

3 Modelo Dinâmico em Fluxo de Potência

3.1. Fluxo de Potência & Grafo de Ligação

O acoplamento de modelos lineares ou não-lineares de sistemas dinâmicos, de qualquer natureza física, pode ser obtido através do fluxo de potência segundo Speranza Neto (1999).

Conforme tratado na parte introdutória em um modelo dinâmico, obtido a partir de qualquer metodologia, representado através de uma forma matemática qualquer, empregando qualquer conjunto de variáveis, pode sempre ser definido através variáveis de saída, as chamadas variáveis de potência: esforço e fluxo generalizados. Então este modelo dinâmico pode ser acoplado com o de outros sistemas, que sejam tratados de mesma forma, desde que se verifiquem algumas condições de compatibilidade entre as variáveis de potência nas portas de entrada e saída de cada um deles.

Este procedimento possibilita a obtenção de modelos de sistemas complexos, a partir de uma base simples, aqui chamada de módulos (os modelos de seus sub-sistemas ou componentes), sem a necessidade de se determinar as equações analíticas resultantes do acoplamento destes modelos. Esta metodologia é particularmente interessante quando empregada em conjunto com programas comerciais de simulação (tipo Simulink/Matlab), nos quais são escritas as equações que descrevem a dinâmica de cada módulo individualmente e após a compatibilização das variáveis de potência de entrada e saída, o modelo do sistema completo está descrito, bastando apenas realizar as simulações.

Deve-se observar que o acoplamento dos modelos só será garantido se verificadas determinadas condições. Quando se consegue compatibilizar completamente as variáveis de potência nas portas de entrada e de saída dos sub-sistemas, o modelo resultante é totalmente equivalente àquele que seria obtido analiticamente, o que permite a sua simulação a partir da simples conexão dos módulos.

Entretanto quando há conflito nas relações de causa e efeito (causalidade) entre variáveis internas ou entre variáveis dinâmicas (graus de liberdade generalizados), o que é caracterizado pela presença de equações algébricas associando essas variáveis, estas devem ser resolvidas, sob pena da simulação não poder ser realizada.

3.2. Desenvolvimento dos Módulos

Os modelos individuais dos sub-sistemas componentes de um sistema complexo devem ser inicialmente obtidos, empregando-se qualquer metodologia disponível. Recomenda-se que se coloque este modelo na forma de equações de estado, com qualquer conjunto de variáveis, porém isto não é obrigatório. Deve-se entretanto impor como variáveis de entrada e de saída deste modelo as variáveis de potência: esforço (e) e fluxo (f) generalizados, que nos vários domínios físicos são representadas por: força e velocidade, torque e velocidade angular, tensão e corrente, pressão e vazão volumétrica, temperatura absoluta e fluxo de entropia.

Este modelo será associado a uma “caixa preta” dentro da qual existirá um modelo matemático, linear ou não, relacionando as variáveis de entrada e de saída. A Figura 3.1 mostra a representação adotada, utilizando os tradicionais diagramas de blocos (Fluxo de Sinal). Na Figura 3.2 introduz-se a notação do grafo de fluxo de potência, onde a meia seta indica, como nos Grafos de Ligação, a potência instantânea que flui para ou do sistema, na qual os dois tipos de variáveis (esforço e fluxo) encontram-se simultaneamente representados.



Figura 3.1: Módulo diagrama de bloco.

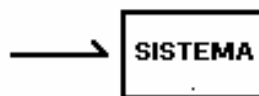


Figura 3.2: Módulo fluxo de potência.

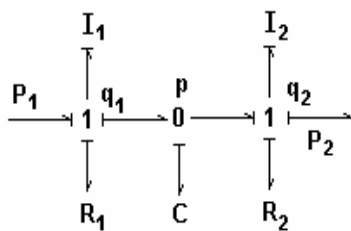
Por exemplo se for empregado o modelo de estado associado a qualquer uma das duas representações acima, na sua forma linear

$$\begin{aligned}\dot{\vec{X}} &= A\vec{X} + B\vec{U} \\ \vec{Y} &= C\vec{X} + D\vec{U}\end{aligned}\quad (3.1)$$

necessariamente todas as componentes dos vetores de entrada \vec{U} e de saída \vec{Y} serão variáveis de potência, mas o vetor de estado \vec{X} pode ser composto por qualquer tipo de variáveis.

3.2.1. Modelo “T”

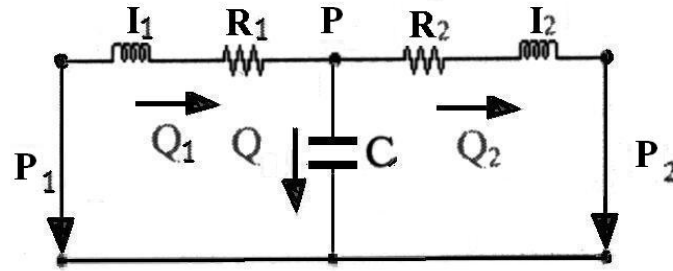
Inicialmente considerou-se a representação de uma linha fluida através do modelo T, cujo sistema elétrico equivalente, grafo de ligação, fluxo de potência são mostrados na Figura 3.3. Neste caso, as variáveis de entrada são as duas pressões (P_1 e P_2) nas extremidades do trecho de linha, e as variáveis de estado são 3: as vazões associadas a cada uma das duas inércias (Q_1 e Q_2) e a pressão (P) no único capacitor. As variáveis de saída, empregadas para os acoplamentos deste módulo, são as vazões das inertâncias.



(a) Grafo de Ligação



(b) Grafo de Fluxo de Potência



(C) Circuito Elétrico Análogo

Figura 3.3: Modelo T.

As equações diferenciais do modelo T, considerando as resistências fluidas como constantes, são dadas por

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \frac{1}{I_1}(P_1 - p - R_1 q_1) \\ \dot{p} = \frac{1}{C}(q_1 - q_2) \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{I_2}(p - P_2 - R_2 q_2) \end{cases}$$

ou na forma de estado

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{p} \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{I_1} & \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{I_2} & -\frac{R_2}{I_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ p \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} q_1 \\ p \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ p \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

3.2.1.1. Parâmetros

Os parâmetros I_f (Inércia Fluida), R_f (Resistência Fluida) e C_f (Capacitância Fluida) são obtidos a partir das Equações (2.89), (2.91) e (2.96) respectivamente, descritos por;

1. Elemento Inércia Fluida

Relação constitutiva linear: $p_H = I_f q$ com $I_f = \frac{\rho L}{A}$

onde

p_H é a quantidade de movimento hidráulica (Ns/m^2), sendo $\dot{p}_H = p$ a pressão em (N/m^2),

q é a vazão volumétrica (m^3/s) e

I_f é a inércia fluida (kg/m^4).

No caso do modelo T com n trechos em série a inércia fluida é dada por

$$I_f = I_1 = I_2 = \frac{\rho L}{2nA} \quad (3.2)$$

2. Elemento Resistência Fluida

Relação constitutiva linear: $\Delta p = R_f q$ com $R_f = \frac{\rho f L |q|}{2DA^2}$

onde

Δp é a variação na pressão (N/m^2),

q é a vazão volumétrica (m^3/s) e

R_f é a resistência fluida ($\text{Pa}/(\text{m}^3/\text{s})$).

Da mesma forma como descrito para a inércia fluida para o modelo T com n trechos em série a resistência fluida é dada por

$$R_f = R_1 = R_2 = \frac{\rho f L |q|}{4nDA^2} \quad (3.3)$$

3. Elemento Capacitância Fluida

Relação constitutiva linear: $\Delta p = \frac{1}{C_f} \Delta Vol$ com $C_f = \frac{AL}{\rho a^2}$

onde

Δp é a variação na pressão (N/m^2),

ΔVol é a variação no volume (m^3),

C_f é a capacitância fluida (m^3/Pa) e

a é a celeridade (m/s).

Para a capacitância fluida no modelo T com n trechos em série, não há a divisão por dois, só por n assim o parâmetro correspondente é dado por

$$C_f = C = \frac{AL}{n\rho a^2} \quad (3.4)$$

3.2.2. Modelo “ π ”

A Figura 3.4 apresenta o modelo π , formado por dois capacitores, uma inércia, e um resistor. Possui duas entradas em vazão (Q_1 e Q_2), e suas saídas são as pressões (P_1 e P_2), associadas à duas das variáveis de estado, devido aos capacitores com causalidade integral. A outra variável de estado é a vazão na inércia. (Q) Considerando novamente a resistência como constante, o modelo dinâmico agora é dado por

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \frac{1}{C_1}(Q_1 - q) \\ \dot{q} = \frac{1}{I}(p_1 - p_2 - Rq) \\ \dot{p}_2 = \frac{1}{C_2}(q - Q_2) \end{cases}$$

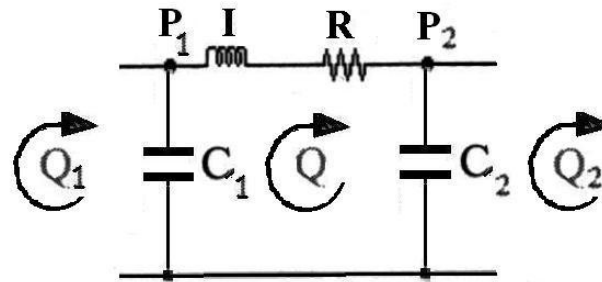
ou na forma de estado

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{q} \\ \dot{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ \frac{1}{I} & -\frac{R}{I} & -\frac{1}{I} \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ q \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} p_1 \\ q \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ q \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$



(a) Grafo de Ligação

(b) Grafo de Fluxo de Potência



(c) Circuito Elétrico Análogo

Figura 3.4: Modelo π .

3.2.2.1. Parâmetros

Seguindo o mesmo procedimento apresentado para o modelo T pode-se obter os parâmetros para o modelo π como sendo.

1. Elemento Inércia Fluida

Relação constitutiva linear: $p_H = I_f q$ com $I_f = \frac{\rho L}{A}$

onde

p_H é a quantidade de movimento hidráulica (Ns/m^2), sendo $\dot{p}_H = p$ a pressão em (N/m^2),

q é a vazão volumétrica (m^3/s) e

I_f é a inércia fluida (kg/m^4).

No caso do modelo “ π ” com n trechos em série a inércia fluida é dada por

$$I_f = I = \frac{\rho L}{nA} \quad (3.5)$$

Nota-se que neste caso não ocorre à divisão por 2 conforme ocorria no modelo T, já que só existe um indutor por trecho.

2. Elemento Resistência Fluida

Relação constitutiva linear: $\Delta p = R_f q$ com $R_f = \frac{\rho f L |q|}{2DA^2}$

onde

Δp é a variação na pressão (N/m²),

q é a vazão volumétrica (m³/s) e

R_f é a resistência fluida (Pa/(m³/s)).

Conforme apresentado para a inércia fluida para o modelo π com n trechos em série a resistência fluida é dada por

$$R_f = R = \frac{\rho f L |q|}{2nDA^2} \quad (3.6)$$

3. Elemento Capacitância Fluida

Relação constitutiva linear: $\Delta p = \frac{1}{C_f} \Delta Vol$ com $C_f = \frac{AL}{\rho a^2}$

onde

Δp é a variação na pressão (N/m²),

ΔVol é a variação no volume (m³),

C_f é a capacitância fluida (m³/Pa) e

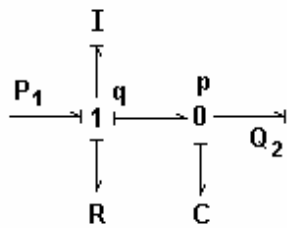
a é a celeridade (m/s).

Para a capacitância fluida no modelo π com n trechos em série, ocorre a divisão por 2 e n , em virtude da presença de dois capacitores no modelo cujos parâmetros são dados por

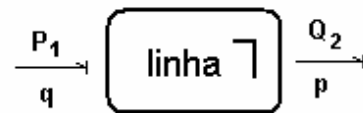
$$C_f = C_1 = C_2 = \frac{AL}{2n\rho a^2} \quad (3.7)$$

3.2.3. Modelos L (\sqcap) e L invertido (\sqsupset).

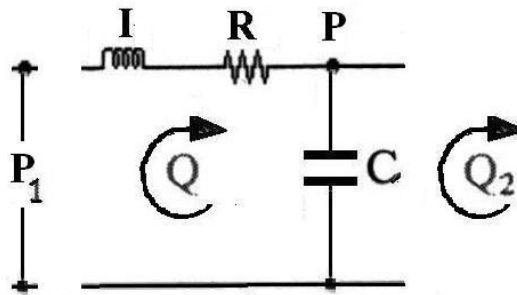
Na Figura 3.5 tem-se duas formas possíveis do chamado modelo L: o direto, com fonte de pressão (P_1) em uma porta, a de entrada, e fonte de vazão (Q_2) na outra, a de saída; e o L invertido, com fonte de vazão (Q_1) na porta de entrada e fonte de pressão (P_2) na porta de saída. Ambos possuem apenas duas variáveis de estado: a pressão no capacitor (P) e a vazão da inércia (Q). Além dos elementos armazenadores, inclui-se um único resistor para representar a perda de carga na linha. As variáveis de saída em cada porta são as complementares de potência: no L direto, a vazão na porta de entrada e a pressão na porta de saída; no L invertido, a pressão na porta de entrada e a vazão na porta de saída



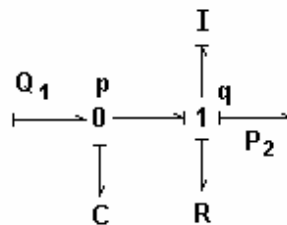
(a) Grafo de Ligação L



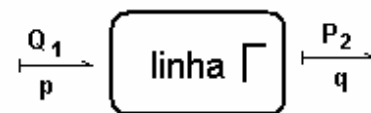
(b) Grafo de Fluxo de Potência L



(C) Circuito Elétrico Análogo



(d) Grafo de Ligação L invertido



(e) Grafo de Fluxo de Potência L invertido

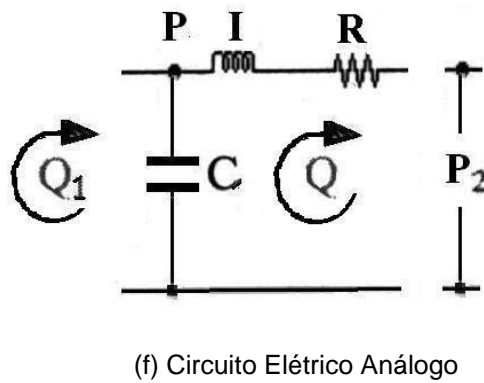


Figura 3.5: Modelos L () e L invertido ().

Considerando sempre as resistências constantes, as equações diferenciais do módulo L são dadas por

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{I}(P_1 - p - Rq) \\ \dot{p} = \frac{1}{C}(q - Q_2) \end{cases}$$

ou na forma de estado

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{I} & -\frac{1}{I} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

e aquelas do L invertido por

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{1}{C}(Q_1 - q) \\ \dot{q} = \frac{1}{I}(p - P_2 - Rq) \end{cases}$$

ou na forma de estado

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{I} & -\frac{R}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

3.2.3.1. Parâmetros

No caso dos modelos L (\square) e L invertido (\square) a única preocupação que se deve ter é com o número de trechos (n), assim:

1. Elemento Inércia Fluida

Relação constitutiva linear: $p_H = I_f q$ com $I_f = \frac{\rho L}{A}$

onde

p_H é a quantidade de movimento hidráulica (Ns/m²), sendo $\dot{p}_H = p$ a pressão em (N/ m²),

q é a vazão volumétrica (m³/s) e

I_f é a inércia fluida (kg/m⁴).

No caso dos modelos L (\square) e L invertido (\square) com n trechos em série a inércia fluida é dada por

$$I_f = I = \frac{\rho L}{nA} \quad (3.8)$$

2. Elemento Resistência Fluida

Relação constitutiva linear: $\Delta p = R_f q$ com $R_f = \frac{\rho f L |q|}{2DA^2}$

onde

Δp é a variação na pressão (N/m²),

q é a vazão volumétrica (m³/s) e

R_f é a resistência fluida ($\text{Pa}/(\text{m}^3/\text{s})$).

A resistência fluida para os modelos L (\sqcap) e L invertido (\sqcap) com n trechos em série é dada por

$$R_f = R = \frac{\rho f L |q|}{2nDA^2} \quad (3.9)$$

3. Elemento Capacitância Fluida

Relação constitutiva linear: $\Delta p = \frac{1}{C_f} \Delta Vol$ com $C_f = \frac{AL}{\rho a^2}$

onde

Δp é a variação na pressão (N/m^2),

ΔVol é a variação no volume (m^3),

C_f é a capacitância fluida (m^3/Pa) e

a é a celeridade (m/s).

A capacitância para os modelos L (\sqcap) e L invertido (\sqcap) com n trechos em série é dada por

$$C_f = C = \frac{AL}{n\rho a^2} \quad (3.10)$$

3.2.4. Fonte de Pressão

Uma fonte de pressão, suposta constante ou variável no tempo, pode ser expressa segundo a metodologia de grafos de ligação (Figura 3.6 (a)) ou através de fluxo de potência (Figura 3.6 (b)). Observa-se pela representação da causalidade a relação de causa – a pressão fornecida para o sistema – e efeito – a vazão associada ao seu funcionamento – onde essa última variável, se necessário, limita a primeira, devido à limitação de potência.

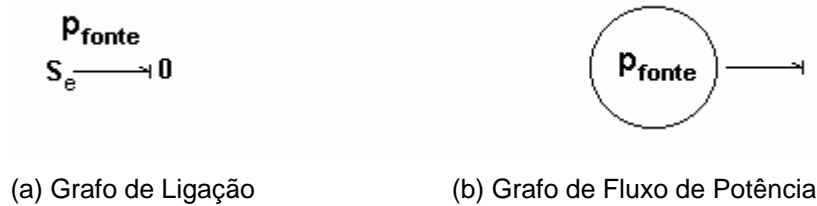


Figura 3.6: Fonte de pressão.

3.2.5. Fonte de Vazão

No caso fonte de vazão, também suposta constante ou variável no tempo, a Figura 3.7 (a) traz a representação do modelo através da metodologia de grafos de ligação e a Figura 3.7 (b) através de fluxo de potência. Observa-se pela representação da causalidade a relação de causa – a vazão fornecida para o sistema – e efeito – a pressão associada ao seu funcionamento – onde essa última variável, se necessário, limita a primeira, devido à limitação de potência.



Figura 3.7: Fonte de vazão.

3.2.6. Válvula na Extremidade de Jusante ou na Linha

Uma das vantagens da resolução do problema de modelagem de linhas fluidas através do fluxo de potência é que não importa a posição da válvula da linha, uma vez que o problema é tratado de forma modular com variáveis de entrada/saída. Com isto com uma única equação pode-se representar a válvula em qualquer posição da linha, o que não é possível no método das características.

O equacionamento da válvula (Figura 3.8) através do grafo de ligação mostrado na Figura 3.9(a) pode ser obtido através da lei geral de queda de pressão

proporcional ao quadrado da vazão dada pela seguinte equação (Rosemberg e Karnopp, 1983):

$$p_1 - p_2 = p_v = \frac{\rho}{2C_d^2(x)A_v^2(x)}Q_v|Q_v| \quad (3.11)$$

onde

p_v é o diferencial de pressão instantâneo na linha através da válvula,

Q_v é a vazão através da válvula,

C_d é o coeficiente de descarga da válvula,

A_v é a área de abertura da válvula,

sendo

$$Q_1 = Q_2 = Q_v \quad (3.12)$$

$$R_v = \frac{\rho}{2C_d^2(x)A^2(x)} \quad (3.13)$$

e fluxo de potência representativos deste efeito é mostrado na Figura 3.9(b), no qual a variável de entrada do sistema é a vazão e a de saída a pressão. Neste caso o elemento trabalha com causalidade invertida (Resistor Fluxo Causal).

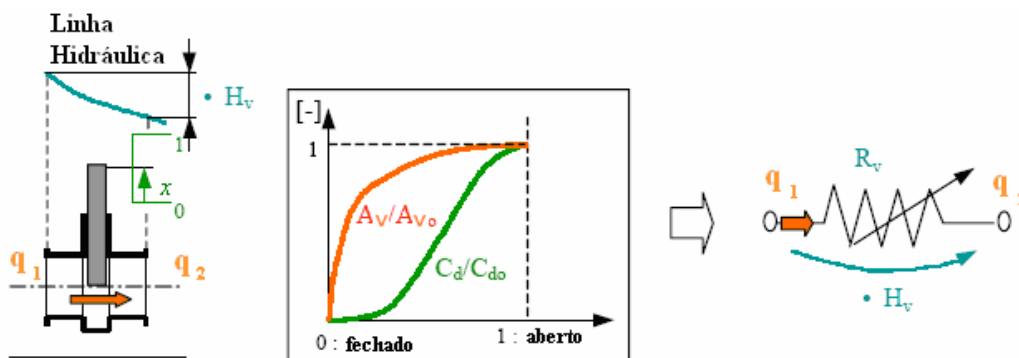
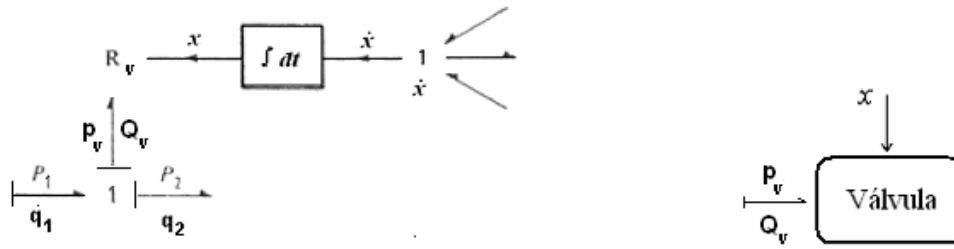


Figura 3.8: Válvula na linha.



(a) Grafo de Ligação

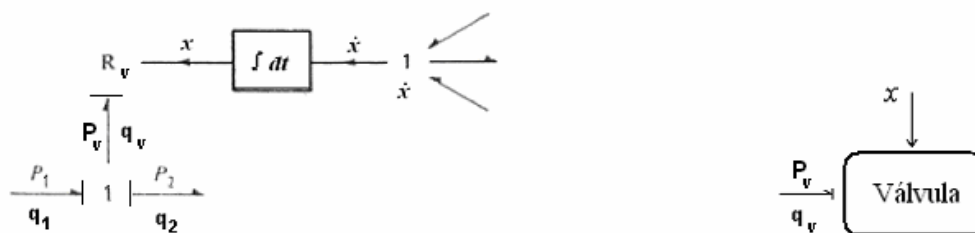
(b) Grafo de Fluxo de Potência

Figura 3.9: Grafo de Ligação Válvula na linha (Resistor Fluxo Causal).

A válvula pode ser também modelada utilizando a Equação (2.59). Neste caso a equação deve sofrer algumas alterações para adequar-se ao modelo em grafo de ligação (ver Figura 3.10 (a)) e fluxo de potência (ver Figura 3.10 (b)). Neste caso a variável de entrada do sistema é a pressão (p_v) e a de saída a vazão (Q_v) (Resistor Esforço Causal). Primeiro deve-se substituir na Equação (2.59)

$H_p = \frac{p_v}{\rho g}$ e $Q_p = Q_v$, em seguida deve-se fazer algumas simplificações para obter a seguinte equação

$$Q_v = C_d A_v \sqrt{\frac{2p_v}{\rho}} \tag{3.14}$$



(a) Grafo de Ligação

(b) Grafo de Fluxo de Potência

Figura 3.10: Grafo de Ligação Válvula na linha (Resistor Esforço Causal).

Com isto, pode-se verificar que ambos os métodos utilizaram a mesma equação para representar o comportamento do sistema. O método das

características através da Equação (2.59) e o fluxo de potência através da Equações (3.11) e (3.14).

3.2.7. Junção de Dois ou Mais Condutos

Esse elemento de conexão representa a junção de dois ou mais condutos. Na verdade esse componente pode ser representado por uma simples equação de continuidade, e a equação de conservação da vazão deve ser atendida de acordo com a expressão:

$$q_2 = q_1 - q_3 \quad (3.15)$$

Nessa expressão, a vazão de saída q_2 depende das vazões de entrada q_1 e da vazão de saída q_3 . Nesse caso não se tem uma relação entre pressão e vazão, pois a pressão é considerada única para todos os pontos, consequência imediata da hipótese de não haver perda de carga nesse elemento.

Os grafos de ligação e de fluxo de potência representativos deste efeito são mostrados nas Figuras 3.11 (a) e (b). Pela causalidade nota-se que esse “componente” distribui pressão para os pontos do circuito a ele conectados.



(a) Grafo de Ligação

(b) Grafo de Fluxo de Potência

Figura 3.11: Representações do Elemento de Junção de tubulações.

3.2.8. Bomba de Deslocamento Positivo

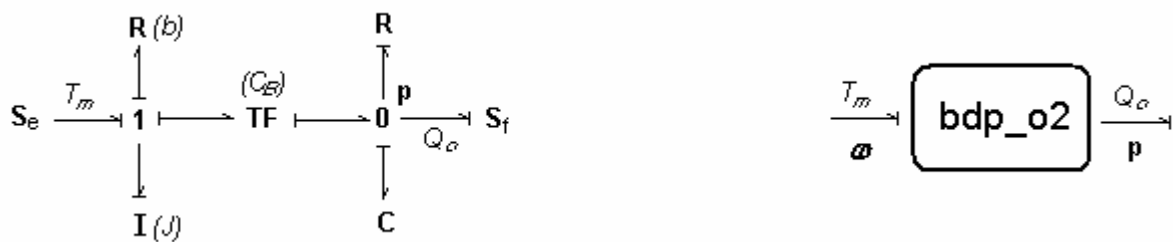
A Figura 3.12 (a) mostra o grafo de ligação de uma bomba de deslocamento positivo, incluindo os seus principais elementos, a partir do qual pode-se obter o seu modelo dinâmico, dado por

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \frac{1}{J}(T_m - b\omega - C_B p) \\ \dot{p} = \frac{1}{C}(C_B \omega - \frac{1}{R} p - Q_0) \end{cases}$$

ou na forma de estado

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{p} \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{I_1} & \frac{1}{I_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{I_2} & -\frac{R_2}{I_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ p \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} q_1 \\ p \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ p \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

onde T_m é o torque externo fornecido por um motor, ω é a velocidade angular da bomba, J é o seu momento de inércia, b representa os atritos internos da bomba, C_B é a capacidade volumétrica da bomba, p é a pressão na saída da bomba, C é a sua capacitância fluida, associada à compressibilidade do fluido e à efeitos de cavitação, R é a perda de carga devida à vazamentos, e Q_0 é a vazão na saída da bomba consumida por componentes a ela conectados.



(a) Grafo de Ligação

(b) Grafo de Fluxo de Potência

Figura 3.12 Bomba de Deslocamento Positivo.

Considerando T_m e Q_0 constantes no tempo, ω_∞ e p_∞ representam as condições em regime permanente, dadas por

$$p_\infty = \left(\frac{bRC_B}{b + C_B^2 R} \right) \left(\frac{T_m}{b} - \frac{Q_0}{C_B} \right) \tag{3.16}$$

$$\omega_\infty = \left(\frac{1}{b + C_B^2 R} \right) (T_m + C_B R Q_0) \tag{3.17}$$

onde na equação de p_∞ , a razão $bR/(b + C_B^2R)$ representa um efeito de dissipação – perda de carga - equivalente no domínio fluido, $(T_m/b - Q_0/C_B)$ uma velocidade relativa efetiva, $C_B (T_m/b - Q_0/C_B)$ caracteriza uma vazão efetiva em regime permanente, e conseqüentemente o produto desses termos leva a uma pressão estacionária. Já na equação de ω_∞ , o termo $1/(b + C_B^2R)$ representa o inverso de um efeito de dissipação equivalente no domínio mecânico, RQ_0 uma queda de pressão efetiva em regime permanente, $C_B (RQ_0)$ um torque resistente gerado pela perda de carga, e portanto $(T_m + C_B RQ_0)$ é o torque sobre os elementos girantes da bomba, que dividido pela coeficiente de dissipação mecânica, leva à velocidade estacionária da bomba.

Nessas condições, a eficiência total do sistema é dada por

$$\eta = \frac{Q_0 p_\infty}{T_m \omega_\infty} \quad (3.18)$$

Com isto é possível determinar as perdas internas do sistema, para fins de simulação computacional, uma vez conhecidas as características de rendimento da bomba. Assim, uma boa estimativa para os valores dos parâmetros representativos das perdas pode ser obtida a partir de alguns poucos testes e simulações, conhecida a capacidade volumétrica e a eficiência do equipamento.

Uma representação mais simples para a bomba pode ainda ser adotada, considerando como entrada a velocidade angular do motor (Ω_m) na entrada, eliminando, portanto esta variável de estado do modelo dinâmico, levando a uma única equação diferencial dada por

$$\dot{p} = \frac{1}{C} (C_B \Omega_m - \frac{1}{R} p - Q_0) \quad (3.19)$$

que poderá ser empregada dependendo do tipo da análise a ser realizada. Por exemplo, quando apenas os transientes fluidos são de interesse, e não há necessidade de se conhecer a resposta da parte mecânica, suposta como mais rápida que a fluida.

O modelo mais simples de uma bomba de deslocamento positivo, sem considerá-la como apenas uma fonte de vazão, é aquele no qual sua dinâmica como um todo e os efeitos dissipativos são desprezados, e se relaciona à saída em vazão com sua capacidade volumétrica e a velocidade angular de entrada. Assim,

$$q = C_B \Omega_m \quad (3.20)$$

3.2.9. Acumulador

O acumulador hidropneumático, Figura 3.13, representado por um capacitor não linear integrador composto, é um reservatório de óleo pressurizado a gás, ou elemento armazenador de energia que apresenta uma relação Pressão x Volume complexa, tipicamente não linear. A partir da escolha de um ponto de operação e das variações em torno desse ponto, uma aproximação linear pode ser bastante realista. A princípio, foi considerado um comportamento linear para o acumulador, na qual tem-se as variações de pressão a partir de um valor de pressurização inicial (p_0), como função do volume (V), variável integrada da vazão ($V = \int q \, dt$).

A relação constitutiva linear do acumulador é representada pela equação

$$p = p_0 + \frac{1}{C_{AC}} V \quad (3.21)$$

onde C_{AC} é a chamada capacitância fluida, que depende da geometria do acumulador, das propriedades do fluido hidráulico e também das propriedades do gás confinado no seu interior, e a pressão p_0 indica a pressurização inicial do acumulador.

No caso do modelo não linear a capacitância é função do próprio volume e da pressão. Nos sistemas hidráulicos que possuem acumuladores a gás para regular as características de pressão e vazão do óleo de trabalho, o gás normalmente não tem tempo de trocar calor com suas vizinhanças. Assim, uma boa aproximação para o comportamento dos gases em um determinado ponto de operação (P_0, V_0) é a de um comportamento isentrópico (sendo reversível, será também adiabático), que conduz a uma relação constitutiva da forma

$$\Delta p = \frac{1}{C} \Delta V \quad (3.22)$$

onde C é a capacitância do gás para o ponto de operação considerado, e pode ser expressa por

$$C = \frac{V_0}{P_0 \gamma} \quad (3.23)$$

onde V_0 e P_0 são o volume do gás e a correspondente pressão no ponto de operação e γ é a relação entre os calores específicos à pressão constante e à volume constante.

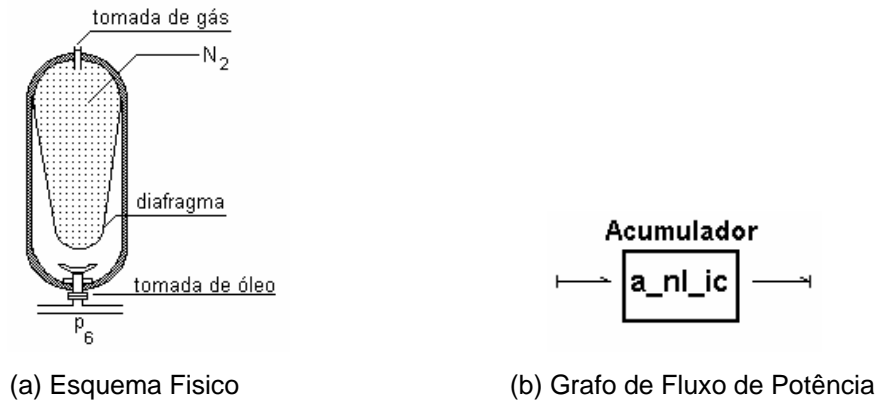


Figura 3.13: Acumulador HidroPneumático – Acumulador Não Linear Integrador Composto.

3.3. Acoplamento dos Módulos

Obtidos os modelos individuais de cada componente, para que estes possam ser conectados deve-se inicialmente verificar se as variáveis de entrada e de saída destes modelos são compatíveis. Analisando o acoplamento entre os sistemas (1) e (2) mostrado na Figura 3.14, tem-se que a variável de saída de (1) e de entrada em (2) é o esforço e a variável de saída de (2) e de entrada em (1) é o fluxo, o que garante neste caso o imediato acoplamento entre estes modelos. Diz-se então que os modelos têm causalidade compatível, o que se não ocorrer implica em alterações que serão discutidas adiante. Lembra-se que a causalidade está associada à relação de causa e efeito que sempre existe em ligações onde flui potência, ou seja é o efeito de carga sempre presente na interação dinâmica entre sistemas físicos: quando um elemento fornece esforço (ou fluxo) para outro, este reage fornecendo fluxo (ou esforço) para o primeiro.

Na Figura 3.14 representa-se no fluxo de potência o sentido da variável esforço pela barra causal (Karnopp et al. (1990)), indicando na ligação de (1) com (2) que o esforço vai de (1) para (2), e conseqüentemente o fluxo retorna de (2)

para (1). É oportuno neste momento justificar que a notação utilizada para representar as ligações externas dos sub-sistemas e a relação de causa e efeito entre as variáveis de potência é a mesma adotada pelos Grafos de Ligação por se considerar que esta é a mais compacta e completa notação desenvolvida para este fim.

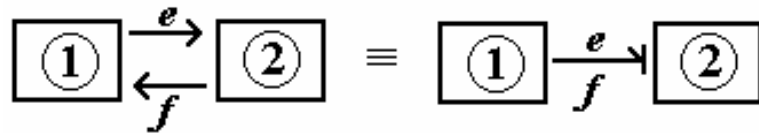


Figura 3.14: Conexão de Módulos em Diagrama de Blocos e em Fluxo de Potência.

Para que se possa utilizar modelos matemáticos previamente desenvolvidos no acoplamento de sub-modelos é necessário ainda verificar se o sentido de potência estabelecido para cada módulo é o mesmo. Entretanto esta situação, caso não ocorra, é menos restritiva que a da causalidade, pois basta inverter o sinal de uma equação de saída ou de entrada, de modo que a conexão possa ser realizada.

3.4. Condições de Compatibilidade

Discute-se a seguir as condições que garantem o acoplamento entre os sub-sistemas. Na Figura 3.15 os modelos (1) e (2) de uma ou mais portas (multiportas) de potência podem ser imediatamente conectados, pois tanto a causalidade quanto a potência são compatíveis, ou seja as variáveis de entrada e saída de cada um dos modelos e o sinal das equações associadas são coerentes, não havendo a necessidade de alterá-las para a conexão.



Figura 3.15: Módulos com causalidade e potência compatíveis.

Quando, conforme a Figura 3.16, a potência de um sistema está em um dado sentido e a do outro em sentido contrário, basta inverter o sinal da equação de entrada em (1) ou de saída em (2) para que haja compatibilidade. Lembra-se que normalmente existem sistemas de mais de uma variável (de múltiplas portas ou

multivariável), devendo-se portanto inverter apenas o sinal da equação correspondente à variável de entrada ou de saída para a conexão.



Figura 3.16: Módulos com causalidade compatível e potência invertida.

Entretanto se ocorre a situação mostrada na Figura 3.17, a princípio os modelos (1) e (2) não podem ser acoplados, pois como indicado neste caso a variável de saída de (1) é o esforço e a de entrada em (2) é o fluxo, assim como a de entrada em (1) é o fluxo e a de saída de (2) é o esforço. Diz-se então que há conflito de causalidade, o que implica na dependência matemática entre as variáveis que caracterizam a dinâmica do sistema acoplado, ou seja há menos graus de liberdade físicos no modelo completo do que a soma dos grafos de ligação individuais. Isto gera uma malha algébrica (equações algébricas dependentes) que deve ser resolvida.

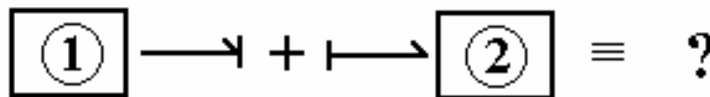


Figura 3.17: Módulos com causalidade incompatível.

A quebra da malha algébrica pode ser feita através da manipulação analítica das equações associadas, o que altera os modelos individuais desenvolvidos. Assim estará se modificando as variáveis de entrada e de saída e compatibilizando a causalidade. Esta é uma solução “elegante” mas trabalhosa, que pode ser inviável em alguns problemas, principalmente aqueles que envolvam equações não-lineares ou sistemas de equações retangulares, cuja inversão é difícil ou até mesmo impossível por metodologias tradicionais.

Uma outra solução requer o conhecimento dos componentes que serão conectados, pois deve-se alterar a natureza física do acoplamento, se for possível, através de elementos de inversão de causalidade, como apresentado na Figura 3.18. Estes elementos podem ser sub-sistemas especialmente desenvolvidos ou até mesmo simples elementos adicionais que são introduzidos de modo a

compatibilizar as variáveis no acoplamento. Tomando como exemplo os sistemas mecânicos, a introdução de um elemento mola adicional (de grande rigidez) entre duas inércias permite inverter a causalidade associada a uma delas, o que compatibiliza a conexão, evitando a manipulação que levaria ao elemento inércia equivalente, sem alteração significativa no desempenho do sistema acoplado. O mesmo procedimento pode ser generalizado para qualquer sistema físico e suas conexões.

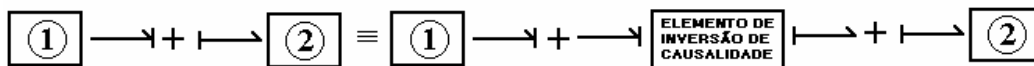


Figura 3.18: Quebra do Conflito de Causalidade por Elementos de Inversão de Causalidade.

Uma vez que este procedimento de acoplamento está sendo desenvolvido para aplicações computacionais, a quebra do conflito de causalidade através de recursos numéricos também não pode ser descartada. A introdução de “seguradores” ou de “atrasos de transporte” de retardo desprezível, prática comum para se resolver malhas algébricas computacionalmente, ou ainda a de “atrasos simples” de primeira ordem, com ganho unitário e constante de tempo também desprezível, sem qualquer justificativa física, pode auxiliar na solução deste problema (Speranza Neto e da Silva (1997)). Porém deve-se atentar para o fato que devido às dinâmicas destes elementos serem muito rápidas isto altera significativamente o tempo de simulação dos modelos assim obtidos. Este recurso é o equivalente computacional do apresentado na Figura 3.18, já que se introduziu um elemento especial para poder conectar os sub-sistemas.

Pode haver ainda situações de conflito de causalidade entre variáveis internas dos sub-sistemas, o que não acarreta em problemas mais graves. Uma vez que esta incompatibilidade não ocorre entre as variáveis de potência de entrada e saída, isto não implica em malhas algébricas entre variáveis que deveriam ser, a princípio, dinamicamente independentes, e portanto não há, a priori, necessidade de se quebrar estas malhas internas.

3.5. Acoplamento Através do Fluxo de Sinal

Em alguns modelos é conveniente e mais simples adotar sinais de comando, relacionados à fontes ilimitadas, não estando portanto associados à potência, conforme apresentado na Figura 3.19. Além disto pode-se também conectar subsistemas através apenas de sinais, sem que haja potência fluindo entre os elementos acoplados. Neste caso inclusive não há necessidade destas variáveis serem de potência, tanto na entrada quanto na saída, como mostrado na Figura 3.20.

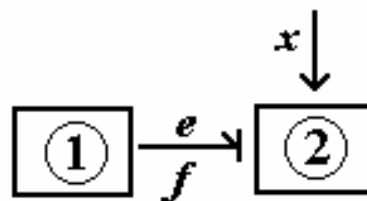


Figura 3.19: Sinal de Comando, sem fluxo de potência.

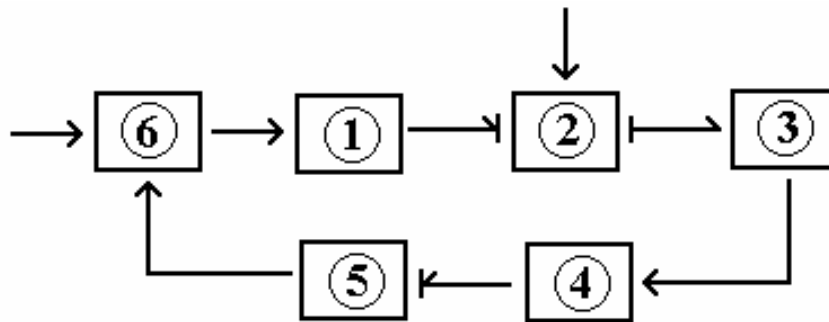


Figura 3.20: Conexão sem fluxo de potência, apenas com fluxo de sinal.

Quando se adota hipóteses simplificadoras que permitem este tipo de acoplamento, comum quando se trabalha com sistemas de instrumentação e controle, que não geram efeito de carga para os sistemas aos quais estão conectados, não há preocupação com conflitos de causalidade ou incompatibilidades, pois qualquer variável pode ser empregada para transferir sinais de um sistema para o outro nestas condições. Note que em um mesmo sistema algumas ligações podem ser feitas através do fluxo de potência e outras apenas com o fluxo de sinal.

3.6. Aplicação

Com o intuito de exemplificar a teoria descrita neste capítulo serão propostos três modelos de linha fluida utilizando os modelos T, Pi e L respectivamente onde os módulos individuais estão representados na Figura 3.21 através de Grafo de Ligação e na Figura 3.22 através de Fluxo de Potência.

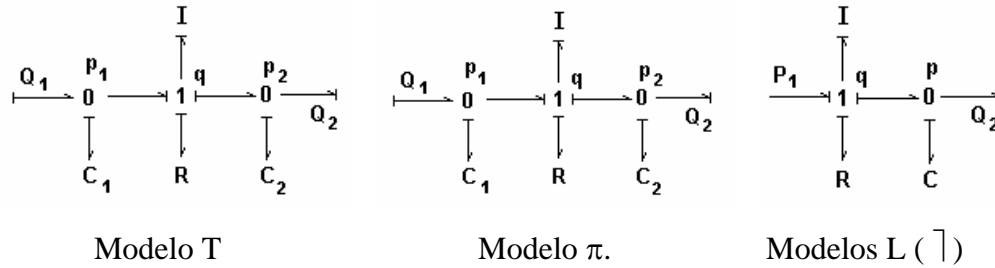


Figura 3.21: Grafo de Ligação Modelo T, Modelo π , Modelos L (\lceil).

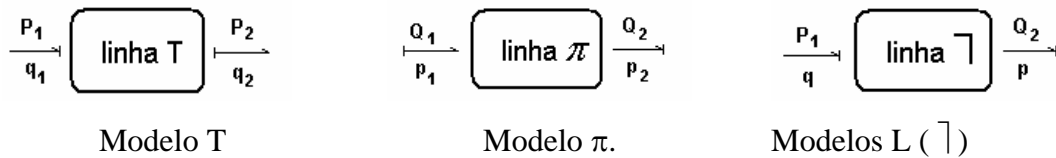


Figura 3.22: Fluxo de Potência Modelo T, Modelo π , Modelos L (\lceil).

O modelo da linha fluida pode ser obtido de forma direta conectando em série os Modelos L, já que este modelo possui compatibilidade de causalidade. No caso dos modelos T e π a conexão em série não pode ser feita de forma direta, devido ao conflito de causalidade destes modelos. Em virtude deste problema é necessária a inclusão de um elemento de inversão de causalidade marcado de vermelho na Figura 3.23 e na Figura 3.24. Após a inclusão dos elementos de inversão de causalidade os modelos se tornam similares, de forma rápida podemos ver que a utilização do modelo L é direta e simples, mas esta simplicidade irá depender da situação de uso do modelo.

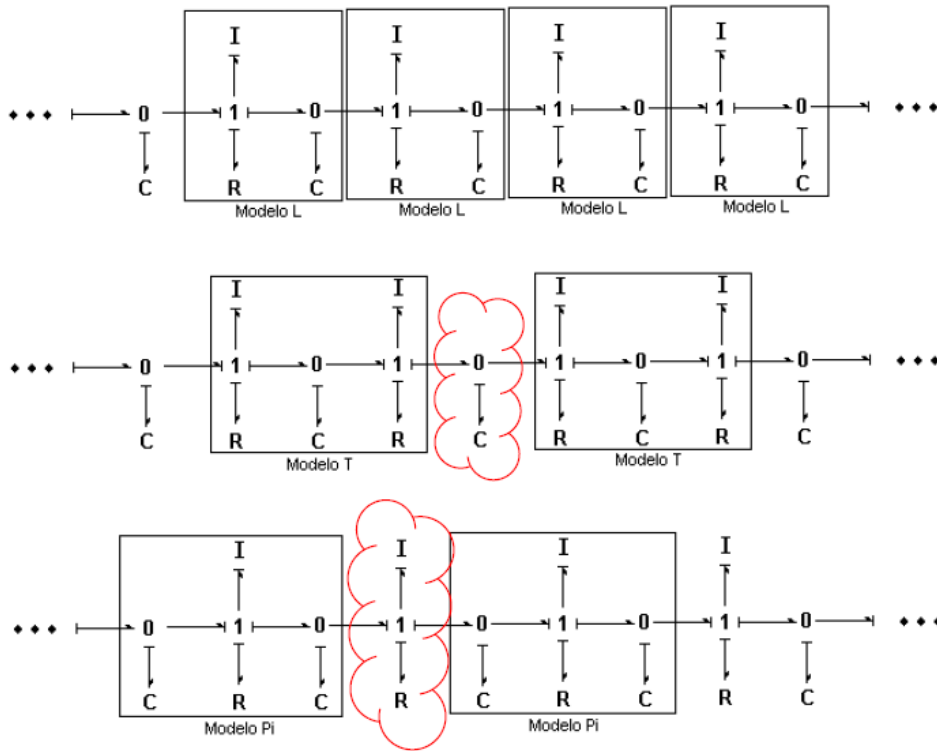


Figura 3.23: Grafo de Ligação analogia entre os Modelos T, Modelo π , Modelos L (\sqcap).

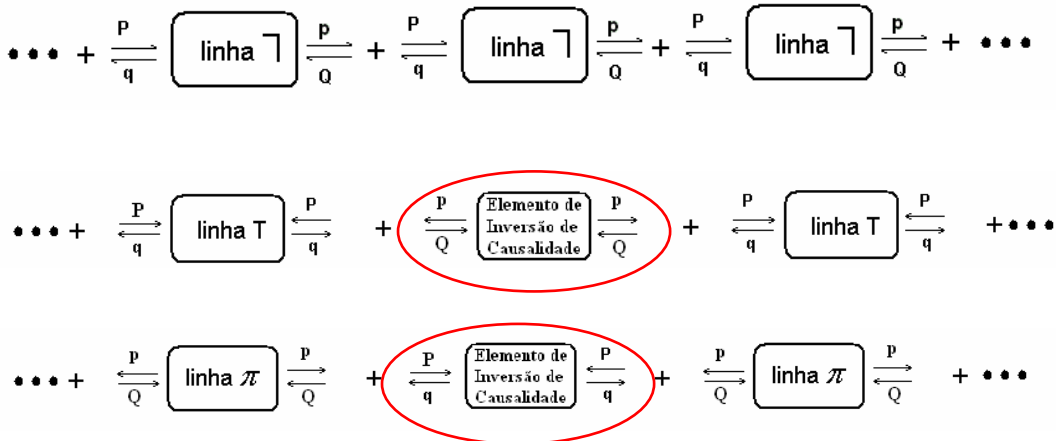


Figura 3.24: Fluxo de Potência analogia entre os Modelos T, Modelo π , Modelos L (\sqcap).

No caso do modelo T a conexão seqüencial ou em série, através das suas portas de entrada e saída de potência, leva, inevitavelmente às inércias com causalidade diferencial ou aos elementos inércia equivalentes, o que não torna o procedimento de acoplamento automático. Quando se trata de um único trecho de tubulação, com entradas em pressão, pode-se adotar este modelo para analisar tal sistema. Quando existem bifurcações na linha, o modelo T também pode ser

empregado, pelo menos no trecho da tubulação conectado ao distribuidor de vazão sob uma mesma pressão.

O acoplamento de módulos π em série, para caracterizar a discretização de uma linha fluida de grande extensão também levaria ao aparecimento de elementos equivalentes, mas agora de capacitores com causalidade diferencial, o que não é recomendado. Entretanto, é apropriado o uso de um único módulo, quando as entradas são fontes de vazão – por exemplo bombas de deslocamento positivo e/ou válvulas de controle de vazão.

Nota-se que a diferença dos modelos L e L invertido, consiste apenas nas suas arquiteturas, torna um mais apropriado para uma determinada construção do que o outro, e vice-versa. Pela sua versatilidade, e devido a não existência de restrições no que diz respeito a geração de elementos equivalentes – ou com causalidade diferencial, além do fato de se poder construir os outros dois modelos, o T e o π através da conexão adequada de dois dos módulos L e L invertido, considera-se este tipo de representação como a aquela que melhor caracteriza um trecho de linha fluida.