

## 5

### Aplicação

Os modelos apresentados no capítulo anterior foram aplicados aos dados descritos no capítulo 3. Para aplicação do *Chain Ladder*, se arrumou o triângulo e foi feito um arranjo semi-visual dos dados. Semi-visual, pois para identificar *outliers* foram utilizadas algumas estatísticas básicas como o uso dos desvios padrões.

Para aplicação do método de otimização de Mínimos Quadrados ao modelo anterior, foi utilizada uma função para estimar as saídas por resgate / cancelamento em função do tempo decorrido  $t$  e, conseqüentemente a persistência:

$$F_t = \alpha / (\beta + t) + \gamma \quad (22)$$

$$P_t = P_{t-1} * (1 - F_t), \text{ com } P_0 = 100\%. \quad (23)$$

As fórmulas acima foram aplicadas às células da tabela acima e o *solver* (MS excel) encontrou os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  que minimizavam o erro quadrático médio nas células que não estão em destaque. O objetivo é estimar as células em destaque.

Tabela 14: Persistência com relação a implantação a ser estimada

Mês	Implantação	0-1	1-2	2-3	3-4
1	100%	97%	92%	91%	91%
2	100%	88%	81%	75%	
3	100%	93%	86%		
4	100%	91%			
5	100%				

Para avaliar a aderência dos modelos são utilizadas duas medidas de erro: MPE (Erro médio percentual) e EQM (Erro quadrático médio) que são calculados conforme abaixo:

$$\text{MPE} = 100 * \frac{\sum_1^n (Y - \hat{Y}) / \hat{Y}}{n} \quad (24)$$

$$EQM = 100 * \frac{\sum_1^n (Y - \hat{Y})^2}{n} \quad (25)$$

Onde  $Y$  é o valor observado e  $\hat{Y}$  o valor estimado. As medidas de desvio acima servirão para comparar os modelos de *Chain Ladder* subjetivo e com mínimos quadrados. Não será possível comparação do *Chain Ladder* com Modelos Lineares Generalizados com variáveis cadastrais, no caso do plano tipo BD, pois estão em escalas diferentes. A técnica de Modelos Lineares Generalizados com variáveis cadastrais não será aplicada ao plano do tipo CD, pois de acordo com o capítulo 3, apenas uma variável, região, teria influência sobre a persistência.

Para podermos comparar o modelo de métodos lineares generalizados com o *Chain Ladder*, tentou-se estimar o número de saídas para cada célula do triângulo de saídas, para posteriormente se montar o triângulo com as persistências. Porém o modelo não convergiu, devido ao grande número de classes, assim como por existirem muitas classes zeradas.

Neste capítulo são apresentados resultados dos modelos aplicados aos planos do tipo BD e CD, assim como a avaliação destes resultados de acordo com o esperado pelo conhecimento de mercado. Os modelos aplicados ao plano tipo BD foram o *Chain Ladder* subjetivo e otimizado com técnica de mínimos quadrados e o outro modelo foi o de Modelos Lineares Generalizados, já para o plano do tipo CD não foi aplicado o método de Modelos Lineares Generalizados.

Um problema que poderá ser percebido com as análises a serem apresentadas é a questão de se estimar a cauda das séries mais recentes, dado que estas informações existem apenas para as séries mais antigas, o que pode não refletir a realidade atual da carteira.

## 5.1

### ***Chain Ladder* ao plano do tipo Benefício Definido**

O gráfico abaixo apresenta os dados a serem analisados de forma sumarizada. Pois as estimativas foram calculadas para cada célula, ou seja, o ideal seria plotar cada série. Porém o gráfico ficaria confuso, são muitas séries, e como

a estimativa se baseou em apenas uma curva, pois foram estimados  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  para construção de apenas uma curva, escolheu-se plotar a média das persistências.

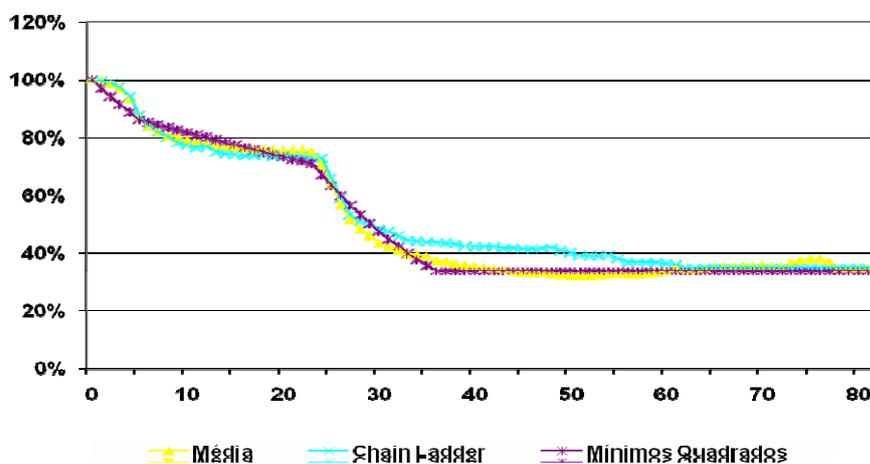


Figura 24: Resultados para plano do tipo BD

Os parâmetros estimados foram:

$$\hat{\alpha} = 98,35; \hat{\beta} = 9.424,77; \hat{\gamma}_1 = 0,02; \hat{\gamma}_2 = 0,06.$$

Conclui-se do estudo que a persistência tende a um patamar de aproximadamente 35%, a partir do mês 40, de acordo com a média. A cauda dos dados observados não foi avaliada, pois a informação é muito antiga.

A população tende a resgatar e assim o objetivo do produto que é a aposentadoria não é atingido.

A otimização para o *Chain Ladder* funcionou, pois obtivemos uma melhora nos erros, conforme resultados da tabela abaixo. Porém o problema da cauda deve ser avaliado com mais cuidado.

Tabela 15: Resultados finais – Plano BD

Plano BD	Erro Médio Percentual (MPE)	Erro Quadrático Médio (EQM)
Chain Ladder	(0,0884)	0,0121
Mínimos Quadrados	0,0038	0,0115

## 5.2

### Modelos Lineares Generalizados ao plano do tipo Benefício Definido

Para se implantar Modelos Lineares Generalizados, primeiro tentou-se utilizar um número de classes muito grande e com o ponderador agrupado em classes menores para não se ter ponderador zerado, porém o modelo não convergiu.

O modelo final para o plano do tipo BD, ao qual chegou-se após várias simulações e avaliações das estatísticas fornecidas pelo programa SAS, utilizou as seguintes variáveis:

- Faixa de contribuição com 3 níveis:
  - 1: até R\$30,00
  - 2: de R\$30,00 a R\$100,00
  - 3: acima de R\$100,00
- Tempo de permanência no plano:
  - 1: até 5 meses
  - 2: de 6 até 24 meses
  - 3: de 25 até 36 meses
  - 4: acima de 36 meses
- Idade de ingresso:
  - 1: até 35 anos
  - 2: acima de 35 anos
- Forma de pagamento:
  - 1: Carnê
  - 2: Débito em conta corrente e Desconto em folha de pagamento
- Sexo:
  - 1: Feminino
  - 2: Masculino

Não foi feita modelagem para o PGBL, pois não havia indícios de que estas variáveis explicassem o modelo de persistência.

Implementação: Modelo para número de saídas.

Y: Número de saídas

Distribuição: Poisson

Função de ligação: log

Ponderador: implantações

A técnica de Modelos Lineares Generalizados obteve bons resultados, porém, como está em escala diferente dos dois modelos anteriores, e como não se possui a abertura por tempo decorrido, estes não podem ser comparados.

### 5.3

#### **Chain Ladder ao Plano do Tipo Contribuição Definida**

O gráfico abaixo apresenta os dados a serem analisados de forma sumarizada. Pois, assim como para o plano do tipo Benefício Definido, as estimativas foram calculadas para cada célula, ou seja, o ideal seria plotar cada série. Porém o gráfico ficaria confuso, são muitas séries, e como a estimativa se baseou em apenas uma curva, escolheu-se plotar a média das persistências.

De acordo com o gráfico abaixo, percebe-se que a persistência do PGBL, plano do tipo Contribuição Definida, tem uma tendência linear decrescente, enquanto o plano BD possui um comportamento mais peculiar, com problemas na confirmação da venda e após a carência do resgate.

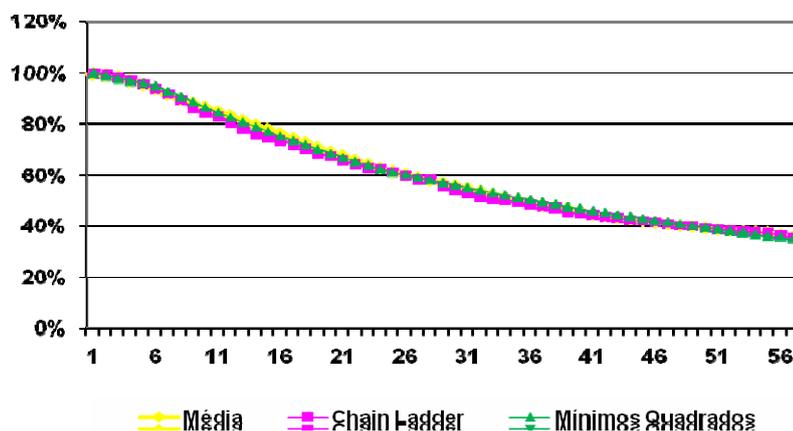


Figura 25: Resultados para plano do tipo CD

Os parâmetros estimados por mínimos quadrados foram:

$$\hat{\alpha} = 47,02; \hat{\beta} = 2.002,63; \hat{\gamma}_1 = (0,014); \hat{\gamma}_2 = (0,005)$$

É interessante notar que a alta variabilidade da curva de persistência esperada para o PGBL não foi percebida. O fato de não existir alta variabilidade na curva se deve ao fato da maior parte dos participantes pagarem mensalmente e de não ter sido percebido descontinuidade dos pagamentos, embora permitido, apenas 3% dos ativos estão como bloqueados, ou seja, estão ativos, mas sem contribuir.

A persistência não estabilizou em 59 meses, pois a cauda continua apresentando tendência de diminuir. A curva não apresenta os picos de saída que aparecem para o plano BD. Talvez o motivo seja o baixo poder aquisitivo dos participantes do plano BD, assim como a venda mal feita, que estimularam o resgate deste plano. A venda do plano do tipo BD foi realizada pelos corretores destacando a vantagem de resgate após 24 meses, ou seja, o produto foi vendido como se fosse uma “poupança”. Já o público do PGBL, além de possuir um poder aquisitivo maior, adquiriu o produto na intenção de acumular recursos para obter uma renda de aposentadoria. A otimização para o *Chain Ladder* melhorou o EQM, porém piorou o MPE, conforme tabela abaixo. Ou, seja, não se pode concluir que o modelo otimizado seja melhor que o subjetivo.

Tabela 16: Resultados finais – Plano CD

<b>Plano BD</b>	<b>Erro médio percentual (MPE)</b>	<b>Erro Quadrático Médio (EQM)</b>
Chain Ladder	(0,000012)	0,000069
Mínimos Quadrados	(0,000014)	0,000066

Foi feito um teste igualando-se  $\hat{\gamma}_1$  e  $\hat{\gamma}_2$  a zero, pois não se verificou uma mudança de comportamento tão brusca para plano do tipo CD quanto para o plano do tipo BD. Os novos parâmetros estimados foram:

$$\hat{\alpha} = 38,68; \hat{\beta} = 2.002,83; \hat{\gamma}_1 = 0; \hat{\gamma}_2 = 0$$

O MPE permaneceu em (0,000014) e o EQM piorou um pouco, foi para 0,000074.

Verifica-se uma tendência decrescente na cauda da curva, devido aos dados estarem apresentando esta tendência, mesmo com aproximadamente 5 anos

de dados. O que não se verificou para o plano do tipo BD, que se estabilizou a partir de 40 meses.

Para complementar a avaliação da persistência para o plano do tipo Contribuição Definida, deveriam ser avaliadas:

- a evolução da arrecadação, através das inscrições que contribuíram no mês,
- da reserva constituída,
- além de se acumular mais meses para verificar onde o processo vai estabilizar, pois o sentimento era de que esta estabilidade fosse atingida antes dos 60 meses, o que não se verificou com os dados apresentados.

Conforme o gráfico de arrecadação abaixo, no primeiro instante percebe-se uma queda brusca na arrecadação, que se deve ao fato de se adaptar a data de pagamento do primeiro mês para a data desejada pelo segurado.

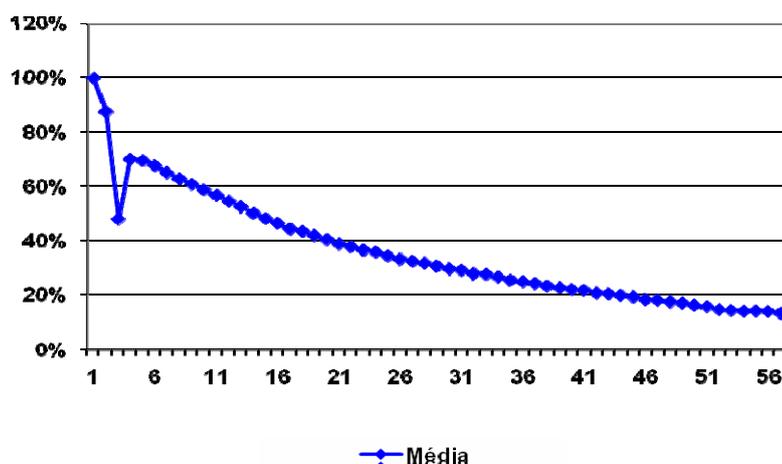


Figura 26: Resultados para plano do tipo CD, por arrecadação

Quanto a evolução da reserva, não foi possível construir o gráfico desta informação, pois somente foi fornecida a posição atual da carteira.

Em posse destas três informações seria possível cercar o problema de estimar a persistência de forma a evitar conclusões errôneas, o que seria possível ao avaliar apenas uma das informações.