

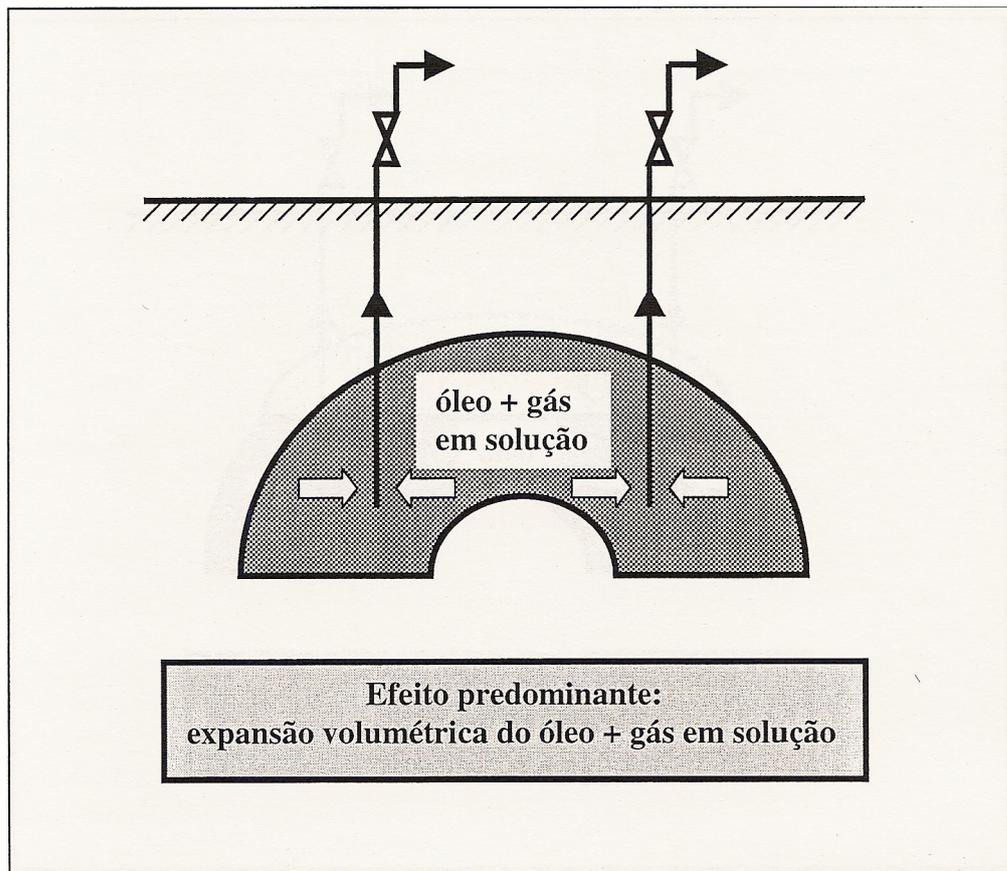
### 3 Balço de Materiais em Reservatório

#### 3.1. Mecanismos Primários de Recuperação

O Cálculo de balanço de materiais em reservatórios permite que se obtenham estimativas dos volumes de fluidos originalmente presentes na subsuperfície e que se façam previsões do desempenho do processo de recuperação de hidrocarbonetos.

No início da vida produtiva de um reservatório, a energia utilizada para a retirada dos fluidos de subsuperfície geralmente resulta dos seguintes efeitos físicos:

- a) Expansão dos fluidos no meio poroso devido ao declínio de pressão no reservatório;
- b) Contração do próprio meio poroso devido à queda de pressão no reservatório;
- c) Influxo de água proveniente de aquíferos em contato com o reservatório.



**Figura 1** – Mecanismo de Gás em solução

Dependendo dos efeitos predominantes para a produção de fluidos no reservatório, se pode identificar diferentes mecanismos primários de recuperação, conforme apresentados a seguir:

### 3.1.1. Mecanismos de Gás em Solução

A recuperação de um reservatório sujeito ao mecanismo de gás em solução se dá preponderantemente devido à expansão do óleo e do gás originalmente em solução quando ocorre uma queda de pressão no reservatório. Esse processo é ilustrado pela Fig. 1.

Em geral, esse mecanismo predomina quando o reservatório não está sujeito à ação de um aquífero e a pressão se encontra inicialmente acima da pressão de saturação.

### 3.1.2. Mecanismo de Capa de Gás

Quando o reservatório apresenta uma zona de óleo subjacente a uma capa de gás, a expansão deste gás provocada por um decréscimo de pressão no reservatório é bem maior que a expansão dos fluidos da zona de óleo, constituindo-se, assim, no mecanismo predominante de recuperação primária. Esse mecanismo é ilustrado pela Fig. 2.

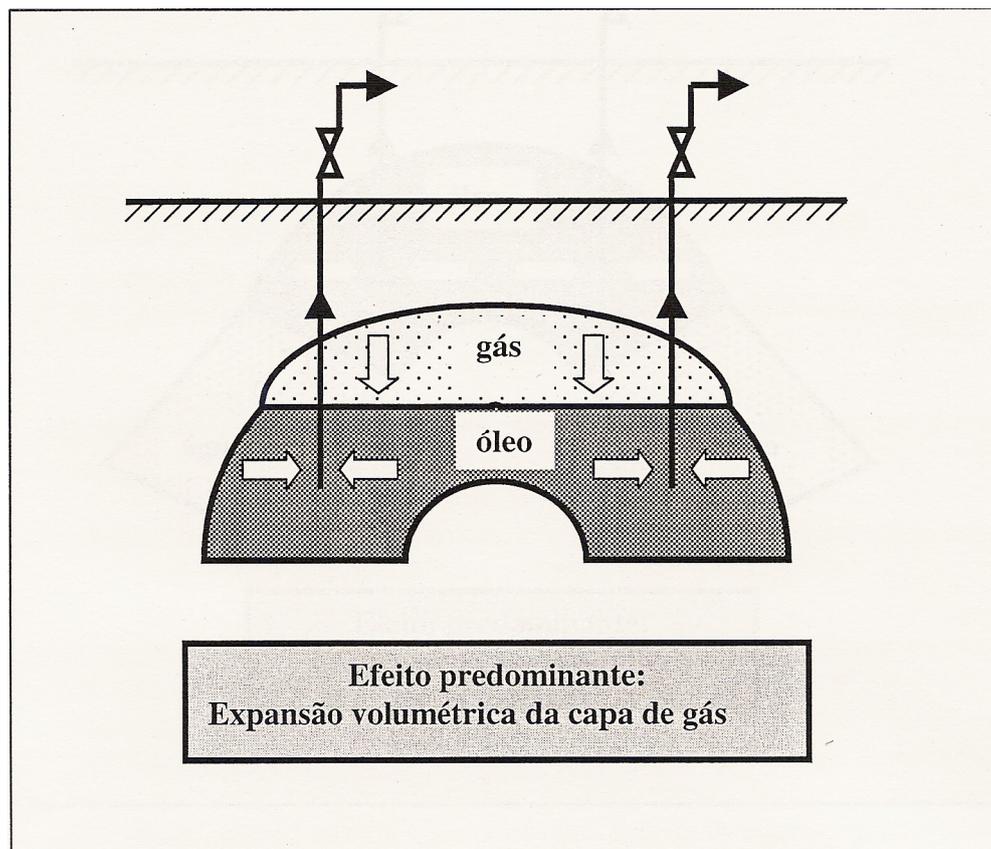


Figura 2 – Mecanismo de Capa de Gás

### 3.1.3. Mecanismo de Influxo de Água

Em reservatórios em contato com aquíferos, como mostrado na Fig. 3, uma redução na pressão do reservatório provoca a expansão da água do aquífero adjacente para dentro do reservatório, e conseqüentemente, um influxo de água na zona de óleo. Se esse efeito predomina sobre a expansão dos fluidos do próprio reservatório, diz-se que o mecanismo primário de recuperação de hidrocarbonetos é devido ao influxo de água do aquífero.

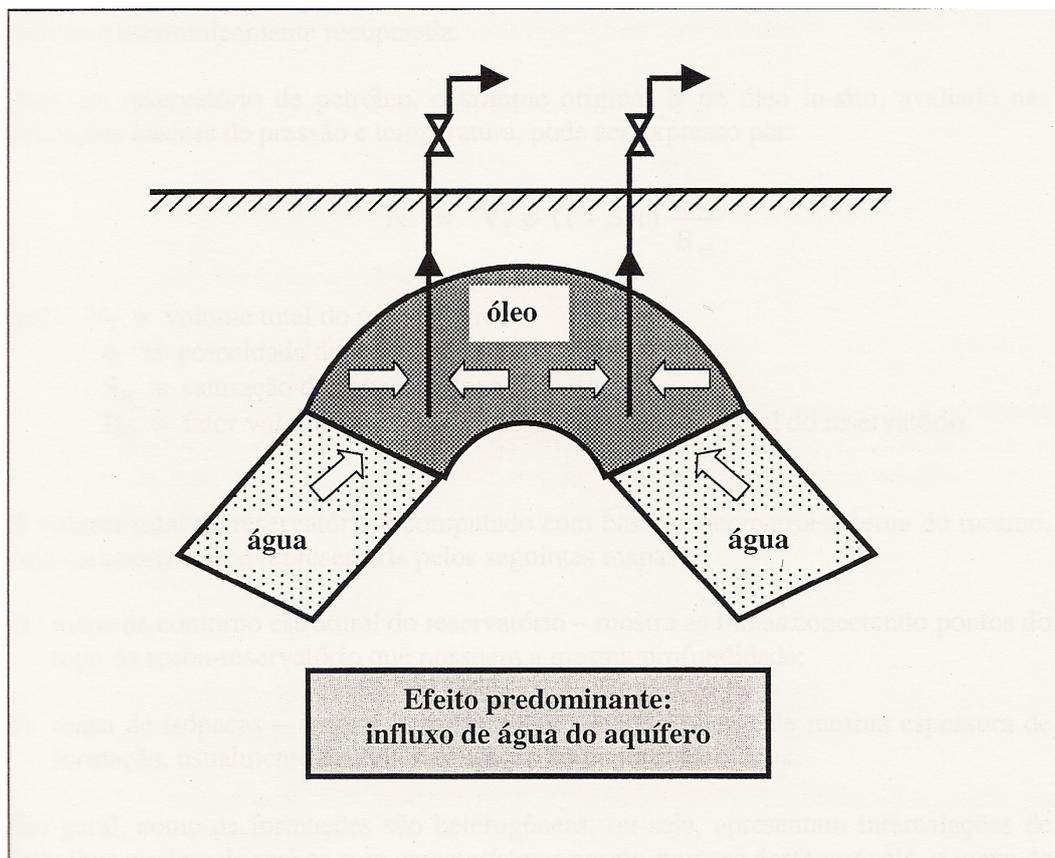


Figura 3 – Mecanismo de Influxo de Água

#### 3.1.4. Mecanismo de Compactação de Rocha

O mecanismo de compactação de rocha se dá geralmente em reservatórios inconsolidados onde uma redução na pressão provoca um aumento da tensão efetiva de rocha e, em contrapartida, acarreta a compactação do espaço poroso. Esse efeito de compactação provoca o deslocamento dos fluidos do reservatório em direção aos poços produtores.

#### 3.2. Equação Generalizada do Balço de Materiais

A técnica de balço de materiais é utilizada para determinar os volumes de hidrocarbonetos *in-situ* e para propiciar a previsão do comportamento de reservatórios.

O balanço de materiais em um determinado sistema dinâmico onde não ocorra geração de massa pode ser expresso por:

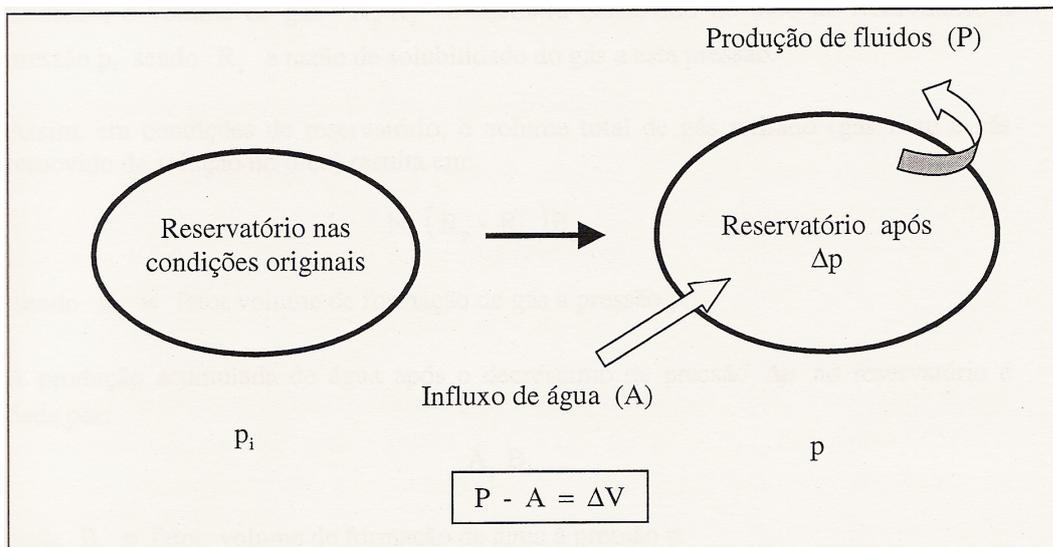
$$\boxed{\begin{array}{l} \text{fluxo mássico que sai} \\ \text{do sistema} \end{array}} - \boxed{\begin{array}{l} \text{fluxo mássico que} \\ \text{entra no sistema} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \text{acumulação de massa} \\ \text{no sistema durante um} \\ \text{determinado intervalo} \\ \text{de tempo} \end{array}}$$

Na Engenharia de Petróleo, o balanço de materiais é geralmente expresso em termos de volumes de fluidos em condições de reservatórios. Em outras palavras, o fluxo volumétrico líquido de fluidos através das fronteiras do reservatório se iguala à expansão de fluidos no meio poroso e à compactação da rocha, quando o reservatório é submetido a uma queda de pressão.

Conforme representado na Fig. 4, o balanço de materiais em um reservatório petrolífero submetido a um decréscimo de pressão  $\Delta p = p_i - p$  pode ser expresso por:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{produção volumétrica} \\ \text{acumulada de fluidos em} \\ \text{condições de reservatório} \end{array}} - \boxed{\begin{array}{l} \text{influxo volumétrico} \\ \text{acumulado de água} \\ \text{no reservatório} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \text{expansão volumétrica} \\ \Delta V \text{ do sistema rocha-} \\ \text{fluido} \end{array}}$$

Consideremos um reservatório de petróleo contendo uma capa de gás em um aquífero adjacente originalmente à pressão  $p_i$ .



**Figura 4** – Esquema do balanço de materiais num reservatório

As produções acumuladas de fluidos durante um intervalo de tempo, quando a pressão sofreu um decréscimo  $\Delta p$ , podem ser representadas por:

$N_p \equiv$  produção volumétrica acumulada de óleo, avaliada nas condições básicas em  $m^3$ ;

$A_p \equiv$  produção volumétrica acumulada de água, avaliada nas condições básicas em  $m^3$ ;

$N_p R_p \equiv$  produção volumétrica de gás;

$R_p \equiv$  razão gás-óleo acumulada, avaliada nas condições básicas.

O balanço de materiais nesse reservatório deverá conter os seguintes termos:

### 3.2.1. Produção Volumétrica Acumulada de Fluidos

A produção acumulada de óleo em condições de reservatório, após o decréscimo de pressão  $\Delta p$ , é dada por:

$$N_p B_o$$

Onde  $B_o \equiv$  fator volume de formação de óleo à pressão  $p$ .

A produção acumulada total do gás (gás livre da capa e gás que sai da solução do óleo durante a produção), medida nas condições básicas, é dada por:

$$N_p R_p$$

Contudo, o volume de gás  $N_p R_s$  se encontra dissolvido no óleo no reservatório à pressão  $p$ , sendo  $R_s$  a razão de solubilidade do gás a esta pressão.

Assim, em condições de reservatório, o volume total de gás retirado (gás livre e gás removido de solução no óleo) resulta em:

$$N_p (R_p - R_s) B_g$$

Sendo  $B_g \equiv$  fator volume de formação de gás à pressão  $p$ .

A produção acumulada de água após o decréscimo de pressão  $\Delta p$  no reservatório é dada por:

$$A_p B_a$$

Onde  $B_a \equiv$  fator volume de formação de água à pressão  $p$ .

Podemos então estabelecer que os volumes acumulados de óleo, gás e água retirados do reservatório após a queda de pressão  $\Delta p$  são:

$$P = N_p [ B_o + ( R_p - R_s ) B_g ] + A_p B_a \quad (3.1)$$

### 3.2.2. Influxo de Água Acumulada

Admitindo-se que o reservatório está em contato com um aquífero atuante, após a queda de pressão  $\Delta p$ , um determinado volume de água penetra no reservatório proveniente do aquífero. Esse volume é denominado de água do aquífero, avaliado nas condições de reservatório, e representado por  $A_e$ .

### 3.2.3. Expansão Volumétrica de Fluidos e Rocha

A expansão volumétrica total do sistema do sistema rocha-fluido após a queda de pressão  $\Delta p$  pode ser decomposta em três parcelas, como se segue:

$$\Delta V = \Delta V_A + \Delta V_B + \Delta C \quad (3.2)$$

Onde:

$\Delta V_A \equiv$  expansão volumétrica do óleo e do gás originalmente em solução;

$\Delta V_B \equiv$  expansão volumétrica do gás originalmente na capa;

$\Delta V_C \equiv$  redução do volume poroso de hidrocarbonetos devido à compactação da rocha e à expansão da água conata.

Analisando cada parcela separadamente, teremos:

### 3.2.3.1. Expansão Volumétrica do Óleo + Gás em Solução

Como a variação da pressão do reservatório variando da sua pressão original  $p_i$  para  $p$  teremos:

- expansão volumétrica do óleo:

$$N (B_o - B_{oi})$$

- expansão volumétrica do gás:

$$N (R_{si} - R_s) B_g$$

Sendo  $R_{si} \equiv$  razão de solubilidade do gás removido de solução pode ser expressa por:

$$\Delta V_A = N [(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g] \quad (3.3)$$

### 3.2.3.2. Expansão Volumétrica da Capa de Gás

Se medido nas condições básicas,  $G$  é o volume original *in-situ* de gás da capa, nas condições de reservatório, esse volume será  $G B_{gi}$ . Após a queda de pressão  $\Delta p$ , esse volume será  $G B_g$ . Logo, a expansão volumétrica do gás livre será:

$$\Delta V_B = G (B_g - B_{gi}) \quad (3.4)$$

Onde  $B_{gi} \equiv$  fator volume de formação de gás à pressão inicial  $p_i$ .

Vamos definir o seguinte parâmetro volumétrico:

$$m = \frac{\text{Volume original in-situ do g3s na capa}}{\text{Volume original in-situ de 3leo}} = \frac{G B_{gi}}{N B_{oi}}$$

Observe que ambos os volumes da rela33o acima s3o avaliados em condi33es de reservat3rio.

Utilizando o par3metro  $m$ , a expans3o volum3trica do g3s livre dada pela equa33o (IV) resulta em:

$$\Delta V_B = m N B_{oi} [(B_g / B_{gi}) - 1] \quad (3.5)$$

### 3.2.3.3.

#### Redu33o do Volume Poroso de Hidrocarbonetos

Primeiramente, v3os analisar o efeito da expans3o da 3gua conata. A varia33o do volume de 3gua no reservat3rio pode ser dada por:

$$\Delta V_a = V_{ai} c_a \Delta p \quad (3.6)$$

Sendo  $c_a \equiv$  compressibilidade da 3gua.

Como o volume original de 3gua conata  $V_{ai} = V_{pi} S_{ac}$ , sendo  $V_{pi}$  o volume poroso do reservat3rio 3 press3o inicial  $p_i$ , a equa33o (VI) se transforma em:

$$\Delta V_a = V_{pi} S_{ac} c_a \Delta p \quad (3.7)$$

Considerando o efeito de compacta33o de rocha. A contra33o do volume poroso do reservat3rio pode ser expressa por:

$$\Delta V_p = V_{pi} c_r \Delta p \quad (3.8)$$

Onde  $c_r \equiv$  compressibilidade da forma33o.

Como a expans3o da 3gua conata no reservat3rio e a compacta33o da forma33o atuam no mesmo sentido, isto 3, tendem a "expulsar" os hidrocarbonetos do reservat3rio, seu efeito combinado ser3:

$$\Delta V_C = \Delta V_a + \Delta V_p$$

$$\Delta V_C = V_{pi} (S_{ac} c_a + c_r) \Delta p \quad (3.9)$$

O volume poroso original pode ser expresso em termos dos volumes originais de óleo e gás livre através da seguinte relação:

$$V_{pi} = \frac{\text{(volume original de óleo) + (volume original de gás livre)}}{\text{saturação de hidrocarbonetos}}$$

$$V_{pi} = \frac{N B_{oi} + G B_{gi}}{1 - S_{ac}} = \frac{(1 + m) N B_{oi}}{1 - S_{ac}} \quad (3.10)$$

Então, substituindo a equação (3.9) e (3.10) o efeito combinado da expansão volumétrica da água conata e compactação de rocha resulta em:

$$\Delta V_C = (1 + m) N B_{oi} \left( \frac{S_{ac} c_a + c_r}{1 - S_{ac}} \right) \Delta p \quad (3.11)$$

Finalmente, podemos deduzir a equação generalizada do balanço de materiais em um reservatório partindo de:

$$P - A_e = \Delta V_A + \Delta V_B + \Delta V_C \quad (3.12)$$

Substituindo as equações e re-arrumando, a equação generalizada do balanço de materiais pode ser expressa como:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] - (A_e - A_p B_a) =$$

$$= N B_{oi} \left[ \frac{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g}{B_{oi}} + m \left( \frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) \left( \frac{S_{ac} c_a + c_r}{1 - S_{ac}} \right) \Delta p \right] \quad (3.13)$$

### 3.2.4. Balanço de Materiais em Reservatório com Mecanismo de Gás em Solução

Em reservatórios com mecanismos de gás em solução, o efeito da expansão volumétrica do óleo e do gás dissolvido predomina sobre os demais. Assim, podemos estabelecer as seguintes hipóteses simplificadoras:

- não há capa de gás ( $m=0$ );
- influxo de água no aquífero ausente ou desprezível ( $A_e=0$ );
- produção de água nula ( $A_p=0$ ).

Consequentemente, a equação de balanço de materiais se transforma em:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] = N B_{oi} \left[ \frac{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g}{B_{oi}} + \left( \frac{S_{ac} C_a + C_r}{1 - S_{ac}} \right) \Delta p \right] \quad (3.14)$$

O comportamento típico de pressão e de razão gás-óleo de produção (RGO) em um reservatório sujeito ao mecanismo de gás em solução encontra-se representado na Fig. 5.

Pontos que merecem ser destacado:

- a) A pressão no reservatório apresenta um declínio acentuado acima da pressão de saturação por causa da baixa compressibilidade do sistema rocha-fluido nessas condições;
- b) Quando a pressão cai abaixo da pressão de saturação, o declínio é atenuado devido à presença do gás livre que se forma no reservatório; em outras palavras, a elevada compressibilidade do gás impede uma acentuada queda de pressão no reservatório;
- c) Para pressões superiores a pressão de saturação, a razão gás-óleo instantânea de produção (RGO) é sempre igual à razão de solubilidade do gás;
- d) Logo após ter atingido a pressão de saturação, o reservatório sempre apresenta uma pequena diminuição da RGO porque o gás liberado não foi suficiente para superar a saturação crítica de gás que possibilita sua mobilidade no meio poroso;

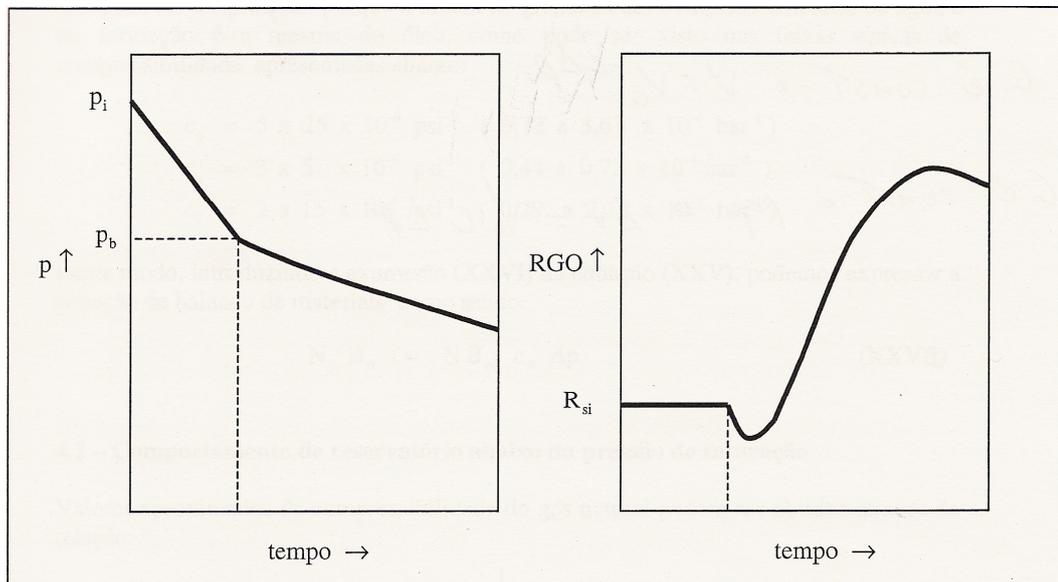
- e) Quando a saturao de g3s 3 maior que a saturao cr3tica, por apresentar uma mobilidade bem superior 3 do 3leo, o volume de g3s produzido passa a ser proporcionalmente bem superior ao de 3leo, resultando num acentuado aumento da RGO;
- f) Finalmente, a RGO comea a cair em decorr3ncia do inevit3vel decl3nio de produo de fluidos em reservat3rios sujeitos a mecanismos de recuperao prim3ria de petr3leo.

**3.2.4.1. Comportamento do Reservat3rio Acima da Press3o de Saturao**

Nessa condio, temos que  $R_s = R_{si} = R_p$ .

Sendo assim, a equao de balanço de materiais se transforma em:

$$N_p B_o = N B_{oi} \left[ \frac{(B_o - B_{oi})}{B_{oi}} + \left( \frac{S_{ac} C_a + C_f}{1 - S_{ac}} \right) \Delta p \right] \tag{3.15}$$



**Figura 5 - Hist3rico de press3o e raz3o g3s-3leo em reservat3rio com mecanismo de g3s em soluo**

Contudo, a seguinte relaço pode ser estabelecida se admitirmos compressibilidade constante para o 3leo.

$$\begin{aligned}\Delta B_o &= B_{oi} c_o \Delta p \\ \frac{B_o - B_{oi}}{B_{oi}} &= c_o \Delta p\end{aligned}\quad (3.16)$$

Substituindo as equações e rearranjando os termos, teremos:

$$N_p B_o = N B_{oi} \left[ \frac{1}{1 - S_{ac}} (S_o c_o + S_{ac} c_a + c_f) \right] \Delta p \quad (3.17)$$

Uma vez que  $S_o + S_{ac} = 1$  para  $p > p_b$ .

A expressão entre colchetes é definida como sendo a compressibilidade do sistema rocha-fluido, ou seja:

$$c_e = \frac{1}{1 - S_{ac}} (S_o c_o + S_{ac} c_a + c_f) \quad (3.18)$$

Deste modo a equação de balanço de materiais fica:

$$N_p B_o = N B_{oi} c_e \Delta p \quad (3.19)$$

### 3.2.4.2.

#### Comportamento de Reservatório Abaixo da Pressão de Saturação

Valores aproximados da compressibilidade do gás natural podem ser obtidos através da relação:

$$C_g \approx \frac{1}{p}$$

Essa igualdade se aplica se admitirmos o comportamento do gás ideal. Sendo assim:

$$C_g \gg C_a, C_f$$

Quando a pressão cai abaixo da pressão de saturação e gás livre é liberado no reservatório, o efeito de expansão volumétrica da água conata e compactação de rocha pode ser desprezado.

A equação de balanço de materiais para  $p < p_b$  resulta em:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s)B_g] = N [(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g] \quad (3.20)$$

O fator de recuperação decai com o aumento da razão gás-óleo acumulada:

$$R_p \uparrow \Rightarrow \text{fator de recuperação} \downarrow$$

O fator de recuperação em reservatórios sujeitos ao mecanismo primário de gás em solução é geralmente menor do que 35%.

Para evitar que isso aconteça, existem dois métodos usuais para melhorar essa recuperação de petróleo nesses reservatórios, que são:

- a) Injeção de água – usualmente realizada próxima ao contato óleo-água com o objetivo de manter a pressão do reservatório acima da pressão de saturação e promover o deslocamento de petróleo em direção aos poços produtores;
- b) Injeção de gás – normalmente realizada nas camadas superiores do reservatório para manutenção de pressão e/ou estocagem de gás.

A Fig. 6 ilustra esses dois processos, geralmente denominados métodos de recuperação secundária de petróleo.

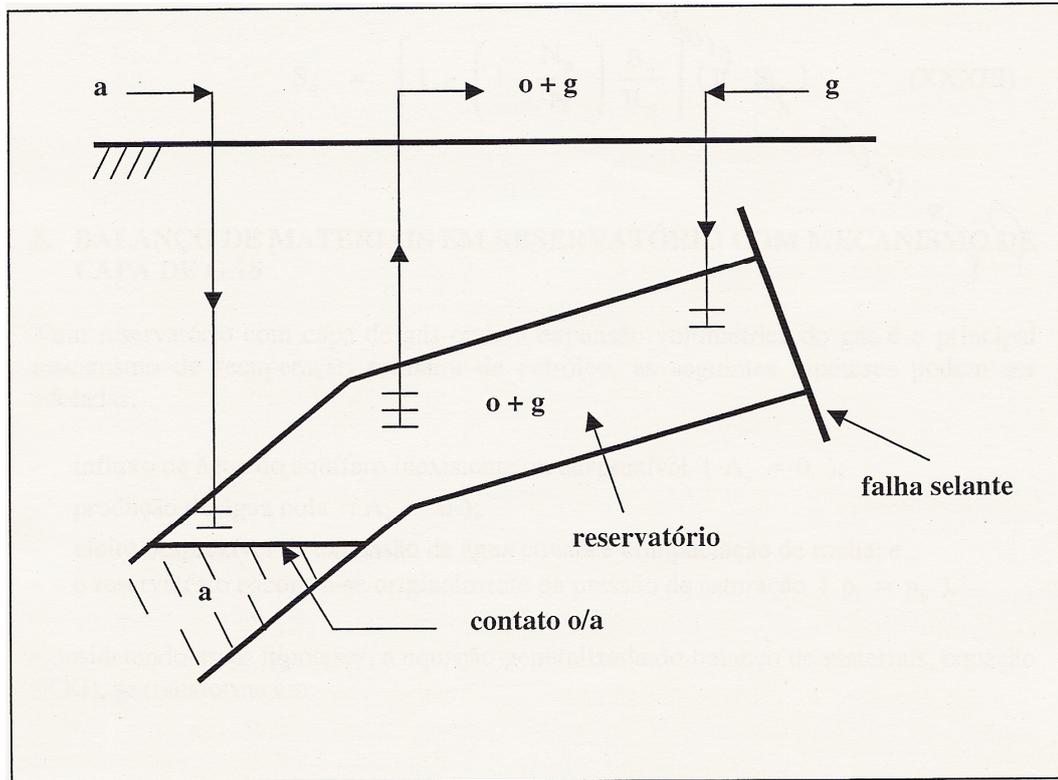


Figura 6 – Injeção de água e gás natural

**3.2.5. Balço de Materiais em Reservatório com Mecanismo de Capa de Gás**

Num reservatório com capa de gás onde a expansão volumétrica do gás é o principal mecanismo de recuperação primária de petróleo, as seguintes hipóteses podem ser adotadas:

- Influxo de água do aquífero inexistente ou desprezível ( $A_e = 0$ );
- Produção de água nula ( $A_p = 0$ );
- Efeito desprezível da expansão de água conata e compactação de rocha;
- O Reservatório encontra-se originalmente na pressão de saturação ( $p_i = p_b$ ).

Sendo assim, a equação generalizada se transforma em:

$$N_p \Phi_o + G_p \Phi_g = N + \left[ \left( \frac{B_{oi}}{B_{gi}} \right) \frac{(B_g - B_{gi})}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g} \right] m N \tag{3.21}$$

Sendo que:

$$G_p = N_p R_p.$$

$$\Phi_o = \frac{B_o - R_s B_g}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g} \quad (3.22)$$

$$\Phi_g = \frac{B_g}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g} \quad (3.23)$$

Essa expressão pode ser interpretada como uma equação de uma linha reta, cuja forma é dada por:

$$Y = N + (mN)X \quad (3.24)$$

$$X = \left( \frac{B_{oi}}{B_{gi}} \right) \frac{(B_g - B_{gi})}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g} \quad (3.25)$$

$$Y = N_p \Phi_o + G_p \Phi_g \quad (3.26)$$

Os parâmetros  $\Phi_o$ ,  $\Phi_g$ , e  $X$  são funções exclusivamente das propriedades PVT, enquanto o  $Y$  contém também os volumes acumulados de produção de óleo e gás. Assim, uma vez conhecido o histórico de pressão e produção volumétrica, os parâmetros  $X$  e  $Y$  podem ser calculados para as diversas pressões de reservatórios e os pontos correspondentes marcados num gráfico, conforme ilustrado na Fig. 7.

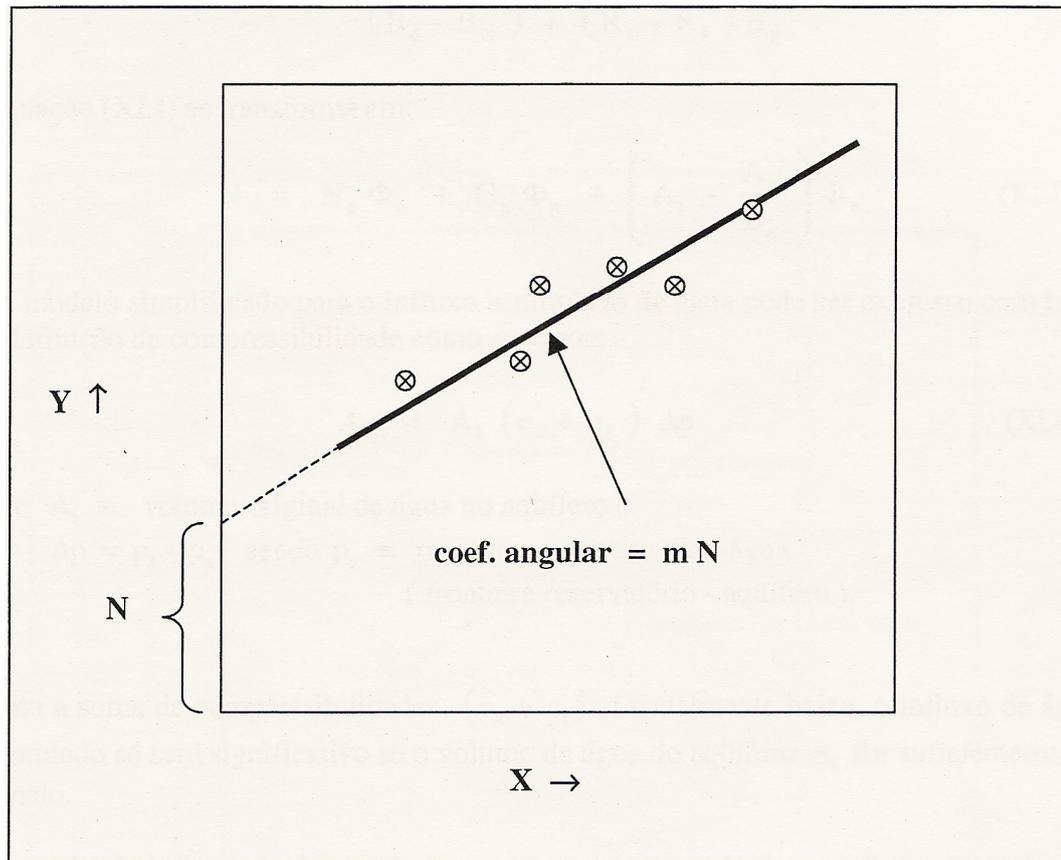


Figura 7 – Determinação de m e N – reservatório com capa de gás

### 3.2.6. Balço de Materiais em Reservatório com Mecanismo de Influxo de Água

Num reservatório em contato com um aquífero atuante onde o influxo de água proveniente do aquífero predomina sobre os demais efeitos de expansão volumétrica.

Sendo assim, vamos considerar as seguintes hipóteses simplificadas:

- Não há capa de gás ( $m=0$ );
- Efeito desprezível de expansão da água conata e compactação de rocha.

Com isso, a equação generalizada do balço de materiais resulta em:

$$N = N_p \Phi_o + G_p \Phi_g + \left( A_p - \frac{A_e}{B_a} \right) \Phi_a \quad (3.27)$$

Onde  $\Phi_o$  e  $\Phi_g$  definidos anteriormente e:

$$\Phi_a = \frac{B_a}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g} \quad (3.28)$$

Um modelo simplificado para o influxo de água acumulado pode ser expresso com base na definição de compressibilidade como se segue:

$$A_e = A_i (c_a + c_f) \Delta p \quad (3.29)$$

Onde:

- $A_i$   $\equiv$  volume original de água no aquífero;
- $\Delta p = p_i - p_a$ ;
- $p_a$   $\equiv$  pressão no contato óleo-água (fronteira reservatório-aquífero)

Como a soma de compressibilidades ( $c_a + c_f$ ) é usualmente baixa, o influxo de água acumulado só será significativo se o volume de água do aquífero  $A_i$  for suficientemente elevado.

O modelo de influxo de água acima considera que a queda de pressão na fronteira do reservatório é instantaneamente transmitida através de todo o domínio do aquífero. Esta hipótese só é válida se as dimensões do reservatório e do aquífero são da mesma ordem de magnitude. Para um aquífero de grande extensão, a resposta do mesmo a uma queda de pressão no reservatório na se manifesta prontamente. Em outras palavras, existe uma defasagem temporal entre a resposta do aquífero e as variações de pressão no reservatório, o que necessita ser representado por um modelo adequado de influxo de água.

A equação de balço de materiais (3.27) pode ser escrita na forma de uma equação de uma linha reta, tal como:

$$Y = N + X \quad (3.30)$$

Onde:

$$X = \frac{A_e}{B_a} \Phi_a$$

$$Y = N_p \Phi_o + G_p \Phi_g + A_p \Phi_a$$

Assim, introduzindo-se um modelo apropriado para a determinação do influxo de água acumulado  $A_e$  e conhecendo-se as propriedades PVT e o histórico de pressão e produção no reservatório, os parâmetros X e Y podem ser calculados e os respectivos pontos (x,y) marcados no gráfico conforme ilustrado na Fig. 8.

Se o modelo de influxo de água foi selecionado apropriadamente, os pontos (X,Y) devem cair sobre uma linha reta. A extrapolação desta reta até o eixo das ordenadas permite determinar o volume original de óleo *in-situ* N.

Caso o modelo de aquífero na esteja sendo adequado, os pontos podem ser desviar da linha reta, conforme ilustrado pelas curvas tracejadas da Fig. 8, indicando:

- Dimensões do aquífero excessivamente elevadas, resultando em influxo acumulado de água muito grande;
- Dimensões do aquífero excessivamente baixas, acarretando influxo acumulado de água muito pequeno;
- Geometria incorreta para o modelo.

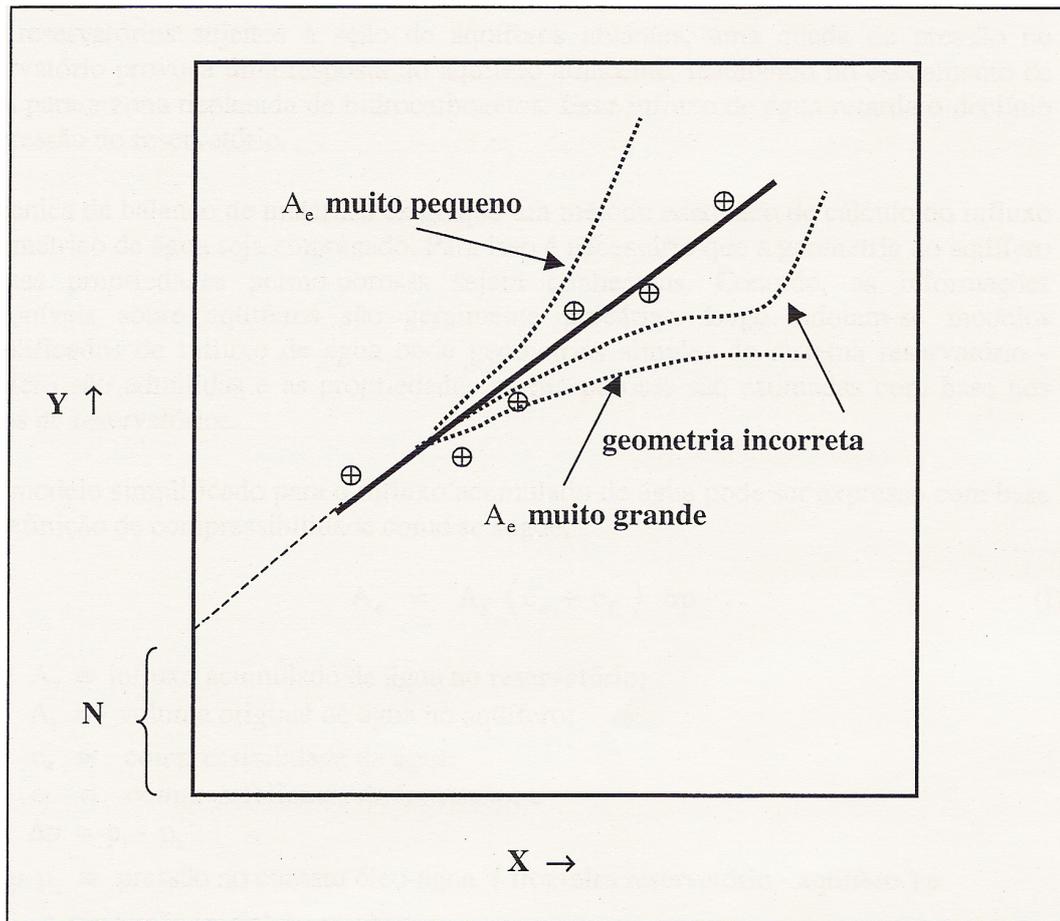


Figura 8 – Determinaço de N – mecanismo de influxo de 3gua

### 3.3. Raz3o G3s-3leo Instant3nea

O conhecimento da raz3o g3s-3leo instant3nea permite o calculo da produço acumulada de g3s.

Considerando-se o fluxo simult3neo de 3leo e de g3s atrav3s do meio poroso, a velocidade macrosc3pica do g3s livre em um ponto qualquer 3 dada pela lei de Darcy:

$$V_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p_g}{\partial S} + \rho_g g \frac{\partial z}{\partial S} \right) \tag{3.31}$$

Onde:

- $k \equiv$  permeabilidade efetiva;

- $\mu \equiv$  viscosidade;
- $\rho \equiv$  massa específica;
- $g \equiv$  aceleração da gravidade;
- $z \equiv$  coordenada cartesiana vertical;
- $S \equiv$  trajetória do fluxo.

Quando a trajetória  $S$  situa-se em um plano horizontal ou quando:

$$\rho_g g \frac{\partial z}{\partial S} \lll \frac{\partial p_g}{\partial S} \quad (3.32)$$

O termo  $\rho_g g \frac{\partial z}{\partial S}$  simplesmente desaparece ou se torna desprezível, simplificando a equação.

Similarmente, a velocidade do óleo é dada por:

$$V_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \left( \frac{\partial p_o}{\partial S} + \rho_o g \frac{\partial z}{\partial S} \right) \quad (3.33)$$

Desprezando-se os efeitos gravitacionais as equações podem ser simplificadas para:

$$V_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p_g}{\partial S} \quad (3.4)$$

$$V_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial S} \quad (3.35)$$

A razão gás-óleo instantânea  $R$  é definida como:

$$R = \frac{Q_g}{Q_o} \quad (3.36)$$

Onde  $Q_g$  e  $Q_o$  são as vazões de gás e óleo, respectivamente, medidas na superfície e transformadas para uma mesma condição.

As vazões de gás livre e de óleo através de uma seção de uma transversal do meio poroso, de área  $A$ , são calculadas pelas expressões:

$$q_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g} A \frac{\partial p_g}{\partial S} \quad (3.37)$$

$$q_o = -\frac{k_o}{\mu_o} A \frac{\partial p_o}{\partial S} \quad (3.38)$$

Nas condições padrão essas vazões são obtidas dividindo-se as equações acima pelos respectivos fatores volume-formação do gás ( $B_g$ ) e do óleo ( $B_o$ ), resultando em:

$$Q_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g B_g} A \frac{\partial p_g}{\partial S} \quad (3.39)$$

$$Q_o = -\frac{k_o}{\mu_o B_o} A \frac{\partial p_o}{\partial S} \quad (3.40)$$

Entretanto, a vazão total de gás produzido corresponde à vazão de gás livre existente no interior do reservatório adicionada à parcela correspondente ao gás que foi liberado de solução após a produção do óleo, isto é

$$Q_g = Q_{gl} + Q_o R_s \quad (3.41)$$

Pegando as equações (3.41), (3.39) e (3.40) e substituindo-as na equação (3.36) e ajustando teremos:

$$R = \frac{k_g}{k_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{B_o}{B_g} \frac{\frac{\partial p_g}{\partial S}}{\frac{\partial p_o}{\partial S}} + R_s \quad (3.42)$$

Definindo-se pressão capilar entre o gás livre e o óleo como sendo:

$$p_{cg - o} = p_g - p_o \quad (3.43)$$

Pode-se escrever que:

$$p_g = p_{cg - o} + p_o \quad (3.44)$$

Substituindo a equação acima na equação (XLI), teremos:

$$R = \frac{k_g}{k_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{B_o}{B_g} \frac{\partial(p_{cg - o} + p_o)}{\partial p_o} \frac{\partial S}{\partial S} + R_s \quad (3.45)$$

Desprezando-se a variação de pressão capilar com trajetória, ou seja, o termo  $\frac{\partial p_{cg - o}}{\partial S}$ , a razão gás-óleo passa a ser calculada por:

$$R = \frac{k_g}{k_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{B_o}{B_g} + R_s \quad (3.46)$$

É importante lembrar que na equação acima não foram desprezados os efeitos capilares, mas somente as suas variações ao longo da trajetória de fluxo.