

María Fernanda Pallares Colomar

**Cálculo de seqüentes de sucedente múltiplo
para lógica intuicionista de primeira ordem**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Filosofia
do Departamento de Filosofia da PUC–Rio como requisito parcial
para obtenção do título de Doutor em Filosofia

Orientador: Prof. Luiz Carlos Pereira

Rio de Janeiro
Junho de 2007

María Fernanda Pallares Colomar

**Cálculo de seqüentes de sucedente múltiplo
para lógica intuicionista de primeira ordem**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Filosofia do Departamento de Filosofia do Centro de Teologia e Ciências Humanas da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Filosofia. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Luiz Carlos Pereira

Orientador

Departamento de Filosofia — PUC-Rio

Prof. Luis Carlos Pinheiro Dias Pereira

Departamento de Filosofia da PUC-Rio

Prof. Oswaldo Chateaubriand Filho

Departamento de Filosofia da PUC-Rio

Prof. Edward Hermann Haeusler

Departamento de Informática da PUC-Rio

Prof. Wagner de Campos Sanz

Departamento de Filosofia, UFGO

Prof. Maria da Paz Nunes de Medeiros

Departamento de Filosofia, UFRN

Prof. Paulo Fernando Carneiro de Andrade

Coordenador Setorial do Centro de Teologia e Ciências
Humanas — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 26 de Junho de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

María Fernanda Pallares Colomar

Graduou-se em Ciências da Comunicação (UDELAR, Uruguai), e realizou estudos de Filosofia na Faculdade de Humanidades e Ciências da Educação (UDELAR, Uruguai) onde é atualmente professora no Instituto de Filosofia. Fez mestrado em Filosofia na PUC-Rio na área de teoria da prova realizando a dissertação “Aplicações da primeira prova de consistência de Gentzen para a Aritmética de Peano” sob a orientação do Prof. Luiz Carlos Pereira.

Ficha Catalográfica

Pallares, María Fernanda

Cálculo de seqüentes de sucedente múltiplo para lógica intuicionista de primeira ordem / María Fernanda Pallares Colomar; orientador: Luiz Carlos Pereira. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Filosofia, 2007.

v., 117 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Filosofia.

Inclui referências bibliográficas.

1. Filosofia – Tese. 2. Teoria da prova. 3. Gentzen. 4. Cálculo de seqüentes intuicionista. 5. Suciente múltiplo. 6. FIL. 7. FIL1. I. Pereira, Luiz Carlos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Filosofia. III. Título.

CDD: 100

Agradecimentos

No Brasil:

Aos professores com os quais estudei ou consultei durante estes anos, Oswaldo Chateaubriand, Hermann Haeusler, Wagner Sanz, Arno Viero, Marcello Coniglio, Walter Carnielli, Regina Moreth e especialmente ao meu orientador, o Prof. Luiz Carlos Pereira a quem devo não somente a sugestão do objeto de estudo da tese e acompanhamento, mas também a sua generosidade para a minha formação em Teoria da Prova.

Aos colegas e amigos: Geiza, Vaston, Davi, Raquel, Eduardo, Marlusi, Cristina, Alexander, Rodrigo e muito especialmente a Vivianne e Mariana.

Ao Departamento de Filosofia da PUC-Rio, ao setor COMUT da Biblioteca desta Universidade e à agência CAPES(MEC) pelo apoio financeiro.

No Uruguai:

Aos amigos que me apoiaram fortemente à distância: María Elena e família, Alejandro, Cecilia, Mónica, Fernando, Sandra, Marcelo, Adriana.

À minha mãe Graciela, Carlos (Yayo) Pallares e muito especialmente a minha sobrinha Constanza.

À Faculdade de Humanidades e Ciências da Educação (Universidade da República), ao Instituto de Filosofia dessa instituição, aos professores Enrique Caorsi, Soledad Caño Calvete, especialmente ao Prof. José Seoane pelo grande apoio aos meus estudos no exterior.

Resumo

Pallares, María Fernanda; Pereira, Luiz Carlos. **Cálculo de seqüentes de sucedente múltiplo para lógica intuicionista de primeira ordem**. Rio de Janeiro, 2007. 117p. Tese de Doutorado — Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A primeira apresentação de um Cálculo de Seqüentes foi feita por Gerhard Gentzen na década de 1930. Neste tipo de sistema, a diferença entre as versões clássica e intuicionista radica na cardinalidade do sucedente. O sucedente múltiplo foi tradicionalmente considerado como o elemento que representava o aspecto clássico do sistema, enquanto os seqüentes intuicionistas podiam ter, no máximo, uma fórmula no sucedente. Nas décadas seguintes foram formulados diversos cálculos intuicionistas de sucedente múltiplo que atenuaram essa restrição forte na cardinalidade do sucedente. Na década de 1990, estudou-se a relação de conexão ou dependência entre as fórmulas visando assegurar o caráter intuicionista dos sistemas. Nós realizamos uma revisão dos sistemas de seqüentes intuicionistas e algumas das suas aplicações. Apresentamos a versão do sistema FIL (feita para o caso proposicional por De Paiva e Pereira) para a lógica intuicionista de primeira ordem provando que o mesmo é correto, completo e satisfaz eliminação de corte.

Palavras-chave

Teoria da prova. Gentzen. Cálculo de seqüentes intuicionista. Sucedente múltiplo. FIL. FIL1.

Abstract

Pallares, María Fernanda; Pereira, Luiz Carlos. **Multiple Succedent Sequent Calculus for Intuitionistic First-Order Logic**. . Rio de Janeiro, 2007. 117p. PhD Thesis — Department of Philosophy, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The first Sequent Calculus was presented by Gerhard Gentzen in the thirties. In this system, the difference between intuitionistic logic and classical logic is based on the cardinality of the succedent. Traditionally, the multiple succedent was considered the element that preserved the classical aspect of the system, while intuitionistic sequents have, at most, one formula in the succedent. In the following decades, several multiple succedent intuitionistic calculus were presented that diminished this strong restriction in the cardinality of the succedent. In the decade of 1990, this cardinality restriction was replaced by a dependency relation between the formula occurrences in the antecedent and in the succedent of a sequent in order to ensure the intuitionistic character of the system. We make a revision of the intuitionistic systems and some of their applications. We present a version of the system FIL (accomplished for the propositional case by De Paiva and Pereira) for first-order logic proving that it is sound, complete and that it satisfies the cut-elimination theorem.

Keywords

Proof Theory. Gentzen. Intuitionistic Sequent Calculus. Multiple Succedent. FIL. FIL1.

Sumário

1	Introdução	8
2	Uma revisão dos cálculos de seqüentes intuicionistas	12
2.1	Linguagem	12
2.2	O cálculo de seqüentes apresentado por Gentzen: motivação técnica do sistema e conceitos principais	13
2.3	A versão intuicionista e as alternativas apresentadas	19
3	FIL para lógica de primeira ordem	45
3.1	Completeness	47
3.2	Correção	51
3.3	Eliminação do corte	81
4	Conclusão e trabalhos futuros	88
5	Referências bibliográficas	92
6	Apêndice	95