



**Felipe Augusto Silva de Andrade**

**Modelos de Linhas Fluidas Através do Fluxo de Potência  
para Análise e Simulação de Transientes**

**Dissertação Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Mauro Speranza Neto

Rio de Janeiro

Março de 2007



**Felipe Augusto Silva de Andrade**

**Modelos de Linhas Fluidas Através do Fluxo de Potência  
Para Análise e Simulação de Transientes**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Mauro Speranza Neto, D.Sc.**  
Orientador  
DEM/PUC-Rio

**Profa. Angela Orivio Nieckele, Ph.D.**  
DEM/PUC-Rio

**Prof. Fernando Ribeiro da Silva, D.Sc.**  
DEMM/IME

**Prof. José Eugenio Leal**  
Coordenador Setorial do Centro  
Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 14 Março de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Felipe Augusto Silva de Andrade**

Graduou-se em Engenharia de Controle e Automação na PUC-RIO (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro) em 2004. Trabalhou no projeto de Instrumentação e Automação das plataformas P43, P48, P50, P47, P51, P52, P53 pela empresa Projemar. Esteve em Cingapura dando consultoria pela Projemar para Queiroz Galvão Perfurações no projeto de uma plataforma de perfuração DP-2. Atualmente presta serviço de consultoria para empresa Petroserv na área de projeto de plataformas de perfuração.

#### Ficha Catalográfica

Andrade, Felipe Augusto Silva de

Modelos de linhas fluidas através do fluxo de potência para análise e simulação de transientes / Felipe Augusto Silva de Andrade ; orientador: Mauro Speranza Neto. – 2007.

143 f. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Transientes hidráulicos. 3. Linhas fluidas. 4. Método das características. 5. Grafos de ligação. 6. Fluxo de potência. 7. Simulink/MatLab. I. Speranza Neto, Mauro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

Aos meus pais, familiares e minha esposa Cristiana  
pelo apoio que sempre me deram.

## **Agradecimentos**

Ao professor Mauro Speranza Neto, meu orientador por ter me auxiliado nesta jornada.

Aos meus pais Fernando José Pimeneta de Andrade e Izonete Silva de Andrade, que sempre me incentivaram durante toda a minha vida e por terem sempre me dado o exemplo de como ser um profissional competente e dedicado.

A minha esposa Cristiana Roland Kaleff, por ter estado ao meu lado me ouvindo, compreendendo e acima de tudo me ajudando a vencer as dificuldades.

Aos meus sogros, Ana Maria e Peter Kaleff pelo aconselhamento na parte acadêmica e pelo incentivo.

A empresa PROJEMAR S.A, por ter disponibilizado preciosas tardes de trabalho para que eu pudesse desenvolver este trabalho.

Ao professor Fernando Ribeiro da Silva, por ter me auxiliado no desenvolvimento dos modelos.

Aos especialistas do CENPES, por terem fornecido diversas referências bibliográficas para o desenvolvimento desta dissertação.

## Resumo

Andrade, Felipe Augusto Silva; Speranza Neto, Mauro (Orientador). **Modelos de linhas fluidas através do fluxo de potência para análise e simulação de transientes.** Rio de Janeiro, 2007, 143 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O estudo de fenômenos transitórios em sistemas hidráulicos está presente em diversos ramos da engenharia, encontra-se na área de hidrelétricas e na indústria do petróleo. O presente trabalho apresenta uma análise comparativa deste fenômeno utilizando três abordagens de modelagem distintas: o clássico método das características, a técnica de grafos de ligação e o tratamento através do fluxo de potência. No caso do método das características emprega-se o procedimento proposto por Streeter. Na modelagem através de grafo de ligação adota-se a analogia generalizada entre os sistemas fluido, mecânico e elétrico. Na representação pelo fluxo de potência acopla-se módulos previamente desenvolvidos considerando as relações de causa e efeito entre os componentes de um sistema. Todos os métodos foram implementados em *Matlab* e foram testados e comparados a partir de simulações em dois sistemas simples compostos de um reservatório, linha fluida e válvula. Os resultados obtidos através da metodologia de fluxo de potência aproximam-se dos encontrados pelas abordagens tradicionais.

## Palavras-Chave

Transientes Hidráulicos, Linhas Fluidas, Método das Características, Grafos de Ligação, Fluxo de Potência, *Simulink/MatLab*.

## Abstract

Andrade, Felipe Augusto Silva; Speranza Neto, Mauro (Advisor). **Fluid lines models for transients analysis and simulation using the power flow**. Rio de Janeiro, 2007, 143 p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The study of transitory phenomena in hydraulic systems is present in several branches of the engineering, in the hydroelectric power stations area and in the petroleum industry. The present work introduce a comparative analysis of this phenomenon using three approaches of distinct modeling: the classic characteristics method, the technique of bond graphs and the treatment through the power flow. In the case of characteristics method is used the procedure proposed by Streeter. In the modeling through bond graphs is adopted the generalized analogy among the fluid, mechanic and electric systems. In the representation by power flow modules previously developed are coupled considering the cause and effect relationships between components of one system. All methods were implemented in Matlab and were tested and compared from simulations in two simple systems composed of a reservoir, fluid lines and valve. The results obtained through the methodology of power flow are near of the discoveries by the traditional approaches.

## Keywords

Hydraulic Transients, Fluid Lines, Characteristics Method, Bond Graphs, Power Flow, Simulink/Matlab.

## Sumário

1	Introdução	19
1.1.	Motivação	19
1.2.	Objetivo	21
1.3.	Revisão Bibliográfica	21
1.4.	Organização do Trabalho	23
2	Modelo Dinâmico Clássico	24
2.1.	Hipóteses para o escoamento transitório em uma tubulação	24
2.2.	Equação de movimento	25
2.3.	Equação da continuidade (ou conservação de massa)	28
2.4.	Forma simplificada das equações fundamentais	32
2.5.	Métodos de resolução das equações diferenciais	33
2.6.	Modelo clássico utilizando o método das características	34
2.7.	Algoritmo para solução do método das características	37
2.7.1.	Condições de contorno	38
2.7.1.1.	Estudo de casos	39
2.7.1.1.1.	Válvula na extremidade de jusante	39
2.7.1.1.2.	Junção de dois ou mais condutos	40
2.7.1.1.3.	Válvula na linha	41
2.7.1.1.4.	Bomba centrífuga com rotação conhecida	42
2.7.1.1.5.	Acumulador	44
2.8.	Seções para sistemas de tubulações	45
2.9.	Analogia entre circuitos hidráulicos e elétricos	47
3	Modelo dinâmico em fluxo de potência	50
3.1.	Fluxo de potência & grafo de ligação	50
3.2.	Desenvolvimento dos módulos	51
3.2.1.	Modelo "T"	52
3.2.1.1.	Parâmetros	53



3.2.2. Modelo “ $\pi$ ”	55
3.2.2.1. Parâmetros	56
3.2.3. Modelos L ( $\sqcap$ ) e L invertido ( $\sqcap$ ).	58
3.2.3.1. Parâmetros	60
3.2.4. Fonte de Pressão	61
3.2.5. Fonte de Vazão	62
3.2.6. Válvula na Extremidade de Jusante ou na Linha	62
3.2.7. Junção de Dois ou Mais Conduitos	65
3.2.8. Bomba de Deslocamento Positivo	65
3.2.9. Acumulador	68
3.3. Acoplamento dos Módulos	69
3.4. Condições de Compatibilidade	70
3.5. Acoplamento Através do Fluxo de Sinal	73
3.6. Aplicação	74
4 Estudo dos Casos	77
4.1. Modelo “T” (Analítico)	77
4.1.1. Modelo de Fechamento da Válvula ( <i>Resistor Fluxo Causal</i> )	79
4.1.2. Avaliação da compatibilidade entre os módulos	81
4.1.3. Simulação	81
4.1.3.1. Obtenção do modelo de estado para $nT$ 's	85
4.1.3.2. Parâmetros	87
4.2. Modelos L ( $\sqcap$ ) (Módulos Acoplados)	101
4.2.1. Modelo de Fechamento da Válvula ( <i>Resistor Esforço Causal</i> )	102
4.2.2. Avaliação da compatibilidade entre os módulos	103
4.2.3. Simulação	104
4.2.3.1. Parâmetros	107
4.3. Comparação Modelo Analítico, Modelo por Módulos Acoplados e Método das Características.	121
4.4. Avaliação do Comportamento Linear e Não Linear de uma Linha Fluida	130
5 Conclusões e Sugestões	136

5.1. Conclusões	136
5.2. Sugestões	137
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	138
7 APÊNDICE	143

## Lista de figuras

Figura 2.1: Volume de controle para equação de movimento.	26
Figura 2.2: Volume de controle para equação da continuidade.	28
Figura 2.3: Gráfico, no plano $x-t$ , das curvas $C^+$ e $C^-$ .	35
Figura 2.4 : Malha retangular para a solução das equações características.	37
Figura 2.5 : Condições no contorno.	39
Figura 2.6: Junção de tubulações.	40
Figura 2.7: Válvula na linha.	42
Figura 2.8: Bomba centrífuga.	43
Figura 2.9: Acumulador simples.	44
Figura 2.10: Trecho discretizado de uma linha de transmissão.	48
Figura 3.1: Módulo diagrama de bloco.	51
Figura 3.2: Módulo fluxo de potência.	51
Figura 3.3: Modelo T.	53
Figura 3.4: Modelo $\pi$ .	56
Figura 3.5: Modelos L ( $\lceil$ ) e L invertido ( $\rceil$ ).	59
Figura 3.6: Fonte de pressão.	62
Figura 3.7: Fonte de vazão.	62
Figura 3.8: Válvula na linha.	63
Figura 3.9: Grafo de Ligação Válvula na linha (Resistor Fluxo Causal).	64
Figura 3.10: Grafo de Ligação Válvula na linha (Resistor Esforço Causal).	64
Figura 3.11: Representações do Elemento de Junção de tubulações.	65
Figura 3.12 Bomba de Deslocamento Positivo.	66
Figura 3.13: Acumulador HidroPneumático – Acumulador Não Linear Integrador Composto.	69
Figura 3.14: Conexão de Módulos em Diagrama de Blocos e em Fluxo de Potência.	70
Figura 3.15: Módulos com causalidade e potência compatíveis.	70
Figura 3.16: Módulos com causalidade compatível e potência invertida.	71
Figura 3.17: Módulos com causalidade incompatível.	71

Figura 3.18: Quebra do Conflito de Causalidade por Elementos de Inversão de Causalidade.	72
Figura 3.19: Sinal de Comando, sem fluxo de potência.	73
Figura 3.20: Conexão sem fluxo de potência, apenas com fluxo de sinal.	73
Figura 4.1: Sistema fluido com tubulação de área variável.	78
Figura 4.2: Grafo de Ligação empregando 3 T's em série.	78
Figura 4.3: Modelo de Fechamento da Válvula (Tau).	80
Figura 4.4: Diagrama de Blocos empregando 3 T's em série.	81
Figura 4.5: Fluxo de Potência empregando 3 T's em série.	81
Figura 4.6: Grafo de Ligação empregando 3T-4T-1T em série para cada um dos 3 trechos da linha.	82
Figura 4.7: Grafo de Ligação empregando 10T-13T-3T em série para cada um dos 3 trechos da linha.	83
Figura 4.8: Grafo de Ligação empregando 10 T's em série para cada um dos 3 trechos da linha.	84
Figura 4.9: Opções de solução do Simulink para os Modelos T.	87
Figura 4.10: Pressão em <i>Head</i> no trecho 3 da tubulação.	95
Figura 4.11: Vazão na saída do trecho 3 da tubulação.	96
Figura 4.12: Pressão em <i>Head</i> no trecho 2 da tubulação.	97
Figura 4.13: Vazão na saída do trecho 2 da tubulação.	98
Figura 4.14: Pressão em <i>Head</i> no trecho 1 da tubulação.	99
Figura 4.15: Vazão na saída do trecho 1 da tubulação.	100
Figura 4.16: Grafo de Ligação empregando 3 L's em série.	101
Figura 4.17: Diagrama de Blocos empregando 3 L's em série.	103
Figura 4.18: Fluxo de Potência empregando 3 L's em série.	103
Figura 4.19: Grafo de Ligação empregando 3L-4L-1L em série para cada um dos 3 trechos da linha.	104
Figura 4.20: Grafo de Ligação empregando 10L-13L-3L em série para cada um dos 3 trechos da linha.	105
Figura 4.21: Grafo de Ligação empregando 10 L's em série para cada um dos 3 trechos da linha.	106
Figura 4.22: Opções de solução do Simulink para os Modelos L.	107
Figura 4.23: Pressão em <i>Head</i> no trecho 3 da tubulação (Modelo L).	115

Figura 4.25: Pressão em <i>Head</i> no trecho 2 da tubulação (Modelo L).	117
Figura 4.26: Vazão na saída do trecho 2 da tubulação (Modelo L).	118
Figura 4.27: Pressão em <i>Head</i> no trecho 1 da tubulação (Modelo L).	119
Figura 4.28: Vazão na saída do trecho 1 da tubulação (Modelo L).	120
Figura 4.29: Pressão em <i>Head</i> no trecho 3 da tubulação (Modelo T x Modelo L).	121
Figura 4.30: Vazão na saída do trecho 3 da tubulação (Modelo T x Modelo L).	123
Figura 4.31: Pressão em <i>Head</i> no trecho 2 da tubulação (Modelo T x Modelo L).	124
Figura 4.32: Vazão na saída do trecho 2 da tubulação (Modelo T x Modelo L).	125
Figura 4.33: Pressão em <i>Head</i> no trecho 1 da tubulação (Modelo T x Modelo L).	126
Figura 4.34: Vazão na saída do trecho 1 da tubulação (Modelo T x Modelo L).	127
Figura 4.35: Fluxograma comparativo Método das Características x Grafos de Ligação.	129
Figura 4.36: Diagrama de blocos para comparação dos modelos de linha.	131

## Lista de tabelas

Tabela 4.1: Coeficiente adimensional $\tau$ para o exemplo do Streeter e Wylie (1978).	80
Tabela 4.2: Parâmetros da linha fluida com 3 trechos distintos - Exemplo 3.7 de Streeter e Wylie (1978).	88
Tabela 4.3: Parâmetros da linha fluida com 3 trechos distintos e um T por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	89
Tabela 4.4: Parâmetros da linha fluida com 3T-4T-1T por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	90
Tabela 4.5: Parâmetros da linha fluida com 10T-13T-3T por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	91
Tabela 4.6: Parâmetros da linha fluida com 10T-10T-10T por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	93
Tabela 4.7: Parâmetros da linha fluida com 3 trechos distintos e um L por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	107
Tabela 4.8: Parâmetros da linha fluida com 3L-4L-1L por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	110
Tabela 4.9: Parâmetros da linha fluida com 10L-13L-3L por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	111
Tabela 4.10: Parâmetros da linha fluida com 10L-10L-10L por trecho. Modelo Grafo de Ligação.	113

## Lista de Símbolos

### Caracteres latinos:

$a$  - velocidade de propagação de uma onda em um meio fluido finito [m/s]

$A$  - área da seção transversal [m<sup>2</sup>]

$A_A$  - área da seção transversal do acumulador [m<sup>2</sup>]

$A_v$  - a área de abertura da válvula [m<sup>2</sup>]

$A_x$  - derivada parcial da área relativa à variável de espaço [m]

$B$  - impedância característica da tubulação ou constante de Allievi [m<sup>2</sup>/s]<sup>-1</sup>

$C_x$  - capacitância por unidade de comprimento [F/m]

$C_f$  - capacitância fluida [m<sup>3</sup>/Pa]

$C_d$  - coeficiente de descarga da válvula

$C_{AC}$  - capacitância fluida, que depende da geometria do acumulador [m<sup>3</sup>/Pa]

$C^+$ ,  $C^-$  - nome das equações características

$C_p$ ,  $C_M$  - constantes conhecidas nas equações de compatibilidade

$D$  - diâmetro da tubulação [m]

$DP_i$  - coeficiente da diagonal principal

$DS_i$  - coeficiente da diagonal superior

$DI_i$  - coeficientes da diagonal inferior

$e$  - espessura da parede da tubulação [m]

$E$  - módulo de elasticidade do material [N/m<sup>2</sup>]

$f$  - fator de atrito de Darcy-Weisbach (Diagrama de Moody)

$g$  é a aceleração da gravidade [m<sup>2</sup>/s]

$H_0$  é carga estática do sistema [m]

$H$  é carga piezométrica [m]

$H_x$  é a derivada parcial da carga piezométrica relativa à variável de espaço

$i$  é a corrente elétrica [A]

$I_x$  é a indutância por unidade de comprimento [H/m]

$I_f$  é a inércia fluida [kg/m<sup>4</sup>]

$K$  é o módulo de rigidez volumétrica do fluido [kgf/m<sup>2</sup>]

$L$  o comprimento o horizontal do tubo [m]

$L$  solução através do método das características

$L_1$  a equação de movimento

$L_2$  equação da continuidade

$L_J$  é o comprimento do tubo no trecho  $J$  [m]

$L/x$  é a indutância por unidade de comprimento [H/m]

$N_J$  é número de seções do tubo no trecho  $J$

$p$  é pressão [Pa]

$p_x$  é derivada parcial da pressão relativa à variável de espaço [Pa/m]

$p_H$  é a quantidade de movimento hidráulica [kg/(ms)]

$p_v$  é o diferencial de pressão instantâneo na linha através da válvula

$Q$  é a vazão volumétrica [m<sup>3</sup>/s]

$Q_t$  é a derivada parcial da vazão volumétrica relativa à variável de tempo [m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>]

$q$  é a vazão volumétrica [m<sup>3</sup>/s]

$Q_0$  é a vazão em regime permanente

$Q_v$  é a vazão através da válvula

$R$  a resistência da tubulação [m/(m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup>]

$R_x$  a resistência por unidade de comprimento [ $\Omega$ /m]

$R_f$  é a resistência fluida [Pa/(m<sup>3</sup>/s)]

$t$  é o tempo [s]

$u$  é a velocidade do volume de controle [m/s]

$U$  é a tensão entre os nós [V]

$V$  é a velocidade do fluido [m/s]

$\dot{V}$  é a derivada total da velocidade em relação ao tempo (aceleração)[m/s<sup>2</sup>]

$x$  é a distância em [m]

$z$  a elevação da linha de centro da tubulação [m]

### **Caracteres Gregos:**

$\alpha$  é o ângulo de inclinação da tubulação [graus]

$\gamma$  é o peso específico do fluido [N/m<sup>3</sup>]

$\delta x$  é o infinitésimo do comprimento [m]

$\Delta t$  é o intervalo de tempo [s]

$\Delta p$  é a variação na pressão [N/m<sup>2</sup>]



$\Delta Vol$  é a variação no volume [ $m^3$ ]

$(\Delta p)_0$  é o diferencial de pressão em regime permanente

$\xi_T$  é a deformação lateral ou axial [ $1/s$ ]

$\mu$  é o modulo de Poisson do material

$\rho$  é a massa especifica do fluido [ $kg/m^3$ ]

$\tau_0$  é a tensão de cisalhamento [ $N/m^2$ ]

$\tau$  coeficiente adimensional de abertura da válvula

$\sigma_1$  é a tensão axial na tubulação [ $N/m^2$ ]

$\dot{\sigma}_1$  é a derivada total da tensão axial em relação ao tempo [ $N/m^2s$ ]

$\sigma_2$  é a tensão radial na tubulação [ $N/m^2$ ]

$\dot{\sigma}_2$  é a derivada total da tensão radial em relação ao tempo [ $N/m^2s$ ]

$\lambda$  multiplicador indeterminado

$\psi_j$  é a variação da velocidade do som

## Abreviaturas

a\_nl\_ic é o Acumulador Não Linear Integrador Composto

b\_dp\_o2 é a Bomba de Deslocamento Positivo de Ordem 2