

## 2

# Considerações sobre o Reforço para Avaliação da Resistência à Força Cortante

### 2.1.

#### Introdução

Os compósitos são o resultado da união de dois ou mais materiais de natureza distinta, que juntos possuem características de desempenho superiores as que cada um apresenta separadamente. Os compósitos de fibras são formados pela armadura (fibras) e pela matriz.

A armadura fornece resistência mecânica e rigidez ao compósito, enquanto a matriz é responsável por assegurar o alinhamento das fibras, transferir as tensões, fornecer aderência e proteger as fibras.

O compósito, analisado nesta Tese, é constituído por resina de base epoxídica reforçada por fibras longas de carbono (CFRP). Este material apresenta comportamento linear ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ) e ruptura frágil. O compósito de fibra de carbono de alto módulo alcança deformação específica última menor do que o constituído de fibra de carbono de alta resistência e conseqüentemente apresenta menor capacidade resistente à tração (Figura 2.1).

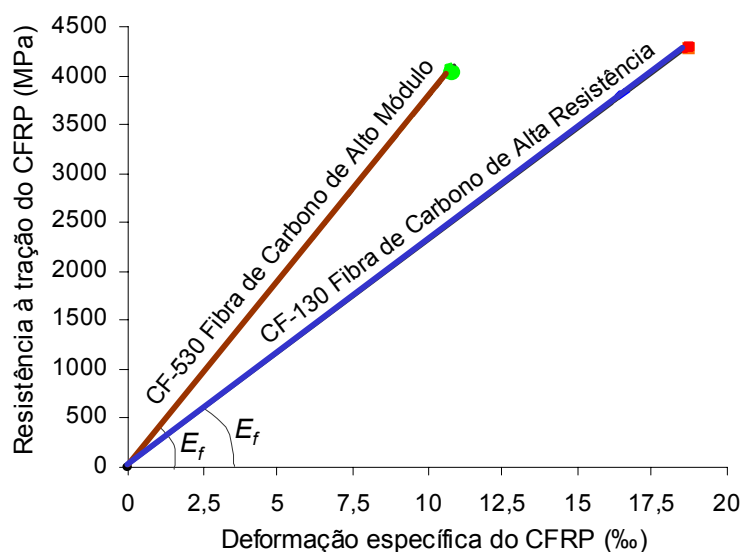


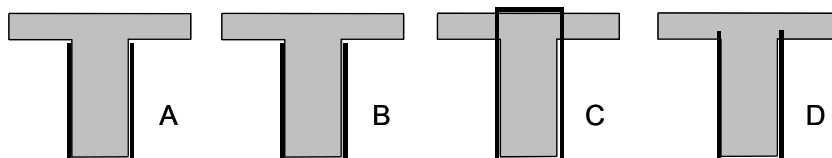
Figura 2.1 – Diagrama tensão x deformação de CFRP unidirecionais.

Os sistemas de reforço com CFRP podem ser de dois tipos: a) tecidos de

fibras de carbono, impregnados in situ por resina epoxídica; b) laminados pré-fabricados, onde as fibras já se apresentam pré-impregnadas pela resina. Informações adicionais sobre polímeros armados com fibras (FRP), são encontradas em Bulletin 14 - *fib* (2001) e ACI 440 (2001).

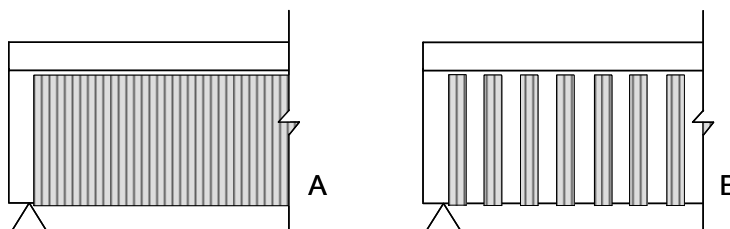
A execução do FRP como reforço à força cortante em vigas de concreto armado pode assumir configurações diferentes:

- Quanto ao seu envolvimento na seção transversal da viga (Figura 2.2);



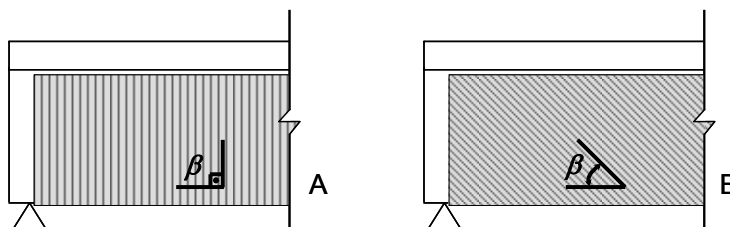
**Figura 2.2 – Configurações de reforço, quanto ao seu envolvimento na seção transversal da viga: a) colado apenas nas laterais; b) colado com envolvimento em forma de U; c) colado com envolvimento completo; d) colado com envolvimento em forma de U com ancoragem do FRP na mesa da viga.**

- Quanto à sua continuidade ao longo do comprimento da viga (Figura 2.3);



**Figura 2.3 – Configurações de reforço, quanto à sua continuidade ao longo do comprimento da viga: a) colado de forma contínua; b) colado em faixas espaçadas.**

- Quanto à orientação de suas fibras principais, em relação ao eixo longitudinal da viga (Figura 2.4);



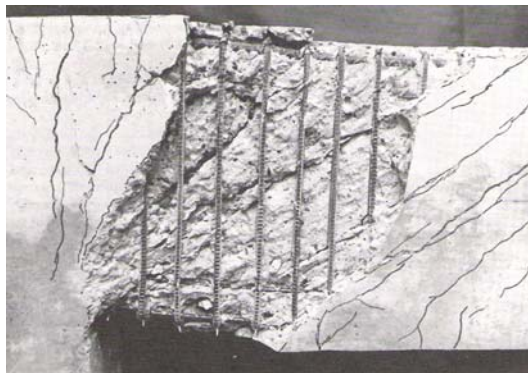
**Figura 2.4 – Configurações de reforço, quanto à orientação de suas fibras principais, em relação ao eixo longitudinal da viga: a) colado com  $\beta = 90^\circ$ ; b) colado com  $\beta = 45^\circ$ .**

De acordo com resultados de programas experimentais encontrados na

literatura, expostos no Anexo B e Anexo C, observa-se que os modos de ruptura, devido à força cortante, em vigas reforçadas são:

- (a) Esmagamento das bielas comprimidas (Figura 2.5);
- (b) Ruptura do compósito à tração (Figura 2.6);
- (c) Descolamento do compósito (Figura 2.7).

Percebe-se, também, que os modos de ruptura (b) e (c) estão diretamente associados à configuração do reforço quanto ao seu envolvimento na seção transversal da viga. Quando o reforço não é ancorado de maneira eficiente (Figuras 2.2a e 2.2b) ele descola sob uma determinada deformação, ocasionando a ruptura precoce da viga. Quando o comprimento de ancoragem do reforço é adequado (Figuras 2.2c e 2.2d) ele alcança sua capacidade máxima e rompe por deformação excessiva imposta pelas fissuras diagonais de tração formadas na viga.



**Figura 2.5 – Foto de uma viga de concreto armado após a ruptura, devido ao esmagamento das bielas comprimidas; retirada de MacGregor (1988).**



**Figura 2.6 – Foto de uma viga de concreto armado reforçada com CFRP colado envolvendo completamente a seção transversal da viga, em faixas e com  $\beta = 90^\circ$ , após a ruptura, devido à ruptura do reforço; retirada de Beber (2003).**



**Figura 2.7 – Foto de um viga de concreto armado reforçada com CFRP colado apenas nas laterais da viga, em faixas e com  $\beta = 90^\circ$ , após a ruptura, devido ao descolamento do reforço; retirada de Beber (2003).**

Estimar a deformação do FRP na ocasião de ruptura da viga, denominada na literatura de deformação específica efetiva,  $\varepsilon_{fe}$ , é a grande dificuldade imposta ao cálculo da capacidade resistente à força cortante, deste sistema de reforço, uma vez que  $\varepsilon_{fe}$  é menor que a deformação específica última do compósito, obtida no ensaio de tração direta do mesmo e fornecida nos catálogos dos fabricantes de FRP.

Os modelos e prescrições normativas apresentados adiante se baseiam na treliça clássica de Morsch (com inclinação das bielas de compressão  $\theta = 45^\circ$ ) para determinar o valor da parcela da força cortante resistida pelo FRP,  $V_f$ , adotando um procedimento análogo ao que é feito para o cálculo da parcela da força cortante resistida pela armadura transversal de aço. Os modelos e prescrições sugerem expressões diferentes para o cálculo da deformação específica efetiva  $\varepsilon_{fe}$  ou sua correspondente tensão efetiva  $f_{fe}$ . Para o cálculo da capacidade resistente total à força cortante é proposto somar as parcelas resistentes de cada material, concreto, aço e compósito, semelhante ao que se apresenta em normas vigentes de concreto armado.

A partir da análise dos programas experimentais disponíveis na literatura, dos modelos e das prescrições normativas, observa-se que reforço com FRP eficientemente ancorado alcança capacidade resistente superior ao que apresenta ancoragem deficiente.

A parcela da força cortante resistida pelo FRP,  $V_f$ , também varia de acordo com a configuração de reforço adotada, quanto à sua continuidade ao longo do comprimento da viga e quanto à orientação de suas fibras principais em relação ao eixo longitudinal da viga, sendo superior para casos em que o reforço

é colado de forma contínua e inclinado perpendicularmente às fissuras de tração formadas na viga ( $\beta = 45^\circ$ ).

Neste capítulo reúnem-se modelos e prescrições recentes que abordam o reforço à força cortante de vigas de concreto armado com a utilização de materiais compósitos de fibras de carbono colados externamente (CFRP).

No item 2.2., apresentam-se formulações propostas por pesquisadores para a determinação do valor da parcela de força cortante resistida pelo reforço,  $V_f$ , com o objetivo de comparar os resultados obtidos com essas formulações com os resultados experimentais fornecidos na bibliografia.

Com base nos estudos de pesquisadores, instituições como *fib* e ACI elaboraram suas prescrições para estruturas de concreto armado reforçadas com FRP, apresentadas no item 2.3. Nessas prescrições são embutidos, além de fatores de redução, limites pré-estabelecidos, com o objetivo de minorar o valor da força cortante resistida pelo FRP, para que a resistência de cálculo seja sempre menor do que o valor experimental.

No item 2.4. apresenta-se tabelas contendo resultados experimentais obtidos por vários autores. Essas tabelas mostram os resultados de comparações entre esses valores e os valores teóricos obtidos usando-se os modelos e as prescrições. São apresentados gráficos de  $V_{f,exp} \times V_{f,teo}$ .

Todas as formulações são abordadas no Anexo A em forma de rotinas.

## **2.2. Modelos Semi-Empíricos**

### **2.2.1. Estudos de TRIANTAFILLOU (1998 e 2000)**

Com o intuito de se obter equações que possam estimar o valor da deformação específica efetiva do FRP, TRIANTAFILLOU (1998) reuniu um conjunto de resultados experimentais de vigas reforçadas com FRP, incluindo CFRP (Polímero Armado com Fibras de Carbono), AFRP (Polímero Armado com Fibras de Aramida) e GFRP (Polímero Armado com Fibras de Vidro), onde o reforço foi executado em três configurações (envolvimento completo da seção transversal da viga, envolvimento em forma de U ou colado apenas nas laterais da viga).

Inicialmente foi obtido o valor da deformação específica efetiva do FRP  $\varepsilon_{fe}$  para cada viga reforçada, utilizando a expressão 2.1, sendo esta semelhante à utilizada para se obter a parcela resistida pela armadura transversal de aço à força cortante:

$$V_f = 0,9\varepsilon_{fe}E_f\rho_f b_w d (1 + \cot \beta) \sin \beta \quad (2.1)$$

onde:

$V_f$  - parcela resistida pelo FRP à força cortante, neste caso obtida experimentalmente;

$E_f$  - módulo de elasticidade do FRP;

$b_w$  - largura da seção transversal da viga;

$d$  - altura útil da viga;

$\beta$  - ângulo de inclinação entre a orientação das fibras do FRP e o eixo longitudinal da viga;

$\rho_f$  - taxa geométrica do FRP, expressa por:

$$\rho_f = \frac{2t_f}{b_w} \cdot \frac{w_f}{s_f} \quad (2.2)$$

sendo:

$t_f$  - espessura do FRP;

$w_f$  - largura do estribo de FRP;

$s_f$  - espaçamento de eixo a eixo entre estribos de FRP.

No caso do reforço executado continuamente ao longo do trecho de cisalhamento da viga tem-se  $w_f = s_f$ .

TRIANAFILLOU (1998) observou que  $\varepsilon_{fe}$  depende do comprimento de ancoragem necessário para que a ruptura do FRP por tração se dê antes do seu descolamento. Este comprimento de ancoragem depende das condições de colagem e varia quase proporcionalmente à rigidez axial do reforço, expressa pelo produto  $\rho_f E_f$ . Percebe-se que  $\varepsilon_{fe}$  é inversamente proporcional a  $\rho_f E_f$ , pois se o compósito torna-se mais rígido e espesso ele tende a descolar antes de romper por tração, reduzindo o valor da deformação específica efetiva do FRP. O descolamento do compósito leva a viga a entrar em colapso precocemente.

Com base nos fatos mencionados, TRIANTAFILLOU (1998) elaborou um gráfico contendo o valor de  $\varepsilon_{fe}$  calculado pela expressão 2.1, para cada viga, e os respectivos valores da rigidez axial (Figura 2.8).

A partir deste gráfico TRIANTAFILLOU (1998) estabeleceu duas equações para  $\varepsilon_{fe}$ , sendo:

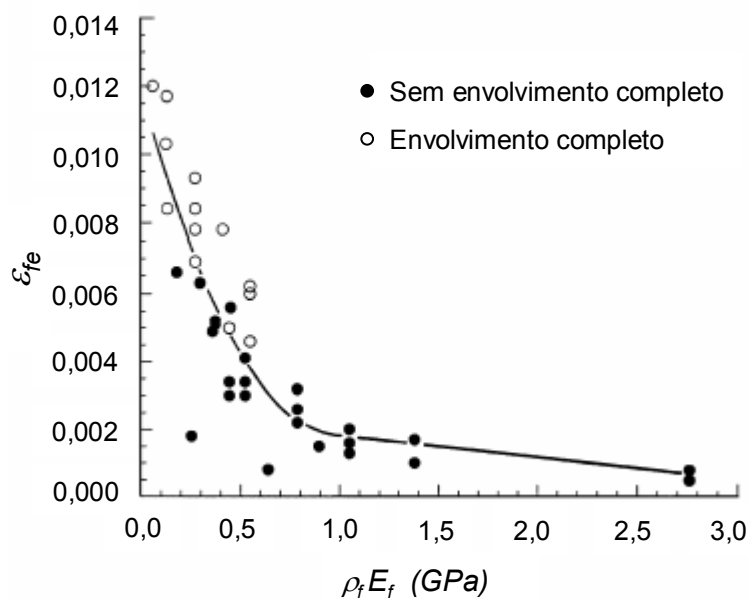
- para  $0 \leq \rho_f E_f \leq 1 \text{ GPa}$  :

$$\varepsilon_{fe} = 0,0119 - 0,0205(\rho_f E_f) + 0,0104(\rho_f E_f)^2 \quad (2.3)$$

- para  $\rho_f E_f > 1 \text{ GPa}$  :

$$\varepsilon_{fe} = -0,00065(\rho_f E_f) + 0,00245 \quad (2.4)$$

Por meio dos resultados experimentais verifica-se que quando o reforço é executado envolvendo completamente a seção transversal da viga ou em forma de U com um efetivo sistema de ancoragem o colapso da viga se dá por ruptura do FRP à tração. Para os demais tipos de execução do reforço o modo de colapso que prevalece é o descolamento do compósito. As expressões 2.3 e 2.4 não fazem nenhuma distinção sobre o tipo de execução do reforço em FRP.



**Figura 2.8 – Gráfico deformação específica efetiva do FRP x rigidez do FRP; retirada de TRIANTAFILLOU (1998).**

Seguindo essa mesma metodologia, TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) elaboraram dois gráficos com dados experimentais de 75 vigas reforçadas, um para cada modo de colapso da viga (ruptura do FRP por tração e descolamento do FRP). Esses gráficos expressam a dependência de

$\varepsilon_{fe}$  em relação ao parâmetro  $E_f \rho_f / f_{cm}^{2/3}$  (Figuras 2.9 e 2.10), pois segundo esses autores, além das dependências já citadas anteriormente,  $\varepsilon_{fe}$  é proporcional à resistência à tração do concreto, que por sua vez é proporcional a  $f_{cm}^{2/3}$ . Na Figura 2.10  $\varepsilon_{fu}$  representa a deformação específica última do FRP.

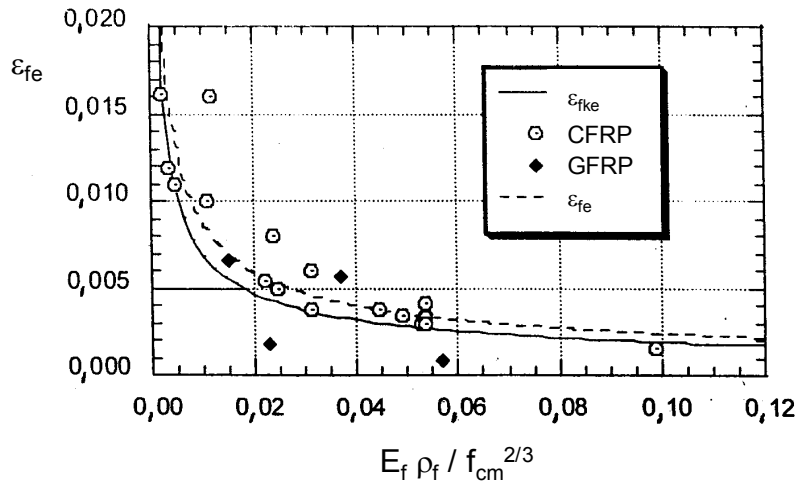


Figura 2.9 – Gráfico  $\varepsilon_{fe} \times E_f \rho_f / f_{cm}^{2/3}$  para o colapso da viga devido ao descolamento do FRP; retirada de TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000).

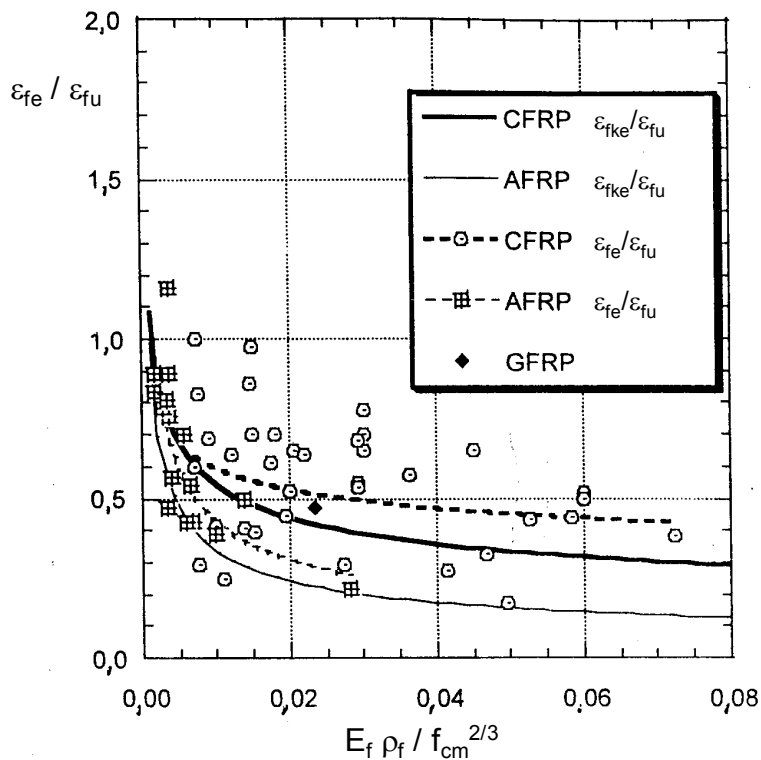


Figura 2.10 – Gráfico  $\varepsilon_{fe} \times E_f \rho_f / f_{cm}^{2/3}$  para o colapso da viga devido à ruptura do FRP; retirada de TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000).



A partir dos gráficos das Figuras 2.9 e 2.10 esses autores elaboraram duas equações para  $\varepsilon_{fe}$  do CFRP:

- no caso do descolamento do reforço ser responsável pelo colapso da viga:

$$\varepsilon_{fe} = 0,65 \left( \frac{f_{cm}^{\frac{2}{3}}}{E_f \rho_f} \right)^{0,56} 10^{-3} \quad (2.5)$$

- no caso da ruptura do reforço por tração ser responsável pelo colapso da viga:

$$\varepsilon_{fe} = 0,17 \left( \frac{f_{cm}^{\frac{2}{3}}}{E_f \rho_f} \right)^{0,30} \varepsilon_{fu} \quad (2.6)$$

sendo  $f_{cm}$  expresso em MPa e  $E_f$  em GPa .

De acordo com esses autores, para se obter o valor de  $V_f$  calcula-se  $\varepsilon_{fe}$  por uma das expressões (2.5 ou 2.6) e substitui-se o valor encontrado na equação 2.1.

TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) fornecem uma rotina de projeto para se determinar a parcela da força cortante resistida pelo FRP. Recomendam que  $\varepsilon_{fe}$  na expressão 2.1 seja substituída por  $\varepsilon_{fke} / \gamma_f$ , sendo  $\varepsilon_{fke}$  dado por:

$$\varepsilon_{fke} = \alpha \varepsilon_{fe} \leq \varepsilon_{máx} \quad (2.7)$$

onde:

$\varepsilon_{fke}$  - valor característico da deformação específica efetiva do FRP;

$\alpha$  - coeficiente de redução, dado como  $\alpha = 0,8$ ;

$\varepsilon_{máx}$  - deformação específica máxima do FRP adotada igual a 0,005, a fim de limitar a abertura das fissuras, garantindo que a integridade do concreto seja mantida, de modo a evitar que ocorra perda do engrenamento dos agregados.

A deformação específica efetiva  $\varepsilon_{fe}$  é obtida pela expressão 2.6 caso o reforço seja executado envolvendo completamente a seção transversal da viga, ou em forma de U com um efetivo sistema de ancoragem. Para os demais tipos de execução do reforço,  $\varepsilon_{fe}$  é definido pelo menor valor entre os fornecidos pelas expressões 2.5 e 2.6.

O valor do fator de segurança parcial do FRP  $\gamma_f$  sugerido por esses autores é função do modo de colapso da viga ou de  $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ , então:

- se o colapso da viga é controlado pela ruptura do CFRP:  
 $\gamma_f = \gamma_{ff} = 1,20$ ;
- se o colapso da viga é dominada pelo descolamento do CFRP:  
 $\gamma_f = \gamma_{fb} = 1,30$ ;
- se  $\varepsilon_{fke} = \varepsilon_{m\acute{a}x}$ :  $\gamma_f = 1,30$ .

TRIANAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) recomendam valores limites para a rigidez axial  $E_f \rho_f$  e para o espaçamento dos estribos de FRP  $s_f$ , conforme especificado a seguir:

$$(E_f \rho_f)_{lim} = \left( \frac{0,65 \times 10^{-3} \alpha}{\varepsilon_{m\acute{a}x}} \right)^{\frac{1}{0,56}} f_{cm}^{2/3} = 0,018 f_c^{2/3} \quad (2.8)$$

Este limite para a rigidez axial é especificado com base na expressão 2.5 e no gráfico da Figura 2.9. Neste gráfico percebe-se que:

- Para valores abaixo deste valor limite a deformação específica efetiva do FRP é limitada pela deformação específica máxima. Nenhum tipo de colapso, devido ao reforço, é atingido;
- Para valores de  $E_f \rho_f$  maiores que o valor limite o colapso da viga é governado pelo descolamento do FRP, no caso do reforço executado sem um efetivo sistema de ancoragem. Para evitar o descolamento deve-se adotar o valor limite para  $E_f \rho_f$  dado pela expressão 2.8.

O valor limite para o espaçamento do FRP é dado por:

$$s_f \leq 0,8d \quad (2.9)$$

estabelecido de forma que nenhuma fissura diagonal se forme sem que seja interceptada por pelo menos um estribo.

Esta sistemática de projeto fornecida por TRIANAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) foi adotada pelas prescrições do Bulletin 14 da *fib* (2001), as quais são descritas no item 2.3.1.

## 2.2.2.

### Estudos de KHALIFA e NANNI (2002)

KHALIFA e NANNI (2002) propõem uma expressão de projeto, similar à expressão 2.1, para determinar a contribuição do FRP à força cortante:

$$V_{fd} = \frac{f_{fe}}{\gamma_f} \frac{A_f 0,9d_f(1 + \cot \beta) \sin \beta}{s_f} \quad (2.10)$$

onde:

$f_{fe}$  - tensão efetiva do FRP;

$d_f$  - altura efetiva do FRP, usualmente igual a  $d$  para vigas retangulares e

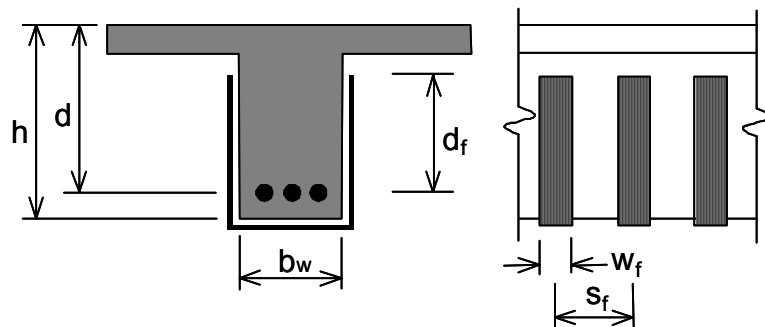
$d_f = d - t_s$  para vigas T, com  $t_s$  representando a espessura da mesa;

$A_f$  - área do FRP, obtida por:

$$A_f = 2t_f w_f \quad (2.11)$$

sendo o valor de  $t_f$  calculado multiplicando a espessura do material de reforço utilizado (tecido ou lâmina) pelo número de camadas empregadas.

As variáveis dimensionais adotadas são indicadas na Figura 2.11.



**Figura 2.11 – Esquema das variáveis dimensionais adotadas; adaptada de KHALIFA e NANNI (2002).**

O fator de segurança parcial do CFRP  $\gamma_f$  sugerido por KHALIFA e NANNI (2002) é igual a 1,3 .

Esses autores admitem que no estado limite último não é possível atingir a resistência última do FRP, pois a ruptura pode ocorrer por:

- ruptura do FRP com tensão inferior à sua capacidade resistente, devido à ocorrência de concentração de tensões junto à fissura ou nas arestas da viga reforçada;
- descolamento do FRP da superfície do concreto;
- diminuição significativa da capacidade resistente do concreto à força cortante devido à redução da contribuição do engrenamento dos agregados.

Para se obter a tensão média efetiva do FRP foi sugerido aplicar um coeficiente de redução  $R$  na sua resistência última:

$$f_{fe} = Rf_f \quad (2.12)$$

onde:

$f_f$  - tensão última do FRP.

Para calcular este coeficiente de redução utilizam-se duas equações que dependem do modo de colapso da viga reforçada (ruptura do FRP ou descolamento do mesmo). Esses autores estabelecem um limite superior para este coeficiente de modo a controlar a largura das fissuras e a redução da contribuição do engrenamento dos agregados.

No caso do colapso da viga ocorrer devido à ruptura do FRP, o coeficiente de redução é calculado por um polinômio estabelecido em função de  $\rho_f E_f$ . Esse polinômio foi obtido com base no modelo proposto por TRIANTAFILLOU (1998), porém KHALIFA et alii (1998) analisaram mais dados experimentais e propuseram uma pequena modificação no modelo.

KHALIFA et alii (1998) elaboraram um gráfico contendo a relação entre a deformação específica efetiva do FRP e a deformação específica última,  $R = \varepsilon_{fe} / \varepsilon_{fu}$ , e a rigidez axial do compósito,  $\rho_f E_f$  (Figura 2.12), onde  $\varepsilon_{fe}$  foi obtida como sugerido por TRIANTAFILLOU (1998).

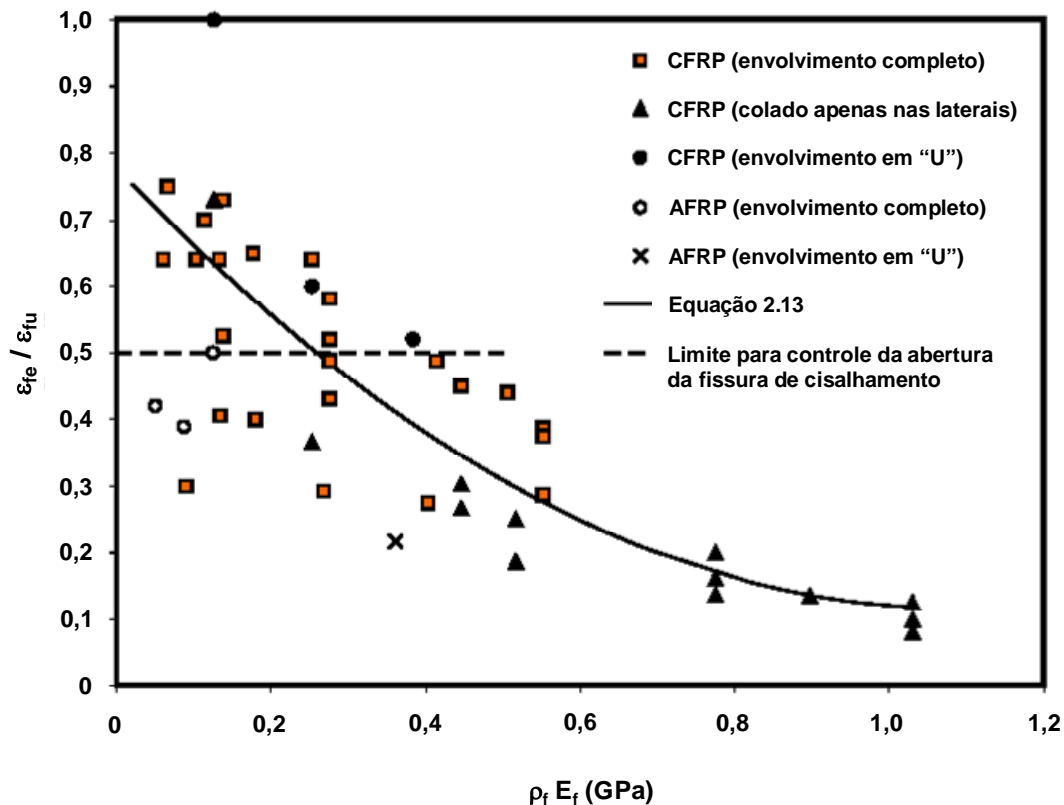


Figura 2.12 – Gráfico  $R = \varepsilon_{fe} / \varepsilon_{fu} \times \rho_f E_f$ ; retirada de KHALIFA et alii (1998).

A partir deste gráfico foi estabelecido uma equação para  $R$  em função de  $\rho_f E_f$ , com a rigidez axial limitada em  $0,7 GPa$ , conforme KHALIFA e NANNI (2002), portanto:

$$R = 0,56(\rho_f E_f)^2 - 1,22(\rho_f E_f) + 0,78 \quad (2.13)$$

Quando o descolamento do FRP é responsável pelo colapso da viga, este coeficiente de redução é função da resistência do concreto, da rigidez axial do FRP, da largura efetiva do FRP e da configuração da superfície de colagem:

$$R = \frac{(f'_c)^{2/3} w_{fe}}{\varepsilon_{fu} d_f} [738,93 - 4,06(t_f E_f)] \cdot 10^{-6} \quad (2.14)$$

onde  $20 \text{ mmGPa} \leq t_f E_f \leq 90 \text{ mmGPa}$ , sendo:

$w_{fe}$  - largura efetiva do FRP que depende do tipo de execução do reforço e para  $\theta = 45^\circ$  é definido na Figura 2.13.

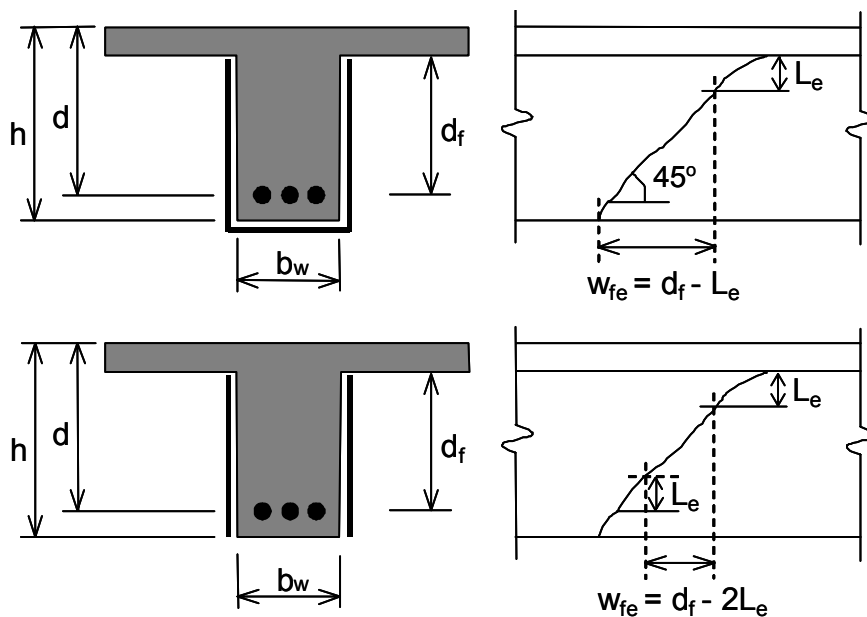


Figura 2.13 – Largura efetiva do FRP.

- Para envolvimento em forma de U:

$$w_{fe} = d_f - L_e \quad (2.15)$$

- Para reforço colado somente nas laterais:

$$w_{fe} = d_f - 2L_e \quad (2.16)$$

onde o comprimento de ancoragem efetivo  $L_e$  possui um valor constante e conservativo. Segundo os estudos de Miller apud KHALIFA e NANNI (2002)  $L_e = 75 \text{ mm}$ .

Os valores fornecidos pelas expressões 2.13 e 2.14 devem atender a um valor limite:

$$R = \frac{0,006}{\varepsilon_{fu}} \quad (2.17)$$

para que a deformação média efetiva  $\varepsilon_{fe}$  não exceda o valor de 0,006. Deve-se efetuar uma comparação entre os três valores do coeficiente de redução e adotar o menor. No caso de se utilizar o reforço executado envolvendo completamente a seção transversal da viga, ou em forma de U com um efetivo sistema de ancoragem, o descolamento do FRP não é levado em conta, desconsiderando-se seu coeficiente de redução.

Após se obter o valor do coeficiente de redução calcula-se a parcela da força cortante resistida pelo FRP por meio da expressão 2.10. KHALIFA e NANNI (2002) sugerem limitar o valor do espaçamento do FRP  $s_f$  em:

$$s_f \leq w_f + \frac{d}{4} \quad (2.18)$$

Esses autores limitam a contribuição do FRP à força cortante para garantir que as bielas inclinadas de concreto não esmaguem:

$$V_{fd} \leq [V_{Rd,max} - (V_{cd} + V_{swd})] \quad (2.19)$$

onde:

$V_{Rd,max}$  - valor de projeto da força cortante resistida pelas bielas;

$V_{cd}$  - valor de projeto da parcela da força cortante resistida pelo concreto;

$V_{swd}$  - valor de projeto da parcela da força cortante resistida pela armadura transversal.

As expressões para  $V_{Rd,max}$ ,  $V_{cd}$  e  $V_{swd}$  são fornecidas no Anexo A.

### 2.2.3. Estudos de ADHIKARY et alii (2003)

Com base na expressão 2.5 proposta por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000), que leva em conta o colapso da viga à força cortante prematura devido ao descolamento do reforço, esses autores apresentaram uma nova formulação para se obter o valor da deformação específica efetiva do reforço:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fe1} + \varepsilon_{fe2} \quad (2.20)$$

sendo:

- $\varepsilon_{fe1}$  - deformação específica efetiva do reforço correspondente à ruptura da viga por descolamento do mesmo;
- $\varepsilon_{fe2}$  - parcela de acréscimo da deformação específica efetiva do reforço devido à adição de um sistema de ancoragem.

com:

$$\varepsilon_{fe1} = \frac{0,038 f'_c{}^{1/3}}{\sqrt{\rho_f E_f}} \varepsilon_{fu} \quad (2.21)$$

onde  $0,025 < \rho_f E_f \leq 1,0$ , com  $f'_c$  expresso em *MPa* e  $E_f$  em *GPa*.

$$\varepsilon_{fe2} = 0,0043 f'_c{}^{2/3} \ln \left( 100 \frac{l_a}{b_w} \right) \varepsilon_{fu} \quad (2.22)$$

sendo  $0 < l_a / b_w \leq 0,5$ , e

$l_a$  - comprimento de ancoragem do reforço.

A expressão 2.22 foi elaborada a partir de ajuste de resultados experimentais em função do parâmetro adimensional  $l_a / b_w$ . Quando  $l_a = 0$ , ou seja, não houver a adição de ancoragem do reforço  $\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fe1}$ .

Segundo estes autores, o valor de  $V_f$  é obtido por:

$$V_f = \rho_f E_f \varepsilon_{fe} d_f b_w (\sin \beta + \cos \beta) \quad (2.23)$$

#### 2.2.4.

##### Estudos de CHEN e TENG (2003 a, b)

Segundo o modelo de CHEN e TENG (2003 a, b), a parcela resistente à força cortante devido ao FRP é dada por:

$$V_f = 2f_{fe} t_f w_f \frac{h_{fe} (\cot \theta + \cot \beta) \sin \beta}{s_f} \quad (2.24)$$

onde  $h_{fe}$  é a altura efetiva do FRP (Figura 2.14),

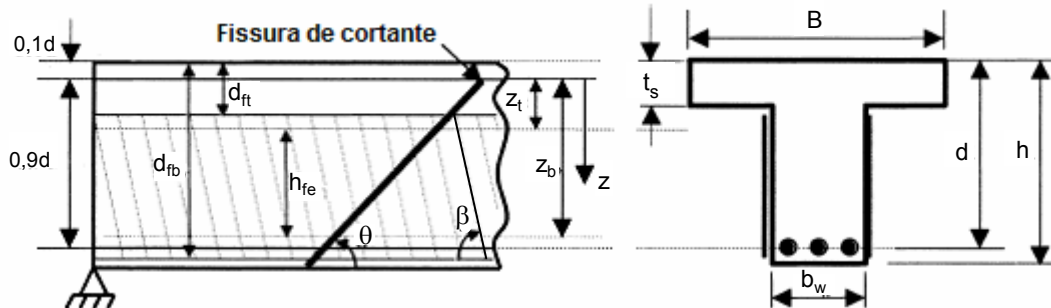
$$h_{fe} = z_b - z_t \quad (2.25)$$

$z_b$  e  $z_t$  são as coordenadas das extremidades superior e inferior do FRP respectivamente, definidas por:

$$z_b = [d - (h - d_{fb})] - 0,1d \quad (2.26)$$

$$z_t = (0,1d + d_{ft}) - 0,1d = d_{ft} \quad (2.27)$$

sendo  $d_{fb}$  a distância entre a face comprimida da viga e a extremidade inferior do reforço e  $d_{ft}$  a distância entre a face comprimida da viga e a extremidade superior do reforço.

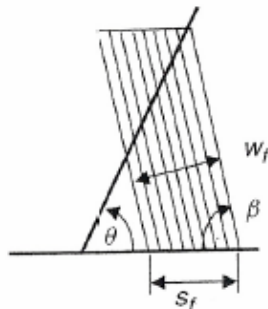


**Figura 2.14 – Esquema de reforço à força cortante; retirada de TENG et alii (2002).**

Para o reforço colado continuamente ao longo do comprimento da viga

$$s_f = \frac{w_f}{\sin \beta} \quad (2.28)$$

tendo a largura do reforço tomada perpendicularmente à orientação de suas fibras principais, conforme Figura 2.15.



**Figura 2.15 – Relação entre  $w_f$  e  $s_f$  para o reforço contínuo; retirada de TENG et alii (2002).**

A tensão média do FRP  $f_{fe}$  é obtida considerando-se os dois principais modos de colapso à força cortante: a) ruptura do FRP por tração; b) descolamento do FRP.

CHEN e TENG (2003 a, b) consideram que a distribuição de tensão no FRP ao longo da fissura crítica devido à força cortante não é uniforme para o estado limite último, portanto a tensão máxima no FRP  $\sigma_f máx$  é limitada por um fator de distribuição da tensão  $D_f$

$$f_{fe} = D_f \sigma_f máx \quad (2.29)$$



O valor de  $\sigma_{f \text{ máx}}$  e o valor de  $D_f$  dependem do modo de colapso da viga reforçada.

Quando a ruptura do reforço é responsável pelo colapso da viga, CHEN e TENG (2001) observaram que a distribuição de tensão no FRP ao longo da fissura devido à força cortante não é uniforme. O colapso da viga começa quando o ponto mais tracionado do FRP que intercepta esta fissura alcança sua resistência à tração última, ou seja:

$$\sigma_{f \text{ máx}} = f_f \quad (2.30)$$

A partir deste momento a ruptura se propaga rapidamente ao longo da fissura levando ao colapso da viga. CHEN e TENG (2001) propuseram uma distribuição de tensão parabólica ao longo da fissura devido à força cortante, porém, como uma simples aproximação, adotaram um modelo de distribuição linear.

No modelo de distribuição proposto, a tensão no FRP aumenta linearmente, de zero na extremidade superior da fissura até o valor da resistência à tração última na extremidade inferior da mesma, e o fator de distribuição da tensão para este caso é expresso por:

$$D_f = \frac{1 + \zeta}{2} \quad (2.31)$$

sendo:

$$\zeta = \frac{z_t}{z_b} \quad (2.32)$$

Para o reforço executado envolvendo completamente a seção transversal da viga tem-se:  $\zeta = 0$  e  $D_f = 0,5$ .

No caso do colapso da viga ocorrer devido ao descolamento do FRP, o que tem sido observado nos reforços executados apenas nos lados da viga ou envolvendo sua seção transversal em forma de U, é que a resistência à força cortante da viga reforçada é controlada pela resistência de aderência entre o FRP e o concreto, alcançando seu valor máximo no local onde o FRP tem o maior comprimento de aderência.

No entanto, a tensão máxima no FRP é limitada tanto por sua resistência à tração última quanto pela resistência por aderência última:

$$\sigma_{f \text{ máx}} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_f \\ 0,427 \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f'_c}}{t_f}} \end{array} \right. \quad (2.33)$$

A equação para o cálculo da resistência por aderência é proveniente do modelo proposto por CHEN e TENG (2001), baseado nos resultados obtidos de ensaios de aderência entre blocos de concreto e faixas de reforço.

Neste modelo o coeficiente  $\beta_w$  reflete o efeito da relação entre a largura do bloco de concreto com a largura do reforço, adotadas nos ensaios de aderência, e  $\beta_L$  é o coeficiente que traduz o comprimento de ancoragem efetivo:

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - \frac{w_f}{(s_f \sin \beta)}}{1 + \frac{w_f}{(s_f \sin \beta)}}} \quad (2.34)$$

➤ para  $\lambda \geq 1$ :

$$\beta_L = 1 \quad (2.35)$$

➤ para  $\lambda < 1$ :

$$\beta_L = \sin\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right) \quad (2.36)$$

sendo  $\lambda$  o comprimento de aderência máximo normalizado,  $L_{máx}$  o comprimento de aderência máximo, e  $L_e$  o comprimento de aderência efetivo, onde:

$$\lambda = \frac{L_{máx}}{L_e} \quad (2.37)$$

➤ para envolvimento em forma de U:

$$L_{máx} = \frac{h_{fe}}{\sin \beta} \quad (2.38)$$

➤ para reforço colado somente nas laterais:

$$L_{máx} = \frac{h_{fe}}{2 \sin \beta} \quad (2.39)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f'_c}}} \quad (2.40)$$

Nas expressões 2.33 e 2.40 o módulo de elasticidade do FRP e a resistência à compressão do concreto são expressos em *MPa* e a espessura do FRP é expressa em milímetros.

A partir das equações que definem  $\beta_L$ , CHEN e TENG (2003 a, b) relatam que onde existe um comprimento de aderência efetivo a resistência por

aderência não aumentará se este comprimento for aumentado. Esta é a diferença fundamental entre o FRP e a armadura de aço.

Segundo estes autores, assumindo-se que a fissura crítica devido à força cortante é uma linha reta, o comprimento de aderência máximo para o FRP ocorre na extremidade inferior desta fissura para o caso do reforço executado envolvendo em forma de U a seção transversal da viga e no meio da altura da fissura para o reforço colado apenas nos lados da viga.

Para este modo de ruptura a distribuição da tensão no FRP não é uniforme, pois o comprimento de aderência do FRP depende da localização da fissura crítica devido à força cortante em relação às extremidades do FRP. O fator de distribuição da tensão é dado por:

➤ para  $\lambda \leq 1$ :

$$D_f = \frac{2}{\pi\lambda} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2} \lambda}{\sin \frac{\pi}{2} \lambda} \quad (2.41)$$

➤ para  $\lambda > 1$ :

$$D_f = 1 - \frac{\pi - 2}{\pi\lambda} \quad (2.42)$$

De acordo com o modo de ruptura esperado calcula-se  $D_f$  e  $\sigma_{f \text{ máx}}$ , posteriormente obtém-se o valor da tensão efetiva do FRP  $f_{fe}$ , com este valor determina-se  $V_f$  por meio da expressão 2.24.

CHEN e TENG (2003 a, b) fornecem uma sistemática de projeto para se determinar a parcela da força cortante resistida pelo FRP. Nesta sistemática as expressões 2.30 e 2.33 são substituídas respectivamente por:

$$\sigma_{f \text{ máx}} = \begin{cases} 0,8 \frac{f_f}{\gamma_{ff}} & \text{se } \frac{f_f}{E_f} \leq \varepsilon_{fu} \\ 0,8 \frac{\varepsilon_{fu} E_f}{\gamma_{ff}} & \text{se } \frac{f_f}{E_f} > \varepsilon_{fu} \end{cases} \quad (2.43)$$

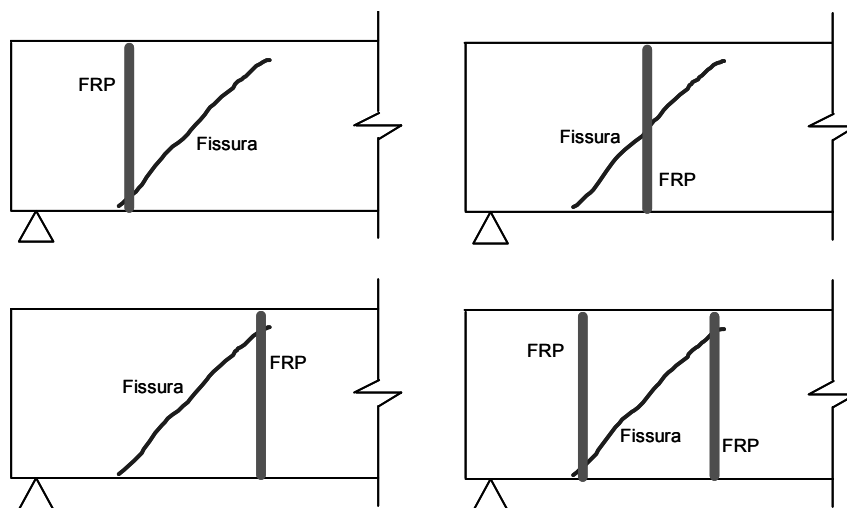
$$\sigma_{f \text{ máx}} = \min \begin{cases} 0,8 \frac{f_f}{\gamma_{ff}} \\ \frac{0,315}{\gamma_{fb}} \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_f}{t_f} f'_c} \end{cases} \quad (2.44)$$

onde para CFRP  $\gamma_{ff} = \gamma_{fb} = 1,25$ , e sugere-se que  $\varepsilon_{fu} = 0,015$ , a fim de controlar a abertura das fissuras.

O fator 0,8 foi introduzido por CHEN e TENG (2001) para levar em conta situações não consideradas no modelo, como por exemplo, o efeito prejudicial proveniente das arestas das vigas na resistência à tração do FRP, caso essas arestas não sejam adequadamente arredondadas.

Como recomendação para projeto, CHEN e TENG (2003 a, b) sugerem limitar o espaçamento dos estribos em metade da distância horizontal alcançada pela fissura devido à força cortante, garantindo que em todos os tipos de execução, pelo menos dois estribos cruzem a fissura. Esta recomendação é para se assegurar que pelo menos um estribo tenha uma efetividade adequada (Figura 2.16), portanto:

$$s_f \leq s_{f \text{ máx}} = \frac{h_{fe} (\sin \beta + \cos \beta)}{2} \quad (2.45)$$



**Figura 2.16 – Efeito da localização na efetividade do estribo de FRP; adaptada de TENG et alii (2002).**

Segundo esses autores a efetividade do estribo de FRP depende de sua localização, assim como do tipo de execução de reforço, sendo:

- para execução do reforço envolvendo completamente a seção transversal da viga, a posição mais eficiente é na extremidade inferior da fissura, pois a resistência à tração última do FRP será alcançada para uma abertura da fissura não muito larga, mantendo-se a resistência à força cortante do concreto, assim como o engrenamento dos agregados. A posição mais ineficiente é na extremidade superior da mesma, pois até que o estribo de FRP seja solicitado, a abertura da fissura já estará muito acentuada;
- para execução do reforço envolvendo em forma de U a seção transversal

da viga, a posição mais eficiente é na extremidade inferior da fissura, pois é onde ocorre o comprimento de aderência máximo do FRP para esse tipo de execução. O estribo posicionado na extremidade superior da fissura é completamente ineficiente devido à carência de comprimento de aderência que ocorre nesta região;

- para execução do reforço colado apenas nos lados da viga, a posição mais eficiente é no meio da altura da fissura, por esta localização ser a que apresenta um maior comprimento de aderência. Os estribos posicionados nas extremidades da fissura não apresentam nenhuma eficiência, pois não existe comprimento de aderência nestas regiões para esse tipo de execução.

Portanto, um esquema de reforço à força cortante pode ser ineficiente se apenas um estribo interceptar a fissura formada devido à força cortante.

## 2.3. Prescrições Normativas

### 2.3.1. Prescrições do Bulletin 14 fib (2001)

As prescrições do Bulletin 14 da *fib* (2001) seguem o formato do Eurocode 2 (2002) e se baseiam no modelo apresentado por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000). A capacidade resistente à força cortante devido ao FRP é dada por:

$$V_{fd} = 0,9\varepsilon_{fde} E_f \rho_f b_w d (\cot \theta + \cot \beta) \sin \beta \quad (2.46)$$

onde

$$\varepsilon_{fde} = \frac{\varepsilon_{fke}}{\gamma_f} \quad (2.47)$$

e

$$\varepsilon_{fke} = k\varepsilon_{fe} \quad (2.48)$$

sendo  $k = 0,8$  e  $\varepsilon_{fe}$  obtida pela formulação proposta por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000), tal como apresentada no item 2.2.1.

O fator de redução  $k$  foi proposto pelos mesmos autores, devido à falta de dados experimentais, sendo chamado de  $\alpha$ .

O coeficiente de segurança parcial do FRP sugerido pela *fib* (2001) é de  $\gamma_f = \gamma_{fb} = 1,30$ , se o colapso da viga é dominado pelo descolamento do CFRP, e varia entre 1,20 e 1,35 dependendo do tipo de aplicação do reforço, conforme especificado na Tabela 3-1 do Bulletin 14 da *fib* (2001) se o colapso da viga é controlado pela ruptura do CFRP.

Como recomendação adicional este boletim limita o valor do espaçamento  $s_f$  em:

- para vigas de seção transversal retangular:

$$s_f \leq 0,9d - \frac{W_f}{2} \quad (2.49)$$

- para vigas de seção transversal T:

$$s_f \leq d - t_s - \frac{W_f}{2} \quad (2.50)$$

O valor de projeto da força cortante resistente da viga reforçada  $V_{Rd}$ , deve ser limitado à  $V_{Rd,max}$ :

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{swd} + V_{fd} \leq V_{Rd,max} \quad (2.51)$$

No estado limite de serviço admite-se que o FRP tem aderência perfeita com a viga de concreto armado, desde que diversos problemas não ocorram, tais como: penetração de umidade e propagação de fissura. A *fib* (2001) adota como valor limite para  $\varepsilon_{fk,e}$  o valor dado por:

$$\varepsilon_{fk,e} = \frac{0,8f_{yk}}{E_s} \quad (2.52)$$

### 2.3.2. Prescrições do ACI 440 (2001)

Segundo as prescrições do ACI 440 (2001) os elementos de concreto armado reforçados com FRP devem ter sua resistência à força cortante nominal maior que a força cortante solicitante, sendo a resistência nominal obtida utilizando-se um coeficiente de redução da resistência  $\phi$ :

$$\phi \cdot V_n \geq V_u \quad (2.53)$$

$$\phi \cdot V_n = \phi(V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad (2.54)$$

onde:

$V_n$  - força cortante nominal;

- $V_u$  - força cortante solicitante;  
 $V_c$  - parcela da força cortante resistida pelo concreto;  
 $V_s$  - parcela da força cortante resistida pela armadura transversal de aço;  
 $V_f$  - parcela da força cortante resistida pelo FRP;  
 $\psi_f$  - coeficiente de redução adicional, em função do tipo de execução do reforço, sendo  $\psi_f = 0,95$  se o reforço envolver completamente a seção transversal da viga e  $\psi_f = 0,85$  para os demais tipos de execução.

A expressão adotada pelo ACI (2001) para a contribuição do FRP à força cortante é similar às apresentadas anteriormente, obtida por meio da analogia da Trelíça de Morsch:

$$V_f = \frac{A_f f_{fe} (\sin \beta + \cos \beta) d_f}{s_f} \quad (2.55)$$

A parcela  $V_f$  é função da deformação específica efetiva  $\varepsilon_{fe}$  que é governada pelo modo de ruptura do FRP. O ACI 440 (2001) fornece expressões, apresentadas aqui no sistema internacional de unidades (SI), para se obter o valor da deformação específica efetiva em função do tipo de execução do reforço:

- Para o reforço executado envolvendo completamente a seção transversal da viga:

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75 \varepsilon_{fu} \quad (2.56)$$

A deformação específica efetiva é limitada em 0,004 para este tipo de execução do reforço porque tem sido observado que a perda do engranamento dos agregados ocorre antes da ruptura do FRP, esta medida limita a largura da fissura de cisalhamento.

- Para reforço executado envolvendo em forma de U a seção transversal da viga, ou colado apenas nos lados:

$$\varepsilon_{fe} = k_v \varepsilon_{fu} \leq 0,004 \quad (2.57)$$

Para estes tipos de execução tem sido observado que o descolamento do FRP ocorre antes da perda do engranamento dos agregados. O ACI 440 (2001) prescreve que a deformação específica efetiva deve ser obtida utilizando-se um coeficiente de redução devido à colagem  $k_v$ , de acordo com a equação 2.57, expressa no sistema internacional de unidades, assim como as demais equações.

Este coeficiente de redução é função da resistência do concreto, do tipo de execução do reforço e da rigidez do FRP:

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (2.58)$$

onde

$$L_e = \frac{23300}{(t_f E_f)^{0,58}} \quad (2.59)$$

$$k_1 = \left( \frac{f'_c}{27} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.60)$$

O parâmetro  $k_2$  é função do tipo de execução do reforço:

- para envolvimento em forma de U:

$$k_2 = \frac{d_f - L_e}{d_f} \quad (2.61)$$

- para FRP colado apenas nos lados da viga:

$$k_2 = \frac{d_f - 2L_e}{d_f} \quad (2.62)$$

sendo:

- $k_1$  - o coeficiente de modificação que leva em consideração a resistência do concreto;
- $k_2$  - o coeficiente de modificação que leva em consideração o tipo de execução do reforço.

Segundo ACI 440 (2001) essa metodologia para a determinação de  $k_v$  só é válida para regiões de vigas de concreto armado que possuam força cortante de valor elevado e momento fletor de baixo valor. Em regiões em que o momento fletor é acentuado, como em apoios de vigas contínuas, devem ser adotados valores mais conservativos para  $k_v$ .

Em caso de utilizar um sistema de ancoragem nos extremos permite-se que  $\varepsilon_{fe}$  exceda 0,004, se forem realizados testes representativos para isso.

O ACI 440 (2001) prescreve que o valor do espaçamento de eixo a eixo entre estribos de FRP deve ser limitado ao valor imposto pelo ACI 318 para armaduras transversais de aço (expressão 2.18) e limita a força cortante resistida pela soma entre a armadura transversal de aço e de FRP em:

$$V_{sw} + V_f \leq 0,66 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2.63)$$



## 2.4. Análise dos Resultados Experimentais Disponíveis na Bibliografia

Neste item são apresentados:

- Valores de  $V_{f,exp}$  procedentes de diversos programas experimentais descritos no Anexo B, com os dados geométricos e as propriedades dos materiais contidos no Anexo C;
- Valores de  $V_{f,teo}$  obtidos a partir da implementação dos modelos semi-empíricos e das prescrições normativas, apresentados nos itens 2.2. e 2.3., em um programa de Computação Algébrica e Simbólica (rotinas fornecidas no Anexo A) ;
- Comparações entre resultados experimentais e teóricos ( $\Delta = V_{f,exp} / V_{f,teo}$ );
- Gráficos de  $V_{f,exp} \times V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  calculado utilizando as rotinas teóricas (sem coeficiente de segurança e fatores de ajuste) e as rotinas de cálculo (com os coeficientes e fatores).
- Comentários referentes aos modelos, às prescrições e aos resultados experimentais.

Para as comparações teórico-experimentais as vigas foram agrupadas de acordo com o material utilizado para o reforço (tecido ou lâmina) e de acordo com a configuração de reforço (quanto ao seu envolvimento na seção transversal da viga e quanto à orientação de suas fibras principais, em relação ao eixo longitudinal da viga).

As vigas dos programas experimentais que não entraram em colapso devido à ruptura do CFRP ou devido ao descolamento do mesmo foram desprezadas, assim como as vigas que por algum motivo não se mostraram convenientes para esta análise.

As prescrições propostas pelo Bulletin 14 da *fib* (2001) fornecem os mesmos valores de  $V_{f,teo}$  obtidos pelo modelo de TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000), portanto não são incluídos nas tabelas a seguir.

Reforço executado com lâmina de CFRP apresenta rigidez axial ( $\rho_f E_f$ ) elevada e por esta razão os modelos semi-empíricos propostos por KHALIFA e NANNI (2002) e ADHIKARY et alii (2003) não fornecem resultados de  $V_{f,teo}$  para algumas vigas e são excluídos das tabelas correspondentes.

**Tabela 2.1 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP colado apenas nas laterais de sua seção transversal, com  $\beta = 45^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIAANT.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
V12_B	44,68	45,47	0,98	15,36	2,91	33,44	1,34	31,53	1,42	19,49	2,29
V14_B	34,68	45,47	0,76	15,36	2,26	33,44	1,04	31,53	1,10	19,49	1,78
V14_A	71,48	71,84	0,99	43,45	1,65	56,24	1,27	44,59	1,60	55,11	1,30
V15_A	63,68	71,84	0,89	43,45	1,47	56,24	1,13	44,59	1,43	55,11	1,16
245a	137,60	178,43	0,77	180,84	0,76	175,91	0,78	102,12	1,35	133,96	1,03
245b	185,60	159,98	1,16	156,69	1,18	159,57	1,16	94,36	1,97	133,96	1,39
245Ra	186,60	174,61	1,07	180,84	1,03	172,54	1,08	100,54	1,86	133,96	1,39
245Rb	131,60	152,96	0,86	144,63	0,91	153,31	0,86	91,33	1,44	133,96	0,98
345	214,60	216,09	0,99	267,84	0,80	218,69	0,98	124,54	1,72	207,03	1,04
Média	*	0,94	*	1,44	*	1,07	*	1,54	*	1,37	*
Coef. Variação (%)	*	14,13	*	50,60	*	16,84	*	17,57	*	31,02	*

**Tabela 2.2 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP colado apenas nas laterais de sua seção transversal, com  $\beta = 90^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIAANT.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
BT5	31,50	57,78	0,55	17,67	1,78	35,26	0,89	27,68	1,14	23,41	1,35
V9_A	41,18	37,45	1,10	15,36	2,68	28,12	1,46	29,21	1,41	19,48	2,11
V9_B	47,38	37,45	1,27	15,36	3,08	28,12	1,68	29,21	1,62	19,48	2,43
V21_A	58,28	37,45	1,56	15,36	3,79	28,12	2,07	29,21	2,00	19,48	2,99
V13_A	65,08	50,80	1,28	30,72	2,12	39,77	1,64	41,31	1,58	38,97	1,67
V13_B	68,78	50,80	1,35	30,72	2,24	39,77	1,73	41,31	1,66	38,97	1,76
290a	136,60	117,74	1,16	119,01	1,15	116,94	1,17	93,84	1,46	94,72	1,44
290b	178,60	112,32	1,59	109,40	1,63	112,12	1,59	90,57	1,97	94,72	1,89
290	61,00	107,29	0,57	100,81	0,61	107,63	0,57	87,49	0,70	94,72	0,64
390	61,00	129,94	0,47	141,81	0,43	133,80	0,46	105,35	0,58	146,39	0,42
Média	*	1,09	*	1,95	*	1,33	*	1,41	*	1,67	*
Coef. Variação (%)	*	38,27	*	54,62	*	40,37	*	33,99	*	46,20	*

**Tabela 2.3 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP colado envolvendo em forma de U sua seção transversal, com  $\beta = 45^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIAINT.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
T6NSC45	103,50	121,11	0,85	75,35	1,37	65,15	1,59	68,96	1,50	55,82	1,85
PU3	44,50	60,19	0,74	32,24	1,38	39,08	1,14	36,39	1,22	27,92	1,59
PU4	40,00	54,03	0,74	27,63	1,45	36,18	1,11	31,79	1,26	23,94	1,67
<i>Média</i>	*	0,78	*	1,40	*	1,28	*	1,33	*	1,71	
<i>Coef. Variação (%)</i>	*	8,52	*	2,93	*	21,12	*	11,40	*	7,84	

**Tabela 2.4 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP colado envolvendo em forma de U sua seção transversal, com  $\beta = 90^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIAINT.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
CO2	40,00	33,95	1,18	21,29	1,88	27,25	1,47	29,46	1,36	22,02	1,82
CO3	65,00	50,81	1,28	53,22	1,22	43,08	1,51	48,72	1,33	55,05	1,18
BT2	65,00	86,47	0,75	76,03	0,85	55,75	1,17	54,02	1,20	76,44	0,85
BT4	72,00	57,78	1,25	30,41	2,37	35,26	2,04	32,67	2,20	30,58	2,35
SO3-2	54,00	37,89	1,43	25,89	2,09	32,54	1,66	32,09	1,68	26,78	2,02
SO3-3	56,50	45,29	1,25	38,84	1,45	39,85	1,42	42,11	1,34	40,17	1,41
SO3-4	67,50	56,70	1,19	64,74	1,04	51,45	1,31	53,06	1,27	66,96	1,01
SO4-2	62,50	37,89	1,65	25,89	2,41	32,54	1,92	32,09	1,95	26,78	2,33
T6S4C90	85,25	85,64	1,00	53,28	1,60	46,06	1,85	54,88	1,55	39,47	2,16
C-1	53,00	91,09	0,58	53,90	0,98	55,51	0,95	41,41	1,28	58,77	0,90
V11_A	41,48	37,45	1,11	26,58	1,56	28,12	1,48	33,17	1,25	25,81	1,61
V11_B	67,88	37,45	1,81	26,58	2,55	28,12	2,41	33,17	2,05	25,81	2,63
V17_B	35,98	37,45	0,96	26,58	1,35	28,12	1,28	33,17	1,08	25,81	1,39
V15_B	81,48	50,80	1,60	53,16	1,53	39,77	2,05	46,91	1,74	51,61	1,58
V16_B	55,48	50,80	1,09	53,16	1,04	39,77	1,40	46,91	1,18	51,61	1,07
PU1	32,50	50,87	0,64	34,20	0,95	33,84	0,96	37,29	0,87	29,62	1,10
PU2	20,00	46,12	0,43	27,36	0,73	30,27	0,66	30,68	0,65	23,69	0,84
<i>Média</i>	*	1,13	*	1,51	*	1,50	*	1,41	*	1,54	
<i>Coef. Variação (%)</i>	*	33,74	*	38,16	*	30,07	*	28,91	*	37,63	

**Tabela 2.5 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP colado envolvendo completamente sua seção transversal, com  $\beta = 45^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIAN.T.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
PC3	35,50	60,19	0,59	37,70	0,94	56,77	0,63	41,89	0,85	27,92	1,27
PC4	22,00	54,03	0,41	32,31	0,68	51,35	0,43	35,90	0,61	23,94	0,92
245W	218,60	295,03	0,74	180,84	1,21	272,08	0,80	204,93	1,07	133,96	1,63
Média	*	0,58	*	0,94	*	0,62	*	0,84	*	1,27	
Coef. Variação (%)	*	28,85	*	27,97	*	30,30	*	26,95	*	27,98	

**Tabela 2.6 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP colado envolvendo completamente sua seção transversal, com  $\beta = 90^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIAN.T.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
V12_A	59,44	49,89	1,19	34,84	1,71	44,56	1,33	42,92	1,38	25,81	2,30
V18_A	70,37	49,89	1,41	34,84	2,02	44,56	1,58	42,92	1,64	25,81	2,73
V20_A	83,20	49,89	1,67	34,84	2,39	44,56	1,87	42,92	1,94	25,81	3,22
290WR	268,60	208,61	1,29	127,88	2,10	192,39	1,40	204,93	1,31	94,72	2,84
PC1	67,50	56,53	1,19	39,98	1,69	52,61	1,28	44,43	1,52	29,62	2,28
PC2	45,00	48,35	0,93	31,99	1,41	45,28	0,99	35,54	1,27	23,69	1,90
Média	*	1,28	*	1,88	*	1,41	*	1,51	*	2,54	
Coef. Variação (%)	*	19,28	*	18,64	*	20,89	*	16,63	*	18,63	

**Tabela 2.7 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com tecido de CFRP.**

Execução	TRIAN.T.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)
S	1,02	31,08	1,54	54,64	1,21	34,70	1,47	26,48	1,53	41,45
U	1,08	34,66	1,34	35,50	1,47	29,39	1,40	27,09	1,57	34,32
W	1,05	39,15	1,41	35,81	1,15	40,84	1,29	31,43	2,12	35,77
Todas	1,05	33,59	1,43	44,90	1,30	34,28	1,41	27,40	1,66	39,13

onde: CV – coeficiente de variação; S – reforço colado apenas nos lados da viga; U – reforço colado envolvendo em forma de U a seção transversal da viga; W – reforço colado envolvendo completamente a seção transversal da viga.

**Tabela 2.8 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com lâmina de CFRP colado apenas nas laterais de sua seção transversal, com  $\beta = 45^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIANT.		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
RS135-1	40,75	86,13	0,47	44,97	0,91	56,88	0,72
RS135-2	46,25	86,13	0,54	44,97	1,03	56,88	0,81
V21_B	78,78	131,85	0,60	63,11	1,25	96,53	0,82
V22_A	68,68	131,85	0,52	63,11	1,09	96,53	0,71
<i>Média</i>		*	0,53	*	1,07	*	0,76
<i>Coef. Variação (%)</i>		*	9,65	*	13,32	*	7,61

**Tabela 2.9 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com lâmina de CFRP colado apenas nas laterais de sua seção transversal, com  $\beta = 90^\circ$ .**

Viga	$V_{f,exp}$ kN	TRIANT.		CHEN		ACI 440	
		$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$	$V_f$ kN	$\Delta$
RS90-1	34,25	72,80	0,47	35,90	0,95	60,33	0,57
RS90-2	41,75	72,80	0,57	35,90	1,16	60,33	0,69
V20_B	85,98	108,58	0,79	47,09	1,83	96,52	0,89
V22_A	55,58	108,58	0,51	47,09	1,18	96,52	0,58
<i>Média</i>		*	0,59	*	1,28	*	0,68
<i>Coef. Variação (%)</i>		*	24,37	*	29,49	*	22,09

**Tabela 2.10 – Comparações teórico-experimentais das vigas que tiveram o reforço executado com lâmina de CFRP.**

Execução	TRIANT.		CHEN		ACI 440	
	<i>Média</i>	CV(%)	<i>Média</i>	CV(%)	<i>Média</i>	CV(%)
S	0,56	18,53	1,17	24,50	0,72	15,85

Os gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$  são apresentados a seguir:

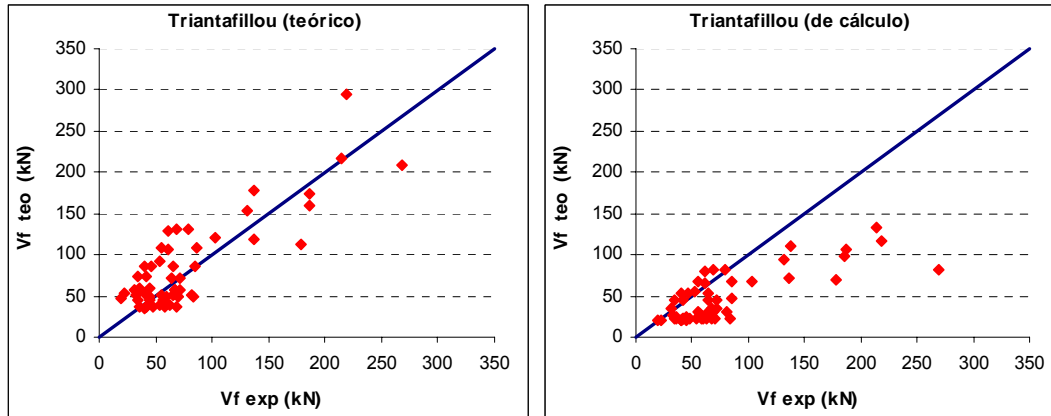


Figura 2.17 – Gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  obtido pelas rotinas de TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000).

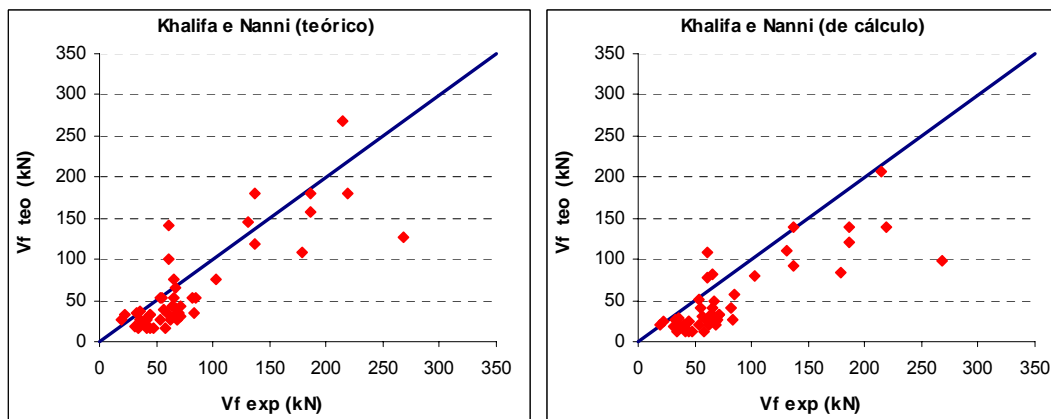


Figura 2.18 – Gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  obtido pelas rotinas de KHALIFA e NANNI (2002).

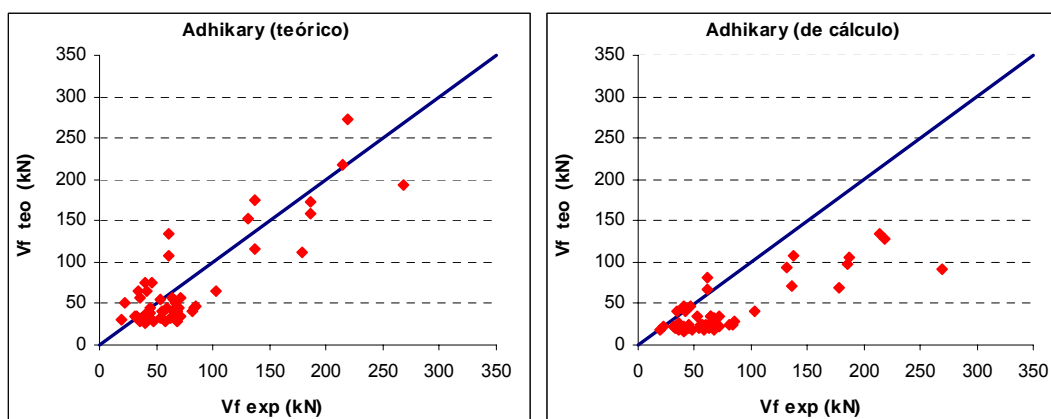


Figura 2.19 – Gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  obtido pelas rotinas de ADHIKARY et alii (2003).

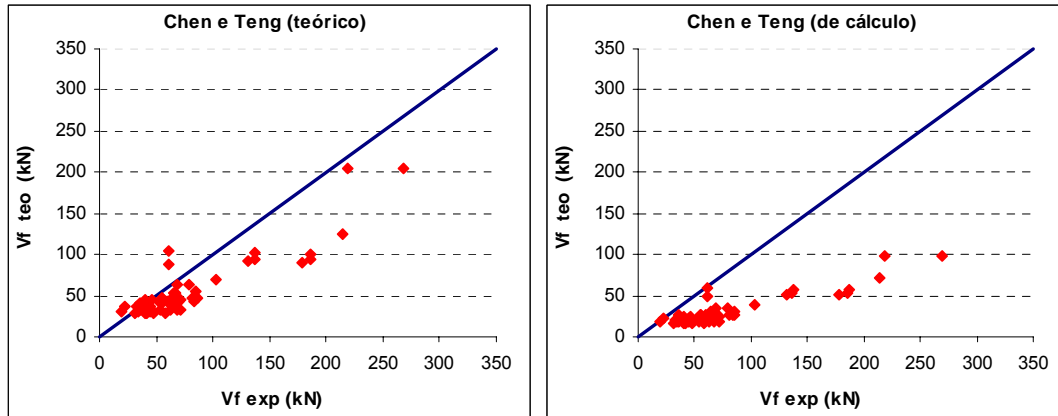


Figura 2.20 – Gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  obtido pelas rotinas de CHEN e TENG (2003 a, b).

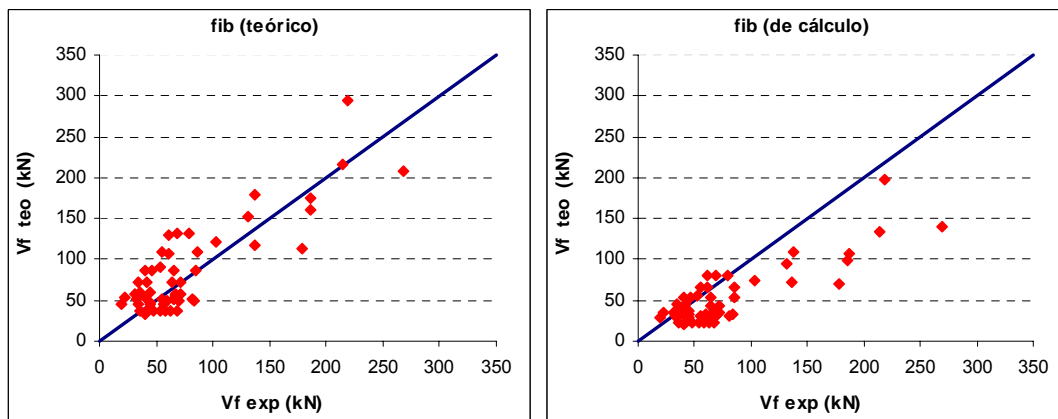


Figura 2.21 – Gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  obtido pelas rotinas do Bulletin 14 da fib (2001).

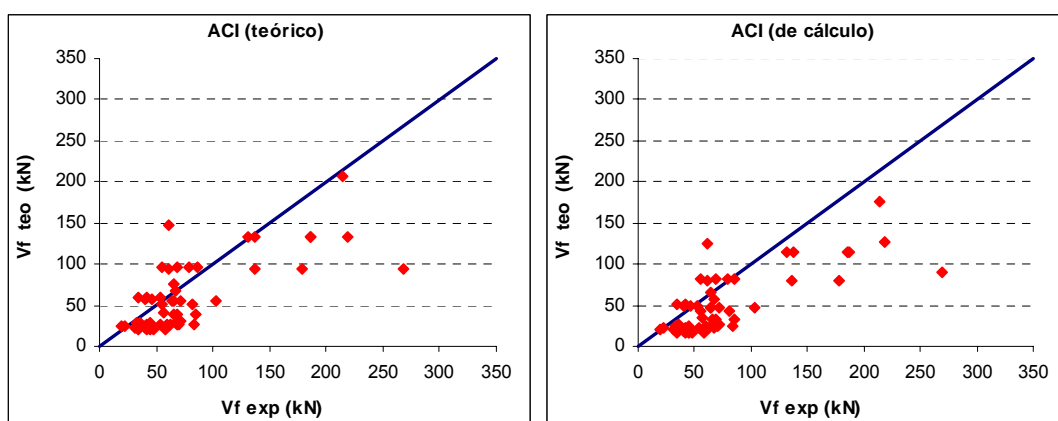


Figura 2.22 – Gráficos de  $V_{f,exp}$  x  $V_{f,teo}$ , com  $V_{f,teo}$  obtido pelas rotinas do ACI 440 (2001).

### Comentários:

Os modelos propostos por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) e ADHIKARY et alii (2003) não diferenciam reforço colado apenas nos lados da viga para o reforço colado envolvendo em forma de U sua seção transversal. O modelo de TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) considera na equação de  $V_f$  o braço de alavanca da viga ( $0,9d$ ) ao invés da altura efetiva do reforço  $d_f$ , obtendo-se valores maiores do que o apropriado para vigas com seção transversal T ou para aquelas em que o reforço não começa no topo da viga.

A seguir é feita uma análise dos resultados apresentados nas tabelas anteriores. Deve-se ressaltar que o número de vigas disponíveis na literatura e apropriadas para esta análise ainda é limitado, portanto os comentários feitos adiante não podem ser considerados como definitivos.

Primeiramente, observou-se que o coeficiente de variação é sempre menor para  $\beta = 45^\circ$  chegando, às vezes, a ser muito menor. No caso do reforço executado envolvendo completamente a seção transversal da viga, a situação se inverte, possivelmente devido à execução ser mais complicada. As médias de  $V_{f,exp} / V_{f,teo}$  se apresentam, na maioria das vezes, menores para  $\beta = 45^\circ$  quando comparadas com as apresentadas para  $\beta = 90^\circ$ , sugerindo que o acréscimo de resistência, devido à inclinação, é menor do que o esperado.

A Tabela 2.1 sugere que, quando o reforço é colado apenas nas laterais da viga com  $\beta = 45^\circ$ , deve-se utilizar as prescrições do ACI 440 (2001), exceto para as vigas V12\_B e V14\_B (reforço colado em faixas) onde o modelo proposto por ADHIKARY et alii (2003) mostra-se mais apropriado.

Na Tabela 2.2 é constatado que, quando o reforço é colado apenas nas laterais da viga com  $\beta = 90^\circ$ , o modelo com menor coeficiente de variação é o proposto por CHEN e TENG (2003 a, b) seguido do proposto por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000). Neste último modelo três vigas apresentam  $V_{f,teo} > V_{f,exp}$ , sendo: viga BT5 (seção transversal T); vigas 290 e 390 (contendo armadura interna com  $V_{f,teo} > V_{f,exp}$  para todos os modelos e prescrições). Caso se retire da análise estas vigas obtêm-se:

**Tabela 2.11 – Análise da Tabela 2.2, sem as vigas nomeadas de BT5, 290 e 390.**

TRIANANT.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)
1,33	14,00	2,39	37,31	1,62	16,90	1,67	13,86	2,04	25,74



Os resultados apresentados na Tabela 2.11 indicam que para esta situação o modelo proposto por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) parece mais apropriado por apresentar valores mais próximos do experimental e pequeno coeficiente de variação. Para a viga BT5 o modelo mais adequado é o proposto por CHEN e TENG (2003 a, b).

A quantidade de vigas com o reforço executado em forma de U com  $\beta = 45^\circ$  (Tabela 2.3) é muito reduzida, ficando difícil de analisar, porém o modelo de KHALIFA e NANNI (2002) é o que apresenta menor coeficiente de variação.

A partir da Tabela 2.4 percebe-se que, quando o reforço é executado em forma de U com  $\beta = 90^\circ$ , o modelo com menor coeficiente de variação é o proposto por CHEN e TENG (2003 a, b), porém caso se retire da tabela as vigas com seção T ou seção quadrada (BT2, BT4, T6S4C90, C-1) e as vigas com armadura interna (PU1 e PU2, com  $V_{f,teo} > V_{f,exp}$  para todos os modelos e prescrições) tem-se:

**Tabela 2.12 – Análise da Tabela 2.4, sem as vigas nomeadas de BT2, BT4, T6S4C90, C-1, PU1 e PU2.**

TRIAN.		KHALIFA		ADHIKARY		CHEN		ACI 440	
Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)	Média	CV(%)
1,32	20,19	1,65	31,57	1,63	21,85	1,48	21,87	1,64	31,58

Os valores apresentados na Tabela 2.12 sugerem que o modelo de TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) é o mais conveniente. O modelo mais indicado para as vigas de seção T e de seção quadrada parece ser o proposto por CHEN e TENG (2003 a, b).

A Tabela 2.5 sugere que, quando o reforço é executado com envolvimento completo com  $\beta = 45^\circ$ , é mais apropriado utilizar o modelo de CHEN e TENG (2003 a, b) para a viga 245W e as prescrições recomendadas pelo ACI 440 (2001) para as vigas PC3 e PC4 que contêm armaduras internas.

A Tabela 2.6 indica que, quando o reforço é executado com envolvimento completo com  $\beta = 90^\circ$ , deve-se utilizar o modelo proposto por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000). O modelo de KHALIFA e NANNI (2002) e as prescrições do ACI 440 (2001) subestimam a capacidade da viga reforçada.

A partir da Tabela 2.8 é verificado que, quando o reforço é executado com lâminas coladas apenas nas laterais da viga com  $\beta = 45^\circ$ , o modelo de

CHEN e TENG (2003 a, b) é o mais apropriado, apesar de ter o maior coeficiente de variação, pois é o único que apresenta valores maiores do que o experimental. O mesmo é observado na Tabela 2.9, quando  $\beta = 90^\circ$ .

De um modo geral o modelo proposto por CHEN e TENG (2003 a, b) é o que apresenta coeficiente de variação menor e valores sempre menores do que os obtidos nos programas experimentais, exceto para algumas vigas com armadura interna. Este modelo normalmente subestima um pouco a capacidade da viga reforçada (Figura 2.20), principalmente quando a deformação específica última do compósito é elevada.

O modelo proposto por TRIANTAFILLOU e ANTONOPOULOS (2000) é o que apresenta  $V_{f,teo} > V_{f,exp}$  para um número maior de vigas, sendo menos conservador e em alguns casos contra a segurança (Figura 2.17).

O modelo proposto por KHALIFA e NANNI (2002) e as prescrições recomendadas pelo ACI 440 (2001) subestimam a capacidade da viga reforçada, principalmente quando o reforço é colado em faixas ou envolvendo completamente a seção transversal da viga.

O modelo proposto por KHALIFA e NANNI (2002) é o que apresenta maior coeficiente de variação (Figura 2.18).

Nesta análise é observado que a grande maioria das vigas que contêm armadura interna apresenta ganho de resistência menor do que o esperado, provavelmente porque os modelos semi-empíricos propostos devem ter sido calibrados com vigas sem armadura transversal interna. Esta constatação contraria as necessidades práticas, pois o reforço é utilizado em vigas já existentes, portanto com armadura transversal interna.