

2 Medição da taxa de bits errados (BER)

Este capítulo tem como objetivo destacar a importância da medição da BER, descrever as principais fontes causadoras de erro e caracterizar as técnicas de medição para avaliar o desempenho de enlaces elétricos e ópticos em redes de telecomunicações.

2.1. Introdução

Circuitos integrados digitais, switches, sistemas de transmissão e dispositivos de armazenamento são atualmente os responsáveis pelo alto crescimento do setor eletrônico. Através desses desenvolvimentos tecnológicos, os sistemas de telecomunicações digitais vêm passando por uma rápida convergência nas comunicações de voz, dados e vídeo. Torna-se necessário, então, avaliar a performance destas redes de telecomunicações e, em particular, analisar as margens de segurança disponíveis, explorando potenciais falhas que possam acabar conduzindo a uma degradação do desempenho do sistema. Tal análise é realizada pela Taxa de Bits Errados (BER) que é a medida de qualidade fundamental de um enlace digital de telecomunicações e pode ser expressa como a relação entre o número de bits recebidos com erro e o número total de bits transmitidos. É utilizada para medir erros na transmissão de dados que ocorrem por diversas razões como: indução eletromagnética, falhas de sincronização entre o transmissor e o receptor, defeitos de componentes, ruído etc.

Geralmente, essa grandeza é expressa como uma potência de 10, por exemplo, para a qualidade de transmissão das redes locais de Ethernet (LANs *Local Area Network*) a 10Mbit/s, é normalmente esperado um valor melhor do que um bit errado em um bilhão de bits transmitidos, ou uma BER de 10^{-9} . As especificações para redes locais de Gigabit Ethernet e para redes de banda larga,

já estabelecem como objetivo de erro máximo, um bit de erro em um trilhão de bits, ou uma BER de 10^{-12} . A exigência de taxas de erro melhores que 10^{-12} está se tornando comum e em breve uma BER da ordem de 10^{-15} , ou menor, será praticada no mercado como é o caso de sistemas ópticos WDM.

O equipamento utilizado para testar a BER de um determinado sistema é denominado BERT – (*Bit Error Rate Tester*) [3],[4] e será visto com mais detalhes no decorrer deste capítulo.

2.2. Fontes de erro

Bits errados surgem em sistemas de comunicações digitais como resultado de vários efeitos práticos distintos. Por exemplo, ao utilizarmos componentes (transformadores, linhas de transmissão, transceivers, conectores, fibras ópticas, receptores ópticos, etc.) para implementar o enlace, estamos também contribuindo na distorção do sinal transmitido. Esta distorção pode aparecer de várias formas diferentes como em atenuação, dispersão, incremento de jitter e variações DC.

O diagrama de olho é muito importante para determinar e analisar a qualidade de um sistema digital. Através deste torna-se possível observar imediatamente se o olho está degradado por ruído, timing jitter, degradação do pulso ou interferência intersimbólica [3],[4],[5]. Uma análise mais aprofundada sobre este diagrama será feita no item 2.3 deste capítulo.

Serão introduzidos a seguir algumas das principais fontes de erros em sistemas digitais.

2.2.1. Ruído em excesso (Excessive Noise)

O ruído tem natureza aleatória logo seu comportamento é definido em termos estatísticos. Os dois principais mecanismos de ruído em receptores são o ruído térmico e o ruído de disparo. O ruído térmico é gerado pelo movimento

aleatório dos elétrons dentro de um resistor devido à temperatura. Este movimento provocará uma flutuação na corrente mesmo quando não é aplicada tensão ao resistor. Esta flutuação de corrente é chamada de ruído térmico e esta corrente de ruído térmico é modelada como um processo aleatório estacionário gaussiano [2],[3],[4].

O ruído de disparo está associado à natureza aleatória da taxa de chegada de fótons no detector uma vez que os elétrons são gerados em tempos aleatórios, causando uma flutuação na corrente total. Esta flutuação de corrente é chamada de ruído de disparo e esta corrente de ruído de disparo é modelada como um processo aleatório estacionário com estatística de Poisson podendo ser aproximado por um processo gaussiano [2].

Outra fonte de ruído em receptores é a diafonia (*crosstalk*) [3] em circuitos sensíveis que ocorre quando um par de condutores induz um sinal indesejável num outro par. Por exemplo, em um cabo de 4 pares, a diafonia é medida para cada uma das seis combinações de pares (1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4). A pior das seis medidas individuais traduz o par com pior diafonia, indicando assim o desempenho mínimo do cabo.

Alguns sistemas são limitados por ruído. Como exemplo podemos citar receptores ópticos operando próximo ao nível de luz mínimo. A característica desses sistemas é que os erros ocorrem ao acaso de acordo com uma distribuição de Poisson e não são influenciados pelo padrão de bits transmitidos [3].

2.2.2. Interferência Intersimbólica

A interferência entre símbolos de um sinal (ISI - *Intersymbol interference*) é a deformação de um bit causada pelos seus bits adjacentes. Em sistemas de comunicações ópticas a origem desse tipo de interferência se dá devido a características dos lasers, dispersão do pulso na fibra ou então devido a filtragem não ideal no receptor [3],[4],[5].

A dispersão é um dos fenômenos que mais contribui para o aparecimento de ISI por provocar o alargamento do pulso durante sua transmissão pela fibra e se este for transmitido por uma distância suficientemente grande, ele passará a ocupar o bit-slot do pulso vizinho, fazendo aparecer erros na recepção e degradando o desempenho do sistema, conforme ilustrado na Figura 1 abaixo.

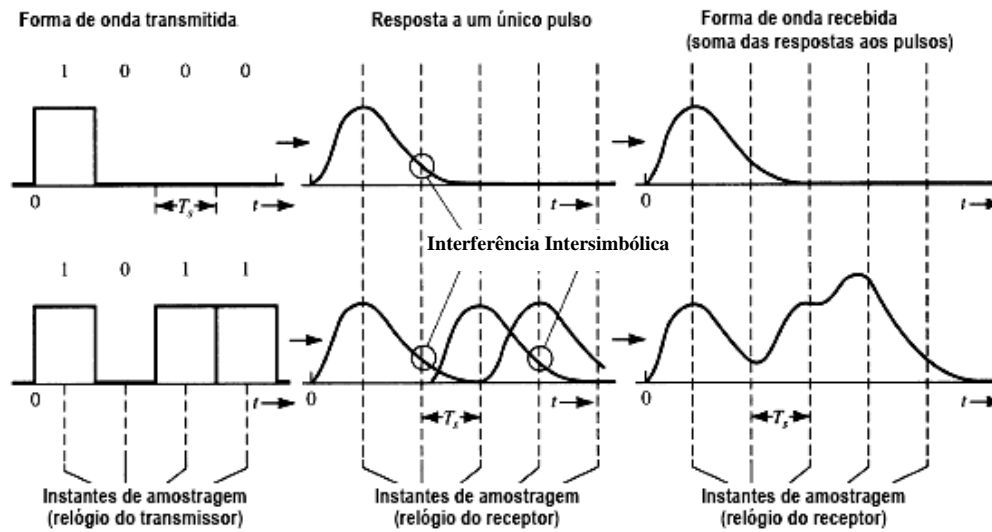


Figura 1. Pulsos adjacentes sofrendo os efeitos da dispersão sendo T_s o bit-slot de um pulso NRZ.

Nesta figura, temos as formas de onda dos pulsos transmitidos e recebidos onde podemos perceber na recepção o alargamento e a interferência entre os pulsos adjacentes.

Caso o instante de amostragem do pulso seja em seu centro, ou seja, no meio de cada bit-slot que é o instante ideal de amostragem, o decisor no receptor ainda conseguirá fazer o seu trabalho sem cometer erro, porém, qualquer variação no instante de amostragem (geralmente varia devido ao jitter, que será estudado no próximo item), pode levar o decisor a cometer um erro.

Podemos observar que para pulsos no formato NRZ (*Non Return to Zero*) a situação torna-se ainda mais crítica que no caso de pulsos RZ (*Return to Zero*) pois com os efeitos da dispersão, certamente haverá a interferência deste pulso no bit-slot do pulso vizinho [5].

2.2.3. Timing Jitter

O jitter é um dos principais responsáveis pela degradação de desempenho em sistemas de transmissão de alta velocidade. Quando o jitter é excessivo, dados podem ser perdidos durante o processo de transmissão, acarretando no aumento da taxa de bits errados.

Ao considerarmos um sistema de transmissão digital, podemos perceber que os pulsos sofrem certos deslocamentos ao longo do tempo em relação aos pulsos de um sinal ideal. Essas variações indesejáveis são definidas como jitter ou timing jitter ou ainda jitter de fase. Portanto, o jitter é a medida de quanto o sinal oscilou em relação à sua posição ideal [6], conforme ilustrado na Figura 2 abaixo.

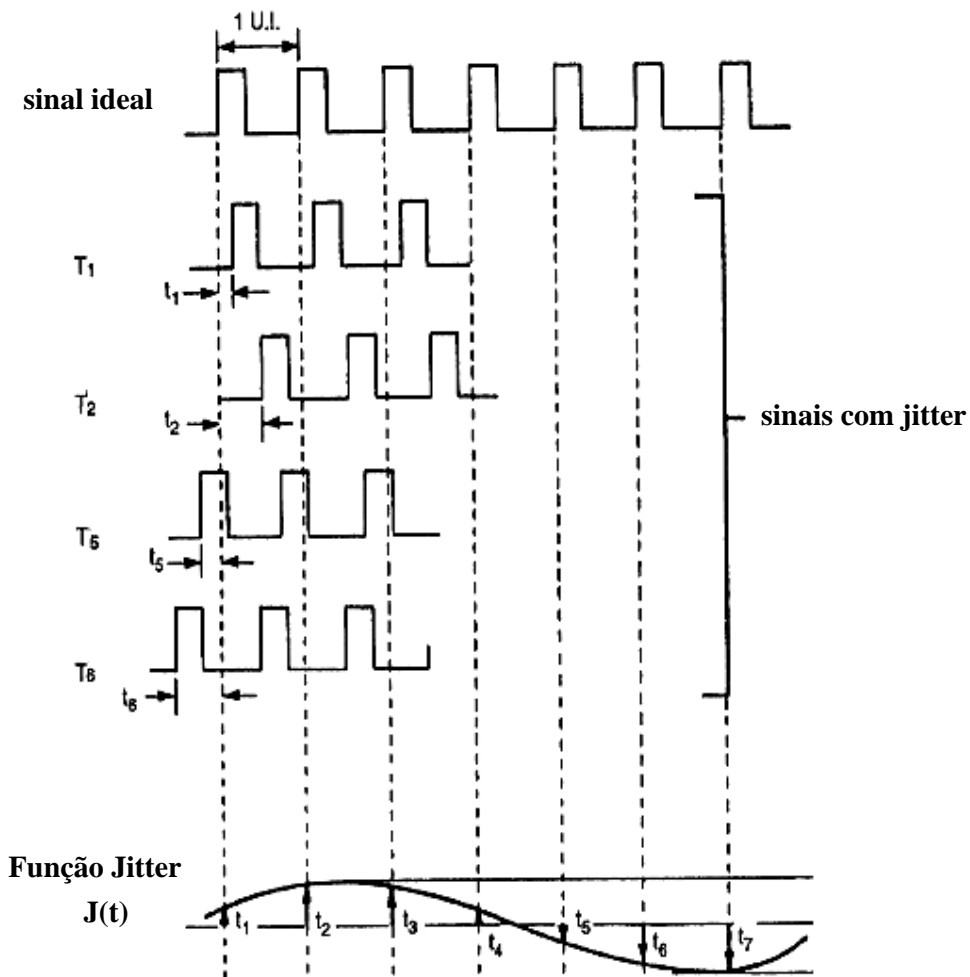


Figura 2. Nos instantes T_n , o padrão de bits é deslocado de sua posição ideal no tempo. As compensações instantâneas t_n desde suas posições ideais formam a função jitter $J(t)$.

Os sinais digitais devem ser amostrados no ponto médio dos bit slots, mas isso pode não acontecer. Nesses casos, o instante de amostragem sofre uma pequena variação estatística em torno do ponto médio do bit-slot, que é o instante ideal de amostragem, fazendo com que haja uma flutuação do sinal em diversos períodos de bits. Esses desvios de fase t_n são chamados de timing jitter e se estes forem longos podem induzir o decisor a uma interpretação incorreta dos bits afetando o processo de recuperação de dados.

De acordo com a União Internacional de Telecomunicações (ITU-*International Telecommunication Union*), o jitter é definido como sendo as variações de curto prazo dos instantes significativos em relação às suas posições ideais no tempo.

O jitter pode ser especificado como a amplitude pico-a-pico de um sinal com jitter e expressa como uma fração ideal do relógio, ou seja, uma fração de U.I (*Unit Interval*) onde 1 U.I corresponde ao período de um bit [4].

Através da Figura 3 abaixo podemos observar o timing jitter desviando o pulso de sua posição ideal no tempo e analisar os dois parâmetros do jitter: frequência e amplitude. A frequência é dada em Hertz e a amplitude é geralmente expressa em U.I pico a pico.

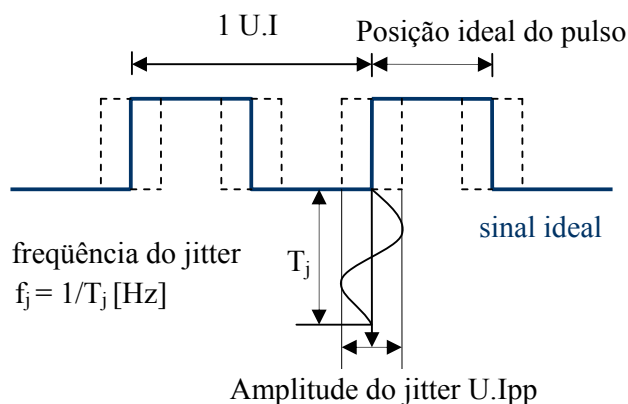


Figura 3. Amplitude e frequência do jitter.

Podemos citar como possíveis fontes de jitter em sistemas de telecomunicações [7],[8], as seguintes abaixo:

- a interferência intersimbólica;
- diafonia (*crosstalk*) e o ruído nos meios de transmissão;
- o ruído térmico;
- a imperfeição em circuitos de recuperação de relógio;
- a imperfeição nos processos de modulação;
- a distorção de sinal;
- o jitter intrínseco nos elementos de sincronização como os PLLs¹ (*Phase-Locked Loop*) [9].

2.3. Técnicas de medição da BER

O método de medição utilizado para testar um sistema digital é baseado na estimulação da entrada por um padrão de teste. Normalmente gera-se uma seqüência binária pseudo aleatória (PRBS – *Pseudo Random Binary Sequence*) de ‘0’s e ‘1’s. O comprimento da seqüência possui $2^N - 1$ estados sem repetição, sendo N o número de flip-flops D necessários para gerar o padrão PRBS. Esse valor de N é muito importante para a exatidão da medida pois é ele quem vai determinar o comprimento máximo da seqüência e a partir desse valor ela passa a repetir-se. Os valores típicos de N são 7, 10, 15, 20, 23 e 31. Os padrões com comprimentos N=15 e N=23 foram adotados como norma internacional [3].

¹ PLL (*Phase-Locked Loop*) é um dispositivo de sincronização com o objetivo de manter o controle de tempo e freqüência de todos os relógios em um sistema de comunicação digital. Dessa forma, tem como principal finalidade reproduzir o sinal original removendo o máximo de ruído possível.

O padrão PRBS é gerado através de vários registradores de deslocamento com realimentação conectada por meio de portas Ou-Exclusivo, e eles são também chamados de contadores LFSR (*Linear Feedback Shift Register*), que será estudado no capítulo 3, sendo que o número de flip-flops utilizados é o mesmo número de bits deste contador conforme representado na Figura 4 abaixo.

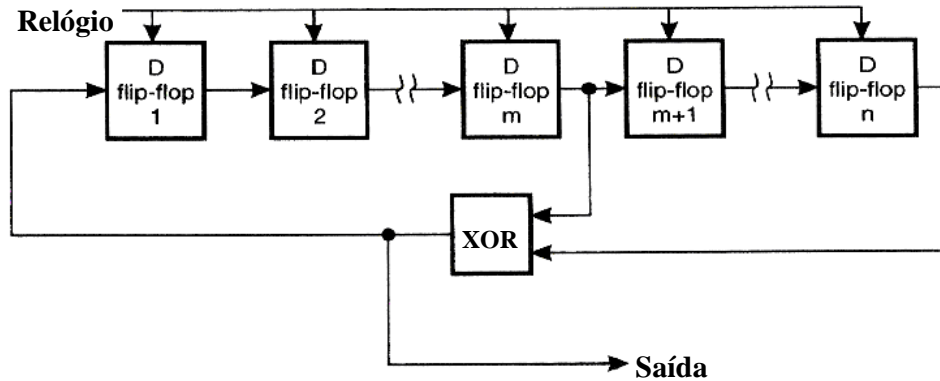


Figura 4. Geração de uma seqüência PRBS utilizando registradores de deslocamento com realimentação.

Uma determinada seqüência pseudo aleatória PRBS possui um espectro de frequência do tipo $\frac{\text{sen}(\omega t)}{\omega t}$, com a taxa de bits f_b sendo representada pela

equação $f_b = \frac{1}{T_B}$, onde T_B é o bit-slot ou período de bits, o espaçamento entre as

componentes do espectro discreto é representado por Δf , e o comprimento da seqüência PRBS é dado por $2^N - 1$ sendo N um número inteiro. Este espectro de frequência está ilustrado na Figura 5 abaixo para o formato de modulação NRZ (*Non Return to Zero*) [4].

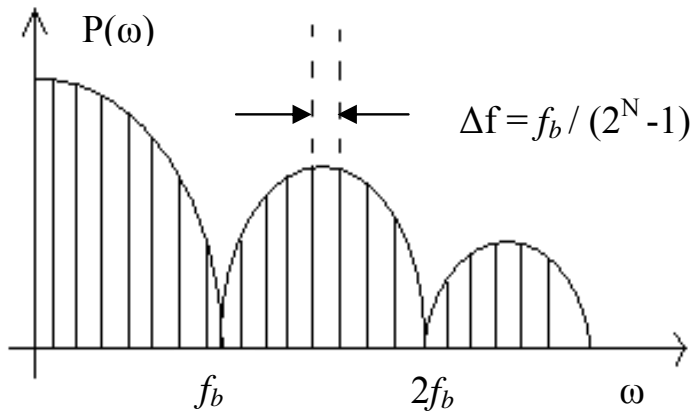


Figura 5. Densidade Espectral de Potência de uma seqüência pseudo aleatória NRZ.

Como dito anteriormente o equipamento utilizado para testar e medir a BER de um determinado sistema é denominado BERT – (*Bit Error Rate Tester*). Ele consiste em duas seções: a geração de um padrão representando a entrada do sistema e o detector de erro representando a saída. O gerador de seqüências pseudo-aleatórias utilizado possui todas as características estatísticas de um sinal aleatório real e para simular um tráfego real esta aproximação torna-se ainda melhor quanto maior for o comprimento da seqüência como por exemplo $N = 23$ ou $N = 31$ [3].

O espaçamento espectral da Figura 5 acima, isto é, a distância entre as componentes, torna-se muito reduzida para seqüências longas, o que facilita a operação de circuitos de recuperação de relógio.

Este gerador de seqüências e o detector de erro representados na Figura 6 abaixo devem operar sincronizados, com o mesmo relógio e a relação de fase entre eles tem que ser estável. Isso acontece quando ambos estão localizados próximos fisicamente, ou seja, uma conexão elétrica direta pode ser feita entre eles. Caso eles estejam separados fisicamente, a conexão direta não será possível e teremos então neste caso as duas seqüências PRBS idênticas sendo geradas em locais diferentes e distantes através da mesma configuração indicada na Figura 4. Dessa forma, a seqüência gerada no receptor deverá ser sincronizada pelo relógio extraído da seqüência que está sendo recebida. A partir da sincronização entre as

duas seqüências, um ajuste de retardo de fase deverá ser implementado para que as palavras geradas ocorram simultaneamente [3].

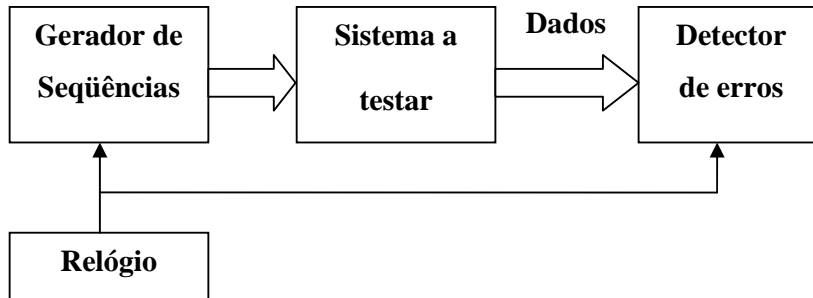


Figura 6. Descrição de um BERT, o padrão gerado é conectado à entrada do sistema sob teste e o detector de erro é conectado à saída.

Geralmente, o tempo exato de atraso através do sistema sob teste não é conhecido. Por essa razão, independente de estarem localizados próximos ou distantes, o ideal é que sempre haja no receptor uma seqüência pseudo aleatória com as mesmas configurações da entrada sendo gerada com o intuito de tentar o sincronismo, para em seguida ajustar a fase entre as seqüências. Quando os dois padrões estiverem fora de sincronismo, considera-se um determinado valor de limiar para a BER (por exemplo, $BER=0.2$) [3]. Caso este valor de BER seja excedido, o detector de erro tentará resincronizar os dados novamente até ser alcançada uma medida de BER abaixo do limiar pré-definido. Isso é feito através de deslocamentos entre as seqüências variando a relação de fases entre os dois padrões até ser alcançada uma BER mínima para o sistema de transmissão digital.

Após a sincronização e o ajuste de fase entre as seqüências o procedimento utilizado é o de comparação bit-a-bit entre os dados de saída do sistema sob teste (padrão recebido) com o padrão gerado internamente no detector de erros (padrão de referência).

A comparação entre as duas seqüências pode ser feita através da utilização de uma porta Ou Exclusivo onde o padrão recebido e o padrão de referência deverão ser idênticos bit a bit, resultando em saída nula no circuito Ou Exclusivo. Quando em um determinado bit-slot ocorrer um erro de identificação no receptor

(padrão recebido) a diferença estará presente na entrada do Ou Exclusivo, e um pulso de saída indicará o erro, conforme podemos perceber na Figura 7 abaixo [4].

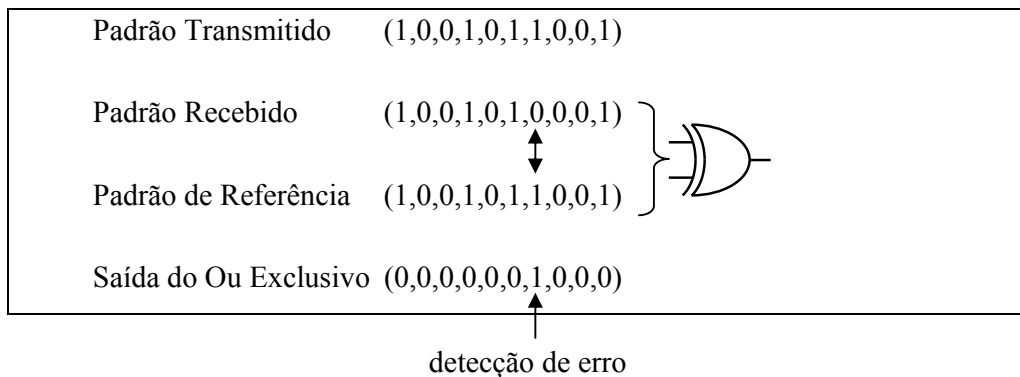


Figura 7. Comparação bit a bit e detecção de erro usando Ou-Exclusivo.

A probabilidade de erro é muito importante em um sistema de comunicações de dados e é definida por:

$$BER = \frac{\text{número de bits recebidos com erro}}{\text{número de bits transmitidos}}, \text{ onde será analisada com mais}$$

detalhes no item 2.4 deste capítulo.

Outra forma de determinar a BER é através do estudo do diagrama de olho no receptor quando não é conhecida a informação a ser transmitida previamente.

A Figura 8 abaixo representa a superposição de todas as palavras possíveis, obtendo um formato semelhante ao de um olho. Caso o sistema esteja operando com perfeição, os pulsos serão sobrepostos com exatidão total formando um olho aberto. Caso contrário, a superposição não ocorrerá com exatidão, mas com grandes desvios fechando o olho [3].

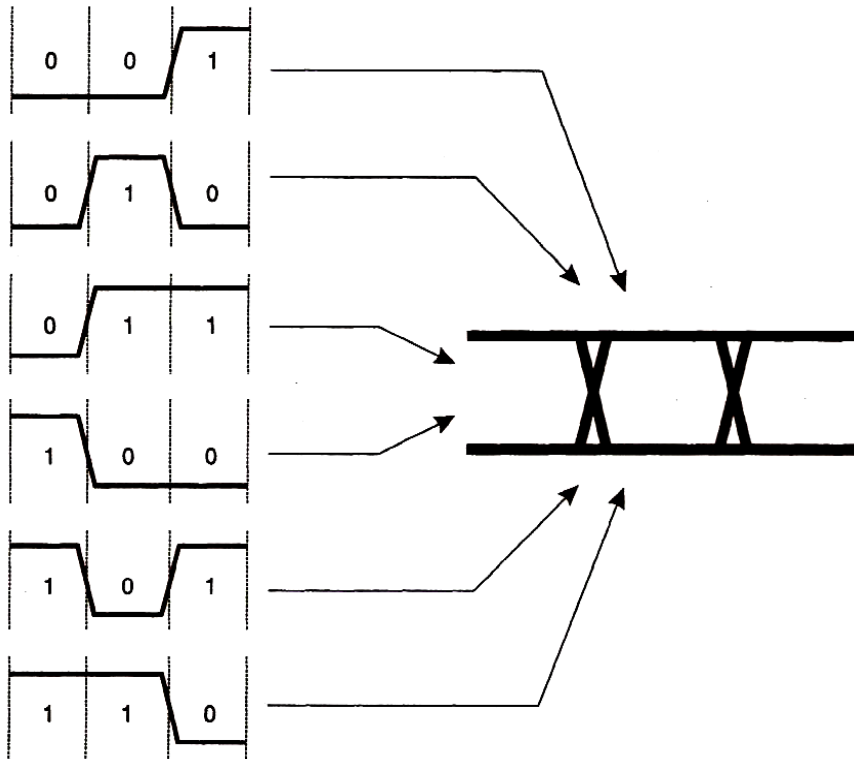


Figura 8. Formação do diagrama de olho para pulsos NRZ.

Em um diagrama de olho, a distância A é chamada de abertura do olho (*eye opening*), que vai desde o valor 1 do topo até o valor 0 da base; a distância H é chamada de altura do olho (*eye height*), que vai desde o topo ou a base até o centro do pulso e a distância W é chamada de largura do olho (*eye width*) que é a distância entre as transições conforme a Figura 9 abaixo [4].

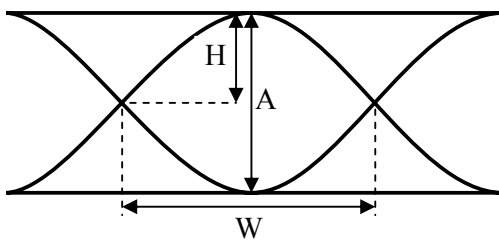


Figura 9. Principais definições de um diagrama de olho.

Na Figura 10 abaixo podemos visualizar um diagrama de olho ideal representando o olho aberto na esquerda com baixas taxa de erro [2]. Já o

diagrama da direita nos mostra uma degradação do sistema e representa o olho fechando-se significando que a taxa de erro do sistema é relativamente alta.

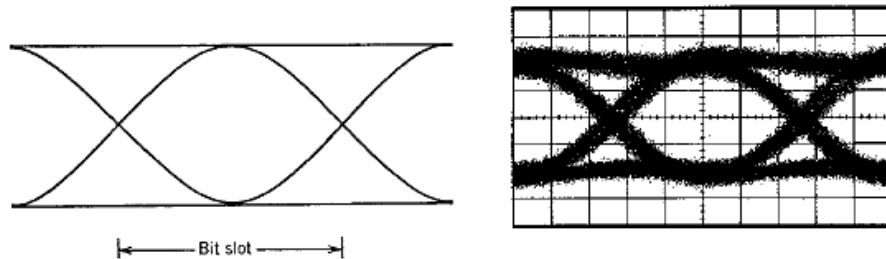


Figura 10. Padrão de olho ideal e degradado para pulsos no formato NRZ.

Um diagrama de olho é gerado como mostra a Figura 11 abaixo. Um sinal de dados é aplicado à entrada vertical do osciloscópio e um sinal de trigger, geralmente no formato de uma senóide, no relógio do gerador de padrão é aplicado à entrada de trigger do osciloscópio [3]. Ao ser triggado na primeira transição do relógio, o osciloscópio captura qualquer forma de onda presente em sua entrada vertical mostrando-a na tela.

Na próxima transição de relógio, o circuito é triggado novamente sendo que o padrão de dados nesse momento já não é o mesmo da transição anterior. Dessa forma, o que será exibido agora na tela do osciloscópio será a combinação dos dois padrões. Esse processo se repete continuamente e após vários eventos de trigger todas as possíveis combinações de padrões e transições se sobrepõem na tela do osciloscópio formando o diagrama de olho.

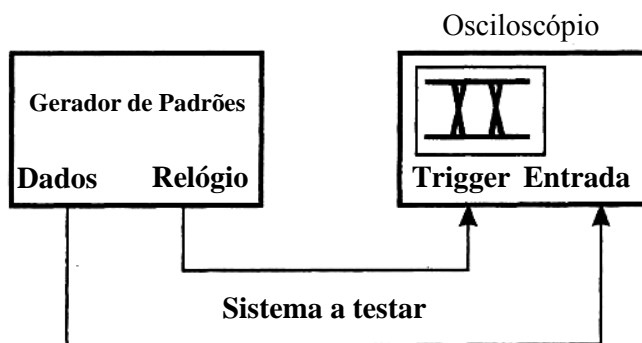


Figura 11. Setup para a geração do diagrama de olho.

2.4. Avaliação do desempenho de sistemas digitais

Um dos critérios mais utilizados para analisar o desempenho de sistemas digitais é a taxa de bits errados (BER - *Bit Error Rate*) [2], definida como a probabilidade de identificação incorreta de um bit pelo circuito de decisão do receptor.

No caso de um receptor óptico outra medida de desempenho importante é a sensibilidade do receptor, que é a potência óptica mínima necessária para que o receptor opere abaixo de uma determinada taxa de erro, geralmente 10^{-12} ($Q \approx 7$). Um determinado receptor é considerado mais sensível que outro se este atingir o mesmo desempenho com um nível de potência óptica inferior.

Nas duas Figuras abaixo 12(a) e 12(b) temos uma flutuação de corrente causada por ruído gerado no receptor. Na figura 12(a) abaixo o sinal elétrico recebido pelo circuito de decisão é amostrado num determinado instante de decisão t_D . Os valores amostrados de corrente I flutuam em torno dos valores médios I_1 e I_0 , correspondendo respectivamente aos bits lógicos '1' e '0'. O circuito de decisão irá comparar os valores amostrados com um valor de limiar de corrente I_D e decidir qual bit foi recebido. Se $I > I_D$ será identificado como bit 1, caso contrário será identificado como bit 0 pelo decisor.

A Figura 12(b) apresenta as funções densidade de probabilidade (fdp) $p(I)$ do nível de corrente associadas aos bits '1' e '0', $p_1(I)$ e $p_0(I)$ respectivamente, cruzando o limiar de decisão I_D e conseqüentemente formando uma área hachurada. Essas áreas correspondem a $P(0/1)$ que é a probabilidade de decidir erroneamente um bit 0 quando é recebido um bit 1 e $P(1/0)$ que é a probabilidade de decidir erroneamente um bit 1 quando é recebido um bit 0. Podemos então definir a BER de um sistema binário pelo teorema da probabilidade total:

$$\text{BER} = P(1)P(0/1) + P(0)P(1/0) \quad (1)$$

Onde $P(1)$ e $P(0)$ são respectivamente as probabilidades de serem recebidos bits 1 e 0. No sistema utilizado os bits '1' e '0' são equiprováveis logo temos que $P(1) = P(0) = 1/2$. Reescrevendo a equação(1) da BER, temos:

$$\text{BER} = \frac{1}{2}[P(0/1) + P(1/0)] \quad (2)$$

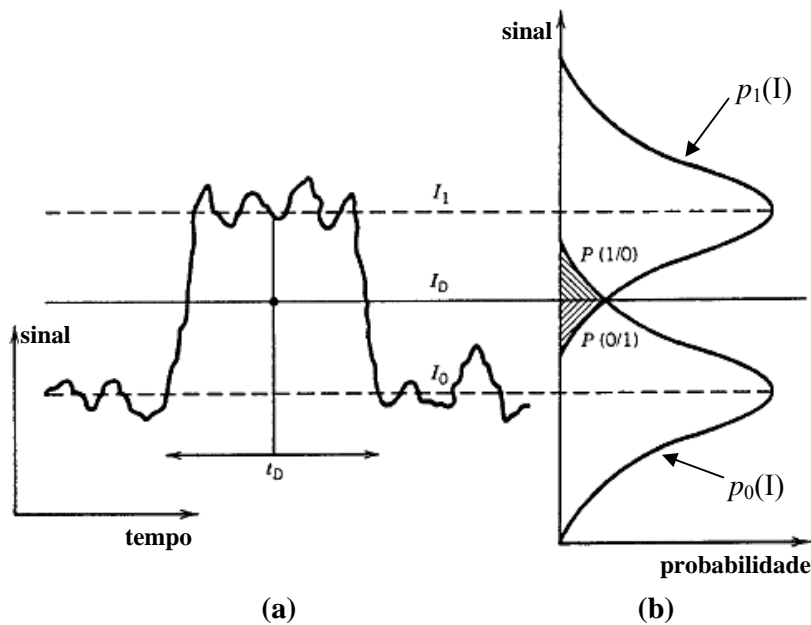


Figura 12. Em 12(a) temos a variação da corrente no tempo devido à flutuações causadas por ruído e em 12(b) as funções densidade de probabilidade de corrente.

As probabilidades $P(0/1)$ e $P(1/0)$ dependem das funções densidade de probabilidade (fdp) $p(I)$ dos valores amostrados de corrente. E a forma funcional das funções $p_1(I)$ e $p_0(I)$ dependem da estatística das fontes de ruído responsáveis pelas flutuações de corrente [2]. Sendo assim, considerou-se uma aproximação utilizando estatística gaussiana para todos os ruídos obtendo as seguintes probabilidades:

$$P(0/1) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{I_D} \exp\left(-\frac{(I - I_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) dI = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{I_1 - I_D}{\sigma_1 \sqrt{2}}\right) \quad (3)$$

$$P(1/0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \int_{I_D}^{\infty} \exp\left(-\frac{(I - I_0)^2}{2\sigma_0^2}\right) dI = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{I_D - I_0}{\sigma_0 \sqrt{2}}\right) \quad (4)$$

Onde σ_1^2 e σ_0^2 são as variâncias e σ_1 e σ_0 são os valores médios quadráticos da corrente de ruído (desvio padrão) associada aos bits 1 e 0 respectivamente e a função erfc é a função de erro complementar e pode ser expressa por:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt \Rightarrow \operatorname{erfc}(x) = \frac{\exp(-x^2)}{x\sqrt{\pi}}, \text{ para } x > 3 \quad (5)$$

Substituindo as equações (3) e (4) na equação (2), temos:

$$BER = \frac{1}{4} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{I_1 - I_D}{\sigma_1 \sqrt{2}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{I_D - I_0}{\sigma_0 \sqrt{2}} \right) \right] \quad (6)$$

A equação (6) acima mostra que a BER depende do limiar de decisão de corrente I_D e este deve ser escolhido de forma a minimizar a BER do sistema. O nível I_D ótimo corresponde ao ponto onde as funções densidades de probabilidade de corrente $p_1(I)$ e $p_0(I)$ se cruzam. Neste ponto, $P(0/1) = P(1/0)$, obtemos a seguinte expressão:

$$\frac{(I_D - I_0)}{\sigma_0} = \frac{(I_1 - I_D)}{\sigma_1} = Q \quad (7)$$

Reescrevendo a equação (7) acima encontramos uma expressão para I_D :

$$I_D = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \quad (8)$$

A BER com o nível de decisão ótimo é obtida combinando as equações (6) e (7) e depende somente do parâmetro Q sendo dada pela equação (9) abaixo:

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{Q}{\sqrt{2}} \right) \approx \frac{1}{Q\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{Q^2}{2} \right) \quad (9)$$

Onde Q é obtido através das equações (7) e (8) e é dado por:

$$Q = \frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (10)$$

A aproximação feita na equação (9) é válida para valores de Q superiores a 3.

O parâmetro Q também pode ser calculado através do diagrama de olho e este por sua vez, também está diretamente relacionado à BER do sistema uma vez que seu fechamento ocorre à medida que a taxa de erros se acentua.

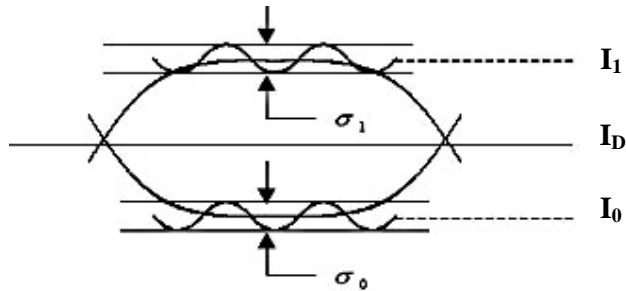


Figura 13. Parâmetros de um diagrama de olho sendo I_1 e I_0 as correntes referentes aos bits '1' e '0' respectivamente, sendo que $(I_1 - I_0)$ está relacionado com a abertura do diagrama e σ_1 e σ_0 os valores médios quadráticos da corrente de ruído referentes aos bits lógicos '1' e '0' respectivamente e I_D a corrente do limiar de decisão.

A Figura 14 abaixo mostra como a BER varia com o parâmetro Q . A BER melhora conforme aumentamos o valor de Q e esta torna-se menor que 10^{-12} para valores de Q maiores que 7 [2].

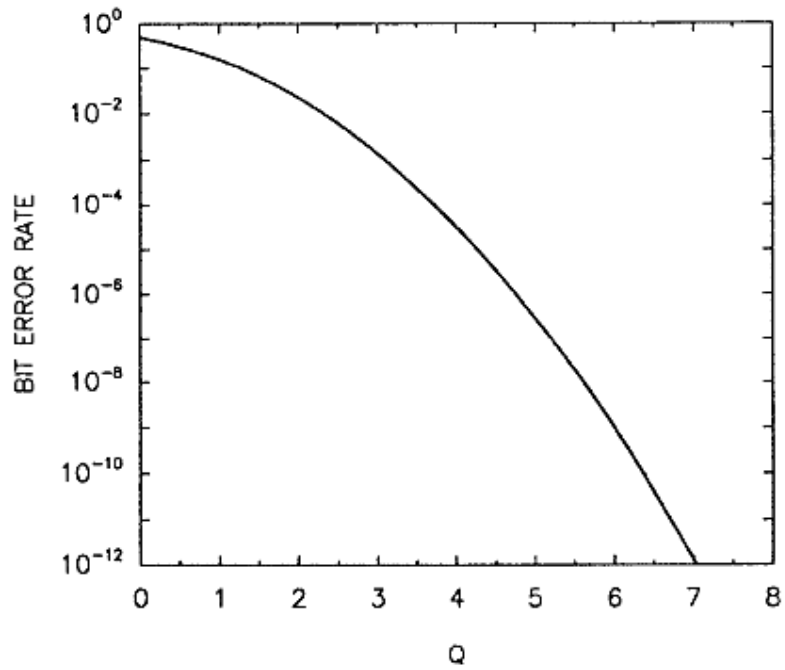


Figura 14. Relação da BER com o parâmetro Q.

2.5. Conclusão

Neste capítulo destacou-se a importância da medida da taxa de bits errados, descreveu-se as principais fontes de erro, caracterizou-se as técnicas de medição da BER e por fim avaliou-se o desempenho de sistemas digitais.