

6 Modelo 3D

Como já mencionado no capítulo anterior, o estudo do modelo tridimensional teve como principal motivação a grande variação da temperatura de mistura do gás na direção axial. As propriedades do gás utilizadas na modelagem tridimensional são as mesmas já utilizadas no modelo bidimensional com exceção da densidade que foi calculada nesse caso a partir da equação de gás ideal Eq. (3.3), rescrita aqui como

$$\rho = \frac{p}{R T} \quad ; \quad R = \frac{\Re}{W} \quad (6.1)$$

Utilizou-se a mesma equação de estado que o caso unidimensional, sendo o peso molecular do gás igual $W = 17,38 \text{ kg/kg.mol}$, o que corresponde a uma constante do gás igual a $R=478,3 \text{ N m/(kg K)}$.

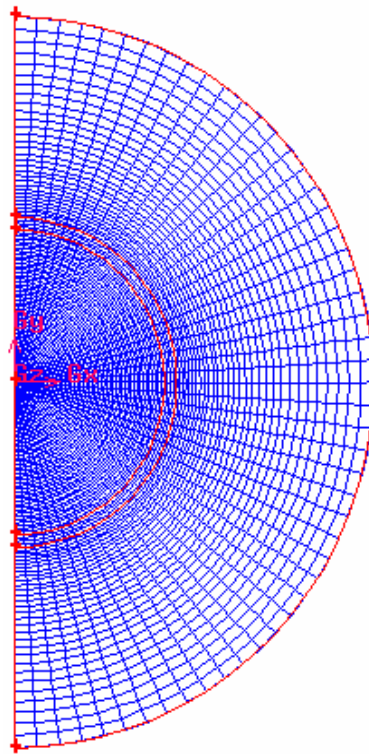
Os parâmetros geométricos assim como as propriedades das camadas do duto também são os mesmos já especificados anteriormente, definidas nas Tabelas 4.1 e 4.2, sendo o comprimento do duto igual a 10.000 m, igual ao utilizado nas simulações unidimensionais.

Para inicializar o problema transiente, determinou-se numericamente o campo de velocidade, pressão e temperatura em regime permanente, considerando na entrada da tubulação uma vazão em massa de 10 kg/s, a 99 C e uma pressão de descarga de 60 kgf/cm², i.e., as mesmas condições que as utilizadas no modelo 1-D.

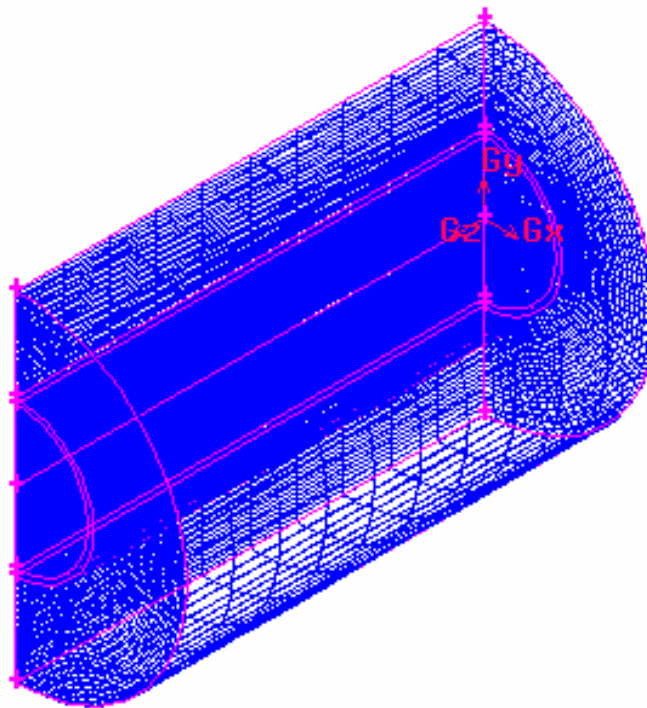
A temperatura do ambiente externo com o qual o gás troca calor foi a mesma utilizada anteriormente, $T_{\infty} = 5 \text{ C}$, assim como o coeficiente de transferência de calor $h_{\infty}=2000 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Devido à simetria com relação ao eixo vertical, as simulações foram realizadas considerando somente metade do duto, com exatamente a mesma seção transversal que o caso bi-dimensional. A malha da seção transversal, Fig. 6.1(a), foi igual a dos casos 2-D com 4200 pontos. Já na seção axial utilizou-se 100 nós,

como pode ser observado na Fig. 6.1(b) em perspectiva, o que corresponde ao mesmo número de pontos utilizados na simulação unidimensional.



(a) seção transversal



(b) perspectiva

Figura 6.1 – Malha na seção transversal e perspectiva

Alguns resultados da modelagem tridimensional em regime permanente são mostrados abaixo.

6.1

Condição Inicial em Regime Permanente

A Figura 6.2 apresenta a variação da pressão ao longo do duto, utilizando a pressão relativa, $p-p_{out}$. Apesar do perfil de pressão parecer linear, o perfil de pressão ao longo de um duto que escoar gás é parabólico. Esta ilusão se deve ao fato de se utilizar um duto relativamente curto e uma vazão baixa.

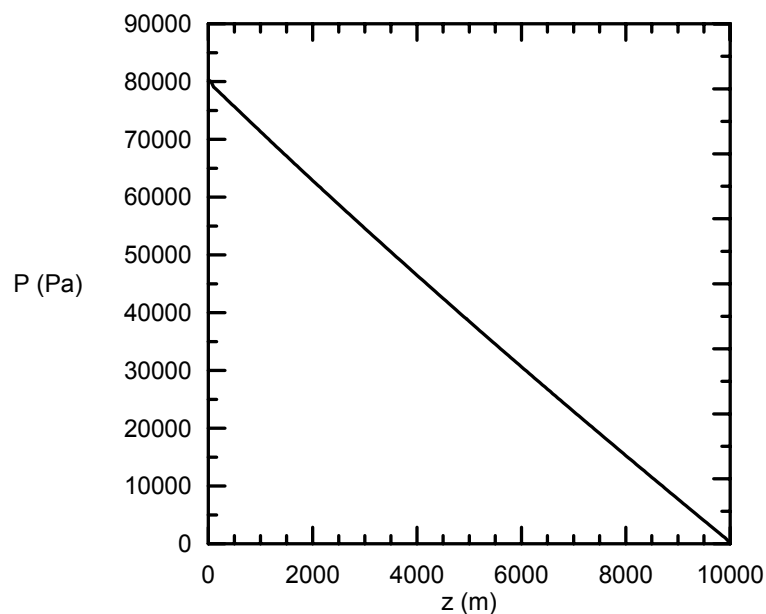


Figura 6.2 – Variação da pressão ao longo do duto

Utilizando esse resultado, o fator de atrito foi calculado a partir da Eq. 6.2

$$f_{at} = \frac{-\partial p / \partial z}{\rho u_m^2 / 2} \quad (6.2)$$

e comparado com o resultado a partir da fórmula de Colebrook, Eq. 6.3 (Fox e McDonald, 2001), considerando o duto liso (com rugosidade ε nula)

$$\frac{1}{f_{at}^{0,5}} = -2,0 \log \left(\frac{\varepsilon / D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re}_{\text{inicial}} f_{at}^{0,5}} \right) \quad (6.3)$$

O fator de atrito calculado pela Eq. 6.2 foi $f_{at} = 0,009553$, enquanto o

resultado a partir da correlação de Colebrook foi $f_{at} = 0,009541$, com diferença de 0,12%. Uma vez que os resultados dos fatores de atrito foram bem próximos, pode-se considerar a solução satisfatória, indicando que o modelo encontra-se corretamente definido e a malha é adequada.

Os perfis do componente axial de velocidade ao longo do raio na seção central do duto ($x=5.000$ m) nas direções horizontal, $u_z(x)$ ($\theta=\pi/2$), e vertical, $u_z(y)$ ($\theta=\pi$) são ilustrados na Fig. 6.3, onde o raio foi normalizado com o raio interno do duto, sendo R . Nota-se que durante o escoamento em regime permanente, devido às altas velocidades axiais, a convecção natural é desprezível e o perfil de velocidade independe da coordenada angular.

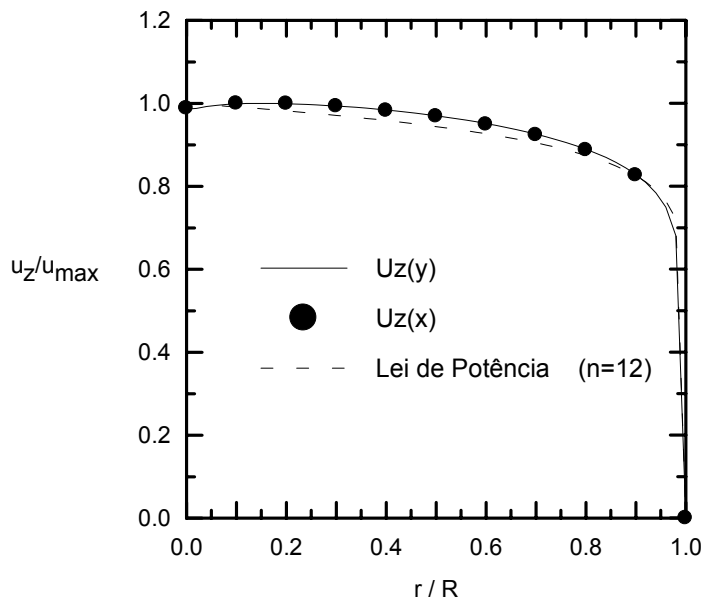


Figura 6.3 – Variação da velocidade axial ao longo do raio

A nível de comparação, o valor de u_z calculado pela lei de potência empírica elaborada por Laufer (Fox e McDonald, 2001) representada pela Eq. 6.4, também foi apresentado na Fig. 6.3.

$$\frac{u_z}{u_{\max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad (6.4)$$

onde u_z é a velocidade axial e $u_{\max}$ é a velocidade máxima na linha de centro do duto. Observou-se uma excelente concordância entre os perfis ao considerar o expoente n igual a 12 com erro médio de 1,8%.

A variação da temperatura de mistura ao longo da tubulação, na condição de

escoamento em regime permanente e termicamente desenvolvido, pode ser obtida aplicando-se um balanço de energia em um elemento infinitesimal do duto, Fig. 6.4.

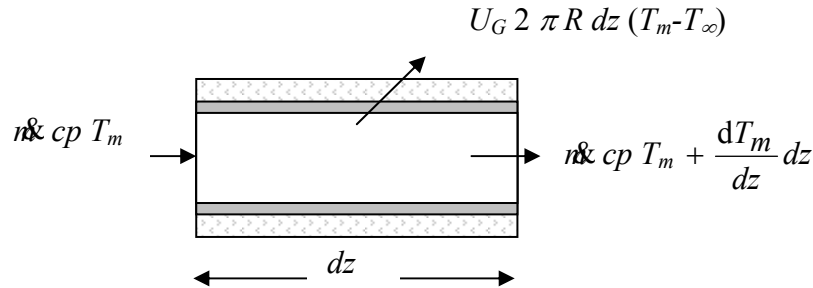


Figura 6.4 – Elemento infinitesimal do duto

$$\dot{m} c_p T_m = \dot{m} c_p \left(T_m + \frac{dT_m}{dz} dz \right) + U_G 2\pi R (T_m - T_\infty) = 0 \quad (6.5)$$

ou

$$\frac{1}{(T_m - T_\infty)} \frac{d(T_m - T_\infty)}{dz} = - \frac{\overline{Nu}_G}{\text{Pr Re}_{\text{inicial}}} \frac{4}{D} \quad (6.6)$$

onde

$$\overline{Nu}_G = \frac{U_G D}{k} \quad ; \quad \text{Re}_{\text{inicial}} = \frac{\rho_{\text{ref}} u_m D}{\mu} \quad ; \quad \text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (6.7)$$

e integrando da entrada até uma coordenada arbitrária z , obtém-se

$$\Phi = \frac{T - T_\infty}{T_{\text{in}} - T_\infty} = \exp \left(- \frac{4 \overline{Nu}_G}{\text{Re Pr}} \frac{z}{D} \right) \quad (6.8)$$

O número de Nusselt global $\overline{Nu}_G$ pode ser determinado em função do coeficiente de transferência de calor global U_G , a partir de correlações para avaliar o número de Nusselt interno $\text{Nu}_{\text{inicial}} = h_i D / k$, das resistências térmicas das camadas que formam as paredes do duto e do coeficiente de transferência de calor externo h_∞ ,

$$U_G = \left[\frac{D}{2 k_{\text{iso}}} \ln \left(\frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{iso}}} \right) + \frac{D}{2 k_{\text{aco}}} \ln \left(\frac{D_{\text{iso}}}{D} \right) + \frac{D}{h_o D_{\text{ext}}} + \frac{1}{h_i} \right]^{-1} \quad (6.9)$$

onde a seguinte correlação de Sieder e Tate (Incropera e DeWitt, 1998) foi empregada para avaliar o número de Nusselt interno:

$$\text{Nu}_{\text{inicial}} = 0,027 \text{Re}_{\text{inicial}}^{4/5} \text{Pr}^{1/3} \quad (6.10)$$

O coeficiente interno de troca de calor foi calculado como sendo igual a 475 W/(m² K). De acordo com a Eq. (6.10) o número de Nusselt global é igual a 31,6.

A Figura 6.5 ilustra a variação da temperatura adimensional do gás Φ ao longo do duto, onde se pode observar o decaimento exponencial de acordo com a solução exata.

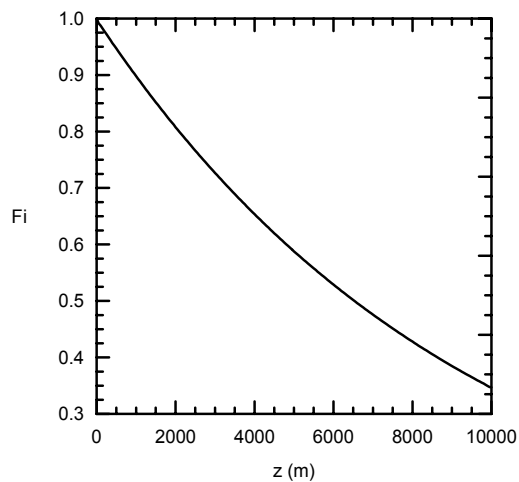


Figura 6.5 – Variação da temperatura adimensional do gás ao longo do duto

Uma comparação do perfil axial da temperatura de mistura para o regime permanente obtido com as formulações 3-D e 1-D é apresentada na Fig. 6.6 onde pode-se observar a excelente concordância.

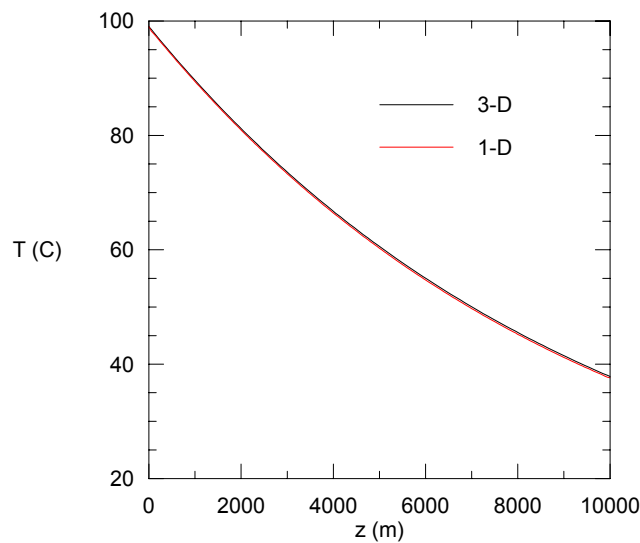


Figura 6.6 – Variação da temperatura ao longo do duto

O número de Nusselt global $\overline{Nu}_G$ também pode ser determinado a partir do campo de temperatura obtido com a simulação 3-D, utilizando a Eq. 6.8 rescrita como

$$\overline{Nu}_G = -\ln\left(\frac{T - T_\infty}{T_{in} - T_\infty}\right) \frac{\text{Re Pr } D}{4 z} \quad (6.11)$$

A Figura 6.7 ilustra a variação do número de Nusselt global $\overline{Nu}_G$ ao longo da tubulação, onde se pode observar que para $z \approx 600$ m, o escoamento pode ser considerado como termicamente desenvolvido, sendo o número de Nusselt constante até o final do duto e igual $\overline{Nu}_G = 32$. Nota-se excelente concordância com o valor obtido através da correlação empírica para o número Nusselt interno.

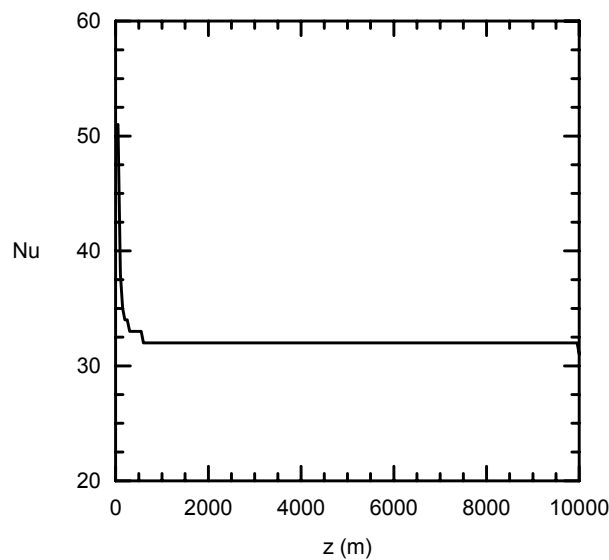


Figura 6.7 – Variação do Nusselt ao longo do duto

O perfil adimensional de temperatura Φ do gás e do aço ao longo do raio, para $\theta = \pi$ (coordenada vertical y), avaliados na seção central do duto, $z = 5000$ m, é apresentado na Fig. 6.8. Na camada correspondente à parede da tubulação, denominada de “Aço”, a qual possui pequena espessura e alta condutividade térmica apresenta temperatura aproximadamente uniforme. A temperatura no gás também é aproximadamente uniforme em quase toda a seção transversal, com gradiente bem elevado próximo à parede, uma vez que o coeficiente de transferência de calor interno é muito elevado.

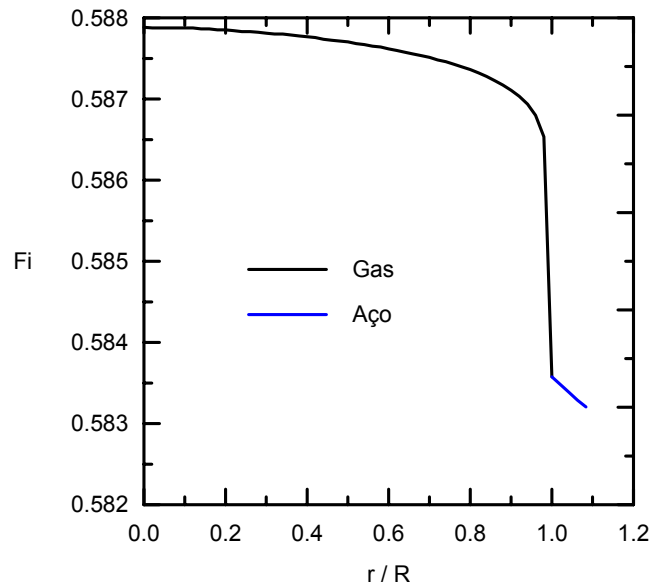


Figura 6.8 – Perfil de temperatura no gás e na camada de aço ao longo do raio

A Figura 6.9 apresenta o perfil de temperatura do isolante, na seção central do duto, ao longo da coordenada radial adimensionalizada por R para $\theta = \pi$ (coordenada vertical y). Visualizando o gráfico, pode-se perceber um gradiente de temperatura na camada de isolante maior que na camada do aço e no interior do duto onde escoa o gás.

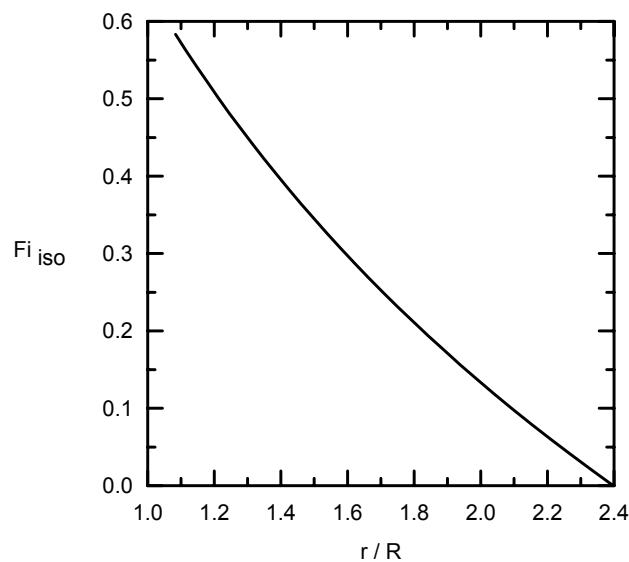


Figura 6.9 – Perfil de temperatura na camada do isolante ao longo do raio

Os perfis de temperatura ao longo do raio para $\theta = \pi/2$ (coordenada horizontal x), no gás, na parede do aço e no isolante coincidiram com os resultados para coordenada y , indicando que os efeitos de convecção natural são desprezíveis frente à convecção forçada.

Uma comparação entre o perfil de temperatura resultante do regime permanente do modelo 3D no centro do duto e o perfil correspondente à solução exata de condução de calor em regime permanente, utilizada para inicializar o problema 2-D é apresentado na Fig. 6.10. Mais uma vez, observa-se ótima concordância entre as soluções.

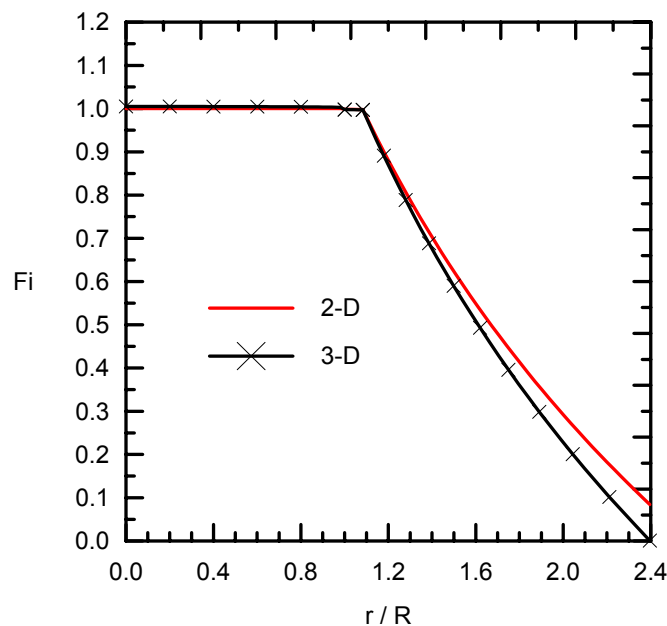


Figura 6.10 – Perfil de temperatura 2-D e 3-D nas camadas do duto ao longo do raio

A partir dos resultados obtidos com a simulação do regime permanente, pode-se analisar a variação de algumas grandezas turbulentas. A Fig. 6.11 apresenta a variação da viscosidade turbulenta μ_t ao longo do eixo do duto, enquanto a Fig. 6.12a e Fig. 6.12b correspondem a energia cinética turbulenta κ e a sua taxa de dissipação ε . Devido ao alto número de Reynolds, a viscosidade turbulenta é três ordens de grandeza superior à viscosidade molecular. Pode-se observar que todas as grandezas turbulentas são aproximadamente constantes ao longo do eixo do duto, uma vez que o escoamento encontra-se desenvolvido hidrodinamicamente, porém observa-se a ocorrência de uma perturbação próxima à entrada.

Os perfis radiais das grandezas turbulentas, viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação são ilustrados nas Fig. 6.13, 6.14a e 6.14b, respectivamente. Observa-se que a viscosidade turbulenta diminui próxima a parede, tendendo a zero na região da sub-camada laminar. Na região central,

onde o gradiente de velocidade é nulo, uma pequena queda de μ_t também ser verificada. A energia cinética turbulenta apresenta um aumento na região da camada limite próximo à superfície sólida, tendendo a um valor constante na parede, devido a utilização da lei da parede que impõe deriva para κ . Já a taxa de dissipação ε apresenta um acréscimo significativo próximo a parede do duto, pois de acordo com a lei da parede e é inversamente proporcional a distância a superfície sólida.

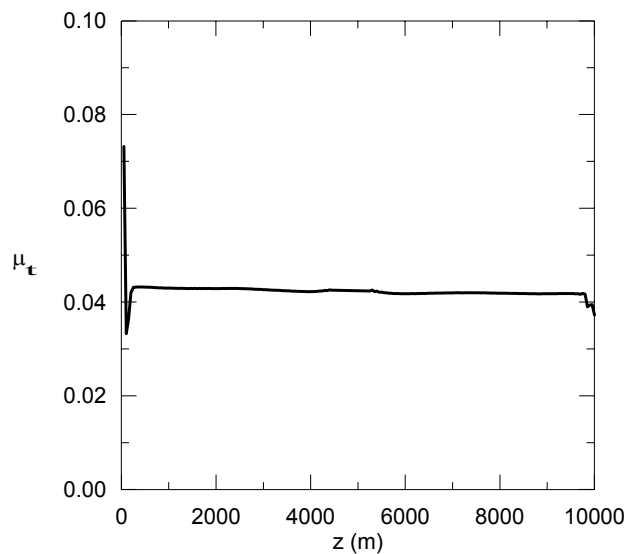
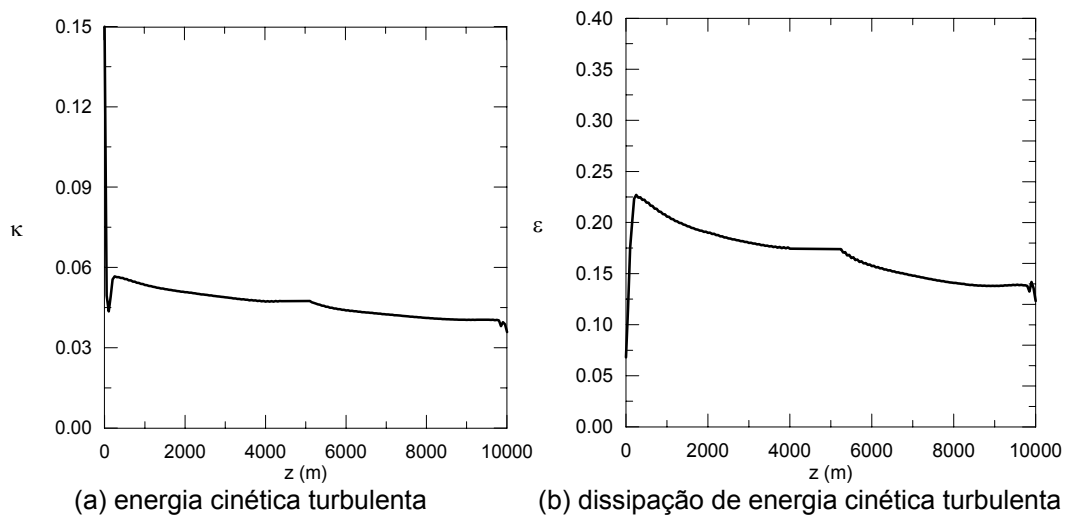


Figura 6.11 – Perfil de viscosidade turbulenta ao longo do eixo central do duto



(a) energia cinética turbulenta

(b) dissipação de energia cinética turbulenta

Figura 6.12 – Perfil de κ e ε ao longo do eixo central do duto

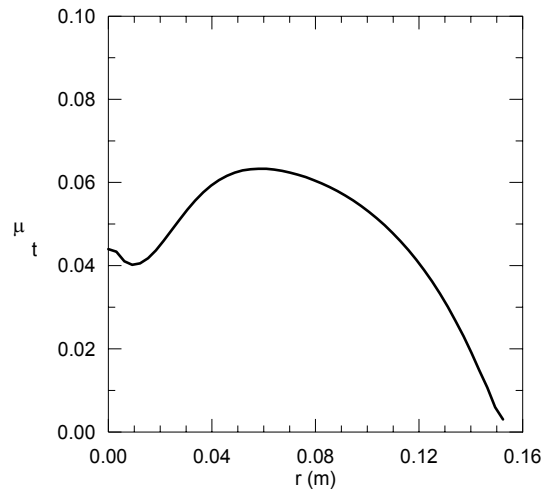
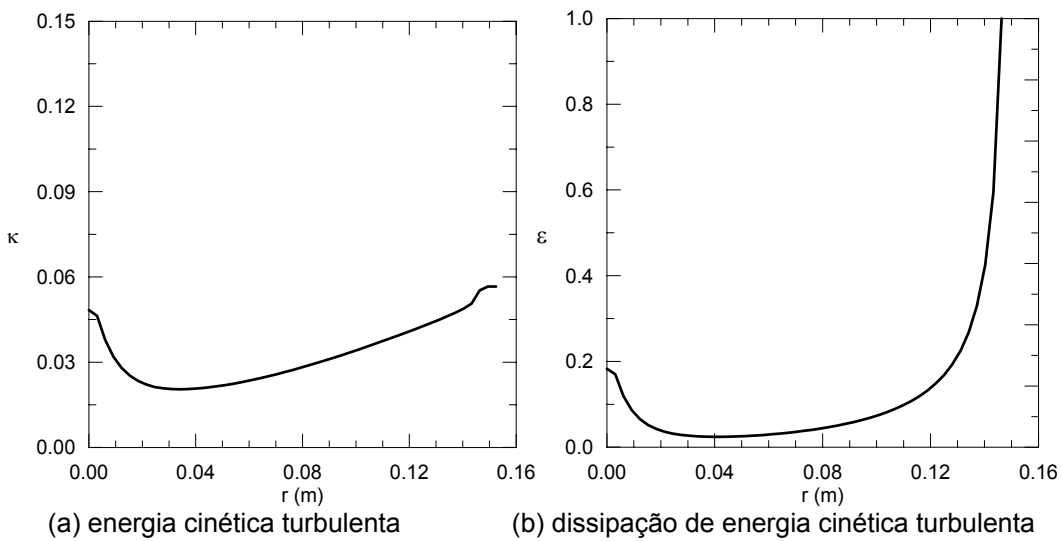


Figura 6.13 – Perfil de viscosidade turbulenta ao longo do eixo central do duto



(a) energia cinética turbulenta

(b) dissipação de energia cinética turbulenta

Figura 6.14 – Perfil de κ e ε ao longo do raio do duto na seção central

6.2

Análise do Transiente Após Fechamento da Válvula

Após simular e validar o modelo no regime permanente a válvula foi fechada levando a vazão $\dot{m}$ à zero em 30 segundos. A Figura 6.15 ilustra a diferença de pressão ao longo do duto antes do fechamento da válvula, durante o fechamento e logo após o fechamento total. Sendo λ a abertura total da válvula, a curva ilustrada na legenda por $0,93\lambda$ representa uma abertura igual a 93% da inicial. A curva $0,5\lambda$ representa uma abertura de 50% da válvula e fechada quando a válvula está totalmente fechada, ou seja, vazão igual à zero. Pode-se observar uma queda da pressão acentuada próximo à entrada provocada pelo fechamento da válvula.

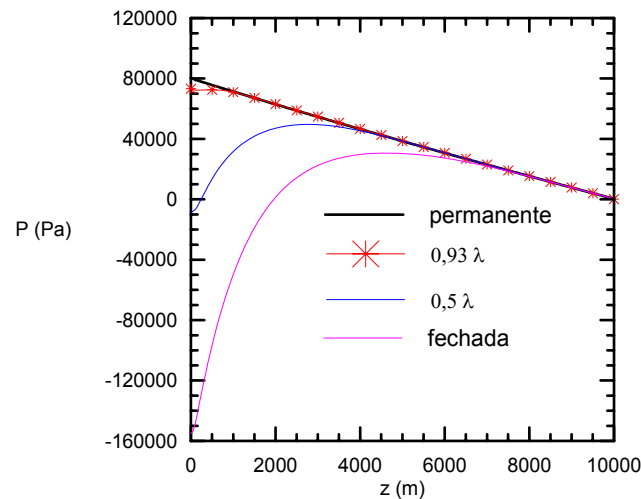


Figura 6.15 – Variação da pressão ao longo do duto durante o fechamento

A velocidade axial ao longo do duto na linha de centro é apresentada na Fig. 6.16. Pode-se observar a redução brusca da velocidade na entrada. No entanto, a queda da velocidade no resto do domínio é pequena uma vez que “pulmão” de gás na tubulação dificulta a propagação da informação ao longo do duto. A partir do centro do duto, as variações da velocidade axial central são mínimas ao longo do comprimento do duto.

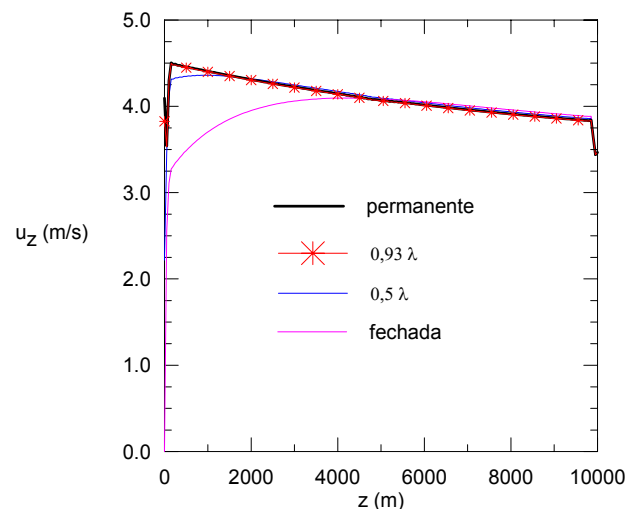


Figura 6.16 – Variação da velocidade axial ao longo do duto durante o fechamento

Posteriormente a válvula é totalmente fechada e alguns parâmetros são analisados ao longo do regime transiente.

As Figuras 6.17a a 6.17e ilustram o resfriamento através das camadas do duto para um instante de tempo $t = 30$ minutos em 5 diferentes planos do duto, $z = 0, 2500 \text{ m}, 5000 \text{ m}, 7500 \text{ m}$ e 10000 m . Pode-se observar o armazenamento de energia na camada de aço ilustrado pela maior temperatura nessa região.

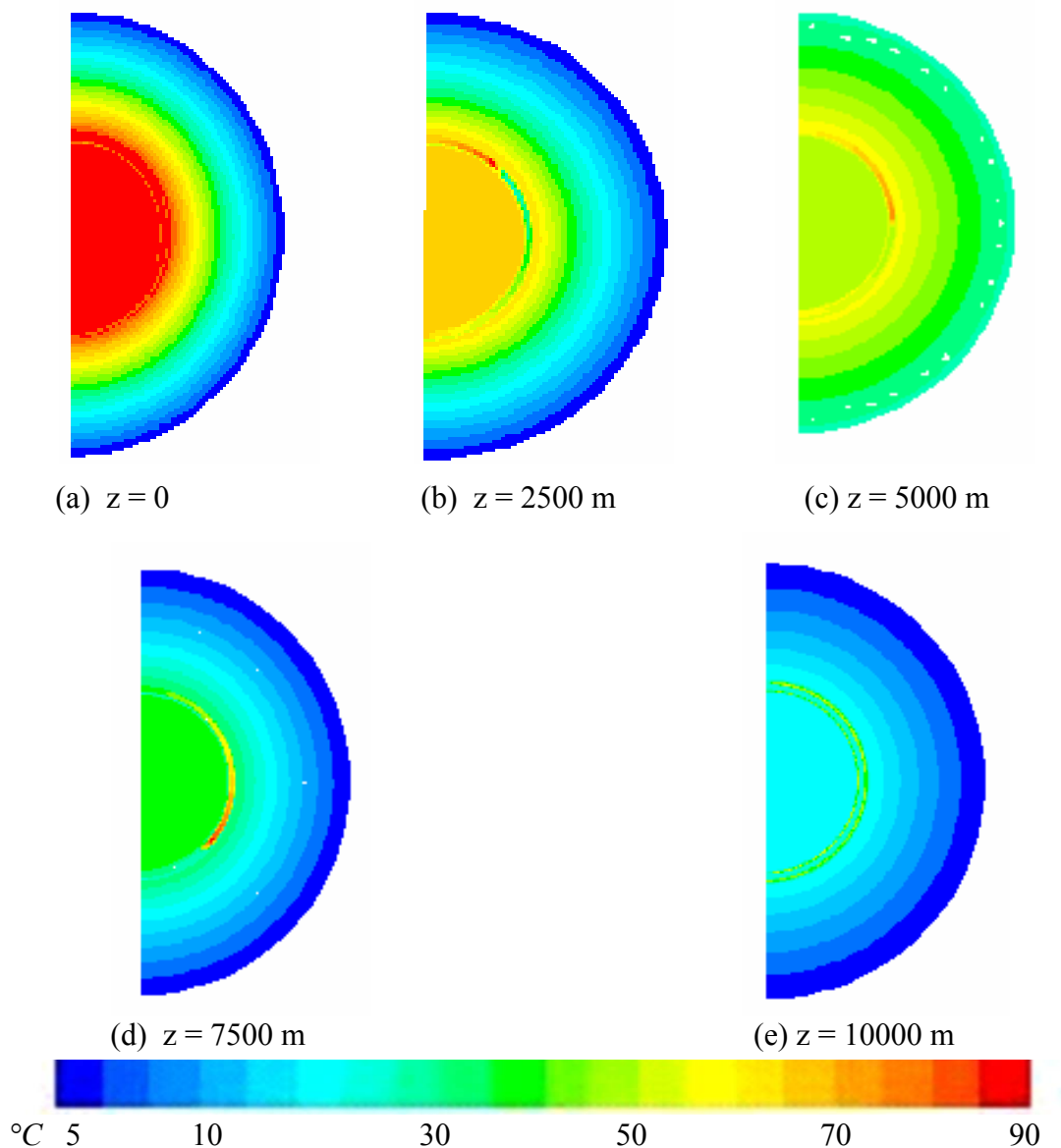


Figura 6.17 – Isotermas na seção transversal do duto para $t=30$ min em diferentes coordenadas axiais.

A Figura 6.18 apresenta a variação da temperatura ao longo do duto para quatro instantes de tempo, $t = 5$ min; 20 min; 30 min e 1h. Após 5 minutos ($t=0,1$ h) a temperatura do gás ainda se encontra próxima inicial ($T \approx 99^\circ\text{C}$). Pode-se observar que em $t = 1$ h, a temperatura em $z = 10\,000$ m é aproximadamente 30°C . Observa-se também um resfriamento mais rápido próximo a entrada do que da saída da tubulação.

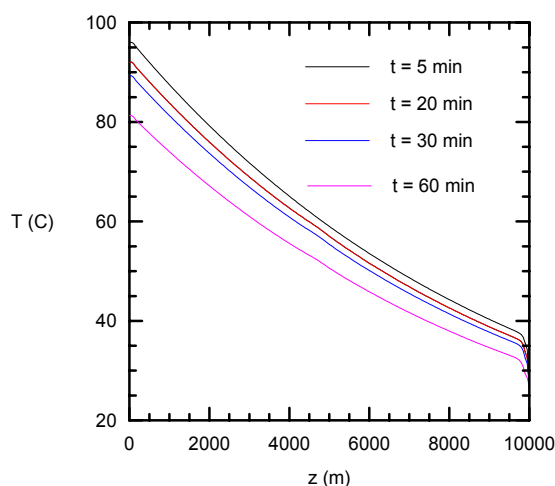


Figura 6.18 – Variação da temperatura ao longo do duto para 3 instantes de tempo

A variação da temperatura do gás ao longo do raio, no centro do duto para diferentes instantes de tempo é apresentada na Fig. 6.19. Pode-se observar uma pequena variação na temperatura do gás ao longo do raio para os 4 instantes de tempo. Apesar da variação ser pequena, recirculações são formadas no interior do duto caracterizando a convecção natural.

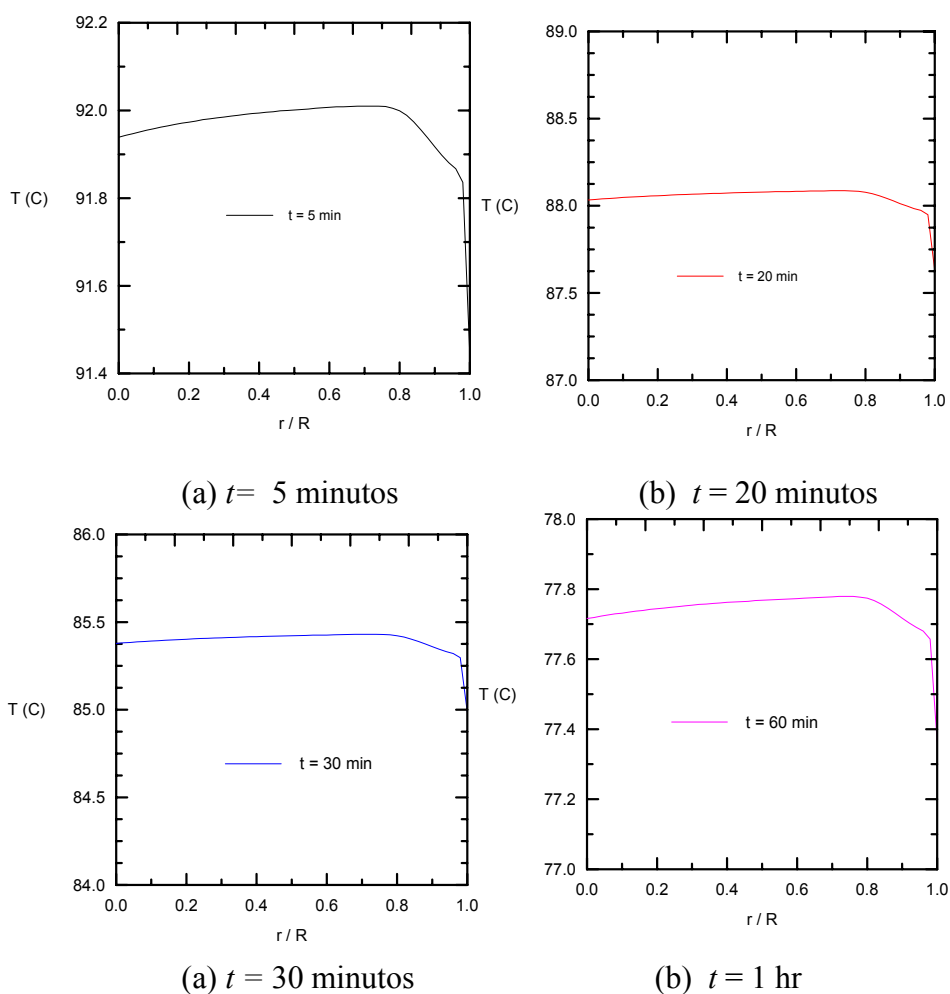


Figura 6.19 – Variação da temperatura do gás ao longo do raio

A variação da velocidade axial no centro do duto ao longo do raio para quatro instantes de tempo é ilustrada na Fig. 6.20. Pode-se observar que as velocidades são negativas. Como os instantes de tempo são ainda bem próximos do início do transiente, após o fechamento da válvula, um refluxo no escoamento do gás foi gerado e pode ser visualizado na Fig. 6.20. Note que a medida que o tempo passa, a velocidade negativa diminui, indicando que a direção do escoamento irá reverter novamente até atingir o repouso.

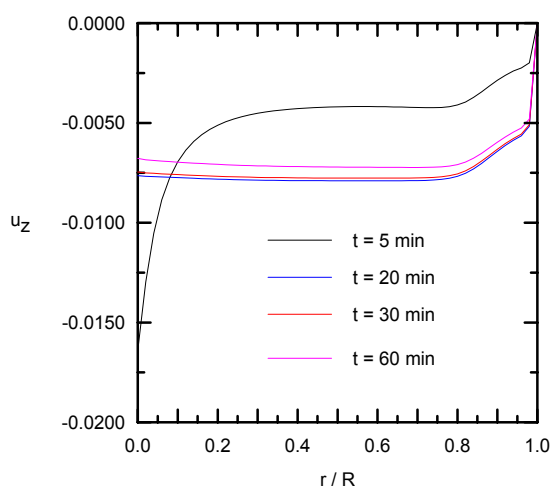


Figura 6.20 – Variação da velocidade axial ao longo do raio

As trajetórias das partículas de fluido na região do gás na seção central do duto para diferentes instantes de tempo são apresentadas pelas Figs. 6.21a a 6.21d. Apesar da temperatura variar muito pouco na seção central, como apresentado na Fig. 6.19, esta diferença de temperatura é capaz de induz o movimento do fluido na seção transversal. Observa-se um escoamento bem complexo, com diversas estruturas de recirculações sendo formadas na seção transversal do escoamento, devido ao efeito da convecção natural, onde o fluido mais pesado desce e o fluido mais quente e leve sobe. A Tabela 6.1 indica a ordem de grandeza das velocidades e temperatura. Observa-se o decaimento da velocidade médias axial na seção transversal central do duto com o tempo, assim como o decaimento da temperatura. Para a faixa de tempo analisado o movimento do fluido na seção transversal não variou muito e é uma ordem de grandeza menor do que o escoamento axial.

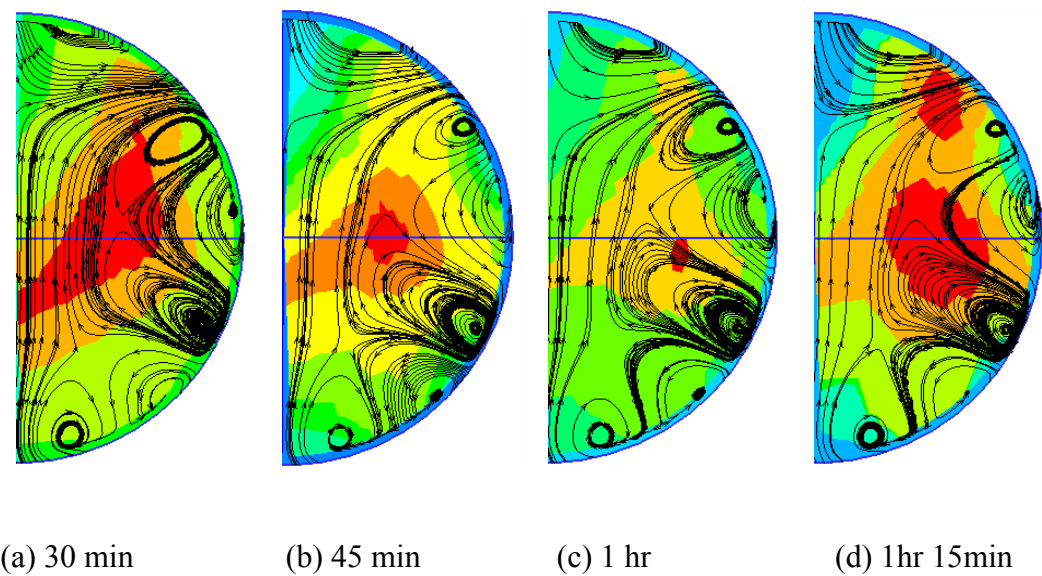


Figura 6.21 – Linhas de tinta na seção central do duto para diferentes instantes de tempo

Tabela 6.1 – Velocidades e temperatura para cada instante de tempo

tempo	velocidade u (m/s)	velocidade v (m/s)	velocidade w (m/s)	Temperatura (°C)
30 min	+0,017 ; -0,017	+0,017 ; -0,017	0,140	89,4
45 min	+0,017; -0,04	+0,008; -0,026	0,090	84,9
1 hr	+0,012; -0,03	+0,008; -0,025	0,058	80,9
1hr 15 min	+0,012; -0,04	+0,008; -0,025	0,035	76,9

As Figuras 6.22a a 6.22d apresentam a variação da pressão ao longo do duto para quatro instantes de tempo. Nos instantes $t = 20 \text{ min}$; $t = 30 \text{ min}$ e $t = 1 \text{ h}$ pode-se observar pressões negativas ao longo do duto, devido ao retorno da onda de pressão causado pelo fechamento da válvula, e que induziu o escoamento reverso ilustrado na Fig. 6.20.

Os perfis radiais, ao longo da linha de simetria, das grandezas turbulentas, viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação na seção transversal central do duto, para um instante de tempo $t = 1 \text{ h}$, são ilustrados nas Fig. 6.23, 6.24a e 6.24b, respectivamente.

Observa-se na Fig. 6.23 que a viscosidade turbulenta ainda é duas ordens de grandeza maior que a viscosidade molecular, indicando que a turbulência ainda não decaiu totalmente, apesar da redução substancial da velocidade axial.

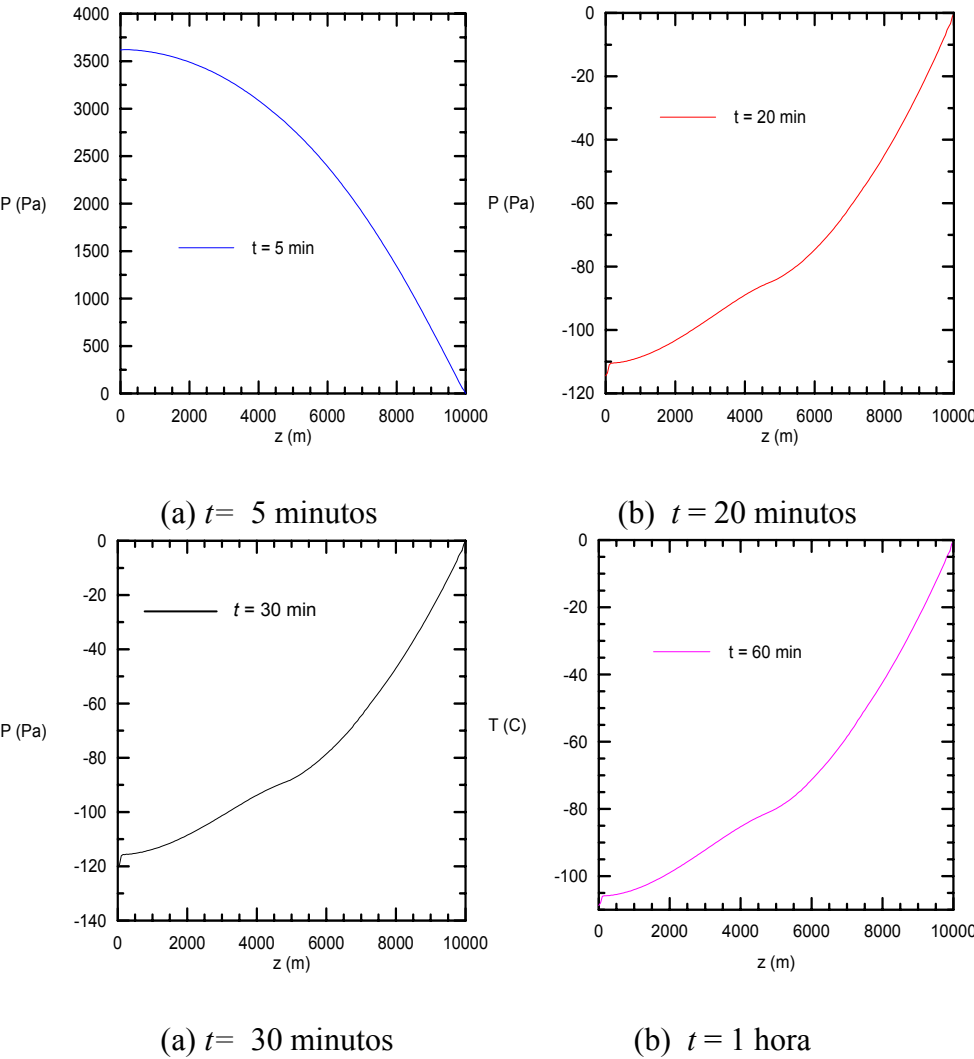


Figura 6.22 – Variação da pressão ao longo do duto

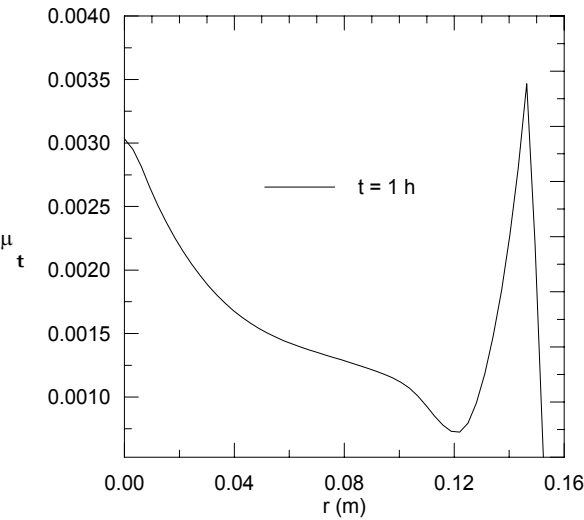


Figura 6.23 – Perfil de viscosidade turbulenta ao longo do eixo central do duto

Próximo à parede do duto observa-se um aumento de da energia cinética turbulenta (Fig. 6.24a) e sua taxa de dissipação (Fig. 6.24b) devido ao cisalhamento com a parede. Como esperado a energia cinética turbulenta tende a zero na parede, mas a dissipação de energia cinética tende a um valor constante.

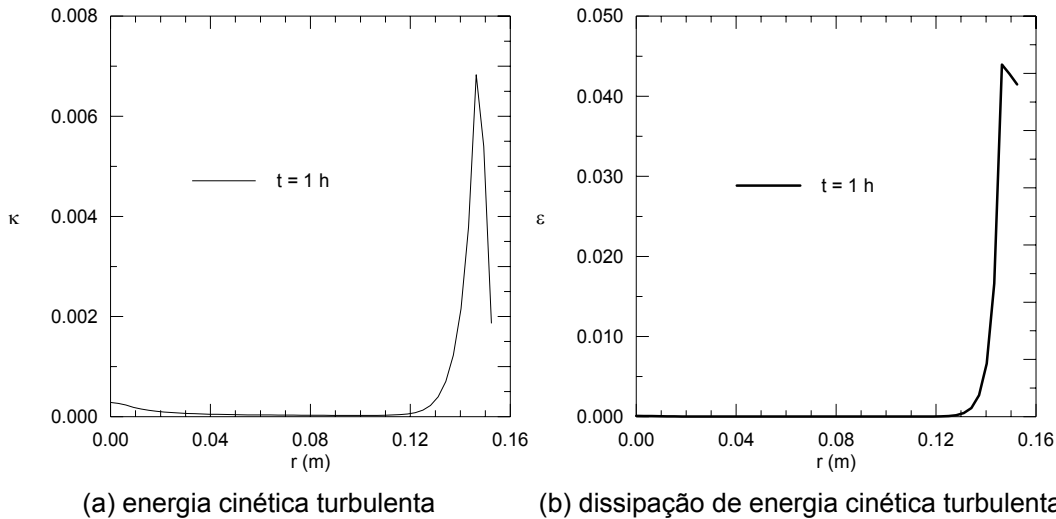


Figura 6.24 – Perfil de κ e ε ao longo do raio do duto na seção central

6.3

Comparação entre os Modelos 1-D, 2-D e 3-D

A Figura 6.25 ilustra a comparação do resfriamento do gás ao longo do tempo na seção central do duto entre os modelos 1-D, 2-D e 3-D. Pode-se observar equivalência entre os modelos.

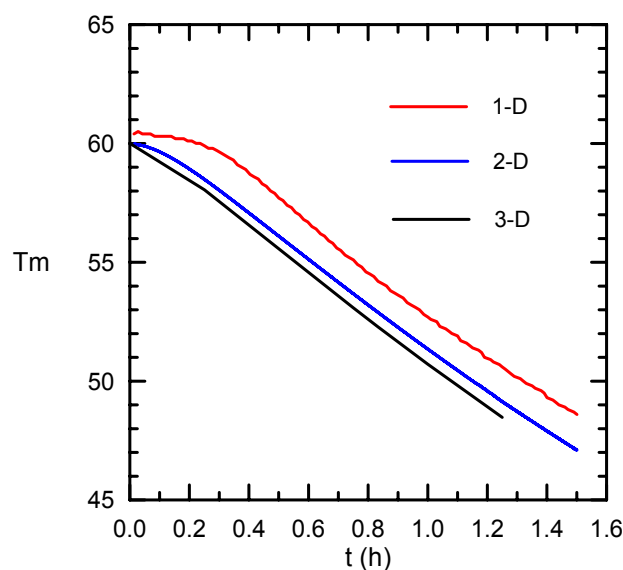


Figura 6.25 – Variação da temperatura de mistura com o tempo

Analizando a Fig. 6.25, verifica-se que no caso 3-D foi previsto um resfriamento mais acelerado da temperatura de mistura do fluido, o que é razoável, pois neste caso tem-se a presença simultânea da convecção natural e forçada.

A Figura 6.26 apresenta uma comparação da variação da diferença entre a temperatura de mistura do gás e da temperatura da camada de aço com o tempo para os modelos uni, bi e tridimensionais. Nos três casos, a diferença entre a temperatura e o fluido cresce, devido à energia armazenada nas camadas da tubulação e no fluido, induzindo a taxas diferentes de resfriamento. Este efeito no caso 3D é menor, devido à presença axial. Após aproximadamente 30 minutos, a diferença de temperatura entre o fluido e parede diminui nos três casos.

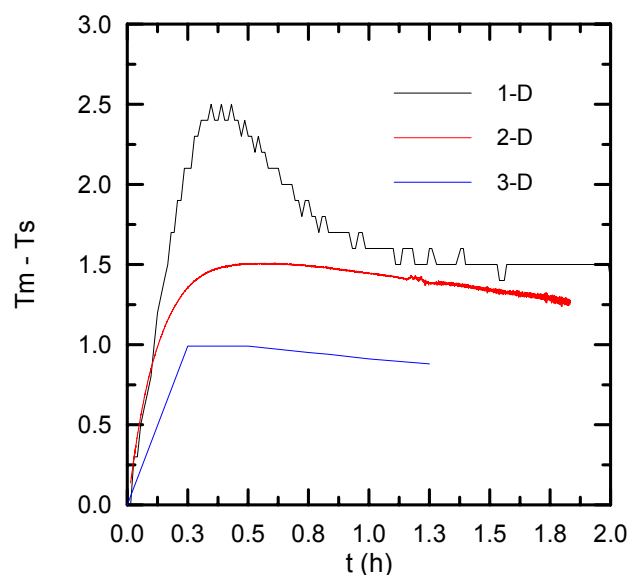


Figura 6.26 – Variação da diferença entre a temperatura de mistura e a temperatura da camada de aço com o tempo

A variação da temperatura de mistura do gás ao longo do duto para um instante de tempo de $t = 1$ hr para os casos unidimensional e tridimensional é ilustrada na Fig. 6.27. Observa-se uma equivalência no comportamento do resfriamento do gás ao longo do duto.

A variação da temperatura de mistura ao longo do raio na seção central do duto para um instante de tempo igual a 1 hr para os modelos bi e tridimensionais pode ser visualizado na Fig. 6.28. Pode-se perceber uma pequena diferença no perfil de temperatura entre os modelos analisados, sendo a temperatura de mistura

do modelo tridimensional, ligeiramente menor que a temperatura no caso unidimensional, como apresentado na Fig. 6.25.

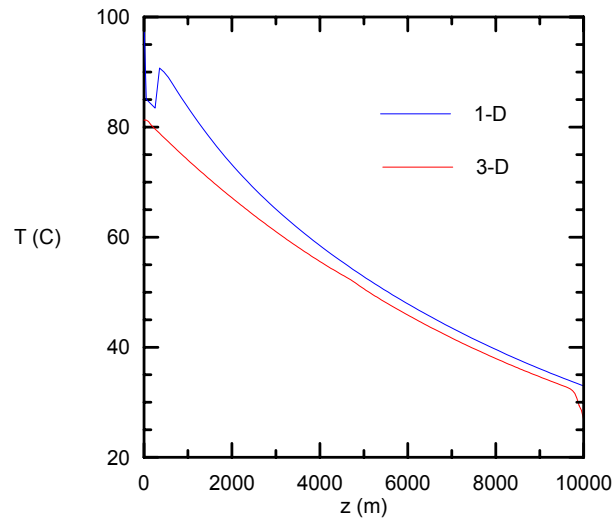


Figura 6.27 – Variação da temperatura de mistura ao longo do duto

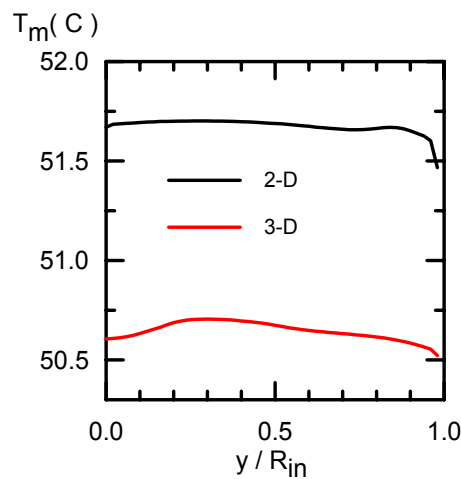


Figura 6.28 – Variação da temperatura de mistura ao longo do raio

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que o modelo 1D é plenamente satisfatório para avaliar o resfriamento ao longo da tubulação, pois é muito mais rápido e as discrepâncias obtidas são relativamente pequenas.

Infelizmente, a determinação de uma correlação para avaliar o número de Nusselt durante o regime transiente com o modelo 3D para fornecer ao modelo 1D também não foi possível, pois como ilustrado no caso 2D, os dados não se correlacionam.