

## 4 Formulação do Problema

### 4.1. Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar um resumo da metodologia adotada para o desenvolvimento de diversos exemplos de aplicação apresentados no Capítulo 5.

Como já mencionado, este trabalho tem como enfoque principal avaliar seções transversais de vigas de concreto armado reforçadas com CFRP à força cortante utilizando confiabilidade de estruturas.

Para seções de concreto armado sem reforço, previamente dimensionadas (com área de armadura transversal de aço conhecida), faz-se, apenas, a análise de confiabilidade. No caso de seções de concreto armado reforçadas, são realizadas análises de confiabilidade para variações de taxas geométricas de reforço ou é efetuado o dimensionamento da taxa geométrica de reforço para um valor mínimo de índice de confiabilidade pré-determinado, denominado de índice de confiabilidade de referência (especificado no item 4.2.4.).

Para realizar os estudos mencionados acima foi desenvolvido um programa em linguagem C que permite avaliar a confiabilidade à força cortante de seções reforçadas, ou não, e dimensionar o reforço à força cortante utilizando confiabilidade de estruturas. Neste programa foi utilizado o método numérico de primeira ordem, FORM.

Nos itens, subseqüentes, são apresentados, com mais detalhes:

- os dados de entrada do programa;
- as opções de análise e os dados de saída do programa;
- o fluxograma esquemático das opções de análise;
- o valor do índice de confiabilidade de referência adotado;
- as funções de estado implementadas.

## 4.2. Programa Implementado

### 4.2.1. Dados de Entrada Necessários

a) Valores das variáveis consideradas como determinísticas:

Propriedades geométricas da seção de concreto armado:

- Largura da viga ( $b_w$ );
- Altura da viga ( $h$ );
- Altura útil da viga ( $d$ );
- Área da armadura transversal de aço ( $A_{sw}$ );
- Espaçamento entre as armaduras transversais de aço ( $s$ );
- Ângulo de inclinação das bielas de compressão ( $\theta$ ).

Propriedades geométricas e mecânicas do reforço – CFRP:

- Altura inferior do reforço ( $d_{fb}$ );
- Altura superior do reforço ( $d_{ft}$ );
- Módulo de elasticidade longitudinal do compósito ( $E_f$ );
- Ângulo de inclinação das fibras principais do compósito ( $\beta$ );
- Tipo de execução do reforço, adotado o número 2 quando o reforço for executado apenas nos lados da viga, adotado o número 3 quando o reforço for executado envolvendo em forma de U a seção transversal da viga e o número 4 quando o reforço for executado envolvendo completamente a seção transversal da viga. Ressaltando que para o envolvimento completo não é considerado o modo de colapso referente à tração diagonal devido ao descolamento do reforço ( $\beta_4$ ), conforme Capítulo 2;
- Taxa geométrica de reforço mínima ( $\rho_{f,min}$ );
- Taxa geométrica de reforço máxima ( $\rho_{f,max}$ ). Quando se pretende analisar a confiabilidade  $\rho_{f,max} = \rho_{f,min} \cdot$

b) Modelos probabilísticos das variáveis ( $f_c$ ,  $f_{yw}$ ,  $f_f$ ,  $V_g$ ,  $V_q$ ,  $\phi_R$  e  $\phi_S$ )

adotadas como aleatórias:

Os modelos são definidos pelos seguintes dados de entrada:

- Quantidade de variáveis consideradas como aleatórias;

- Vetor contendo o tipo de distribuição de probabilidade adotado para cada variável aleatória. Foi utilizado no vetor o número 1 para distribuição Normal, o número 2 para Lognormal, o número 3 para Gumbel Max e o número 4 para Weibull;
- Vetor contendo o valor característico de cada variável aleatória;
- Vetor contendo o valor médio de cada variável aleatória;
- Vetor contendo o desvio padrão de cada variável aleatória;
- Matriz contendo os coeficientes de correlações existentes entre as variáveis aleatórias. Nos exemplos apresentados no Capítulo 5 não há correlação entre as variáveis aleatórias, no entanto o programa de confiabilidade foi implementado considerando esta possibilidade.

São dados de entrada também: o valor do índice de confiabilidade de referência, utilizado quando se pretende dimensionar o reforço, e o ponto inicial no espaço original (vetor contendo os valores iniciais das variáveis aleatórias para o procedimento numérico, normalmente este vetor é igual ao que contém os valores médios das variáveis aleatórias).

#### 4.2.2.

#### **Definição das Opções de Análise e Dados de Saída**

O programa implementado permite realizar as seguintes análises:

- a) Avaliar a confiabilidade de uma seção de concreto armado previamente dimensionada pelo Estado Limite Último (ELU):
 

Nesta análise são considerados no cálculo os dados de entrada referentes à seção de concreto armado (especificados no item 4.2.1.).

Utilizando as funções de estado implementadas para avaliar uma seção de concreto armado obtém-se, pelo método FORM, os seguintes dados de saída: os índices de confiabilidade referentes ao esmagamento das bielas ( $\beta_2$ ) e à tração diagonal ( $\beta_3$ ); as correspondentes probabilidades de falha; os fatores de importância das variáveis aleatórias para os modos de falha analisados; o valor do índice de confiabilidade considerando o problema como um sistema em série com a correspondente probabilidade de falha.
- b) Avaliar a confiabilidade de uma seção de concreto armado reforçada à força cortante com CFRP para um valor fornecido de taxa geométrica de reforço:

Nesta análise são considerados no cálculo todos os dados de entrada, com exceção do valor do índice de confiabilidade de referência. Os valores mínimos e máximos da taxa geométrica de reforço devem ser os mesmos.

Utilizando as funções de estado implementadas para avaliar uma seção de concreto armado reforçada com CFRP obtém-se, pelo método FORM, os seguintes dados de saída (resultados): o índice de confiabilidade referente ao esmagamento das bielas ( $\beta_2$ ); os índices de confiabilidade, para cada taxa geométrica de reforço, referentes à tração diagonal devido à ruptura do reforço ( $\beta_3$ ) e à tração diagonal devido ao descolamento do reforço ( $\beta_4$ ); as correspondentes probabilidades de falha; os fatores de importância das variáveis aleatórias para os três modos de falha analisados; o valor do índice de confiabilidade, para cada taxa geométrica de reforço, considerando o problema como um sistema em série com a correspondente probabilidade de falha.

- c) Avaliar a confiabilidade de uma seção de concreto armado reforçada à força cortante com CFRP com a taxa geométrica de reforço variando do valor mínimo ao máximo:

Nesta análise são considerados no cálculo todos os dados de entrada, com exceção dos valores mínimos e máximos da taxa geométrica de reforço e do valor do índice de confiabilidade de referência. O valor da taxa geométrica de reforço é variado, internamente, desde o valor mínimo (adotado levando em consideração o espaçamento máximo proposto por CHEN e TENG (2003 a, b) que apresenta o limite inferior para o espaçamento máximo) até o valor máximo (adotado levando em consideração a utilização de cinco camadas de reforço colado continuamente ao longo do comprimento da viga).

Utilizando as funções de estado implementadas para avaliar uma seção de concreto armado reforçada com CFRP obtém-se, pelo método FORM, os seguintes dados de saída (resultados): o índice de confiabilidade referente ao esmagamento das bielas ( $\beta_2$ ); os índices de confiabilidade, para cada taxa geométrica de reforço, referentes à tração diagonal devido à ruptura do reforço ( $\beta_3$ ) e à tração diagonal devido ao descolamento do reforço ( $\beta_4$ ); as correspondentes probabilidades de falha; os fatores de importância das variáveis aleatórias para os três modos de falha

analisados; o valor do índice de confiabilidade, para cada taxa geométrica de reforço, considerando o problema como um sistema em série com a correspondente probabilidade de falha.

Esta opção de análise possibilita traçar gráficos que relacionem as taxas geométricas de reforço com os índices de confiabilidade, permitindo verificar, de uma maneira geral, o comportamento da seção de concreto armado reforçada com CFRP.

d) Dimensionar a taxa geométrica de reforço necessária:

Nesta análise são considerados no cálculo todos os dados de entrada.

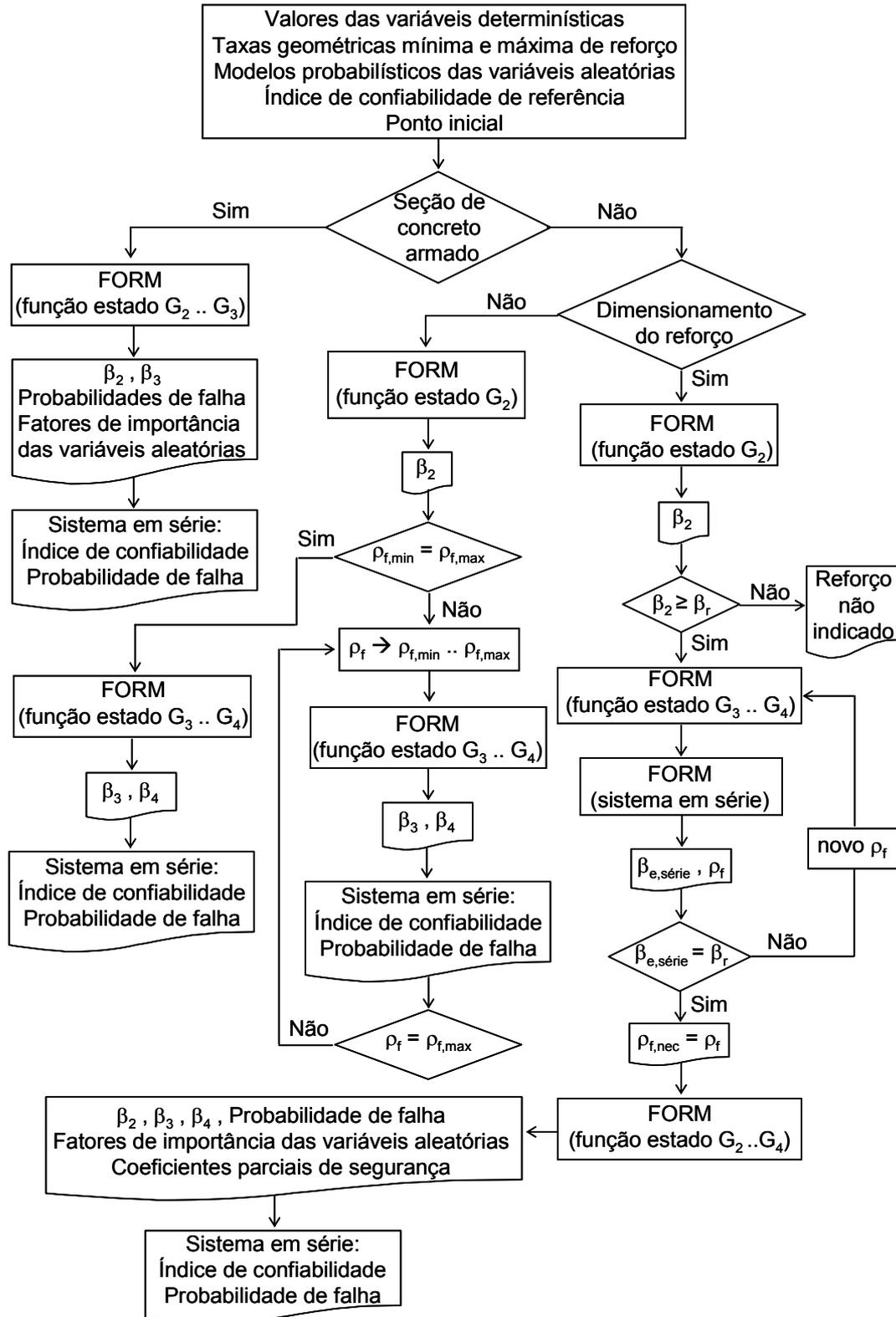
Utilizando a função de estado que avalia o esmagamento das bielas obtém-se, pelo método FORM, o valor do índice de confiabilidade referente a este modo de colapso, se este valor for maior que o valor do índice de confiabilidade de referência inicia-se o dimensionamento do reforço.

Com os valores das taxas geométricas de reforço mínima e máxima fornecidos, busca-se a partir de um processo iterativo, realizado utilizando o método da bisseção, o valor da taxa geométrica de reforço necessária para que o valor do índice de confiabilidade equivalente avaliado considerando a formulação de sistemas em série seja maior ou igual ao valor do índice de confiabilidade de referência.

Os resultados obtidos são: o valor da taxa geométrica de reforço necessária; os índices de confiabilidade referentes ao esmagamento das bielas, à tração diagonal devido à ruptura do reforço e à tração diagonal devido ao descolamento do reforço; as correspondentes probabilidades de falha; os fatores de importância das variáveis aleatórias para os três modos de falha analisados; as coordenadas dos pontos de projeto obtidos para cada modo de falha; os coeficientes parciais de segurança para o modo de falha que apresentar o menor valor de índice de confiabilidade; o valor do índice de confiabilidade equivalente considerando a formulação de sistemas em série com a correspondente probabilidade de falha.

Esta metodologia de análise garante que o reforço seja dimensionado tendo pré-determinado o nível de confiabilidade desejado.

As análises descritas acima estão representadas de forma esquemática no fluxograma apresentado a seguir.



**Figura 4.1 – Fluxograma esquemático das opções de análise implementadas no programa de confiabilidade de estruturas.**

No programa de confiabilidade de estruturas são utilizados os limites de segunda ordem (ou limites de Ditlevsen) para avaliação da probabilidade de

falha de um sistema em série. Os modos de ruptura são ordenados de forma decrescente em relação ao valor da probabilidade de falha, segundo recomendação de SØRENSEN (2004).

### 4.2.3. Índice de Confiabilidade de Referência

Índice de confiabilidade de referência é o valor mínimo estabelecido para o índice de confiabilidade, associado a um valor máximo de probabilidade de falha que expresse o nível de falha desejável para a estrutura.

O Eurocode EN1990 (2001) fornece valores de índices de confiabilidade de referência  $\beta_r$ , diferentes de acordo com classes de conseqüências, classes de confiabilidade e períodos de retorno.

São definidas três classes de conseqüências (CC1, CC2 e CC3) distinguidas pela proporção de impacto que a falha da estrutura pode ocasionar:

- Classe CC1: pequeno número de perdas de vidas humanas e conseqüências: ambientais, sociais ou econômicas pequenas.
- Classe CC2: moderado número de perdas de vidas humanas e conseqüências: ambientais, sociais ou econômicas consideráveis.
- Classe CC3: elevado número de perdas de vidas humanas e conseqüências: ambientais, sociais ou econômicas elevadas.

Considera-se que as conseqüências de falha são: baixas para construções agrícolas, onde as pessoas normalmente não transitam; médias para prédios residenciais e comerciais, hotéis, escolas, pontes de residências (fazendas); altas para teatros, prédios e pontes com significativa utilização.

No entanto, as conseqüências de falha incluem, também: conseqüências sociais e ambientais (por exemplo, quando a falha da estrutura pode causar uma catástrofe ambiental) e conseqüências econômicas (devido ao custo gerado pela reconstrução do edifício, substituição dos conteúdos que existiam no edifício e perda de utilização do edifício).

A Tabela 4.1 fornece a classe de conseqüência que deve ser considerada em função da frequência de uso e da conseqüência de falha. Assim, se uma construção agrícola, por exemplo, tiver moderada utilização, com entrada de pessoas, a classe de conseqüência adotada é a CC2.

**Tabela 4.1 – Classes de conseqüências.**

Frequência de uso	Conseqüências de falha		
	Baixa	Média	Alta
Baixa	CC1	CC2	CC3
Média	CC2	CC2	CC3
Alta	----	CC3	CC3

Pode ser requerido que se considere classes de conseqüências diferentes para elementos estruturais de um hotel, por exemplo, adotando classe CC3 para elementos de suporte de salas utilizadas para conferências, eventos sociais, casamentos, etc, e adotando classe CC2 para os elementos de suporte dos quartos do hotel. No entanto, normalmente considera-se classe de conseqüência única para todos os elementos estruturais de uma construção.

As classes de conseqüência CC1, CC2 e CC3 são, respectivamente, associadas às classes de confiabilidade RC1, RC2 e RC3, que são definidas pelo valor do índice de confiabilidade de referência  $\beta_r$ . A seguir é apresentado, na Tabela 4.2, a relação entre o valor da probabilidade de falha e o valor do índice de confiabilidade.

**Tabela 4.2 – Relação entre probabilidade de falha  $p_f$  e índice de confiabilidade  $\beta$ .**

$p_f$	$\beta$
$10^{-1}$	1,28
$10^{-2}$	2,32
$10^{-3}$	3,09
$10^{-4}$	3,72
$10^{-5}$	4,27
$10^{-6}$	4,75
$10^{-7}$	5,20

A Tabela 4.3 fornece valores dos índices de confiabilidade de referência dados em função da classe de confiabilidade e do período de retorno (1 ano ou 50 anos) para o Estado Limite Último.

Nas aplicações numéricas apresentadas neste trabalho é adotada a classe de confiabilidade RC2, que considera como aceitável uma probabilidade de falha de  $10^{-6}$  por ano ( $\beta_r = 4,7$ ). O período de retorno adotado é o de 50 anos ( $p_f = 7,2 \cdot 10^{-5}$  e  $\beta_r = 3,8$ ).

**Tabela 4.3 – Valores dos índices de confiabilidade de referência dados em função da classe de confiabilidade e do período de retorno.**

Classes de conseqüências	Classes de confiabilidade	Valores para $\beta$	
		Estado Limite Último	
		1 ano	50 anos
CC3	RC3	5,2	4,3
CC2	RC2	4,7	3,8
CC1	RC1	4,2	3,3

#### 4.2.4. Funções de Estado Implementadas

##### 4.2.4.1. Seção de Concreto Armado

As funções de estado adotadas são definidas a partir das prescrições apresentadas na NBR 6118 (2003) para a verificação do estado limite último de peças lineares sujeitas à força cortante, conforme o Modelo de Cálculo I.

O Modelo de Cálculo I admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e, também, que a parcela complementar  $V_c$  tenha valor constante, independente de  $V_{Sd}$ .

Segundo a NBR 6118 (2003), a resistência do elemento estrutural, numa determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

- a) a força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  não exceda a força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd2}$ , relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (4.1)$$

- b) a força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  não exceda a força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd3}$ , relativa à ruína por tração diagonal.

$$V_{Rd3} \geq V_{Sd} \quad (4.2)$$

sendo:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (4.3)$$

onde:

$V_c$  - é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

$V_{sw}$  - é a parcela de força cortante resistida pela armadura transversal, calculada por:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} 0,9d f_{ywd} (\sen \alpha + \cos \alpha) \quad (4.4)$$

O Modelo de Cálculo I define que:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} b_w d \quad (4.5)$$

$$\alpha_v = \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (4.6)$$

e:

$$V_c = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (4.7)$$

sendo:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (4.8)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm} \quad (4.9)$$

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (4.10)$$

substituindo as equações 4.8, 4.9 e 4.10 na equação 4.7 tem-se:

$$V_c = 0,126 f_{ck}^{\frac{2}{3}} b_w d \quad (4.11)$$

A equação 4.7 só é válida para casos de elementos estruturais submetidos à flexão simples ou flexo-tração com a linha neutra cortando a seção.

De acordo com o apresentado, formulam-se duas funções de estado, relacionadas às condições impostas nas equações 4.1 e 4.2, porém sem adotar valores característicos ou de cálculo para as resistências ou solicitações:

- Primeira função de estado – relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto:

$$G_2 = \frac{V_{R2}}{V_S} - 1 \quad (4.12)$$

substituindo a equação 4.6 na equação 4.5, e decompondo a solicitação  $V_S$  nas duas parcelas das cargas consideradas,  $V_g$  e  $V_q$  (provenientes de cargas permanentes e acidentais respectivamente), tem-se reescrita a expressão 4.12:

$$G_2 = \frac{0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) f_c b_w d}{(V_g + V_q)} - 1 \quad (4.13)$$

- Segunda função de estado – relativa à ruína por tração diagonal:

$$G_3 = \frac{V_{R3}}{V_S} - 1 \quad (4.14)$$

substituindo a equação 4.4 e a 4.11 e decompondo a sollicitação  $V_S$ , tem-se reescrita a expressão 4.14:

$$G_3 = \frac{0,126 f_c^{\frac{2}{3}} b_w d + \frac{A_{sw}}{s} 0,9 d f_{yw} (\sin \alpha + \cos \alpha)}{(V_g + V_q)} - 1 \quad (4.15)$$

As equações 4.13 e 4.15 são as funções de estado utilizadas no programa de confiabilidade de estruturas, implementado em C, para analisar a seção transversal, mais solicitada, de uma viga de concreto armado sujeita à força cortante. As variáveis consideradas como aleatórias são:  $f_c$ ,  $f_{yw}$ ,  $V_g$  e  $V_q$ .

Conforme apresentado no Capítulo 3, é necessário avaliar os gradientes das funções de estado. Esta avaliação foi obtida analiticamente num programa de Computação Algébrica e Simbólica e posteriormente inserida ao programa de confiabilidade de estruturas.

#### 4.2.4.2. Seção de Concreto Armado Reforçada com CFRP

Para vigas reforçadas, deve-se considerar três funções de estado, sendo:

- Primeira função de estado ( $G_2$ ) – relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, definida na equação 4.13;
- Segunda função de estado – relativa à ruína por tração diagonal, devido à ruptura do reforço:

$$G_3 = \frac{V_c + V_{sw} + V_{f,r}}{(V_g + V_q)} - 1 \quad (4.16)$$

- Terceira função de estado – relativa à ruína por tração diagonal, devido ao descolamento do reforço:

$$G_4 = \frac{V_c + V_{sw} + V_{f,d}}{(V_g + V_q)} - 1 \quad (4.17)$$

A segunda e terceira função de estado dependem do modelo (ou prescrição) adotado para efetuar o cálculo da parcela de força cortante  $V_f$  resistida pelo FRP. Duas formulações foram consideradas. Optou-se por utilizar

o modelo semi-empírico de CHEN e TENG (2003 a, b) e as prescrições do Bulletin 14 *fib* (2001), pois, de uma maneira geral, foram os que apresentaram valores menores de coeficientes de variação na comparação teórico-experimental realizada no Capítulo 2.

Cada modelo (ou prescrição) apresenta duas formulações para verificação de  $V_f$ , devido as duas limitações existentes: ruptura à tração do compósito, que fornece  $V_{f,r}$ , e descolamento do compósito, que fornece  $V_{f,d}$ . As equações de  $V_{f,r}$  e  $V_{f,d}$  são acrescentadas na expressão 4.14, conforme mostrado em 4.16 e 4.17.

### 1) CHEN e TENG (2003 a, b):

Reescrevendo as equações apresentadas no item 2.2.4. de forma a se obter expressões de  $V_{f,r}$  e  $V_{f,d}$  em função da taxa geométrica do compósito  $\rho_f$  e das variáveis aleatórias, tem-se:

- para parcela de força cortante resistida pelo FRP, limitada pela ruptura do compósito:

$$V_{f,r} = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \zeta \right) f_f \rho_f b_w h_{fe} (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (4.18)$$

- para parcela de força cortante resistida pelo FRP, limitada pelo descolamento do compósito:

se  $\lambda > 1$ :

$$V_{f,d} = 0,427 \left[ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi L_{m\acute{a}x}} \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_c}}} \right] \beta_w \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_c}}{t_f}} \rho_f b_w h_{fe} (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (4.19)$$

se  $\lambda < 1$ :

$$V_{f,d} = \frac{0,854}{\pi L_{m\acute{a}x}^2} E_f \frac{t_f}{\sqrt{f_c}} \beta_w \sin \left( \frac{1}{2} \pi \frac{L_{m\acute{a}x}}{\sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_c}}}} \right) \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_c}}{t_f}} \rho_f b_w h_{fe} (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (4.20)$$

se  $\lambda = 1$ :

$$V_{f,d} = \frac{0,854}{\pi L_{m\acute{a}x}^2} E_f \frac{t_f}{\sqrt{f_c}} \beta_w \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_c}}{t_f}} \rho_f b_w h_{fe} (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (4.21)$$

onde  $\lambda$  é obtido pela equação 2.36 ou, em função de  $f_f$ , por:

$$\lambda = \frac{L_{m\acute{a}x}}{\sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f_c}}}} \quad (4.22)$$

no programa de confiabilidade implementado  $\lambda$  é calculado para cada iteração de acordo com o valor da variável aleatória  $f_c$ .

Conforme mencionado no item 2.2.4. o módulo de elasticidade do FRP e a resistência à compressão do concreto, são expressos em MPa, enquanto a espessura do FRP em milímetros.

Em  $V_{f,r}$  é considerada como variável aleatória a resistência à tração do compósito  $f_f$ , enquanto que em  $V_{f,d}$  a variável considerada como aleatória é a resistência à compressão do concreto  $f_c$ .

## 2) Bulletin 14 fib (2001):

Reescrevendo as equações propostas pelo Bulletin 14 fib (2001), apresentadas no item 2.3.1., de forma a se obter expressões de  $V_{f,r}$  e  $V_{f,d}$  em função das variáveis aleatórias, tem-se:

- para parcela de força cortante resistida pelo FRP, limitada pela ruptura do compósito:

$$V_{f,r} = 0,153 k \left( \frac{3\sqrt{f_c^2}}{E_f \rho_f} \right)^{0,30} f_f \rho_f b_w d (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (4.23)$$

- para parcela de força cortante resistida pelo FRP, limitada pelo descolamento do compósito:

$$V_{f,d} = 0,585 k \left( \frac{3\sqrt{f_c^2}}{E_f \rho_f} \right)^{0,56} E_f \rho_f b_w d (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (4.24)$$

sendo  $f_c$  expresso em MPa e  $E_f$  em GPa.

Em  $V_{f,r}$  são consideradas como variáveis aleatórias a resistência à tração do compósito  $f_f$  e a resistência à compressão do concreto  $f_c$ , enquanto que em  $V_{f,d}$  apenas  $f_c$  é considerada como variável aleatória.