

3 Modelos Geomecânicos para Análise da Estabilidade de Poços

As formações de subsuperfície estão submetidas a um estado de tensão original em função da sobrecarga de material depositado em camadas mais rasas ou pela ação de um estado tectônico específico. Quando um poço é perfurado, uma porção sólida da formação originalmente carregada é removida e o espaço gerado (pelo retirada da rocha) no poço é substituído simultaneamente por um fluido de perfuração, que exerce uma pressão hidrostática sobre a superfície de corte, levando à alteração no estado de tensões originais da formação.

A avaliação do estado de tensões atuante na formação durante a perfuração é um problema bem descrito na literatura e utiliza um grande número de modelos constitutivos para representar o comportamento da formação, avaliar os limites de colapso do poço (prevendo problemas de prisão de coluna e fratura da formação) e permitir o dimensionamento adequado do fluido de perfuração de cada fase do poço (McLean 1990).

Neste capítulo são apresentados os modelos geomecânicos normalmente utilizados para avaliação da estabilidade de poços de petróleo (McLean, 1990). Neste trabalho, o modelo constitutivo de Mohr Coulomb foi utilizado para representar o comportamento elasto-plástico da formação.

Os resultados fornecidos pelo modelo numérico implementado são comparados com os resultados obtidos a partir de soluções analíticas e dados de literatura. Foi encontrada uma boa coincidência de resultados conforme demonstrado ao longo deste capítulo.

O limite de influência do poço na alteração do estado de tensões original da formação é analisado, estabelecendo o contorno do domínio computacional finito e o limite geométrico do modelo numérico para representar a formação no infinito (onde o poço perfurado não influi no estado de tensões).

3.1 Modelos Geomecânicos

Os modelos elasto-plásticos têm sido utilizados nas últimas décadas para descrever as relações entre os campos de tensões e deformações em carregamentos impostos às geometrias cilíndricas de diversos tipos de construções de subsuperfície. Apesar de não considerar o comportamento poroso de rochas inconsolidadas, estes modelos permitem uma avaliação mais realista (quando comparado ao modelo linear-elástico) e a implementação de metodologias numéricas para otimização do projeto e da execução de escavações de túneis, minas e perfuração de poços de petróleo (Detournay 1987). Em poços de petróleo, estes modelos podem ser utilizados para avaliar a extensão de rocha sujeita à falha em função da redistribuição de tensões ao redor da parede do poço (ou da cavidade escavada, McLean, 1991). A principal dificuldade para obtenção da solução numérica para problemas elasto-plásticos é a transição que ocorre nas fronteiras da região elástica para a plástica durante o histórico de carregamento. A solução de um problema elasto-plástico requer o estabelecimento de um sistema de equações que permitam (Cambou, 1998):

1. Descrever a relação tensão-deformação para o comportamento do material nas condições elásticas
2. Um critério de escoamento indicando o nível das tensões limites, a partir do qual ocorre o fluxo plástico
3. Uma relação tensão deformação que descreva o comportamento do material após o escoamento

O comportamento plástico é caracterizado por deformações irreversíveis que ocorrem quando um corpo é submetido a um determinado estado de tensão. Neste capítulo utiliza-se o modelo constitutivo de Mohr Columb para representar o comportamento da formação. Este modelo é freqüentemente utilizado para representar a resistência de materiais geológicos que apresentam um comportamento perfeitamente elástico até que o estado de tensão atinja a superfície de escoamento representada em função do estado de tensão submetido a rocha, da coesão da rocha (c), do ângulo de atrito (ϕ) e do comportamento dilatante durante o escoamento (Papamichos, 1998).

Apesar das limitações do modelo de Mohr Coulomb para a predição do comportamento de rochas permo-porosas, a solução numérica pode ser alcançada mesmo com os efeitos de não-linearidade geométrica e de material, tornando-se um modelo largamente utilizado no estudo de materiais geológicos (Gnirk, 1972).

3.2 Sistemas de Coordenadas Utilizados

A orientação adotada neste trabalho para representar o estado de tensões atuante na formação, e normalmente utilizada para definição de coordenadas em poços verticais onde o eixo de poço está na vertical, é: tensão vertical (σ_v - overburden) atuando na direção vertical z^p , a maior tensão horizontal (σ_H) atuando na direção x^p e a menor tensão horizontal (σ_h) atuando na direção y^p .

Entretanto, em poços direcionais e horizontais a utilização de um sistema de coordenadas cilíndricas é feita para melhor definir o estado de tensões, facilitando a interpretação do problema.

Neste caso o sistema de coordenadas é representado com o eixo z passando pelo centro do poço na direção de seu eixo. O eixo x é paralelo à direção radial do poço e o eixo y esta na horizontal, conforme apresentado na figura 13.

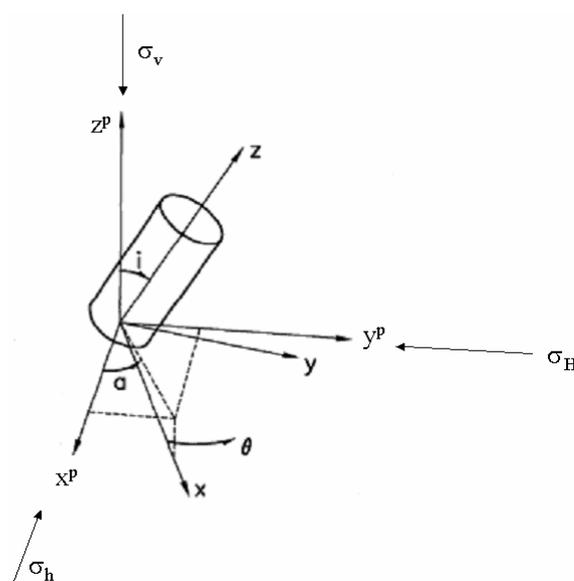


Figura 13– Sistemas de coordenadas utilizado para a descrição do estado de tensões.

A transformação do tensor de tensões para as coordenadas convenientes (x,y,z) é obtida através da rotação ao redor de z^p com o ângulo azimutal (a) e pela rotação ao redor de y^p com a inclinação do poço (i). O tensor de transformação do estado de tensões inicial para o estado de tensões final, representando em coordenadas convenientes, é definido através da matriz de rotação R (Fjaer, 1996):

$$R = \begin{bmatrix} \cos(a)\cos(i) & \sin(a)\cos(i) & -\sin(i) \\ -\sin(a) & \cos a & 0 \\ \cos(a)\sin(i) & \sin(a)\sin(i) & \sin(a)\sin(i) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

O tensor de tensões é obtido a partir da fórmula de Cauchy e da transformação a partir da matriz de rotação R, obtendo assim, uma relação entre os componentes σ_{ij} do tensor de tensões nas coordenadas originais e os componentes σ^p_{ij} deste menor tensor no sistema de coordenadas descrito na figura 18.

$$T_i = \sigma_{ij}n_j \Leftrightarrow T = \sigma n \quad (3.2)$$

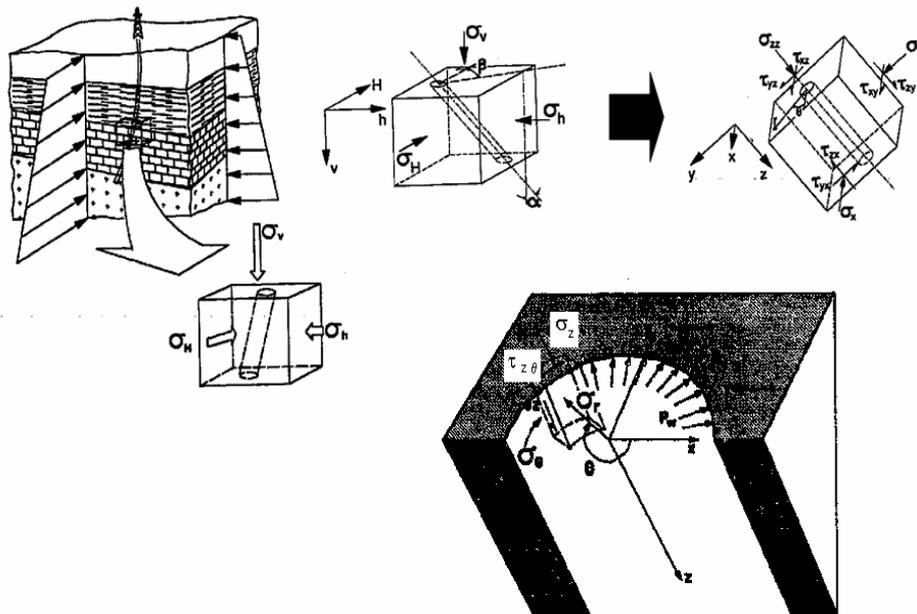


Figura 14– Sistema de coordenadas na parede do poço.

Assim, pode-se escrever:

$$T_i = R_{ij}T_j^p \Leftrightarrow T = RT^p \quad (3.3)$$

Da mesma forma para o vetor n:

$$n_i = R_{ij}n_j^p \Leftrightarrow n = Rn^p \quad (3.4)$$

Multiplicando ambos os membros pela transposta de R, obtém-se:

$$T_i^p = R_{ji}^T \sigma_{jk} R_{kl} n_l^p \Leftrightarrow T^p = (R^T \sigma R) n^p \quad (3.5)$$

Esta é a mesma expressão descrita pela equação 3.2, porém referida ao sistema de coordenadas x^p, y^p, z^p . O produto entre parênteses fornece como resultado uma matriz de dimensões 3x3:

$$[\sigma^p] = [R]^T [\sigma] [R] \quad (3.6)$$

Onde o tensor de tensões é dado por:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_H & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Considerando, para satisfazer o balanço de movimento angular, σ^p um tensor simétrico:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (3.8)$$

Desta forma, realizamos a transformação representada pela matriz:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A seguir são apresentados os modelos geomecânicos linear elástico e elasto-plástico utilizados na avaliação da estabilidade mecânica de poços de petróleo seguindo a orientação descrita nas figuras 18 e 19.

3.3 Solução Analítica para o Poço Vertical

Nesta seção é apresentada a definição do estado de tensão resultante da perfuração da formação e uma metodologia para solução analítica das equações de equilíbrio e compatibilidade, considerando o caso mais simples de análise geomecânica na indústria do petróleo: um poço vertical perfurado numa formação com comportamento linear-elástico, isotrópico e com tensões horizontais iguais.

Considerando o poço vertical representando por um cilindro com raio interno (R_i) e externo (R_o) submetido a uma tensão na superfície interna (σ_{ri}) e externa (σ_{ro}), conforme apresentado na figura 20 e desprezando os efeitos de forças de massa e cisalhantes, a equação de equilíbrio pode ser escrita como (Fjaer, 1996):

$$\sum_j \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) + \rho x_i = \sum_j \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) = 0 \Leftrightarrow \rho x_i = 0 \quad (3.10)$$

Em coordenadas cilíndricas, simplificadas pela ausência de forças cisalhantes e de massa, temos:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (3.11)$$

Considerando a formação estudada como um material isotrópico, ou seja, a resposta do material ao campo de tensões independe da orientação da tensão aplicada, a relação tensão deformação pode ser facilmente escrita em coordenadas cilíndricas conforme abaixo:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z = (\lambda + 2G)\frac{\partial u}{\partial r} + \lambda\frac{u}{r} \\ \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z = \lambda\frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2G)\frac{u}{r}\end{aligned}\quad (3.12)$$

Onde λ e G são módulos de elasticidade conhecidos como parâmetros de Lamé.

Substituindo a tensão dada pela equação de equilíbrio (3.10) na relação tensão deformação dada pela equação 3.2, temos a equação diferencial parcial para o deslocamento radial dada por:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r, u)\right] = 0 \quad (3.13)$$

Esta equação diferencial possui solução largamente utilizada para o deslocamento dada por:

$$u(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (3.14)$$

Substituindo o deslocamento nas relações de deformação-tensão em coordenadas cilíndricas temos as equações para a tensão radial e tangencial na formação onde um poço vertical foi perfurado:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2G)\left(A - \frac{B}{r^2}\right) + \lambda\left(A + \frac{B}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta &= \lambda\left(A - \frac{B}{r^2}\right) + (\lambda + 2G)\left(A + \frac{B}{r^2}\right)\end{aligned}\quad (3.15)$$

Aplicando as condições de contorno, dadas abaixo, para o poço vertical representado na figura 15 os coeficientes de Lamé podem ser determinados:

$$\sigma_r = \sigma_{ri}, r = R_i$$

$$\sigma_r = \sigma_{ro}, r = R_o$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{ro}R_o^2 - \sigma_{ri}R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} - (\sigma_{ro} - \sigma_{ri})\frac{R_i^2}{r^2}\left(\frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2}\right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_{ro}R_o^2 - \sigma_{ri}R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + (\sigma_{ro} - \sigma_{ri})\frac{R_i^2}{r^2}\left(\frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2}\right)$$
(3.16)

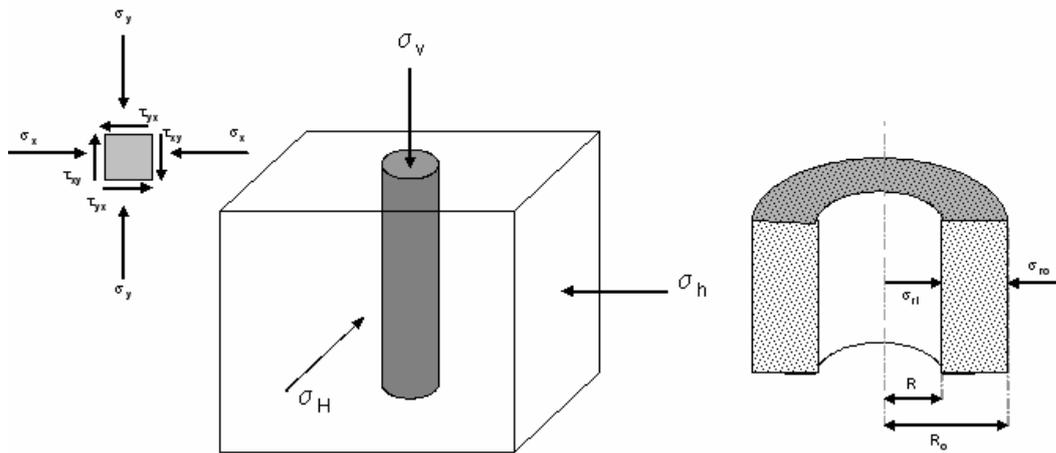


Figura 15 – Esquema de tensões no poço vertical estudado neste capítulo.

As condições de contorno para um poço vertical perfurado numa formação com comportamento linear elástico e isotrópica, é dada por: $\sigma_{ri} \rightarrow p_w$, pressão hidrostática no poço devido ao fluido de perfuração, $R_i \rightarrow R$, raio do poço perfurado, $R_o \rightarrow \infty$, raio do reservatório onde o poço foi perfurado, $\sigma_{ro} = \sigma_h$, a tensão horizontal mínima. Assim, a solução para a tensão radial e tangencial é dada por:

$$\sigma_r = \sigma_h - (\sigma_h - p_w)\frac{R^2}{r^2}$$
(3.17)

$$\sigma_\theta = \sigma_h + (\sigma_h - p_w)\frac{R^2}{r^2}$$
(3.18)

A variação da tensão radial e tangencial em função do raio na seção AA de um poço vertical em uma formação isotrópica com comportamento linear elástico e com $\sigma_H = \sigma_h$ é apresentada na figura 16.

Pode-se observar a concentração de tensões radiais e tangenciais na parede de poço e a rápida convergência dos valores de tensão na formação para o estado original para um comprimento de 4 a 5 vezes seu raio.

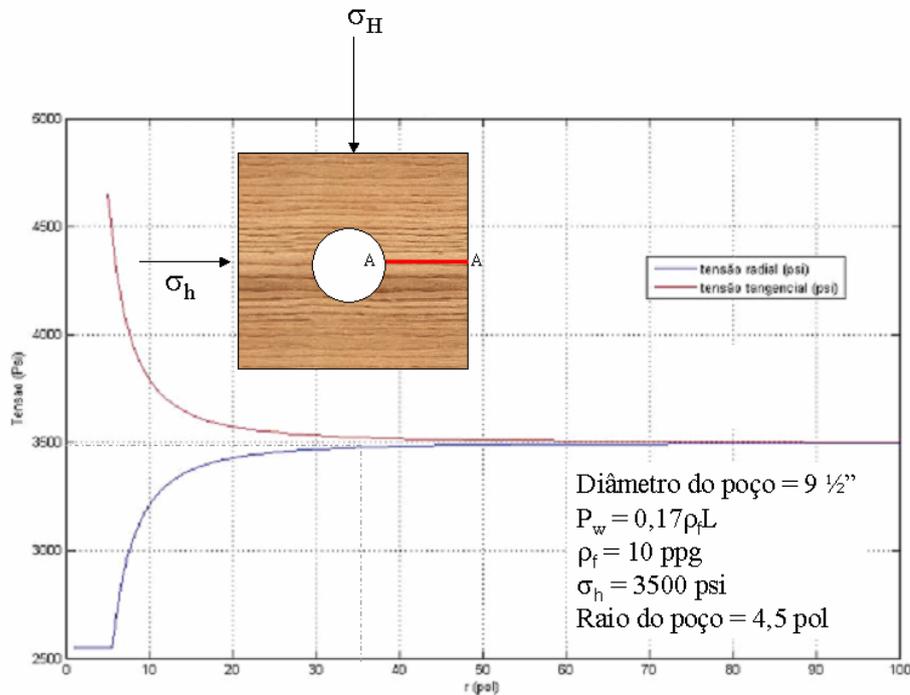


Figura 16 – Variação de tensões principais com r na seção AA.

O deslocamento radial é obtido pela equação 3.19, substituindo as condições de contorno e os coeficientes A e B:

$$u = \frac{\sigma_h}{2(\lambda + G)} r + \frac{\sigma_h - p_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (3.19)$$

3.4 Solução Numérica para o Poço Vertical

O mesmo problema apresentado no item 3.3 foi resolvido numericamente utilizando o ABAQUS®. A malha com 2190 elementos quadrilíneos e o carregamento utilizado para representar as tensões

horizontais máximas e mínimas (iguais para o caso considerado no item anterior) atuantes sobre a formação são apresentadas na figura 17.

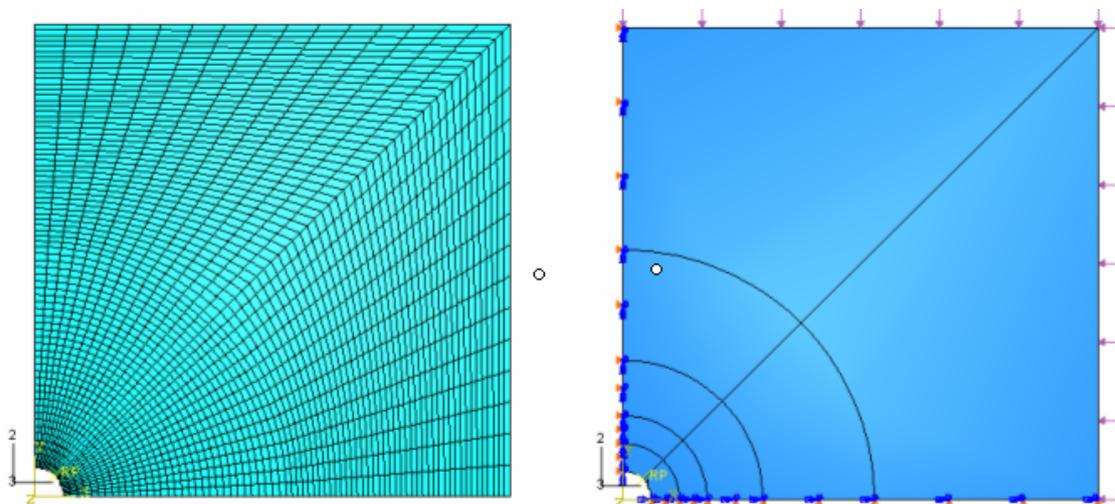


Figura 17 – Malha de elementos utilizada e distribuição de esforços atuante na formação.

Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 18 e 19. Pode-se observar que ocorre o efeito de concentração de tensões ao redor das paredes do poço sem, no entanto, haver o avanço para a formação, isto porque não existe uma superfície de escoamento (como no modelo de Mohr Coulomb) que defina os limites de escoamento do material representada em função do estado de tensões da rocha.

A convergência para o estado de tensão original da formação pode ser encontrado para distâncias de 4 a 5 vezes o raio do poço conforme ilustrado nas figuras 18a e 19a. Este resultado coincide com os encontrados no item anterior (3.2) utilizando a solução analítica.

A figura 20 apresenta a comparação entre as soluções analítica e numérica obtidas na determinação da distribuição de tensões num poço vertical perfurado numa formação isotrópica com comportamento linear elástico e tensões horizontais maior e menor iguais conforme descrito na seção anterior. Pode-se observar a boa coincidência entre os resultados obtidos através do modelo numérico e da solução analítica apresentada na seção 3.3.

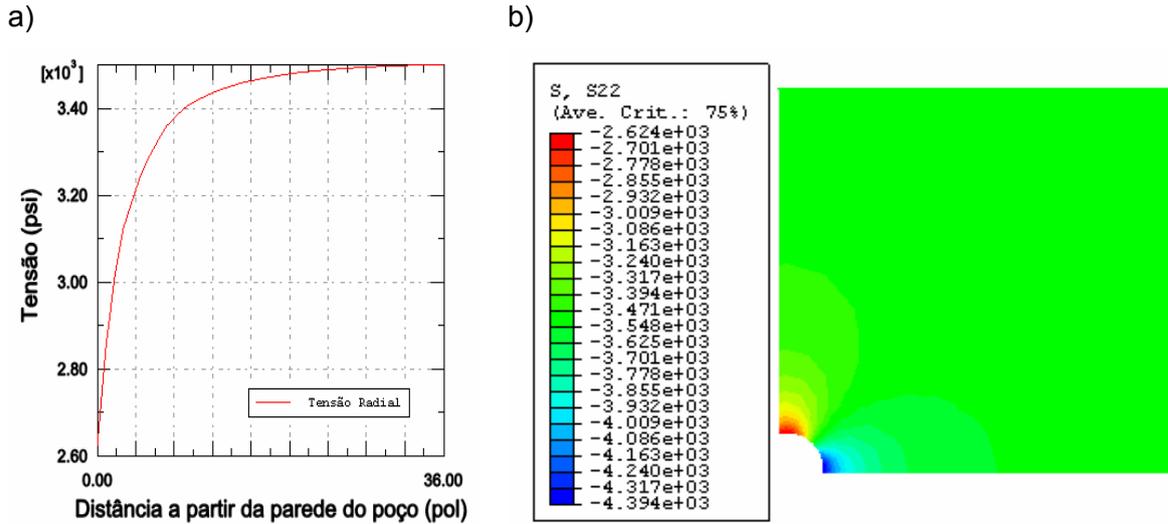


Figura 18 – Variação da tensão radial com o raio do poço (a) e mapa da tensão σ_{11} da formação (b) em psi.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0412752/CA

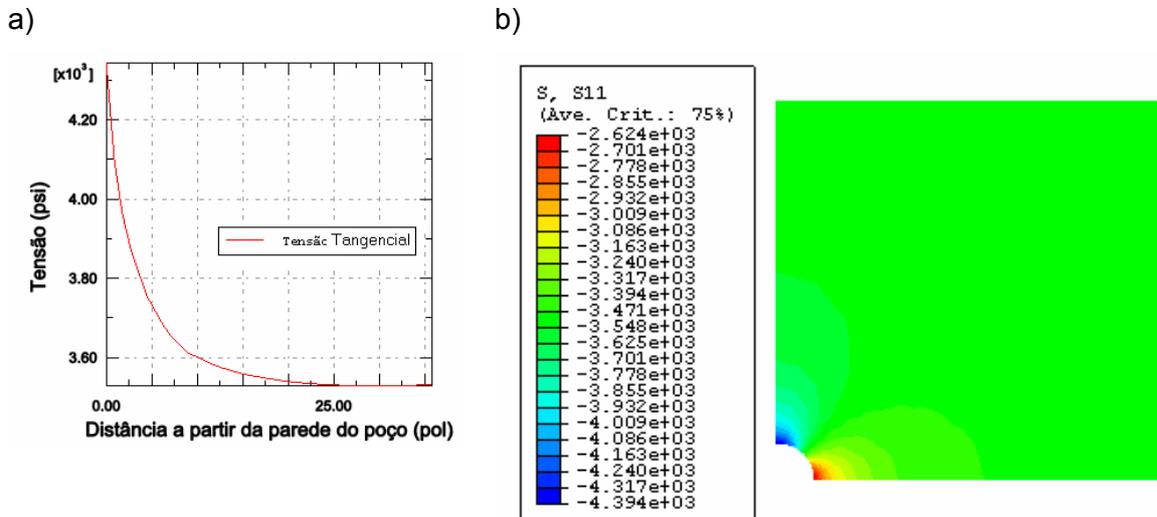


Figura 19– Variação da tensão tangencial com o raio do poço (a) e mapa da tensão da formação (b) em psi.

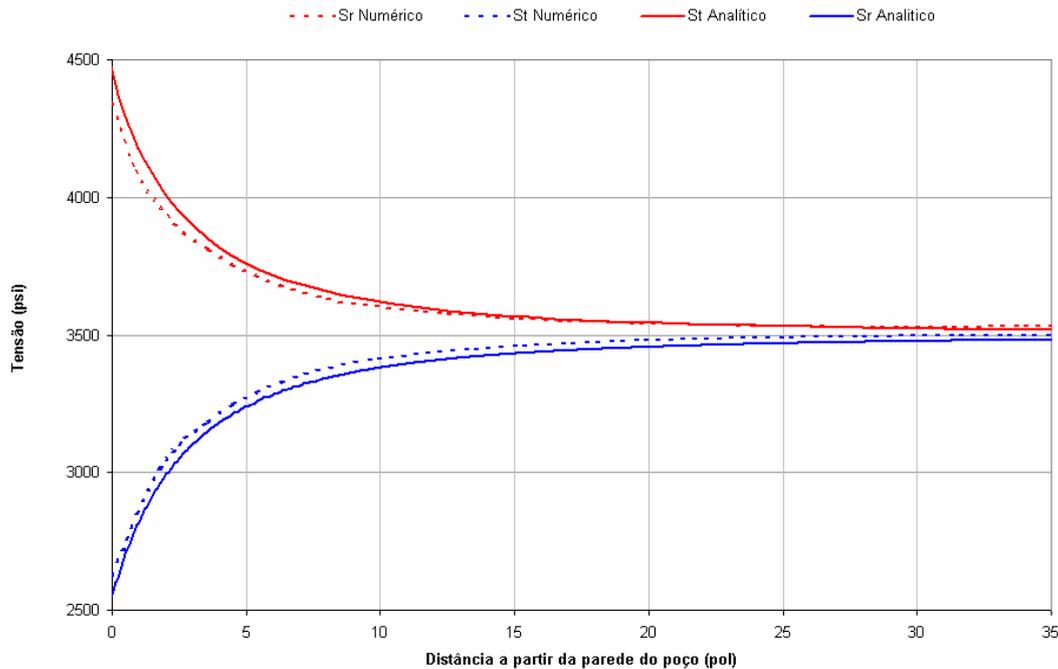


Figura 20– Comparação de resultados numéricos x analíticos.

3.5 Solução para o Poço Inclinado com $\sigma_h \neq \sigma_H$

No item anterior foi apresentada a solução para o caso específico de um poço vertical descrito como uma seção transversal aberta num plano infinito. O comportamento linear elástico foi utilizado para descrever a relação tensão-deformação permitindo a implementação de uma solução analítica para o problema de estabilidade mecânica de poços de petróleo (Fjaer, 1996).

Nesta seção será apresentada a solução para problema de determinação do estado de tensão ao redor das paredes de um poço inclinado, considerando o modelo linear elástico. No modelo linear elástico o estado de tensões é definido em função das tensões principais, considerando a formação como um material sólido, desprezando os efeitos relativos à poroelasticidade e a plasticidade da formação (Fjaer, 1996).

Assumindo que não ocorre deslocamento ao longo do eixo z (estado plano de deformação), pode-se obter o estado de tensões do poço através da solução da equação de equilíbrio dada pela equação 3.10, desprezando o efeito da pressão de poros e de forças de massa (Fjaer, 1996):

$$\sigma_r = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} - 4 \frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta + \tau_{xy} \left[1 + 3 \frac{R^4}{r^4} - 4 \frac{R^2}{r^2} \right] \sin 2\theta + p_w \frac{R^2}{r^2} \quad (3.20)$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta - \tau_{xy} \left[1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right] \sin 2\theta - p_w \frac{R^2}{r^2} \quad (3.21)$$

$$\sigma_z = \sigma_z' - \nu \left[2(\sigma_x - \sigma_y) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta + 4\tau_{xy} \frac{R^2}{r^2} \sin 2\theta \right] \quad (3.22)$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(1 - 3 \frac{R^4}{r^4} + 2 \frac{R^2}{r^2} \right) \sin 2\theta - \tau_{xy} \left[1 - 3 \frac{R^4}{r^4} + 2 \frac{R^2}{r^2} \right] \cos 2\theta \quad (3.23)$$

$$\tau_{\theta z} = \left(-\tau_{xz} \sin \theta + \tau_{yz} \cos \theta \right) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \quad (3.24)$$

$$\tau_{yz} = \left(\tau_{xz} \cos \theta + \tau_{yz} \sin \theta \right) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \quad (3.25)$$

As equações acima podem ser reduzidas na parede do poço onde $r=R$ para:

$$\sigma_r = p_w \quad (3.26)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \sigma_y - 2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4\tau_{xy} \sin 2\theta - p_w \quad (3.27)$$

$$\sigma_z = \sigma_z' - 2\nu \left[(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta \right] \quad (3.28)$$

$$\tau_{\theta z} = 2 \left(-\tau_{xz} \sin \theta + \tau_{xy} \cos \theta \right) \quad (3.29)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0 \quad (3.30)$$

Ao contrário do exposto no item anterior, neste caso, a tensão cisalhante no plano θz pode não ser nula, então as tensões normais não serão as principais.

Para o ponto P qualquer de uma placa plana infinita, conforme a figura 21, o conjunto de equações 3.26 a 3.30 descreve o estado de tensões atuante em P onde $R = a$, $\sigma_x = p_1$ e $\sigma_y = p_2$.

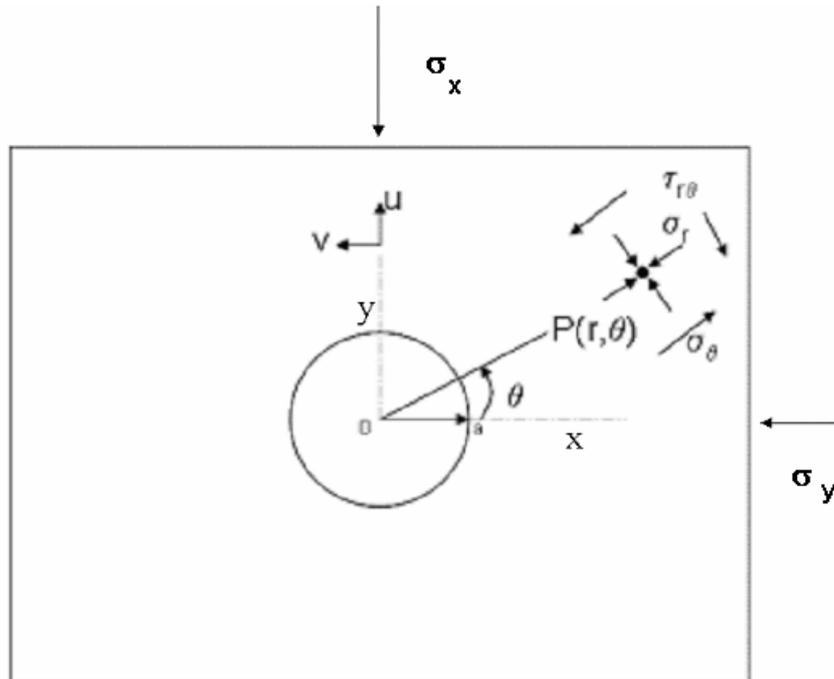


Figura 21 – Representação da seção transversal do poço em formação infinita.

Os resultados obtidos para as soluções analítica e numérica, considerando o poço com raio de $5 \frac{1}{2}$ polegadas e tensões horizontais iguais a 4500 psi, hidrostática do fluido de perfuração (p_w) igual à 2550 psi, onde a formação foi descrita através do modelo linear elástico são apresentados na figura 22.

A solução analítica para o poço inclinado foi obtida através do pacote de computação algébrica comercial MatLab®.

Os resultados foram inicialmente comparados com a solução simplificada para o poço vertical (inclinação e azimute nulos). A boa coincidência entre os resultados, comparando as soluções numérica e analítica para o caso de um poço vertical, indica que o algoritmo numérico utilizado apresenta boa precisão para a solução das equações 3.20 a 3.25

O fator de concentração de tensão (razão entre a tensão radial e a tensão horizontal maior) cai rapidamente convergindo para 1 numa distância equivalente a 6 vezes o raio do poço.

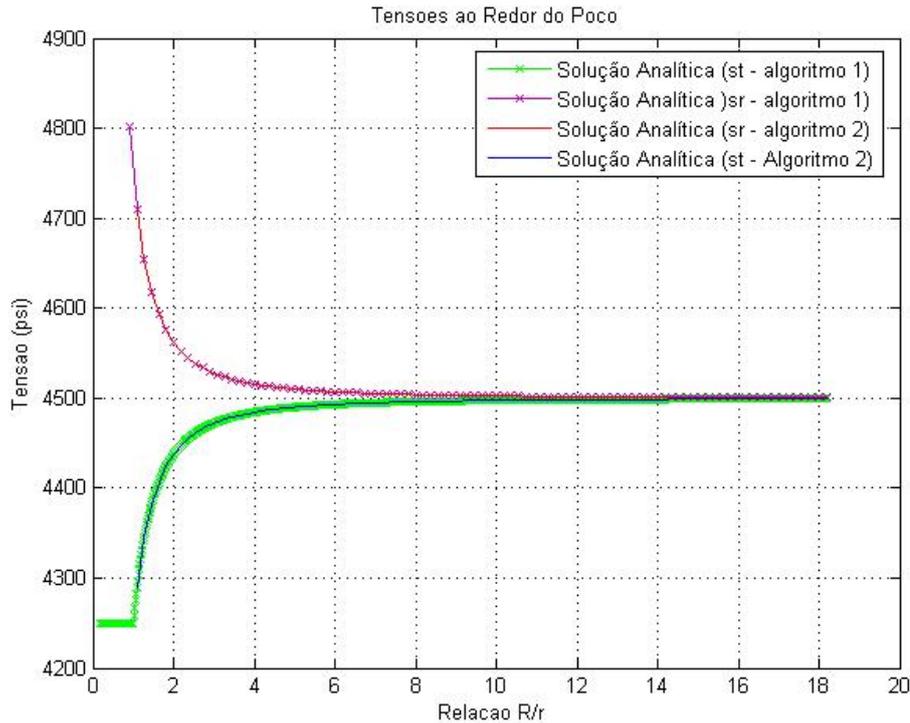


Figura 22 – Solução do estado de tensões em um poço vertical onde $\theta = n\pi$.

3.6 Simulações Considerando Modelo de Mohr Coulomb

Os modelos constitutivos específicos (como o de Mohr Coulomb) são largamente utilizados para a solução de problemas de engenharia e constituem uma poderosa ferramenta na análise de estabilidade de poços e na avaliação do estado de tensão ao redor da parede de poços perfurados (Papamichos, 1999).

Nesta seção o modelo de Mohr Coulomb e a solução numérica para o conjunto de equações de equilíbrio, compatibilidade e constitutivas obtida através do método de elementos finitos (MEF) para o problema do poço vertical com carregamento não hidrostático desenvolvido são apresentados. O objetivo destas simulações é avaliar os resultados para problemas com comportamento bem conhecido, validando o modelo com soluções analíticas ou resultados numéricos disponíveis na literatura, e utilizando-as como referência para o estudo do problema em geometria 3D acoplada (formação, gravel e tubo).

O modelo de Mohr Coulomb considera que a falha por cisalhamento da formação nas proximidades da parede do poço ocorre quando a tensão

cisalhante ao longo do plano de análise é demasiadamente grande (Detournay, 1987). Assim, o critério de falha assumido por Mohr é descrito pela equação:

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (3.31)$$

Onde σ é a tensão normal ao plano e τ é a tensão cisalhante atuante no plano. A forma mais simples para apresentar o critério de Mohr Coulomb é a função de escoamento linear descrita pela equação 3.32, onde c é a coesão e μ é o coeficiente de atrito.

$$|\tau| = c + \mu\sigma \quad (3.32)$$

E o coeficiente de atrito é dado em função do ângulo de atrito, Φ , conforme a equação 3.33 e o esquema apresentado na figura 28:

$$\mu = \tan(\Phi) \quad (3.33)$$

O ponto de coincidência entre o círculo de Mohr e a linha de falha descrita pela equação 3.32 permite demonstrar que a relação entre a tensão cisalhante e normal no ponto de contato é:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\text{sen}(2\beta) \quad (3.34a)$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\beta) \quad (3.34b)$$

$$\Phi + \frac{\pi}{2} = (2\beta) \quad (3.35)$$

Combinando as equações 3.32 e 3.35 e substituindo β e μ por Φ , temos:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos\Phi = c + \frac{1}{2}\tan\Phi(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}\tan\Phi\text{sen}\Phi(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (3.36)$$

Multiplicando a equação 3.36 por 2 e re-arranjando os termos:

$$\sigma_1 = 2c \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (3.37)$$

A partir da equação 3.37 obtemos uma relação entre a coesão e a resistência à compressão uniaxial quando $\sigma_3 = 0$:

$$R_c = 2c \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} = 2c \tan \beta \quad (3.38)$$

Permitindo obter o valor da coesão a partir de ensaios para determinação da resistência à compressão uniaxial.

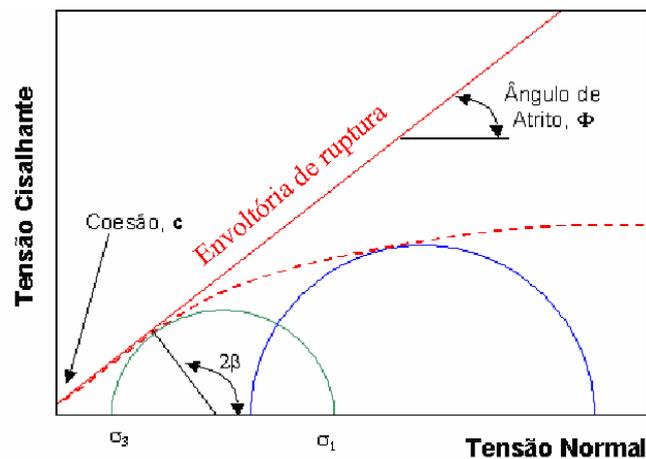


Figura 23– Critério de ruptura de Mohr Coulomb no espaço τ - σ .

Neste modelo, o comportamento do material segue o padrão elástico até que uma superfície de escoamento seja atingida. Esta superfície é descrita por uma função $F(\sigma)$ onde para a região definida por $F(\sigma) \leq 0$ existe um estado de tensão admissível e uma função potencial plástica $g(\sigma)$ que descreve a direção do incremento plástico associado ao carregamento imposto ao material. Assim, o material apresenta um comportamento elástico quando σ (a tensão na rocha) permanece dentro dos limites da superfície de escoamento $F(\sigma) = 0$ ou se existe um descarregamento elástico correspondente, isto é quando:

$$F(\sigma) < 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma < 0 \quad (3.39)$$

ou plástico quando σ está sobre a superfície de escoamento $F(\sigma) = 0$ ou quando o incremento de tensão tangencia a superfície de escoamento, ou seja, quando a superfície de escoamento é tocada pelo vetor que representa o estado de tensões no ponto analisado, definindo a condição de complementaridade entre $d\lambda$ e $F(\sigma)$:

$$F(\sigma) = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma = 0 \quad (3.40)$$

Neste trabalho, a superfície de escoamento F é descrita pela função linear de Mohr Coulomb em termos de ângulo de atrito e coesão, independente da tensão intermediária (σ_2), dada em termos de tensões principais pela equação. Assim, pela equação 3.37, têm-se:

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = \sigma_1 - 2c \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} - \sigma_3 \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (3.41)$$

Para a análise após a plastificação podemos considerar, no caso de pequenas deformações e para um material elastoplástico, um tensor linearizado de deformação escrito em termos de sua parcela elástica e de sua parcela plástica conforme apresentado na equação (Papamichos, 1999):

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.42)$$

Em termos diferenciais temos:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (3.43)$$

O incremento de deformação plástica é determinado através de uma lei de fluxo expressa por:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.44)$$

Onde λ é um escalar positivo, g é uma função potencial. A função potencial (g) plástica é definida assumindo a existência de uma superfície perpendicular ao incremento de deformação plástica, em função das tensões principais e do fator de dilatância:

$$g = K_p^* \sigma_1 - \sigma_3; \quad \frac{d\varepsilon_1^p}{d\varepsilon_3^p} = -K_p^*, \quad d\varepsilon_2^p = 0 \quad (3.45)$$

onde K_p^* é o fator de dilatância que é função do ângulo de dilatância ϕ^* ($0 \leq \phi^* \leq \phi$) e da mesma forma que K_p :

$$K_p^* = \frac{1 + \sin \phi^*}{1 - \sin \phi^*} \quad (3.46)$$

Desta forma, o problema elasto-plástico está definido em termos de 9 parâmetros: 1 geométrico (o raio do poço, R), 3 parâmetros estáticos referentes ao estado de tensões *in situ* ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) e 5 constantes referentes as propriedades dos materiais.

A formulação matemática utilizada para a solução do problema na região elástica nas condições de deformação plana ($\varepsilon_{22} = 0$) garante que as equações constitutivas (de acordo com Lei de Hooke) sejam expressas exclusivamente em termos de componentes de tensão e deformação plana. Os resultados obtidos para as malhas representadas na figura 24 são apresentados a seguir.

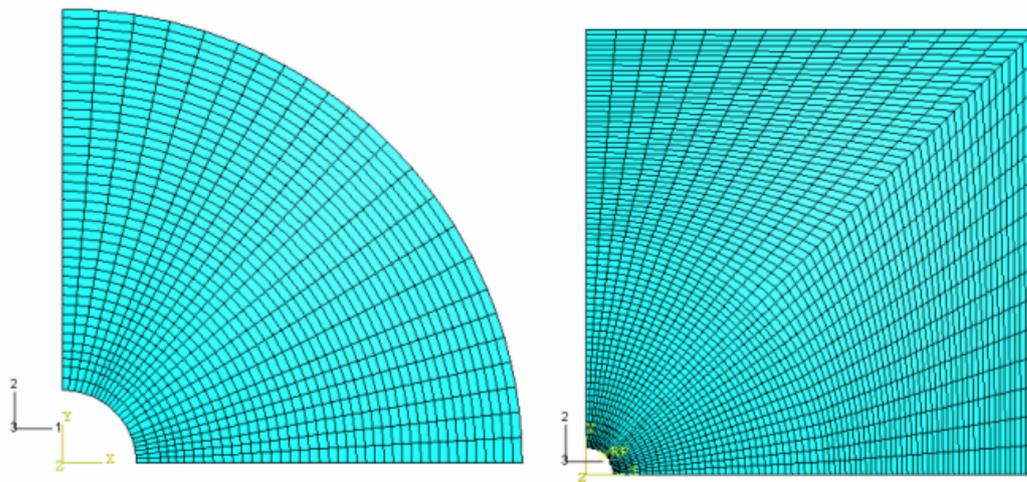


Figura 24 – Malha de elementos finitos utilizada na simulação elasto plástica 2D.

Na figura 25 a 26 são apresentados os resultados obtidos numericamente para a variação das tensões circunferenciais e radiais com a distância da parede do poço variando a coesão e o ângulo de atrito.

Na figura 25, pode-se observar o avanço da concentração de tensões para a formação indicando que o material apresenta comportamento plástico próximo as paredes do poço.

O pico de tensões principais, como no modelo linear elástico (referenciado pela legenda LE), não ocorre na parede do poço. Pode-se observar também que a redução da coesão aumenta a região de influência do poço no estado de tensão da formação.

A convergência para o estado de tensão original ocorre para uma distância 5 vezes maior, quando comparado ao modelo linear elástico, para o modelo de Mohr Coulomb quando $c=300$ psi.

Na figura 26 o mesmo comportamento pode ser observado, no entanto, com uma influência maior da redução do ângulo de atrito no comportamento plástico da formação.

Neste caso, a convergência para o estado de tensões originais da formação ocorreu numa distância até 8 vezes maior para o modelo de Mohr Coulomb com $\phi = 22^\circ$ quando comparado ao modelo linear elástico. Em todas as simulações realizadas, o pico de tensão é inferior ao encontrado para o modelo linear elástico.

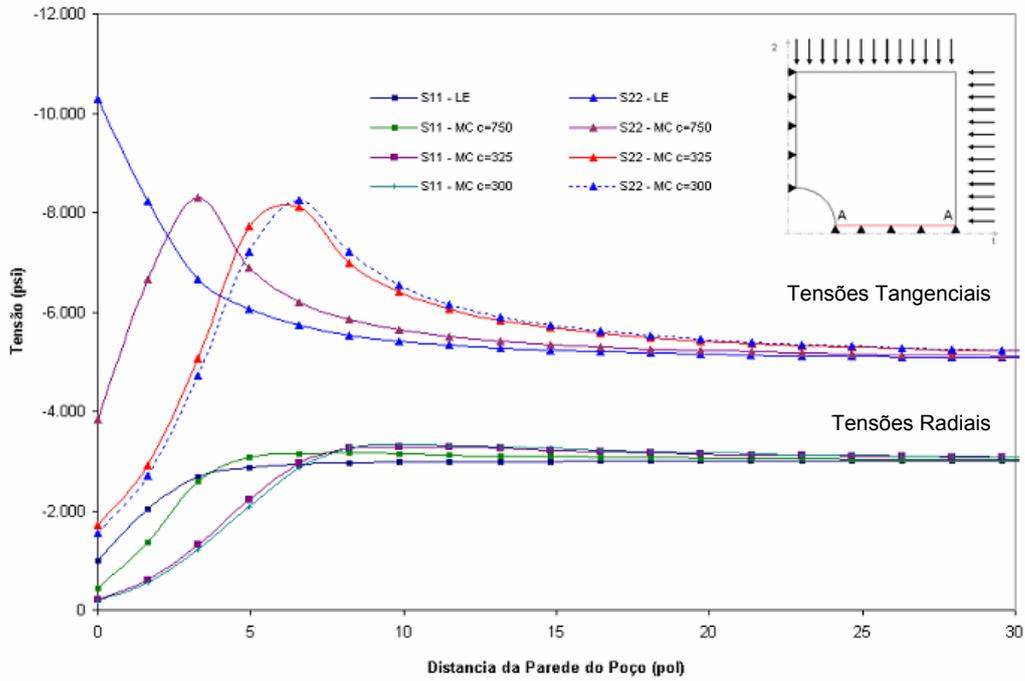


Figura 25 – Variação das tensões principais com a distância do poço em função da coesão.

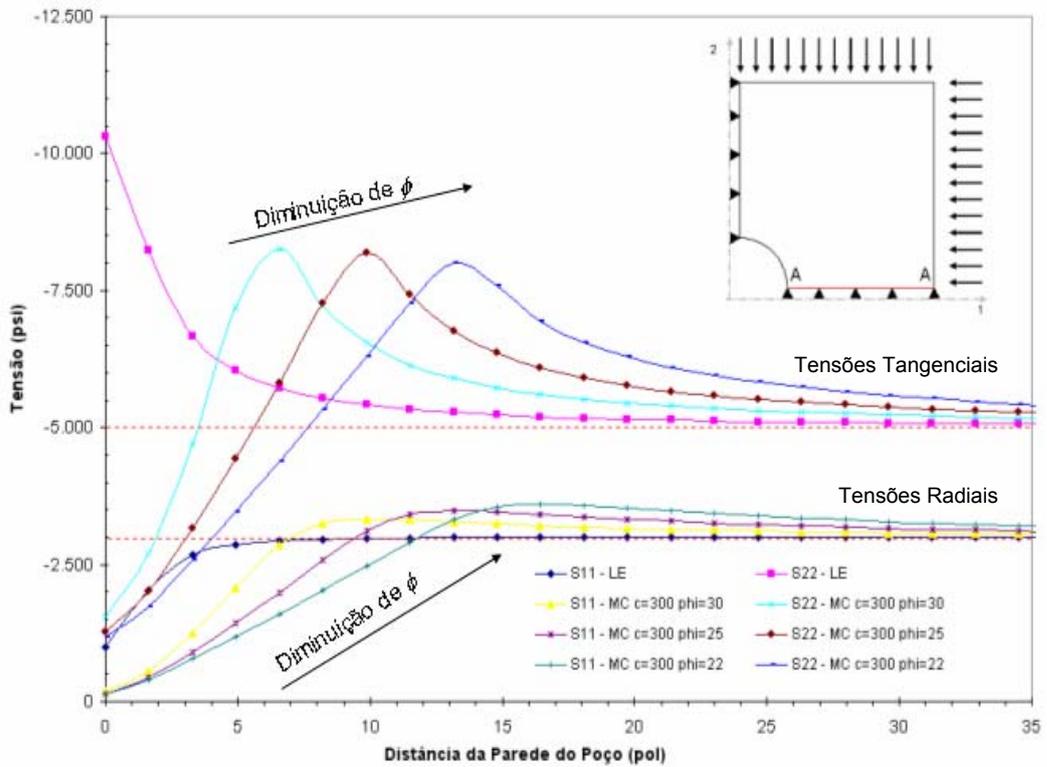


Figura 26 – Variação das tensões principais com a distância do poço em função do ângulo de atrito.

Na figura 27 são apresentados os resultados para a simulação de um cilindro de parede espessa submetido ao carregamento hidrostático. O mesmo comportamento descrito para as figuras 30 e 31 foi verificado. Apesar de haver solução analítica para o problema, os resultados foram comparados apenas com os resultados apresentados na literatura por Vargas (1996). A coincidência foi considerada boa com diferença inferior à 4% quando comparado com os resultados obtidos na literatura.

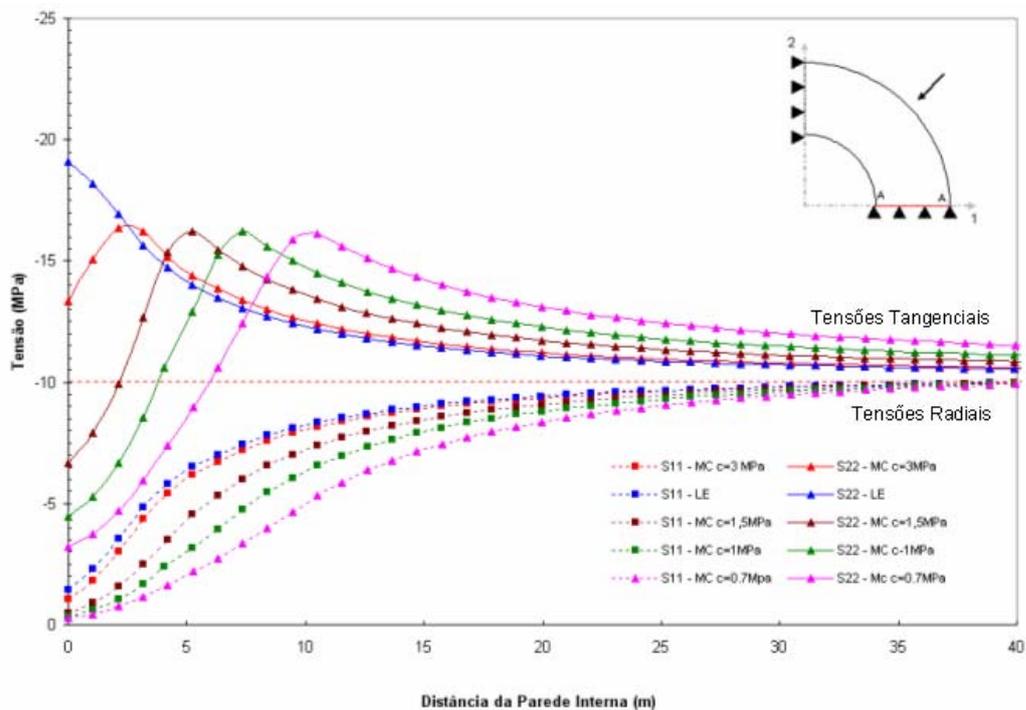
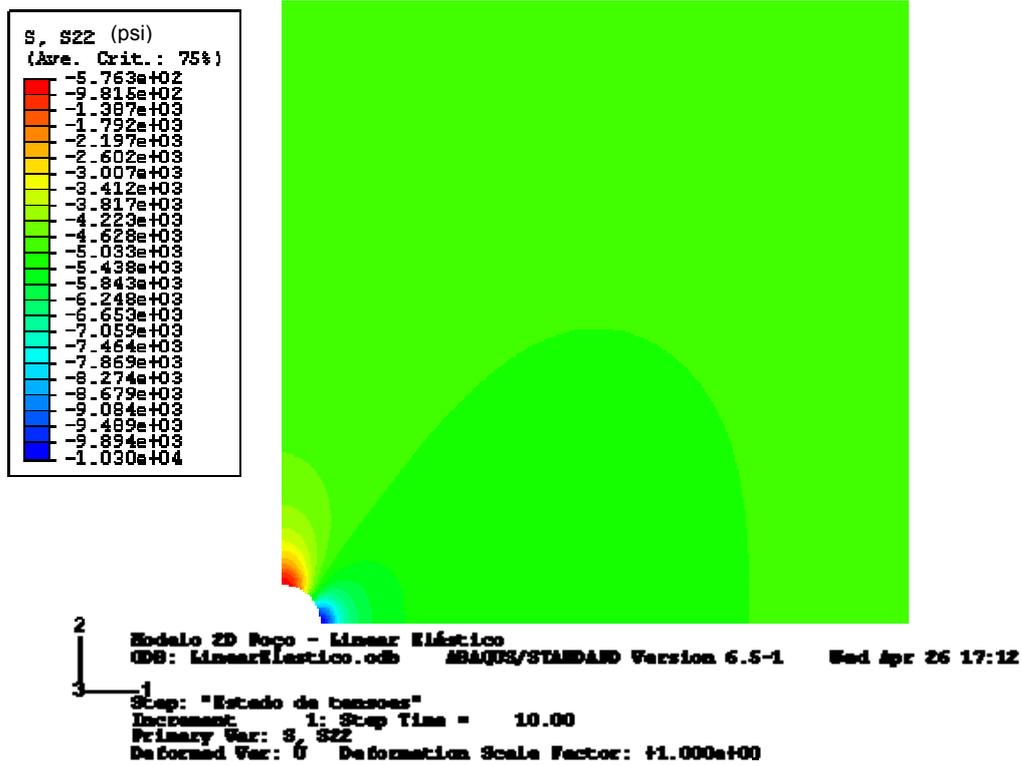


Figura 27– Variação das tensões principais com a distância da parede interna.

As figuras 28 a 31 apresentam o campo de tensões principais para os casos simulados, evidenciando o avanço da região onde ocorre a concentração de tensões para a formação e a diferença entre os resultados obtidos para o modelo linear elástico, e o modelo de Mohr Coulomb. Pode-se observar o aumento da área de influência do poço na alteração do estado de tensão da formação. Verifica-se que para distâncias variando entre de 6 à 10 vezes o raio do poço, o estado de tensão da formação se aproxima do original conforme ilustrado nas figuras 27 a 29.

O mesmo comportamento é evidenciado para os resultados da simulação do tubo de parede espessa modelado conforme o modelo de Mohr Coulomb ou linear elástico, apresentados nas figuras 30 e 31.

a)



b)

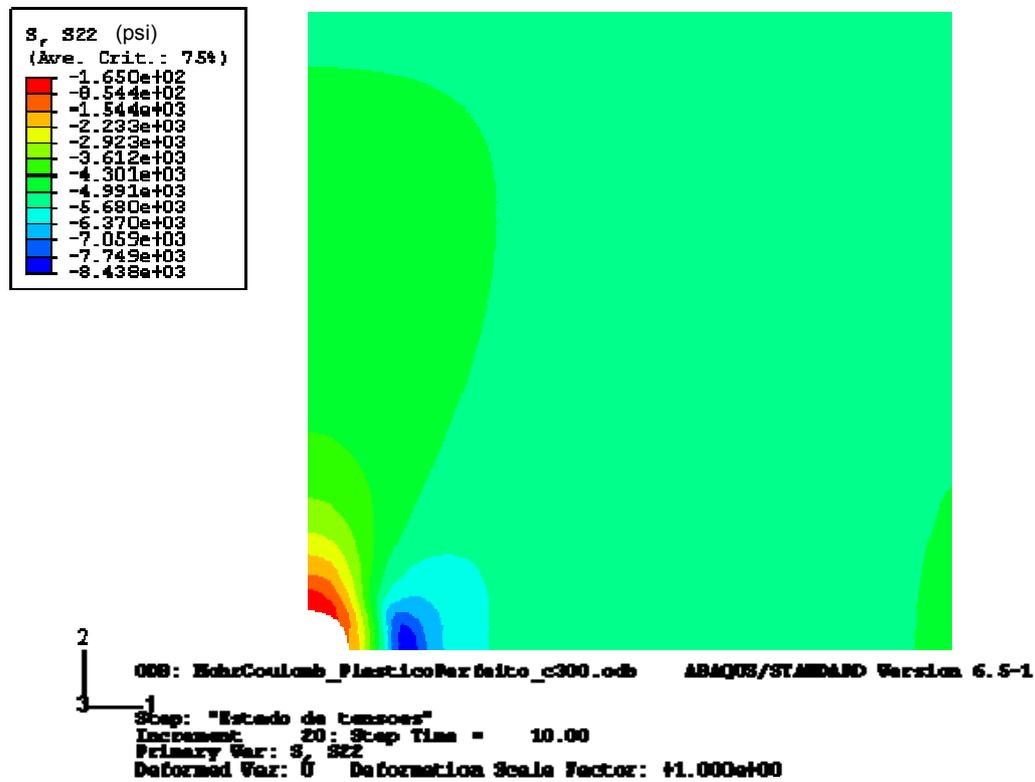
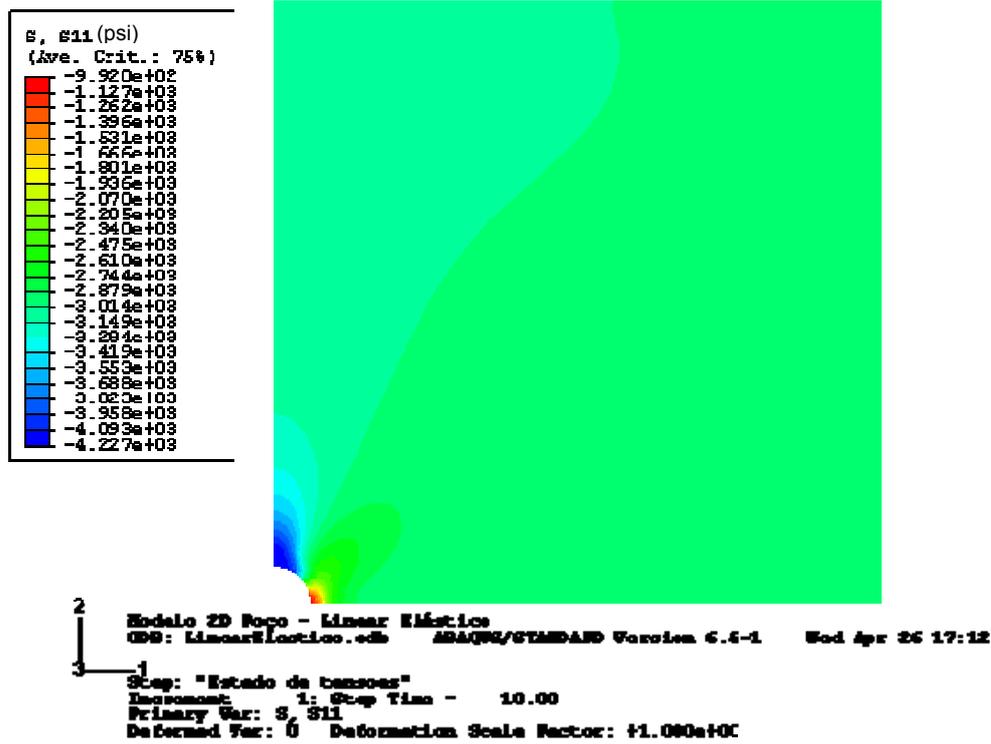
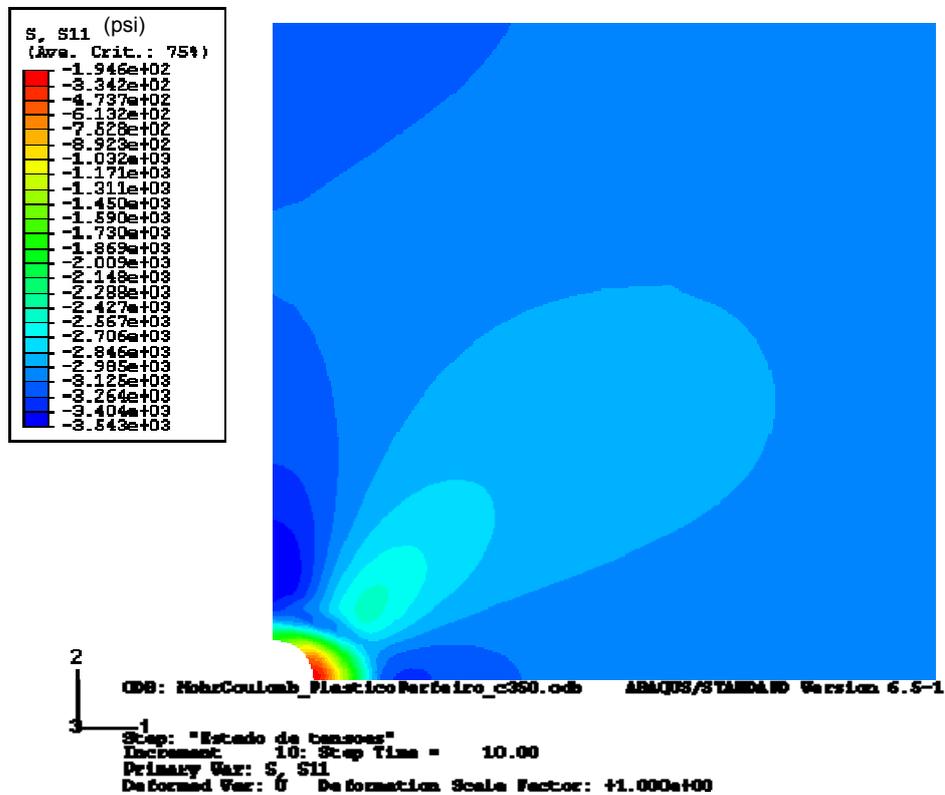


Figura 28 – Campo de tensões em σ_{22} no modelo LE (a) e Mohr Coulomb (b) em psi.

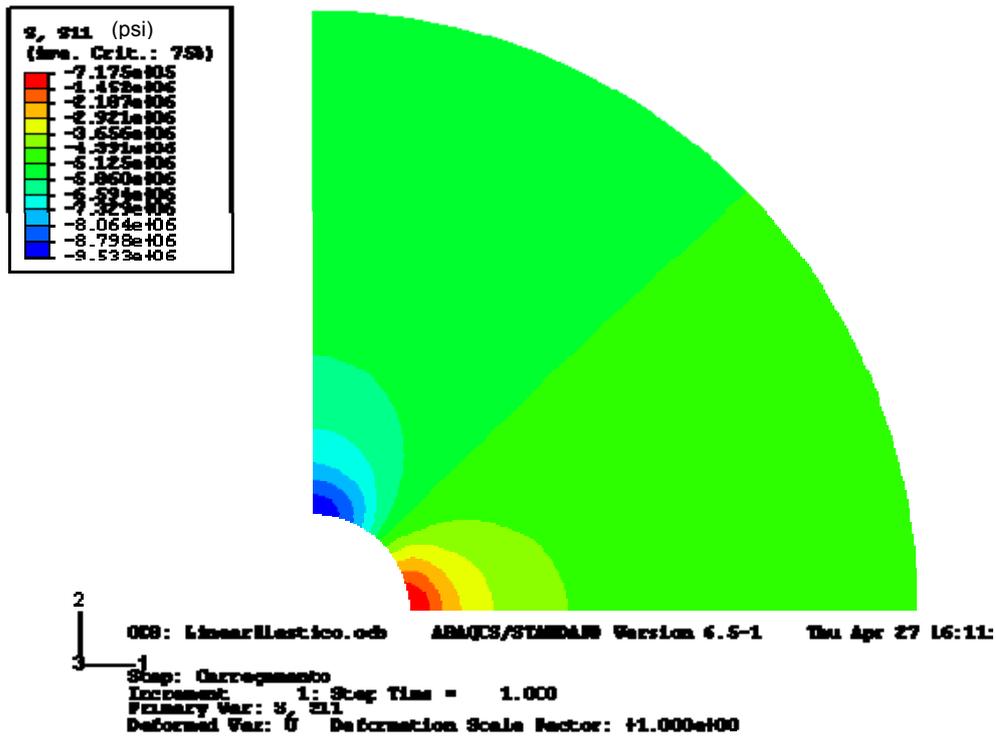
a)



b)



a)



b)

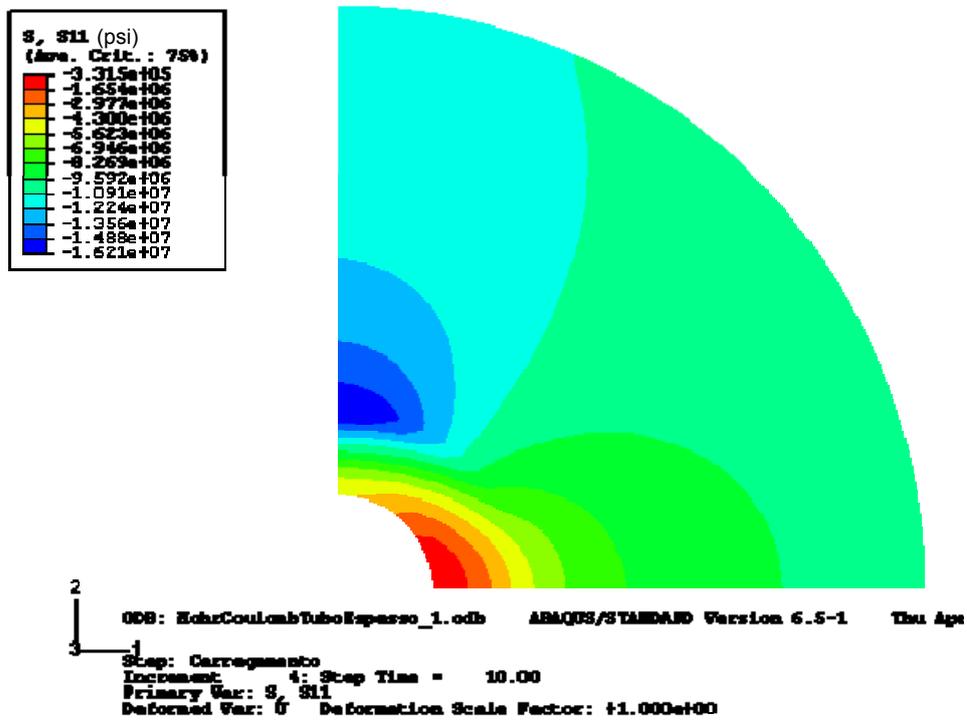
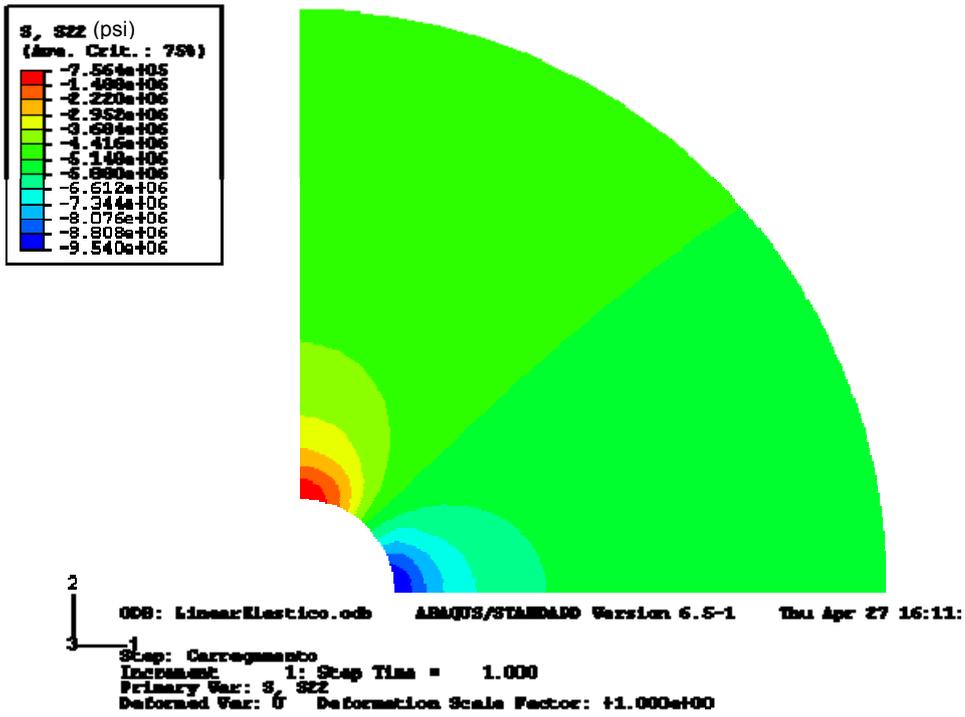


Figura 30 – Campo de tensões em σ_{11} no modelo LE (a) e Mohr Coulomb (b) em psi.

a)



b)

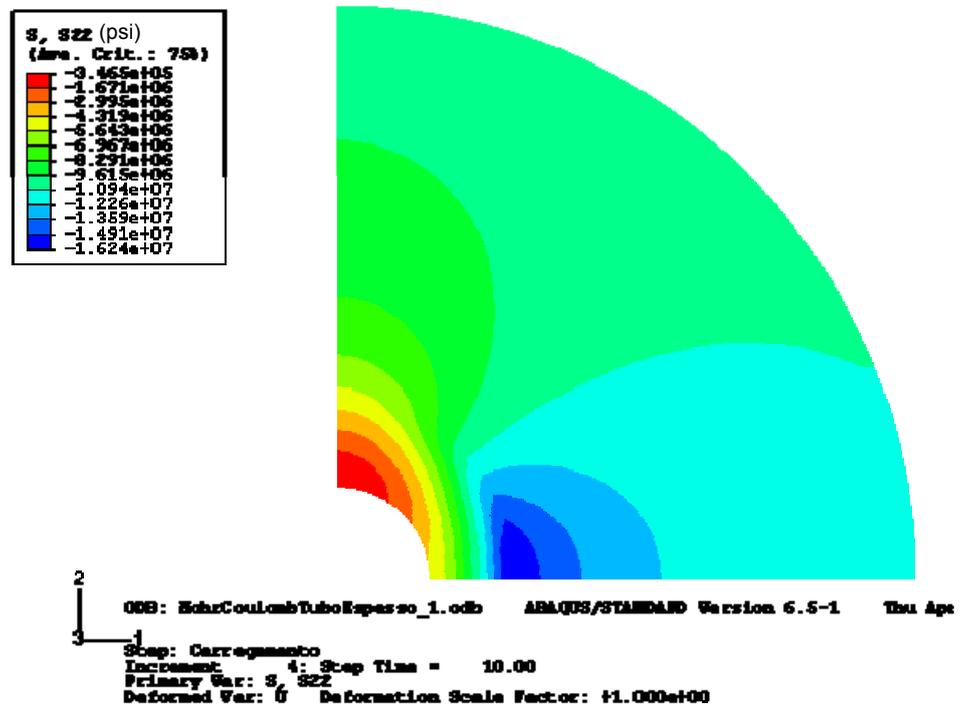


Figura 31 – Campo de tensões em σ_{22} no modelo LE (a) e Mohr Coulomb (b) em psi.

3.7 Conclusões

A avaliação da estabilidade mecânica de poços de petróleo é um problema típico da área de construção de poços. A modelagem geomecânica de rochas de interesse da indústria de petróleo (com porosidade variando entre 10 a 30%) é geralmente realizada utilizando modelos elasto-plásticos não lineares e não prevêem efeitos de poro-plasticidade e saturação de água (Papamichos, 2001).

Neste trabalho o modelo de Mohr Coulomb é utilizado para a previsão do comportamento de tensões e deformações próximas à parede do poço tanto na modelagem da formação quanto do gravel. No entanto, o modelo de Mohr Coulomb não representa adequadamente a relação tensão-deformação, em especial no início do carregamento, para o pacote de gravel. Este material deveria apresentar um comportamento predominantemente plástico desde o início do carregamento em função da baixa compactação imposta ao pacote de gravel durante o seu posicionamento no anular poço x tela, atenuando assim a solicitação transferida ao tubo base. Entretanto, em função da ausência de dados para a caracterização deste material, o que permitiria a utilização de modelos mais complexos (e adequados para descrever o seu comportamento), optou-se por utilizar o modelo de Mohr Coulomb conforme descrito no capítulo 5.

A influência do poço na alteração do estado de tensão original da formação é reduzida a partir de distâncias 5 a 10 vezes o seu raio, conforme ilustrado nas figuras 32 a 36. O raio de influência do poço no estado de tensões é muito maior quando comparado ao modelo linear elástico. Assim o modelo considerando o acoplamento entre a formação e o sistema de contenção de areia foi implementado com comprimento 10 vezes superior ao raio do poço.