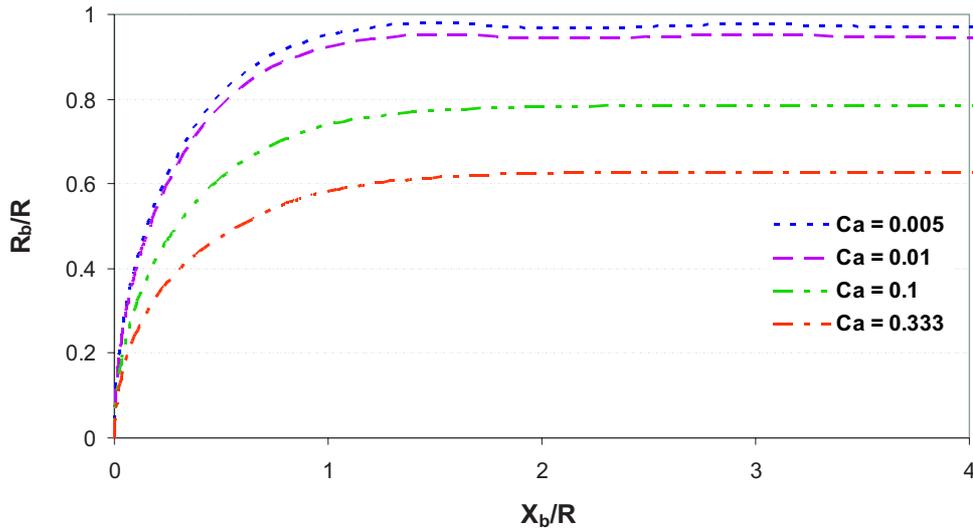


Figura 5.18: Perfis da interface para diferentes números capilares e $\lambda = 2$.

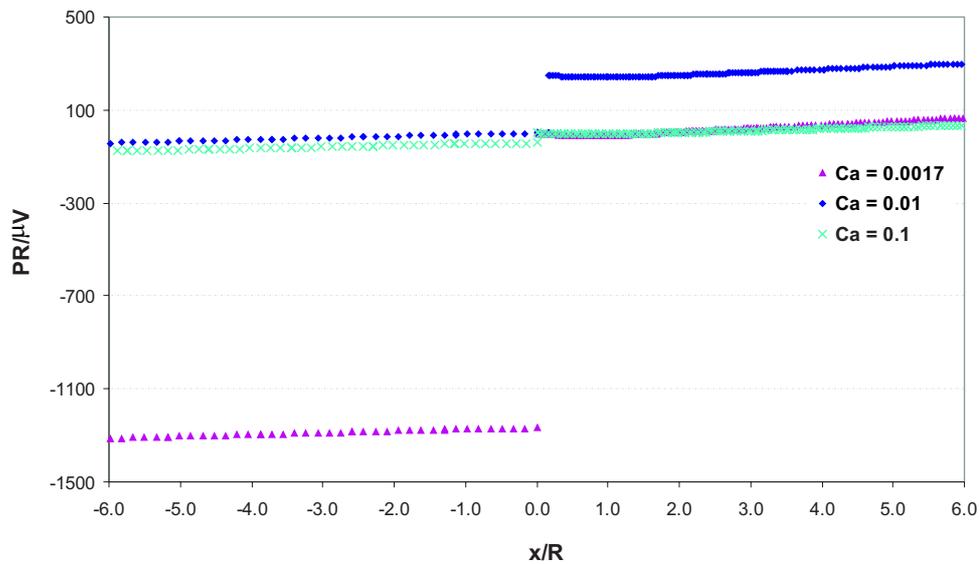


Figura 5.19: Pressão como função da posição para $\lambda = 2$ e $Ca = 0.1, 0.01$ e 0.0017 .

existem novas recirculações nesta região, as quais não estão presentes para maiores números de capilaridade.

As malhas em escala para razão de viscosidade λ igual a 2 e distintos números capilares são mostradas na Fig. 5.17. A influência do numero capilar no perfil de interface pode ser vista na Fig. 5.18.

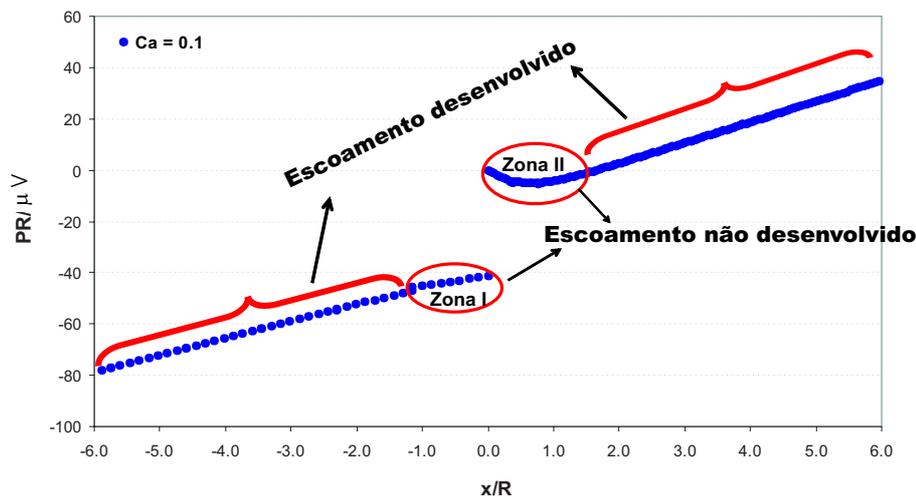


Figura 5.20: Regiões de escoamento desenvolvido e não desenvolvido.

A observação da Fig. 5.18 permite notar a influencia do numero capilar nos perfis de interface da gota. Na medida que o numero capilar é menor, e que pode ser visto como uma maior influencia da tensão interfacial, o perfil da interface da gota é mais achatado, fazendo com que o processo de deslocamento do líquido dentro do capilar acabe sendo mais eficiente e reduzindo assim o valor da espessura da capa entre a superfície da gota e o capilar.

É importante observar a descontinuidade da pressão na interface para diferentes números de capilaridade. Na Fig. 5.19 é mostrado o caso para $\lambda = 2$. Para números capilares bastante pequenos o escoamento é dominado pelas forças capilares, e a diferença de pressão devida a presença da interface

aumenta de forma significativa com a queda do número de capilaridade. Desde o ponto de vista da recuperação de petróleo, isto confirma mais uma vez a dificuldade para recuperar petróleo para baixos números capilares. Visto desta perspectiva, o gradiente de pressão necessário para deslocar uma gota no meio poroso deve ser muito maior para menores números capilares, o que pode ser conseguido através do aumento da vazão do escoamento ou a diminuição da tensão interfacial.

5.9

Análise das regiões do escoamento imiscível

Pode observar-se na Fig. 5.20 como o escoamento pode diferenciar-se em regiões de escoamento desenvolvido e não desenvolvido. Em base aos resultados obtidos para diferentes números de capilaridade, pode observar-se que para uma determinada razão de viscosidade, o gradiente de pressão negativo na zona II (de transição) é maior com o aumento do número de capilaridade. Mais à montante o escoamento passa a ser desenvolvido e o gradiente de pressão passa a ser positivo. Quando analisado o efeito da razão de viscosidade, o efeito é análogo para um determinado número capilar. Observa-se uma mudança do gradiente de pressão mais acentuada na medida que a razão de viscosidade é maior. As zonas de transição como é de esperar, coincidem com as zonas onde são observadas as principais recirculações do escoamento.