

5 Modelo Proposto Para o Tratamento de Múltiplas Barras *Swing*

5.1 – Introdução

A necessidade de desenvolvimento de ferramentas que melhorem as condições de análise acompanha o crescente aumento da complexidade dos sistemas elétricos de potência. Para isto, é necessário desenvolver modelos que representem os elementos do sistema da maneira mais adequada possível.

O tratamento adotado atualmente para a representação de múltiplas barras *swing* não está de acordo com o desejado, já que faz hipótese arbitrária e restritiva, como será visto. O interesse deste capítulo é propor uma modelagem que represente com maior exatidão os múltiplos barramentos *swing* do sistema. Este modelo foi aplicado no problema geral de fluxo de potência e, em seguida, foi testada a sua aplicabilidade na avaliação das condições de segurança de tensão. O seu desempenho foi comparado com o do modelo aplicado atualmente.

5.2 – Tratamento de Barras *Swing*

No problema de fluxo de potência, a soma da geração em todas as barras do sistema deve ser igual à carga total do sistema mais as perdas ôhmicas. Como estas não são conhecidas antes da solução do fluxo de potência, é necessário prever uma folga na geração de maneira a acomodá-las. Isto é obtido através da não especificação da geração ativa em pelo menos uma das barras do sistema a qual recebe a designação de Barra *swing*, Flutuante, Referência ou *Slack*. Isto equivale a retirar a equação da potência ativa, referente à barra *swing*, do sistema de equações linearizadas, quando o método de Newton é utilizado para solução do fluxo de carga.

Visando compensar a redução do número de equações, deve-se fixar o valor de uma incógnita. É especificado o ângulo da tensão da barra *swing*, passando este

a exercer o papel de referência angular do sistema, já que a medição de um ângulo só faz sentido quando em relação a uma referência.

Obviamente, pelo fato das perdas totais da rede serem alocadas à barra *swing*, a esta deve estar conectado um gerador capaz de fornecer potência à rede. Em outras palavras, o gerador *swing* deve fechar o balanço de potência ativa após o conhecimento das perdas ativas na rede de transmissão.

Nunca é demais lembrar que o gerador *swing* não existe na prática, tratando-se apenas de uma entidade matemática.

5.3 – Múltiplas Barras *Swing* – Tratamento Clássico

Quando a modelagem do problema exige múltiplas barras *swing*, por exemplo, várias áreas de controle com intercâmbio de potência ativa entre elas fixo, o desejado seria ter-se as barras *swing* com suas gerações ativas livres para variar, e apenas um ângulo de tensão de referência (fixo). Ou seja, apenas uma barra *swing* teria seu ângulo fixo, enquanto que nas demais, os ângulos seriam variáveis. Adotando-se este conceito ao problema de fluxo de carga, o sistema de equações linearizadas ficaria sub-determinado, podendo dar origem a várias soluções.

No entanto, a solução clássica, aplicada atualmente nos programas de análise de redes [ANAREDE, CEPEL 2004] em sistemas com múltiplas barras *swing*, considera que todos os ângulos de tensões dessas barras são fixos. Deste modo, a matriz Jacobiana se torna quadrada e o sistema linearizado possui solução. Na próxima seção é apresentado um exemplo meramente ilustrativo.

5.3.1 – Exemplo Ilustrativo

Considere um sistema de 3 barras, como mostrado na Figura 5.1. As barras 1 e 2 são barras do tipo *swing*, e a barra 3 é uma barra de carga. Aplicando o modelo desejado para o tratamento de múltiplas barras *swing*, tem-se que:

- a tensão da barra 1 apresenta o módulo especificado e é escolhida para exercer o papel de referência angular do sistema, através da especificação do seu ângulo de fase,
- a tensão da barra 2 apresenta o módulo especificado e o ângulo variável,
- as potências ativas e reativas das barras 1 e 2 são livres para variar.

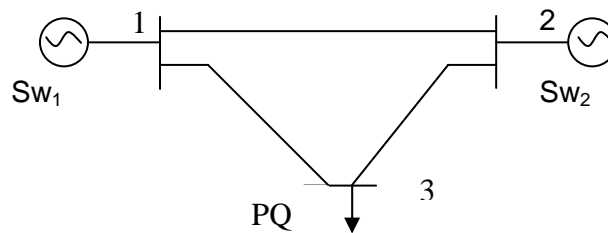


Figura 5.1 – Diagrama Unifilar do Sistema-Exemplo de 3 Barras.

Em (5.1), mostra-se como seria o sistema linearizado do fluxo de potência, baseando-se no que realmente ocorre em sistemas de potência. Pode-se ver que a aplicação deste conceito levaria a um sistema de equações linearizadas com matriz Jacobiana não quadrada. Deste modo, o sistema se tornaria sub-determinado, isto é, com um número de incógnitas maior que o número de equações.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Para obter soluções de sistemas sub-determinados, deve-se recorrer à técnicas avançadas de cálculo, como por exemplo, da inversa generalizada de matrizes ou pseudo-inversa [Prada et al, 2006, Prada, 1992]. É preciso estabelecer um certo critério para achar a solução. Um deles, muito usado, seria minimizar a norma Euclidiana do vetor de incógnitas.

Adotando-se o tratamento clássico para o sistema da Figura 5.1, tanto a barra 1 quanto a barra 2 possuem especificados os módulos e ângulos de fase das suas tensões. Deste modo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Observando (5.2), pode-se notar que a matriz Jacobiana pode ser inversível, visto que é uma matriz quadrada, confirmando os comentários anteriores.

5.4 – Múltiplas Barras *Swing* – Modelo Proposto

A modelagem proposta considera, como desejado, que apenas o ângulo de uma barra *swing* é especificado, com os ângulos das demais barras *swing* livres para variar. O critério adicional para tornar o sistema linearizado de equações quadrado é: as gerações de potência ativa das barras *swing* devem manter a mesma proporção [Santos M.J, Pereira J.L.R, 1992], considerando a rede elétrica com e sem perdas ativas. Isto é realizado através da inclusão de equações de controle no problema geral de fluxo de potência.

A relação das potências ativas geradas pelas barras *swing* é especificada pelos respectivos dados iniciais de barra do sistema, assumindo-se que estes representam a distribuição da carga entre as unidades geradoras, sem levar em conta as perdas na rede. Logo, esta relação é obtida através das potências ativas geradas especificadas nas barras *swing*.

Dado um sistema composto por n barras *swing*, o critério pode ser traduzido matematicamente pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} P_{G1} &= \alpha_{12} \cdot P_{G2} \\ P_{G2} &= \alpha_{23} \cdot P_{G3} \\ &\vdots \\ P_{G(n-1)} &= \alpha_{(n-1)n} \cdot P_{Gn} \end{aligned} \quad (5.3)$$

A relação entre os fatores de participação das n barras *swing* são obtidas através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{12} &= \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{P_{G1_0}}{P_{G2_0}} \\
 \alpha_{23} &= \frac{\alpha_2}{\alpha_3} = \frac{P_{G2_0}}{P_{G3_0}} \\
 &\vdots \\
 \alpha_{(n-1)n} &= \frac{\alpha_{(n-1)}}{\alpha_n} = \frac{P_{G(n-1)_0}}{P_{Gn_0}}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

onde os sub-índices "0" representam os valores especificados inicialmente, desconsiderando-se as perdas.

Reescrevendo (5.3) na forma linearizada, obtêm-se as novas equações de controle a serem incorporadas ao sistema linearizado das equações de fluxo de potência:

$$\begin{aligned}
 g_1 &= P_{G1}^{(h)} - \alpha_{12} \cdot P_{G2}^{(h)} \\
 \Delta g_1 &= -\Delta P_{G1}^{(h)} + \alpha_{12} \cdot \Delta P_{G2}^{(h)} \\
 g_2 &= P_{G2}^{(h)} - \alpha_{23} \cdot P_{G3}^{(h)} \\
 \Delta g_2 &= -\Delta P_{G2}^{(h)} + \alpha_{23} \cdot \Delta P_{G3}^{(h)} \\
 &\vdots \\
 g_{(n-1)} &= P_{G(n-1)}^{(h)} - \alpha_{(n-1)n} \cdot P_{Gn}^{(h)} \\
 \Delta g_{(n-1)} &= -\Delta P_{G(n-1)}^{(h)} + \alpha_{(n-1)n} \cdot \Delta P_{Gn}^{(h)}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

O novo critério estabelecido teve por objetivo criar $n-1$ novas equações para tornar a matriz Jacobiana inversível. Deve-se notar a existência de $n-1$ novas equações, as que mantêm a proporcionalidade das gerações das potências ativas pelas barras *swing*, como desejado, mas acompanhadas de n novas incógnitas, os incrementos de potência ativa gerada das n barras *swing*, fazendo então com que o sistema linearizado fique ainda mais sub-determinado. Incorporam-se agora as equações das injeções nodais de potência ativa das n barras *swing*, fazendo com que a matriz Jacobiana fique quadrada.

Aplicando-se o modelo proposto no sistema da Figura 5.1, podem-se ver as seguintes mudanças em relação à (5.1):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1' \\ \Delta P_2' \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1'}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1'}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1'}{\partial V_3} & -1 & 0 \\ \frac{\partial P_2'}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2'}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2'}{\partial V_3} & 0 & -1 \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta P_{G1} \\ \Delta P_{G2} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

onde:

$$\Delta g = -\Delta P_{G1}^{(h)} + \alpha_{12} \cdot \Delta P_{G2}^{(h)} \quad (5.7)$$

$$\Delta P_1' = P_{G1}^{(h)} - P_{L1} - P_1^{(h)} = -\Delta P_{G1} + \frac{\partial P_1'}{\partial \theta} \cdot \Delta \theta + \frac{\partial P_1'}{\partial V} \cdot \Delta V \quad (5.8)$$

$$\Delta P_2' = P_{G2}^{(h)} - P_{L2} - P_2^{(h)} = -\Delta P_{G2} + \frac{\partial P_2'}{\partial \theta} \cdot \Delta \theta + \frac{\partial P_2'}{\partial V} \cdot \Delta V \quad (5.9)$$

Desta forma, pode-se ver que, aplicando o modelo proposto, a matriz Jacobiana fica quadrada, tornando-se possível resolver o problema de fluxo de potência do sistema da Figura 5.1.

Em (5.10), é representada a forma genérica do sistema linearizado expandido a ser resolvido a cada iteração pelo método de Newton-Raphson, onde “m” é uma barra de carga.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1' \\ \vdots \\ \Delta P_n' \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \vdots \\ \Delta g_1 \\ \vdots \\ \Delta g_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_1}{\partial V_m} & \vdots & \frac{\partial P_1}{\partial P_{G1}} & \vdots & \frac{\partial P_1}{\partial P_{Gn}} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_n}{\partial V_m} & \vdots & \frac{\partial P_n}{\partial P_{G1}} & \vdots & \frac{\partial P_n}{\partial P_{Gn}} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_2} & \vdots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & \vdots & \frac{\partial P_m}{\partial P_{G1}} & \vdots & \frac{\partial P_m}{\partial P_{Gn}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_2} & \vdots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \vdots & \frac{\partial Q_m}{\partial P_{G1}} & \vdots & \frac{\partial Q_m}{\partial P_{Gn}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_1}{\partial \theta_2} & \vdots & \frac{\partial g_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta_m} & \frac{\partial g_1}{\partial V_m} & \vdots & \frac{\partial g_1}{\partial P_{G1}} & \vdots & \frac{\partial g_1}{\partial P_{Gn}} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_{n-1}}{\partial \theta_2} & \vdots & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial V_m} & \vdots & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial P_{G1}} & \vdots & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial P_{Gn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \\ \vdots \\ \Delta P_{G1} \\ \vdots \\ \Delta P_{Gn} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Em (5.10), as novas variáveis de estado incorporadas são os incrementos de potência ativa gerada das n barras *swing* ($\Delta P_{G1} \dots \Delta P_{Gn}$), enquanto que são incluídas a equação da potência ativa referente a cada barra *swing* ($\Delta P_1' \dots \Delta P_n'$) e as equações de controle ($\Delta g_1 \dots \Delta g_{n-1}$).

Seja i uma barra *swing*. A forma linearizada da equação de potência ativa da barra i é dada por:

$$\Delta P_i' = P_{Gi}^{(h)} - P_{Li} - P_i^{(h)} = -\Delta P_{Gi} + \frac{\partial P_i'}{\partial \theta} \cdot \Delta \theta + \frac{\partial P_i'}{\partial V} \cdot \Delta V \quad (5.11)$$

Ao final de cada iteração do processo de solução, a potência ativa gerada da barra i é atualizada por:

$$P_{Gi}^{(h+1)} = P_{Gi}^{(h)} + \Delta P_{Gi}^{(h)} \quad (5.12)$$

Em (5.10), os elementos das colunas adicionais à matriz Jacobiana são todos nulos, exceto nas posições correspondentes às injeções de potência ativa das barras *swing*, onde as derivadas são iguais a -1. Nas linhas das equações adicionais, somente os elementos das colunas referentes aos incrementos de potência ativa gerada das barras *swing* relacionadas são diferentes de zero.

Uma característica importante deste modelo é que as equações de potência ativa das barras *swing* são mantidas no sistema matricial do fluxo de potência. No entanto, na modelagem correspondente ao modelo clássico, as equações de potência ativa das barras *swing* são removidas do problema, como pode ser visto em (5.2).

5.5 – Aplicação do Modelo Proposto

A modelagem proposta foi aplicada a um sistema-teste de 6 barras contendo 2 barras *swing*, mostrado na Figura 5.2. A topologia e os parâmetros da rede são simétricos em relação a um eixo vertical imaginário passando pela barra de carga 5. A única assimetria presente é devida à distribuição de potência ativa entre os geradores. Os dados de barras e de linhas do sistema-teste, considerando o modelo proposto, são mostrados nas Tabelas 5.1 e 5.2. Pode-se observar na Tabela 5.2 que apenas o ângulo de fase da tensão da barra 1 é especificado, com o ângulo da barra 2 livre para variar. Para considerações de convergência, os resíduos das equações de controle devem ser menores que 0,001 pu, e das equações de fluxo de potência menores que 0,001 pu. Nenhum limite de geração de potência reativa foi estipulado. A base de potência base utilizada é de 100 MVA, com uma frequência de 60 Hz. Todos os testes realizados nesta seção foram implementados em programas em MATLAB. De forma a apresentar um quadro comparativo, o sistema-teste também foi simulado com o modelo clássico, considerando os mesmos critérios de convergência do modelo proposto.

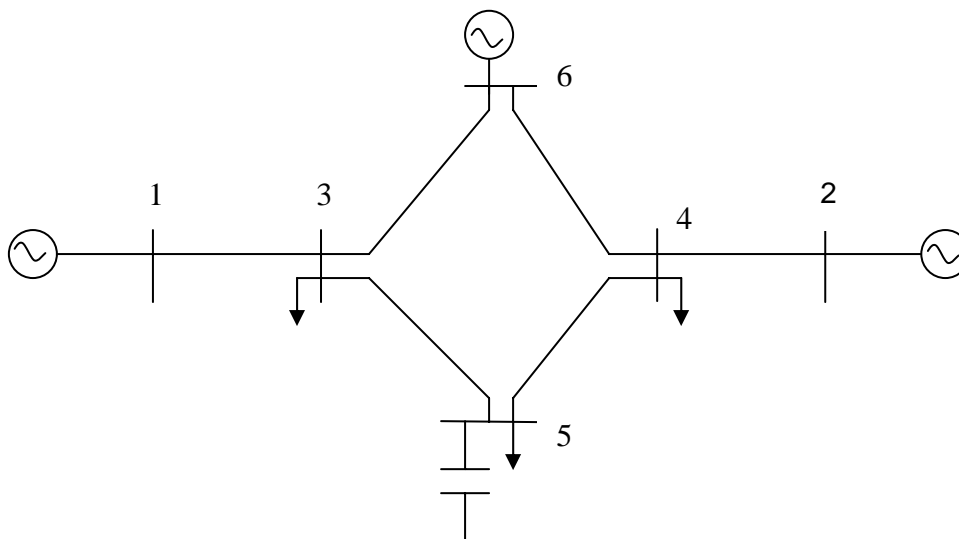


Figura 5.2 – Diagrama Unifilar do Sistema-Teste de 6 Barras

Tabela 5.1 – Dados de Barras do Sistema-Teste de 6 Barras Considerando o Modelo Proposto

Barra		Tensão		Geração		Carga		Shunt
No.	Tipo	V (pu)	θ (graus)	P (MW)	Q (Mvar)	P (MW)	Q (Mvar)	YC (Mvar)
1	swing	1,00	0	200	-	-	-	-
2	swing	1,00	-	800	-	-	-	-
3	PQ	-	-	-	-	200	50	-
4	PQ	-	-	-	-	200	50	-
5	PQ	-	-	-	-	800	300	440
6	PV	1,01	-	200	-	-	-	-

Tabela 5.2 – Dados de Linhas do Sistema-Teste de 6 Barras

Da Barra	Para Barra	Resistência (%)	Reatância (%)	Susceptância (%)
1	3	0,00	2,00	0,00
2	4	0,00	2,00	0,00
3	6	0,00	4,00	0,00
3	5	0,00	4,00	0,00
4	6	0,00	4,00	0,00
4	5	0,00	4,00	0,00

Em (5.13), é mostrado o sistema linearizado do fluxo de potência, utilizando o modelo proposto, a ser resolvido a cada iteração pelo método de Newton-Rapshon:

$$\begin{bmatrix} \Delta P'_1 \\ \Delta P'_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & -1 \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G1} \\ \Delta P_{G2} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Para o ponto de operação da Tabela 5.1, pode-se ver que:

$$\alpha_{12} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{P_{G1_0}}{P_{G2_0}} = \frac{200}{800} = 0,25 \quad (5.14)$$

Aplicando a modelagem proposta, pode-se afirmar que, ao final da última iteração do sistema de solução do fluxo de potência, a relação entre P_{G1} e P_{G2} será a mesma que em (5.14). Isto é garantido pela presença da última linha da matriz Jacobiana em (5.13).

O teste foi realizado para mais pontos de operação visando comparar o seu desempenho de convergência em carga pesada. Para isto, com a ajuda do programa de fluxo de potência continuado do ANAREDE, incrementou-se a

carga na barra 5 até o fluxo de carga divergir, chegando assim a carga máxima. A relação α_{12} foi mantida constante através da redistribuição dos valores de P_{G1} e P_{G20} na Tabela 5.1, de forma a atender os diferentes níveis de cargas do sistema. O fator de potência da carga da barra 5 foi mantido constante e não foi fixado nenhum limite de potência reativa.

A Tabela 5.3 apresenta os resultados do fluxo de potência dos modelos proposto e clássico para cada nível de carga selecionado.

Tabela 5.3 – Resultados do Fluxo de Potência dos Modelos Proposto e Clássico

Casos	Carga acrescentada na Barra 5 P_5 (MW) Q_5 (Mvar)	Modelo Proposto		Modelo Clássico	
		V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)	V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)
Caso-Base	800,00 300,00	1,0000	0,00	1,0000	0,00
		1,0000	14,02	1,0000	0,00
		0,9957	-2,30	0,9944	-5,77
		0,9857	4,68	0,9944	-5,77
		1,0046	-8,10	1,0114	-14,93
		1,0100	3,46	1,0100	-3,49
Nível de Carga 1	972,40 364,61	1,0000	0,00	1,0000	0,00
		1,0000	17,00	1,0000	0,00
		0,9830	-2,73	0,9812	-6,86
		0,9680	5,83	0,9812	-6,86
		0,9599	-10,51	0,9709	-18,64
		1,0100	3,85	1,0100	-4,55
Nível de Carga 2	1181,99 443,21	1,0000	0,00	1,0000	0,00
		1,0000	21,30	1,0000	0,00
		0,9610	-3,30	0,9596	-8,28
		0,9375	7,66	0,9596	-8,28
		0,8837	-14,33	0,9051	-24,08
		1,0100	4,52	1,0100	-5,92
Nível de Carga 3	1241,07 465,39	1,0000	0,00	1,0000	0,00
		1,0000	22,77	1,0000	0,00
		0,9522	-3,47	0,9515	-8,71
		0,9256	8,35	0,9515	-8,71
		0,8535	-15,79	0,8806	-25,94
		1,0100	4,79	1,0100	-6,33
Nível de Carga 4	1303,00 488,68	1,0000	0,00	1,0000	0,00
		1,0000	24,58	1,0000	0,00
		0,9401	-3,67	0,9414	-9,19
		0,9095	9,25	0,9414	-9,19
		0,8123	-17,75	0,8499	-28,19
		1,0100	5,15	1,0100	-6,78

Casos	Carga acrescentada na Barra 5 P_5 (MW) Q_5 (Mvar)	Modelo Proposto		Modelo Clássico	
		V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)	V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)
Nível de Carga 5	1368,27 513,10	1,0000 1,0000 0,9181 0,8813 0,7370 1,0100	0,00 27,31 -3,92 10,77 -21,32 5,82	1,0000 1,0000 0,9276 0,9276 0,8073 1,0100	0,00 0,00 -9,73 -9,73 -31,17 -7,29
Nível de Carga 6	1436,99 538,78	DIVERGENTE		1,0000 1,0000 0,8996 0,8996 0,7196 1,0100	0,00 0,00 -10,48 -10,48 -36,84 -7,96
Nível de Carga 7	1441,70 540,64	DIVERGENTE		1,0000 1,0000 0,8930 0,8930 0,6986 1,0100	0,00 0,00 -10,59 -10,59 -38,12 -8,05

Pode-se notar que, neste exemplo numérico, utilizando o modelo proposto, a carga máxima corresponde ao nível de carga 5, visto que a partir daí o fluxo de carga diverge. No entanto, o modelo clássico converge até o nível de carga 7. A diferença entre os dois modelos é:

- o modelo clássico especifica os ângulos θ_1 e θ_2 , enquanto que a relação α_{12} é livre.
- o modelo proposto especifica os termos (θ_1 e α_{12}), enquanto que o ângulo θ_2 é livre.

5.6 – Análise da Estabilidade de Tensão com o Modelo Proposto

Testou-se a aplicabilidade do modelo proposto para solução do problema do fluxo de carga na avaliação das condições de segurança de tensão. Foram calculados os índices de estabilidade de tensão da barra 5 através de (5.15), já estruturado para esta análise. Todos os testes realizados nesta seção foram implementados em programa em MATLAB.

$$\begin{bmatrix} \Delta P'_1 \\ \Delta P'_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta g \\ \hline \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & -1 & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & 0 & -1 & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ \hline \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta P_{G1} \\ \Delta P_{G2} \\ \hline \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Na Tabela 5.4 apresenta-se os índices de segurança de tensão da barra 5, utilizando-se os pontos de operação calculados com o algoritmo de fluxo de carga utilizando o modelo proposto. Nesta tabela, são exibidos os pontos de operação do caso-base e de mais 5 níveis de carregamento (visto que, conforme a terceira coluna da Tabela 5.3, com os níveis de carga 6 e 7, o algoritmo de fluxo de carga divergiu com o modelo proposto).

A Tabela 5.5 apresenta os índices de segurança de tensão utilizando os pontos de operação calculados com o algoritmo de fluxo de carga utilizando o modelo clássico. Visando obter um quadro comparativo, cada tabela mostra os índices de estabilidade de tensão calculados tanto com o modelo proposto quanto com o modelo clássico.

Nas Tabelas 5.4 e 5.5, nota-se que o modelo clássico gera índices maiores que o proposto, isto é, índices mais otimistas. Estes resultados já eram esperados, pois, conforme evidenciado na Seção 5.5, o ponto de máxima transferência de potência com o modelo proposto é menor do que o com o modelo clássico.

Tabela 5.4 – Comparação dos Índices de Segurança de Tensão da Barra 5 entre os Modelos Proposto e Clássico, Utilizando os Pontos de Operação do Modelo Proposto

Casos	Carga acrescentada na Barra 5 P_5 (MW) Q_5 (Mvar)	Modelo Proposto		Modelo Proposto S_5 (MVA) S_m (MVA) M(%) det[D']	Modelo Clássico S_5 (MVA) S_m (MVA) M(%) det[D']
		V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)		
Caso-Base	800,00 300,00	1,0000	0,00	854,48 2523,42 66,14 561,17	854,48 3151,35 72,89 915,88
		1,0000	14,02		
		0,9957	-2,30		
		0,9857	4,68		
		1,0046	-8,10		
		1,0100	3,46		
Nível de Carga 1	972,40 364,61	1,0000	0,00	1038,57 2369,22 56,16 472,40	1038,57 2888,37 64,04 756,75
		1,0000	17,00		
		0,9830	-2,73		
		0,9680	5,83		
		0,9599	-10,51		
		1,0100	3,85		
Nível de Carga 2	1181,99 443,21	1,0000	0,00	1262,33 2122,68 40,53 329,55	1262,33 2469,08 48,87 509,55
		1,0000	21,30		
		0,9610	-3,30		
		0,9375	7,66		
		0,8837	-14,33		
		1,0100	4,52		
Nível de Carga 3	1241,07 465,39	1,0000	0,00	1325,54 2028,70 34,66 276,34	1325,54 2312,75 42,69 420,83
		1,0000	22,77		
		0,9522	-3,47		
		0,9256	8,35		
		0,8535	-15,79		
		1,0100	4,79		
Nível de Carga 4	1303,00 488,68	1,0000	0,00	1391,54 1902,60 26,86 207,25	1391,54 2108,17 33,99 308,75
		1,0000	24,58		
		0,9401	-3,67		
		0,9095	9,25		
		0,8123	-17,75		
		1,0100	5,15		
Nível de Carga 5	1368,27 513,10	1,0000	0,00	1461,40 1676,90 12,85 91,76	1461,40 1759,83 16,96 130,44
		1,0000	27,31		
		0,9181	-3,92		
		0,8813	10,77		
		0,7370	-21,32		
		1,0100	5,82		

Tabela 5.5 – Comparação dos Índices de Segurança de Tensão da Barra 5 entre os Modelos Proposto e Clássico, Utilizando os Pontos de Operação do Modelo Clássico

Casos	Carga acrescentada na Barra 5 P_5 (MW) Q_5 (Mvar)	Modelo Clássico		Modelo Proposto S_5 (MVA) S_m (MVA) M(%) det[D']	Modelo Clássico S_5 (MVA) S_m (MVA) M(%) det[D']
		V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)		
Caso-Base	800,00 300,00	1,0000 1,0000 0,9944 0,9944 1,0114 1,0100	0,00 0,00 -5,77 -5,77 -14,93 -3,49	854,40 2496,98 65,78 544,30	854,40 3194,77 73,26 937,00
Nível de Carga 1	972,40 364,61	1,0000 1,0000 0,9812 0,9812 0,9709 1,0100	0,00 0,00 -6,86 -6,86 -18,64 -4,55	1038,51 2342,57 55,67 454,13	1038,51 2955,35 64,86 788,50
Nível de Carga 2	1181,99 443,21	1,0000 1,0000 0,9596 0,9596 0,9051 1,0100	0,00 0,00 -8,28 -8,28 -24,08 -5,92	1262,36 2119,25 40,43 320,17	1262,36 2587,76 51,22 563,83
Nível de Carga 3	1241,07 465,39	1,0000 1,0000 0,9515 0,9515 0,8806 1,0100	0,00 0,00 -8,71 -8,71 -25,94 -6,33	1325,46 2044,22 35,16 275,03	1325,46 2458,19 46,08 486,67
Nível de Carga 4	1303,00 488,68	1,0000 1,0000 0,9414 0,9414 0,8499 1,0100	0,00 0,00 -9,19 -9,19 -28,19 -6,78	1391,63 1954,86 28,81 221,78	1391,63 2300,02 39,49 394,57
Nível de Carga 5	1368,27 513,10	1,0000 1,0000 0,9276 0,9276 0,8073 1,0100	0,00 0,00 -9,73 -9,73 -31,17 -7,29	1461,31 1839,39 20,55 154,57	1461,31 2090,13 30,08 276,61
Nível de Carga 6	1436,99 538,78	1,0000 1,0000 0,8996 0,8996 0,7196 1,0100	0,00 0,00 -10,48 -10,48 -36,84 -7,96	1534,67 1622,67 5,42 38,61	1534,67 1689,35 9,16 69,30

Casos	Carga acrescentada na Barra 5 P_5 (MW) Q_5 (Mvar)	Modelo Clássico		Modelo Proposto	Modelo Clássico
		V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 (pu)	$\angle\theta_1$ $\angle\theta_2$ $\angle\theta_3$ $\angle\theta_4$ $\angle\theta_5$ $\angle\theta_6$ (graus)		
Nível de Carga 7	1441,70 540,64	1,0000	0,00	1539,74 1573,68 2,16 15,13	1539,74 1600,05 3,77 27,11
		1,0000	0,00		
		0,8930	-10,59		
		0,8930	-10,59		
		0,6986	-38,12		
		1,0100	-8,05		

5.7 – Sumário do Capítulo

Desenvolveu-se um novo modelo matemático para o cálculo de fluxo de potência em coordenadas polares em sistemas de potência com a presença de múltiplas barras *swing*. Neste modelo especifica-se apenas o ângulo de uma barra *swing*, deixando os ângulos das outras barras *swing* livres para variar. Para que isto ocorra, incorporam-se equações de controle no problema básico de fluxo de potência. Considera-se que as relações das potências ativas geradas entre barras *swing* são mantidas constantes no resultado final do fluxo de carga, comparando-se com os dados iniciais que correspondem ao despacho de carga ignorando-se as perdas ativas na rede elétrica.

Um fator importante a ser destacado, é que as equações de potência ativa das barras *swing* são mantidas no problema de fluxo de potência, o que mantém a matriz Jacobiana preservada.

É interessante notar que o algoritmo de fluxo de potência com o modelo proposto divergiu para níveis de carregamento inferiores a aqueles em que o algoritmo convergiu com o modelo clássico. Esta diferença explica-se porque o modelo proposto especifica o ângulo de uma barra *swing* e os fatores de participação α_{ij} de $n-1$ barras *swing*, enquanto que o modelo clássico o ângulo da tensão das n barras *swing*.

Os resultados obtidos nos fluxos de potência de ambos os modelos foram refletidos na análise das condições de segurança de tensão, pois com o modelo

clássico obteve-se índices de estabilidade de tensão mais otimistas que com o modelo proposto.

Conclui-se que o modelo proposto deve ser utilizado, pois não infringe as leis de circuitos elétricos. Além disso, caso houvesse dúvida sobre que modelo utilizar, ainda assim o modelo proposto deveria ser adotado, pois, com ele, os resultados são mais seguros.