

## 2. Conceitos Básicos.

Ao longo do presente capítulo as linhas de transmissão *microstrip* e *stripline* serão introduzidas através de suas tensões, correntes, impedância característica e perdas. Uma análise destas linhas envolvendo a integridade de sinais em função do comprimento elétrico e do comprimento físico será apresentada. Será também introduzida uma avaliação no domínio do tempo. Os modelos apresentados, apesar de extremamente simplificados, permitirão a avaliação de sinais propagantes não apenas nestas linhas mas na maior parte das configurações quasi-TEM em PCBs de alta frequência de operação.

### 2.1. Linhas de Transmissão e propagação Quasi-TEM.

As trilhas que propagam o sinal em PCBs em taxas elevadas são linhas do tipo *microstrip* e *stripline* [13]. Essas linhas são estruturas que em alta frequência propagam onda Quasi-TEM (Transverse Eletromagnetic Mode) [13][20].

Seja na figura (1) um trecho de Linha de Transmissão conectado a um gerador e a uma carga  $Z_l$  em suas extremidades.

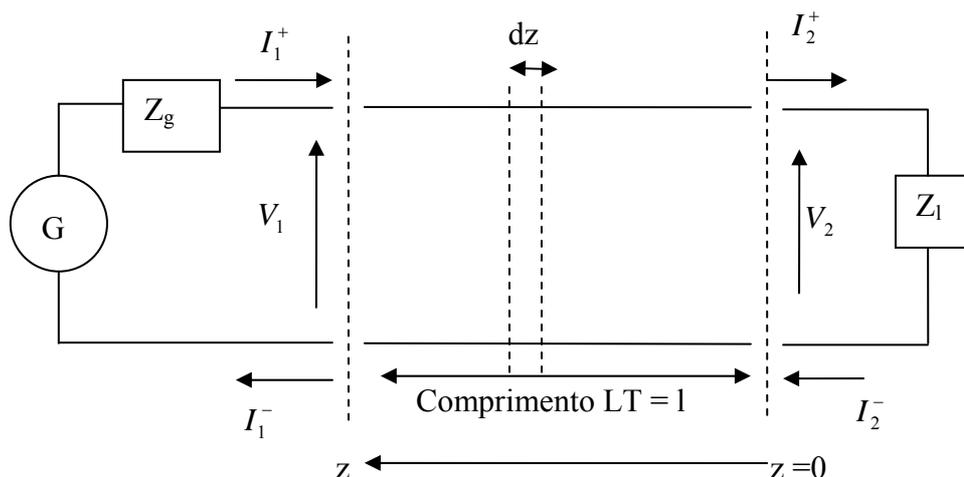


Figura 1- Trecho de Linha de Transmissão conectado a um gerador e a uma carga  $Z_l$  em suas extremidades.[19]

No circuito equivalente do trecho ( $dz$ ), detalhado na figura (2) abaixo, o resistor em série  $R$  (Ohms por unidade de comprimento) representa a perda devido a condutividade do condutor ao longo do trecho ( $dz$ ). A resistência  $G$  (Siemens por unidade de comprimento) representa perda no dielétrico utilizado. O indutor  $L$  (Henries por unidade de comprimento) está associado ao campo magnético. A capacitância  $C$  (Faradays por unidade de comprimento) está associado ao campo elétrico no meio dielétrico.[13][14] [20]. (Anexo A).

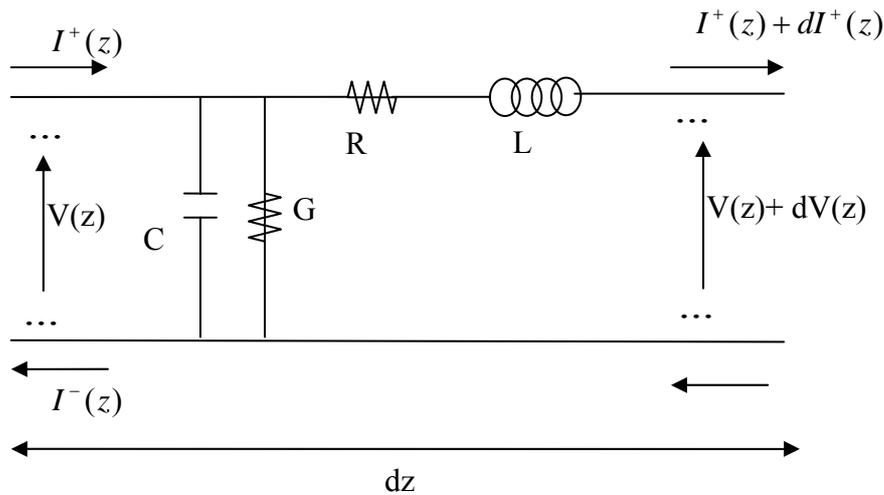


Figura 2 – Modelo RLCG do circuito equivalente para a seção de uma trilha PCB de comprimento ( $dz$ ). [1][13][14][20].

A tensão e corrente total em uma linha de transmissão com perdas descrita segundo a figura (2) pode ser expressa por : [1][13][14][20].

$$V(z) = V^+ \cdot e^{-\gamma \cdot z} + V^- \cdot e^{+\gamma \cdot z} \quad (\text{Eq 2.1})$$

$$I(z) = I^+ \cdot e^{-\gamma \cdot z} + I^- \cdot e^{+\gamma \cdot z}$$

$$\text{Sendo } \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)} \quad (\text{Eq 2.2})$$

Onde  $\alpha$  é a constante de atenuação e  $\beta$  é a constante de fase [13]

Quando o trecho de linha possui comprimento infinito ( $z \rightarrow \infty$ ), a relação

$\frac{V(z)}{I(z)}$  ilustra então a definição de impedância característica da linha, isto é,

$$\frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V^+}{I^+} = Z_c \quad . \text{ Com esta condição pode-se demonstrar que a impedância}$$

característica da linha indicada na figura (1) é dada pela equação 2.3 abaixo.

[1][13][14][20]

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jLw}{G + jCw}} \quad (\text{Eq2.3})$$

A matriz ABCD de uma seção de linha com perdas e comprimento físico  $l$ , ilustrada pelas figuras (1) e (2), é dada pela equação 2.4 a seguir: [19] [20]

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot l) & Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot l) \\ \frac{\sinh(\gamma \cdot l)}{Z_c} & \cosh(\gamma \cdot l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq 2.4})$$

Considerando [13] o meio da LT um dielétrico, homogêneo, com baixas perdas, propagando modos quasi-TEM em linhas *microstrip* ou *stripline*, em alguns GHz, as perdas longitudinais ( $\tan \delta_L$ ) e as perdas [13] transversais ( $\tan \delta_T$ ) são respectivamente,  $\tan \delta_L = \frac{R}{wL} \ll 1$  e  $\tan \delta_T = \frac{G}{wC} \ll 1$ , logo a impedância característica ( $Z_c$ ), a constante de fase ( $\beta$ ), a velocidade de fase ( $v_\phi$ ) e o comprimento de onda na linha ( $\lambda_{LT}$ ) são definidas pelas equações 2.5, 2.6, 2.7 e 2.8: [1][13][14]

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jwL}{G + jwC}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left\{ 1 - j \left( \frac{\tan \delta_L - \tan \delta_T}{2} \right) \right\} \cong \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{Eq 2.5})$$

$$\beta = w\sqrt{LC} \quad (\text{Eq 2.6})$$

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{Eq 2.7})$$

$$\lambda_{LT} = \frac{v_\phi}{f} \quad (\text{Eq 2.8})$$

Lembrando que  $w = 2 \cdot \pi \cdot f$  verifica-se, com as considerações acima, que a constante de fase ( $\beta$ ) pode ser definida pela equação 2.9 abaixo: [13] [19] [20]

$$\beta = w\sqrt{LC} = \frac{w}{v_\phi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{\lambda_{LT} \cdot f} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_{LT}} \quad (\text{Eq 2.9})$$

O comprimento físico ( $l$ ) de um trecho de LT pode ser associado ao seu comprimento elétrico ( $\theta$ ) através da equação 2.10 por: [19] [20]

$$\theta = \beta \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda_{LT}} \cdot l \quad (\text{Eq 2.10})$$

A constante de atenuação ( $\alpha$ ) (por unidade de comprimento), na mesma LT considerada acima, é dada por  $\alpha = \alpha_L + \alpha_T$ . A equação 2.11 define ( $\alpha_L$ ) que

é a componente longitudinal e  $(\alpha_T)$  que é a componente transversal a partir da equação 2.2 e do modelo RLCG para a LT: [13]

$$\alpha_L = \frac{R \cdot \sqrt{C/L}}{2}$$

$$\alpha_T = \frac{G \sqrt{L/C}}{2} \quad (\text{Eq 2.11})$$

### 2.1.1. Análise do comprimento elétrico e comprimento físico das LTs.

Considere-se uma LT mostrada na figura (1) com comprimento físico  $l=10\text{cm}$ , operando respectivamente nas frequências de 10MHz, 1GHz e 10GHz. O comprimento de onda  $\lambda_0 = \frac{c}{f}$  torna-se comparável ao comprimento físico da LT com o aumento da frequência, isto é:

$$\lambda_0(10\text{MHz}) = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^6} = 30\text{m} = 3000\text{cm}$$

$$\lambda_0(1\text{GHz}) = \frac{3 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^9} = 0,3\text{m} = 30\text{cm}$$

$$\lambda_0(10\text{GHz}) = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9} = 0,03\text{m} = 3\text{cm} \quad (\text{Eq 2.12})$$

Considerando [13] um sinal se propagando em uma linha do tipo *microstrip* ou *stripline*<sup>1</sup>, seu comprimento de onda será:

$$\lambda_{LT} = \lambda_m = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \quad (\text{Eq 2.13})$$

O comprimento elétrico resultante a partir das equações 2.13 e 2.10 será abaixo:

$$\theta = \frac{2\pi \cdot l}{\lambda_m} \quad (\text{Eq 2.14})$$

Para  $f \leq 10\text{MHz}$  o comprimento físico será muito inferior ao comprimento de onda e as perdas envolvidas deverão ser reduzidas [13][20].

---

<sup>1</sup> ( $\epsilon_{ef}$ ) é a constante dielétrica efetiva.

A medida que a frequência de propagação aumenta, o comprimento de onda torna-se comparável ao comprimento físico da LT. Nestas condições as configurações de campo envolvidas apresentarão soluções de propagação de modo quasi-TEM [13][20] e as perdas serão acentuadas.

Nestes casos, a equação de uma linha de transmissão com perdas e de comprimento  $l$  mostrada na figura (1) pode ser reescrita pela equação 2.15 que se segue: [20]

$$V(z=l) = V^+ \cdot e^{-(\alpha+j\beta)l} + V^- \cdot e^{+(\alpha+j\beta)l}$$

$$V(z=l) = V^+ \cdot e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l} + V^- \cdot e^{+\alpha l} \cdot e^{+j\beta l} \quad (\text{Eq 2.15})$$

A partir das equações 2.9, 2.10, 2.11, 2.14 e 2.15, obtém-se a equação 2.16 abaixo:

$$V(z=l) = V^+ \cdot e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_m} l} + V^- \cdot e^{+\alpha l} \cdot e^{+j\frac{2\pi}{\lambda_m} l}$$

$$V(z=l) = V^+ \cdot e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\theta} + V^- \cdot e^{+\alpha l} \cdot e^{+j\theta} \quad (\text{Eq 2.16})$$

Evidencia-se então na equação 2.16 que a fase do sinal, representada pelo comprimento elétrico  $\theta$ , deverá alterar de forma acentuada o comportamento de um sinal propagante em uma LT quando sua frequência for elevada. A amplitude do sinal neste caso, será perturbada devido às atenuações introduzidas por R, L, C e G a partir de,  $\alpha = (\alpha_L + \alpha_T)$ , da equação 2.11.

## 2.2. Introdução ao domínio do tempo.

Quando um pulso se propaga em uma LT com um intervalo de bit (*bit slot*) e tempos de subida (*rise time*) e tempo de descida, comparáveis ao retardo da linha, efeitos indesejáveis poderão também penalizar a forma do pulso. Pode-se então concluir que em sistemas digitais, o retardo de propagação, a taxa de Bits e o formato de modulação utilizado terão que ser corretamente avaliados [14]. A figura (3) ilustra o fenômeno de propagação de um degrau.

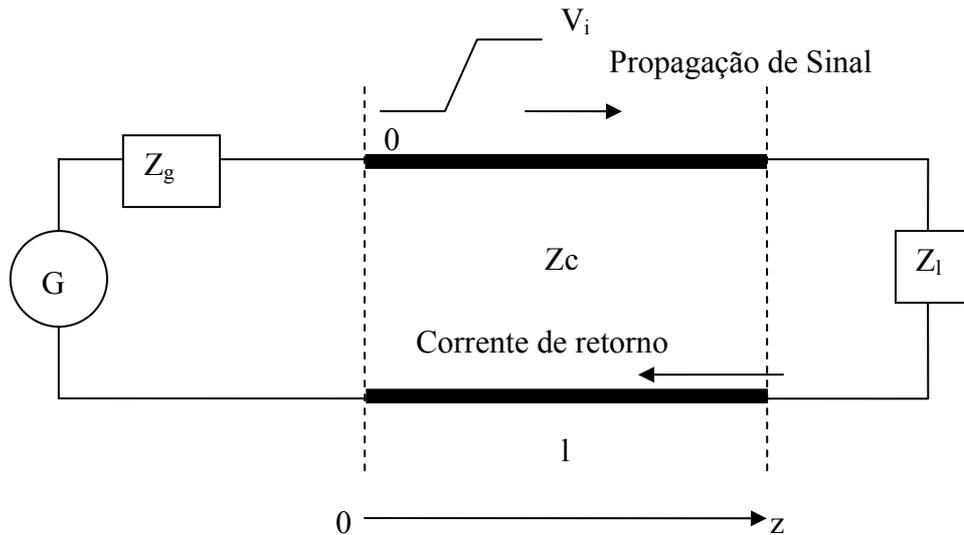


Figura 3 – Método típico para representar LTs em PCB que propagam um sinal digital [14].

A velocidade de propagação de um pulso ao longo de uma trilha na PCB é definida na equação 2.17 por : [14]

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \quad (\text{Eq 2.17})$$

sendo ( $c$ ) a velocidade da luz no vácuo ( $3 \cdot 10^8$  m/s) e ( $\epsilon_{ef}$ ) a constante dielétrica efetiva do meio utilizado na LT.

No caso de uma trilha do tipo *microstrip*, os campos elétrico e magnético possuem como meio dielétrico tanto o ar como o substrato. Então uma equação para  $\epsilon_{ef}$  é deduzida [13] [14] e utilizada nas ferramentas de dimensionamento e depende da constante dielétrica do substrato ( $\epsilon_r$ ), da altura (*H-height* - entre o plano condutor e o plano de terra do substrato), da largura da trilha (*W-width*) e da espessura do condutor (*T-thickness*). No caso de uma trilha do tipo *stripline*, os campos elétrico e magnético possuem somente como meio dielétrico o substrato, portanto  $\epsilon_{ef} = \epsilon_r$ . Considerando a utilização de um mesmo substrato e a mesma frequência para as duas trilhas, a velocidade de propagação na trilha *stripline* será menor do que o mesmo sinal se propagando na trilha *microstrip*.

O retardo de propagação (*PD-Propagation Delay*) em segundos por metro, é definido [14] por:

$$PD = \frac{1}{v} = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{c} \quad (\text{Eq 2.18})$$

O tempo de retardo (*TD-Time Delay*) em segundos, para um sinal que se propaga através de uma LT de comprimento  $l$  (em metros) mostrado na figura (3) pode ser determinado através do efeito LC no modelo de circuito equivalente do trecho de linha ( $dz$ ), mostrado na figura (2), onde  $TD = \sqrt{LC}$  [14] mas é geralmente definido [14] por:

$$TD = \frac{l(m) \cdot \sqrt{\epsilon_{ef}}}{c(m/s)} \quad (\text{Eq 2.19})$$

Se o sinal digital for uma seqüência PRBS de 1G bit por segundo (1Gb/s) então um intervalo de bit (*bit slot*) com duração de 1 ns será considerado. Se a LT mostrada na figura (3) tiver um comprimento  $l=10\text{cm}$  (0,1m), considerando agora  $\sqrt{\epsilon_{ef}} = 3.3$  então na equação 2.19 acima, o tempo de retardo ao longo da LT de 10cm é dado na equação 2.20 abaixo:

$$TD = \frac{0,1 \cdot \sqrt{\epsilon_{ef}}}{3 \cdot 10^8} (s) = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{3} \cdot 10^{-9} (s) = \frac{3,3}{3} \cdot 10^{-9} (s) = 1,1(ns). \quad (\text{Eq 2.20})$$

Verifica-se então que o retardo da LT de 10cm é comparável à duração do '*bit slot*' de 1ns.

Na figura (4), o pulso de 1Gb/s em 1ns, com velocidade de propagação  $v = \frac{3 \cdot 10^8}{3,3} (m/s) = 0,91 \cdot 10^8 (m/s)$ , percorre na linha a distância de 9,1 cm. Para um sinal digital PRBS na taxa de 10 Gb/s associado a um '*bit slot*' de duração de 0,1 ns, a mesma linha de 10cm, introduzirá uma penalidade consideravelmente maior, pois neste intervalo de tempo de 0,1ns um único pulso percorrerá a distância de 0,91 cm e estará contido na linha, restando ainda 9,09 cm a percorrer sofrendo mais os efeitos de propagação de linhas com perdas, comprometendo a sua integridade, como mostrado na seção 2.1 deste capítulo.

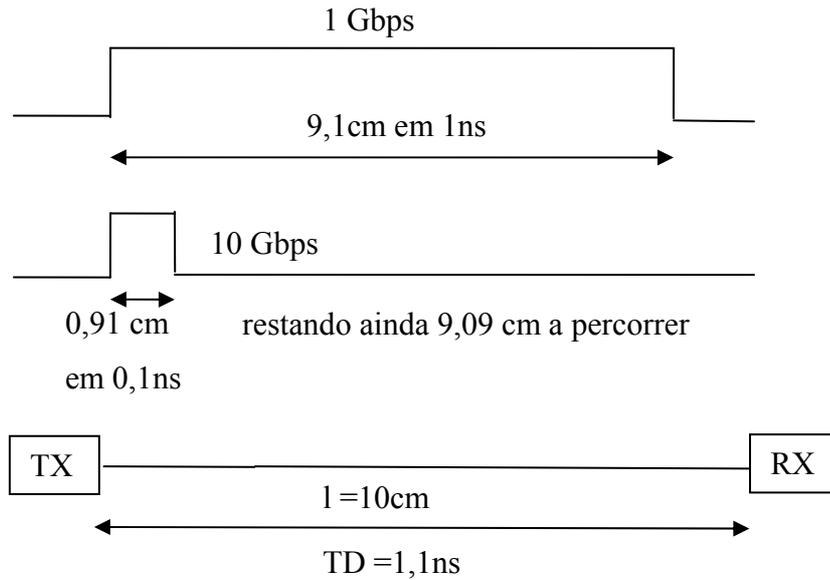


Figura 4 – Tempo de retardo da LT de 10cm comparado com o “bit slot” do sinal PRBs digital em 1Gb/s e 10Gb/s.

Este problema entre o retardo e as perdas provocadas pela trilha e a duração do ‘*bit slot*’ deve ser analisado de acordo com os erros na recepção [1], isto é, a taxa de bits errados (BER). É recomendável que o ‘*rise time*’ do pulso seja analisado também [1] de acordo com o TD e reflexões [14] para que seja possível minimizar os erros na recepção [14].

Outros efeitos de propagação devem ser levados em consideração na transmissão de sinais de altas frequências [14]. As figuras (5) e (6), mostram uma configuração de LT, parâmetros S e as possíveis reflexões em cada porta respectivamente.

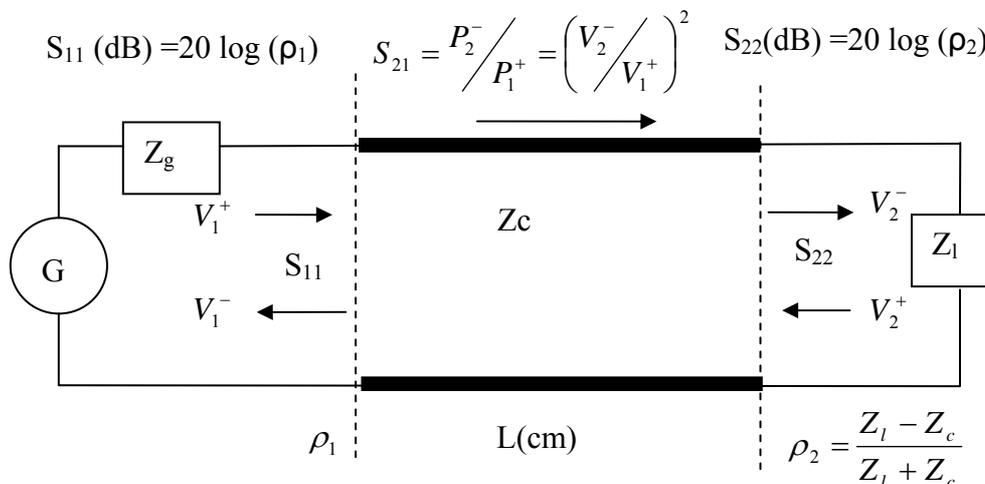


Figura 5 – Parâmetros S da LT de impedância característica  $Z_c$ .

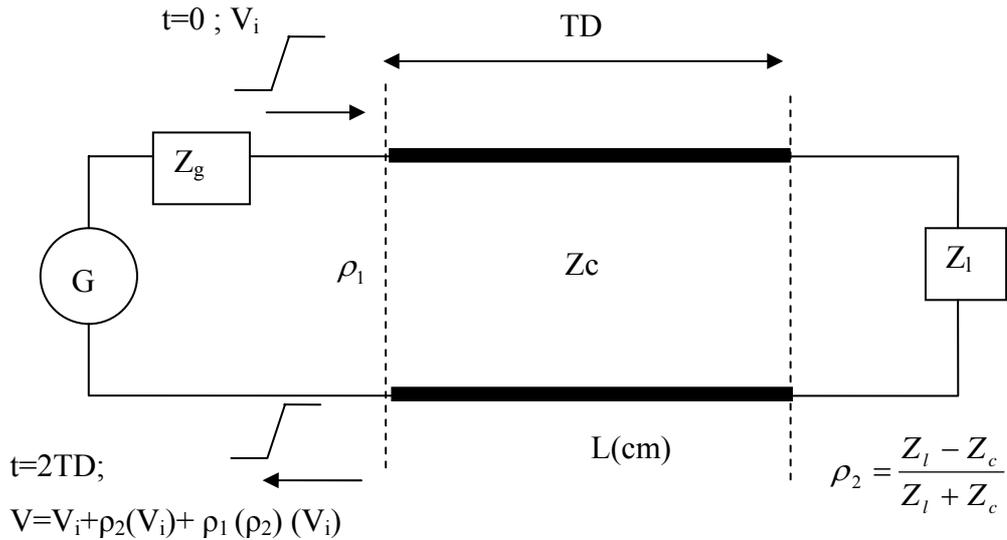


Figura 6 – Exemplo de LT com reflexão. [14]

Se o sistema tiver um coeficiente de reflexão aproximadamente zero ( $\rho_1 = \rho_2 = 0$ ), ou seja nas condições ideais, sistema casado,  $Z_g = Z_c = Z_l$ , então  $S_{11}$  e  $S_{22}$  terão valores altos (em dB), quase não há reflexão de sinal, ou seja  $S_{21}$  será muito próximo de zero dB, indicando portanto que existe transmissão total e a perda de inserção da LT na propagação do sinal é muito pequena ou quase nula.

Portanto para a transmissão do sinal digital em alta frequência, é muito importante que a impedância característica das linhas PCBs sejam bem dimensionadas de acordo com o tipo de configuração *microstrip*, *stripline* etc.

Essas equações de impedância característica de cada configuração respectivamente já foram definidas [13] de acordo com o modelo RLCG (dz) e são utilizadas nas ferramentas de dimensionamento destas LTs em PCBs, de acordo com a frequência do sinal transmitido, dos parâmetros  $H$ ,  $T$ ,  $W$  e  $\epsilon_r$  e perdas do substrato utilizado.

A figura (7) apresenta uma cascata de trechos diferentes de LTs em PCB [14], sendo necessário um correto dimensionamento das linhas, além da avaliação do retardo na propagação do sinal em cada trecho, das perdas de inserção e retorno das linhas, para garantir assim a integridade do sinal transmitido.

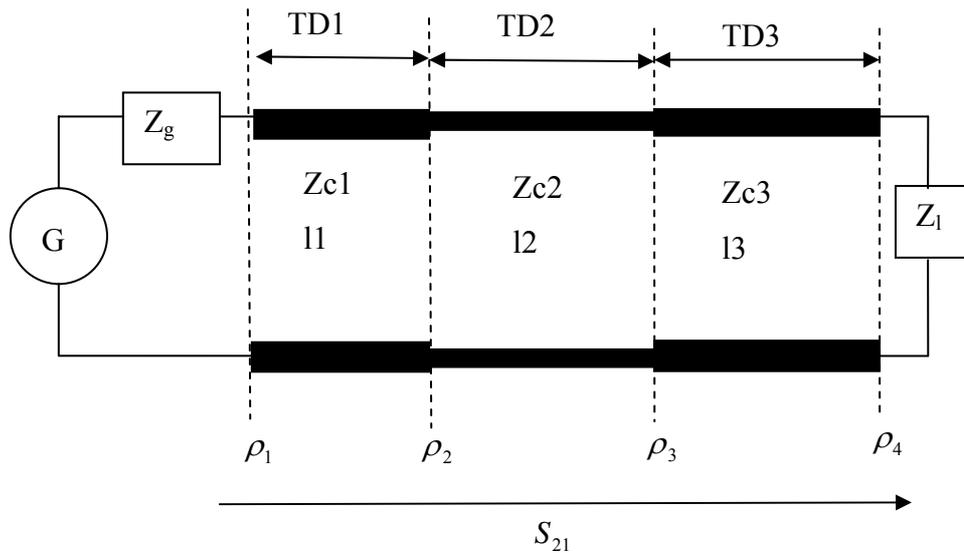


Figura 7 – Exemplo de LTs e os parâmetros importantes para um correto dimensionamento de linhas em PCB. [14]

O acoplamento adequado entre os trechos de linhas representados na figura 7 pode ser analisado [1][14] [12] de acordo com os tipos existentes de LTs de placas de circuito impresso, operando em altas taxas de transmissão. É possível associar, por exemplo, o gerador com uma porta de um *chip*,  $L1(Z_{c1})$  com uma trilha,  $L2(Z_{c2})$  com uma via,  $L3(Z_{c3})$  com uma outra trilha e a carga final com a porta de um outro *chip* de recepção de dados. Desta forma uma seqüência PRBS (Pseudorandom binary sequence) que se propaga nesta comunicação ‘*inter-chip*’ deve ser avaliada também de acordo com a taxa de bits errados (BER) na transmissão, para o projeto destas LTs na PCB.

### 2.3. Conclusões.

Verificou-se que um sinal de alta frequência ao propagar-se em uma linha de transmissão *microstrip* ou *stripline* sofre muito mais os efeitos das perdas que um sinal em baixa frequência.

Na transmissão de sinais digitais em taxas de 1Gbits/s e 10Gbits/s, os comprimentos de onda das linhas podem ser comparáveis às suas dimensões longitudinais e afetam sua integridade pois os retardos envolvidos tornam-se comparáveis aos “*bit slots*”. As reflexões devido às impedâncias características e/ou as interfaces na linha também penalizam o sinal.

Desta forma configurações PCB deverão ser dimensionadas considerando os efeitos resistivos, capacitivos e indutivos, retardos e reflexões nas linhas.