

# 1

## Introdução

Nos últimos anos em Computação Gráfica foram desenvolvidas várias técnicas de animação de objetos como corpos rígidos, água, fumaça, cabelo e tecido [5, 51, 65, 35, 19]. Essas técnicas se concentram em modelos físicos simplificados como fluidos newtonianos monofásicos ou de sólidos ideais — sólidos que não sofrem nenhuma deformação plástica. Nessa tese, propomos dois novos métodos de simulação de fluidos: um método de animação visualmente realístico que descreve o comportamento físico de materiais viscoplásticos e um método híbrido grid-partícula para simular fluidos multifásicos incompressíveis. Ao contrário dos tradicionais métodos com malha utilizados em simulações computacionais de dinâmica dos fluidos, discretizamos o fluido através de um sistema de partículas baseado num método numérico puramente lagrangeano conhecido como *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) [48].

Os fenômenos de deformação plástica e de derretimento de materiais sólidos ocorrem com frequência na natureza (veja Figura 1.1). Com o objetivo de simular fisicamente o comportamento complexo desses fenômenos, propomos um método utilizando SPH na discretização de fluidos viscoplásticos através do modelo físico de *Fluido Newtoniano Generalizado* proposto por Mendes et al. [45]. A generalidade desse modelo reproduz eficientemente os efeitos viscosos desses fenômenos, onde a transição de fase é dada por uma simples relação entre a viscosidade e a temperatura do fluido.

O SPH é uma técnica originalmente criada para simular a dinâmica de fluidos compressíveis. Posteriormente, Monaghan representou um fluido incompressível através de um fluido quasi-compressível com alta velocidade do som [47], onde a pressão é calculada através de uma equação de estado. Os resultados utilizando essa abordagem são aceitáveis para simulações de superfície livre e escoamentos com baixo número de Reynolds [50]. Porém, para capturar a vorticidade que surge devido à diferença de densidade em simulações de fluidos multifásicos (Figura 1.2), essa abordagem requer um passo de tempo de integração muito pequeno. Com intuito de criar um método mais eficiente para simular fluidos multifásicos, propomos um novo método híbrido grid-partícula baseado no *método da projeção* [62]. No método proposto, a advecção

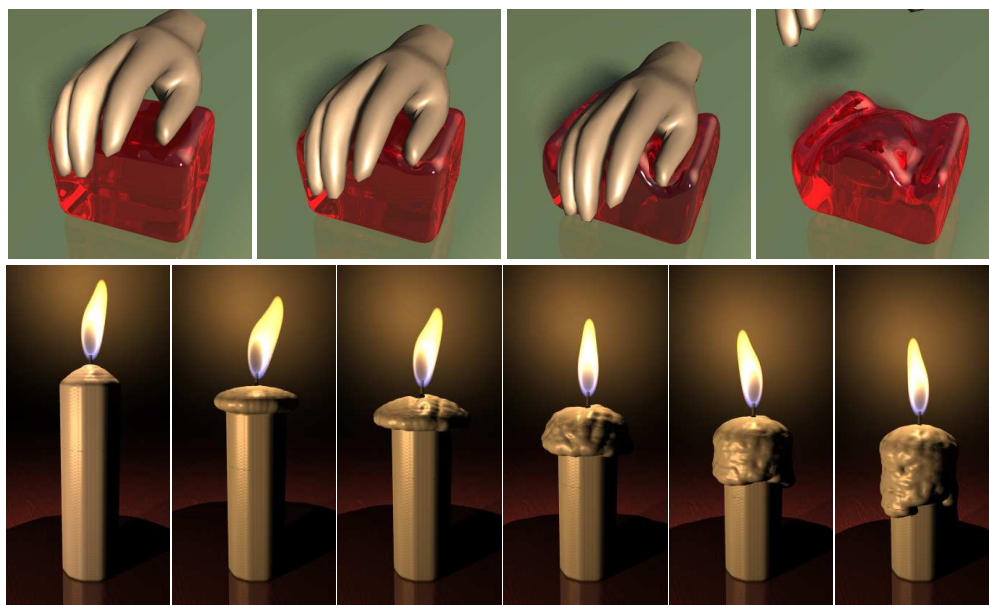


Figura 1.1: Exemplos de materiais viscoplásticos que sofrem deformação plástica ou que derretem.

do fluido é feita através do SPH enquanto que a incompressibilidade é dada implicitamente pelo cálculo da pressão através de uma equação de Poisson discretizada num grid fixo no espaço.

Essa tese é dividida nos seguintes capítulos: No Capítulo 2, apresentaremos as equações físicas que modelam a dinâmica dos fluidos. Enquanto que no Capítulo 3, mostraremos as classes de métodos numéricos utilizados para discretizar o modelo físico. No Capítulo 4, apresentaremos uma abordagem detalhada do método SPH. No Capítulo 5, discutiremos detalhes básicos de implementação computacional de um sistema SPH. Nos Capítulos 6 e 7, apresentaremos uma nova formulação SPH para fluidos não-newtonianos e um novo método híbrido grid-partícula para simular fluidos multifásicos, respectivamente. E finalmente no Capítulo 8, apresentamos as conclusões dessa tese e sugerimos trabalhos futuros.

O material complementar e os vídeos das animações mostradas nessa tese podem ser encontrados em <http://www.mat.puc-rio.br/~apneto/thesis>.

## 1.1

### Trabalhos anteriores

Nessa seção, resumiremos os trabalhos de maior relevância relacionados à simulação de materiais viscoplásticos e fluidos multifásicos em quatro tópicos.

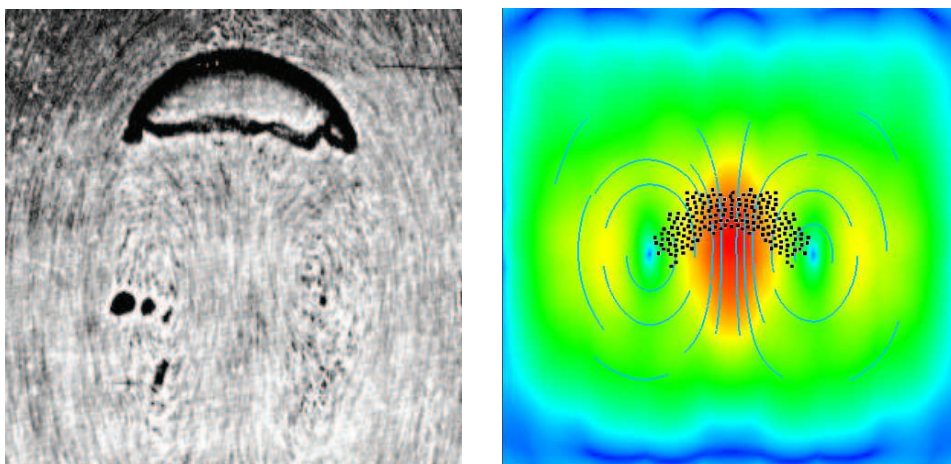


Figura 1.2: Fluido multifásico: hidrodinâmica de uma bolha de ar dentro da água. À esquerda, uma imagem de uma simulação real e a direita uma imagem de uma simulação numérica com o método híbrido grid-partícula proposto nessa tese.

**Fluidos não-newtonianos.** Existem poucos trabalhos na literatura em Computação Gráfica utilizando fluidos não-newtonianos. Goktekin et al. [25] propuseram um método utilizando um grid euleriano para simular fluidos viscoelásticos. Eles utilizaram um modelo linear de Maxwell com condição de tensão limite de von Mises. Clavet et al. [12] usaram SPH para simular fluidos viscoelásticos através de uma combinação linear de molas elásticas entre as partículas obedecendo à lei de Hooke. Outro método usando SPH foi proposto por Mao & Yang [44], onde o tensor de tensões viscosas é deduzido a partir de uma aproximação SPH do modelo co-rotacional de Maxwell.

**Deformação plástica.** A simulação de materiais sólidos que sofrem deformação plástica é feita usualmente através da formulação lagrangeana de elementos finitos utilizando uma malha tetraedral combinada com o critério de von Mises, condição que controla o início da deformação. O'Brien et al. [54] utilizaram essa formulação para simular uma ampla variedade de materiais sólidos que sofrem uma deformação significativa antes de se fraturarem. Infelizmente, uma alta deformação compromete a razão de aspecto dos tetraedros da malha gerando uma simulação numericamente instável. A fim de evitar essas instabilidades numéricas, Bargteil et al. [6] propuseram uma técnica de remalhamento baseada numa triangulação de Delaunay com o objetivo de garantir que as matrizes base associadas aos elementos da malha sejam bem-condicionadas. Entretanto, essa técnica de remalhamento é restrita a materiais que não sofrem modificações em sua topologia. Finalmente, Müller et al. [52] criaram um método pontual para simular materiais elastoplásticos baseados num modelo

físico de mecânica dos sólidos através de uma lei de Hooke generalizada onde a rigidez do material é determinada através do módulo de Young e a compressibilidade do material pela razão de Poisson. Eles utilizaram o tensor de deformação de Green calculando o tensor campo de velocidade com *Moving Least-Squares* (MLS). Finalmente, Keiser *et al.* [30] introduziram o método SPH tradicional no método anterior. Além disso, eles utilizaram uma técnica pontual conhecida como *splatting* para visualizar a superfície livre do fluido.

**Derretimento de objetos sólidos e escoamento de lava.** A idéia de simular o derretimento de objetos sólidos através do acoplamento da viscosidade com a temperatura aparece em diferentes contextos na literatura. Carlson *et al.* [10] propuseram uma modificação do método baseado num grid euleriano conhecido como *Marker-and-Cell* (MAC) [26], utilizando um integrador implícito para garantir a estabilidade numérica da simulação de fluidos com alta viscosidade. Wei *et al.* [69] criaram um autômato celular com o objetivo de substituir as equações de Navier–Stokes por um conjunto de regras simples em cada autômato. Stora *et al.* [66] simularam um escoamento de lava descendo sobre um terreno. Eles utilizaram uma versão simplificada de SPH, representado a viscosidade da lava por um modelo numérico de viscosidade artificial ao invés de um modelo físico.

**Fluidos multifásicos.** A simulação de fluidos multifásicos é feita geralmente utilizando métodos com malha, como por exemplo, o método MAC [26]. No MAC além do cálculo da pressão ser feito de forma implícita, a interface entre os dois fluidos é detectada graças a uma função que identifica se uma célula do grid contém a interface formada pelos fluidos. Sousa *et al.* [16] criaram um método robusto de simulação de fluidos multifásicos através de uma versão generalizada do MAC combinada com o método de mínimos quadrados para realizar o cálculo da tensão superficial. Assim como o MAC, os métodos sem malha *Moving Particle Semi-implicit* (MPS) [33] e *Projection Smoothed Particle Hydrodynamics* (PSPH) [15], resolvem a pressão implicitamente através do método da projeção e a interface é dada naturalmente pelas partículas. Losasso *et al.* [41] combinaram o método da projeção com o método de level-sets para simular a fronteira livre de fluidos multifásicos que sofrem reações químicas. Tartakovsky & Meakin [67] utilizaram o método SPH quasi-compressível para simular fluidos multifásicos miscíveis, onde a troca de massa entre as fases é dada por um processo de difusão. Liu *et al.* [39] criaram um método híbrido grid-partícula para simular fluidos multifásicos. No método deles, eles representam o fluido mais denso por partículas MPS enquanto que

o fluido menos denso é discretizado através de um grid fixo. A dinâmica dos fluidos é realizada no grid através do método *Volume-of-Fluid* (VOF) [27], enquanto a tensão superficial entre os fluidos é calculada utilizando MPS.

## 1.2

### Contribuições

As contribuições dessa tese são divididas em duas seções. Na primeira seção, apresentaremos as contribuições relacionadas à simulação de fluidos viscoplásticos. Na segunda seção, discutiremos as contribuições do método híbrido proposto para simular fluidos multifásicos incompressíveis.

### 1.2.1

#### Fluidos viscoplásticos

No Capítulo 6, introduzimos uma nova formulação SPH para fluidos não-newtonianos baseada no modelo físico de Fluido Newtoniano Generalizado. Essa formulação descreve de maneira concisa a física de fluidos viscoplásticos utilizando uma simples função para o cálculo da viscosidade (veja Seção 6.1).

Diferentemente dos trabalhos anteriores, os quais simulam deformações plásticas de sólidos através de modelos físicos baseados em mecânica dos sólidos, propomos um novo paradigma na simulação desse fenômeno onde o sólido é representado como um fluido não-newtoniano de alta viscosidade.

Além disso, nas simulações de derretimento de objetos sólidos a viscosidade é controlada pela temperatura, logo é necessária uma boa aproximação por partículas da equação do calor. Por essa razão, introduzimos na Computação Gráfica uma nova e eficiente aproximação por partículas do operador laplaciano que envolve apenas derivadas de primeira ordem, ao invés de derivadas de segunda ordem (veja Seção 6.4).

Ao contrário das simulações SPH usuais, onde a condição de fronteira é realizada através de partículas fantasmas (Seção 5.3), propomos um novo tratamento para a condição de fronteira baseado num critério puramente geométrico. Nessa nova abordagem, as fronteiras do domínio são representadas por malhas triangulares e a interação da fronteira com as partículas é feita através de um simples teste geométrico de colisão (veja Seção 6.3). O teste de colisão além de ser eficiente, pois reduz consideravelmente o número de partículas no sistema, permite simular a influência da topografia de um terreno inclinado num escoamento de lava.

Com intuito de melhorar a estabilidade numérica do sistema, introduzimos algumas ferramentas numéricas no método. Primeiramente, apresentamos uma nova variante do método SPH conhecida como XSPH [46]. A finalidade do

uso XSPH é o de evitar a formação de aglomerados instáveis de partículas (veja Seção 6.4.2). Depois, utilizamos a equação da continuidade para o cálculo da densidade (equação (4-37)) a fim de evitar a deficiência de partículas na fronteira do fluido. Finalmente, introduzimos novamente o conceito de viscosidade artificial nas simulações SPH e um passo de tempo de integração adaptativo (Seções 6.4.1 e 6.4.3).

O Capítulo 6 da tese é uma extensão dos trabalhos de Paiva *et al.* em [59, 60], onde foram adicionados outros efeitos viscoplásticos tais como deformação plástica e escoamento de lava.

### 1.2.2

#### Fluidos multifásicos

No Capítulo 7, introduzimos um novo e eficiente método híbrido para simular fluidos multifásicos incompressíveis através do acoplamento do SPH com o método de diferenças finitas. Ao contrário do SPH, onde a pressão é obtida através de uma equação de estado, a incompressibilidade do método proposto é garantida devido ao cálculo implícito da pressão. Do ponto de vista dos métodos semi-implícitos como MPS e PSPH, que calculam a pressão fazendo uma aproximação por partículas da equação de Poisson, o nosso método não depende da posição e nem do número de partículas do sistema graças à discretização da equação de Poisson através de um grid fixo no espaço. Essa independência produz sistemas lineares menores, mais estáveis e mais eficientes.

Além disso, o uso do grid nos permite impor facilmente condições de fronteiras essenciais como a condição de Neumann para a pressão, tarefa geralmente difícil de ser realizada em métodos sem malha [23].