

6 Modelos Propostos

6.1. Introdução

Neste capítulo são apresentadas duas sistemáticas, uma para análise de vigas solicitadas à torção e outra para dimensionamento. Apresenta-se inicialmente um modelo para cálculo do momento torçor último, e para o traçado do diagrama $T \times \theta$ em vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibras de carbono (CFC) fundamentado na formulação de Hsu (1993). O segundo modelo é uma formulação para dimensionamento de reforço com CFC em vigas de concreto armado baseado na sistemática adotada pelo Eurocode 2 (1991). Esses modelos consideram em sua formulação o modelo de aderência proposto por Chen e Teng (2003). Durante o desenvolvimento deste trabalho, alguns dados e conclusões parciais foram publicados: Sánchez Filho e Silva Filho (2005), Silva Filho *et al.* (2005) e Silva Filho *et al.* (2006a, b).

6.2. Modelo da Treliça Espacial com Abrandamento das Tensões (TEAT)

Esta sistemática é desenvolvida considerando-se a formulação denominada *Softening Truss Model*, que leva em conta o abrandamento de tensões em elementos de concreto armado e protendido solicitados à torção, e baseia-se no modelo da Treliça Espacial Generalizada desenvolvido por Hsu (1983, 1984, 1988, 1990, 1991a, 1991b, 1996, 1997) e Hsu e Mo (1985).

Nesta formulação, os parâmetros analisados no modelo original referentes à força de protensão são substituídos de forma consistente pelos parâmetros relativos ao reforço com CFC. São consideradas as relações constitutivas dos três materiais, aço, concreto e CFC, e adota-se o modelo de aderência para vigas reforçadas à força cortante com compósitos de fibras de carbono proposto por Chen e Teng (2003). A consideração da aderência neste modelo é de grande importância, pois, em geral, a ruptura do reforço se dá por meio do descolamento e não pela ruptura do CFC.

6.2.1. Painel Fissurado

O modelo do painel fissurado considera um elemento de concreto com lados unitários e espessura t_d , com armaduras longitudinal e transversal distribuídas em seu interior, com espaçamentos s_ℓ e s_t , respectivamente. Além da armadura de aço, este elemento tem em sua face externa um reforço com CFC, distribuído no sentido longitudinal com espaçamento s_{fl} , e no sentido transversal com espaçamento s_{ft} (Figura 6.1).

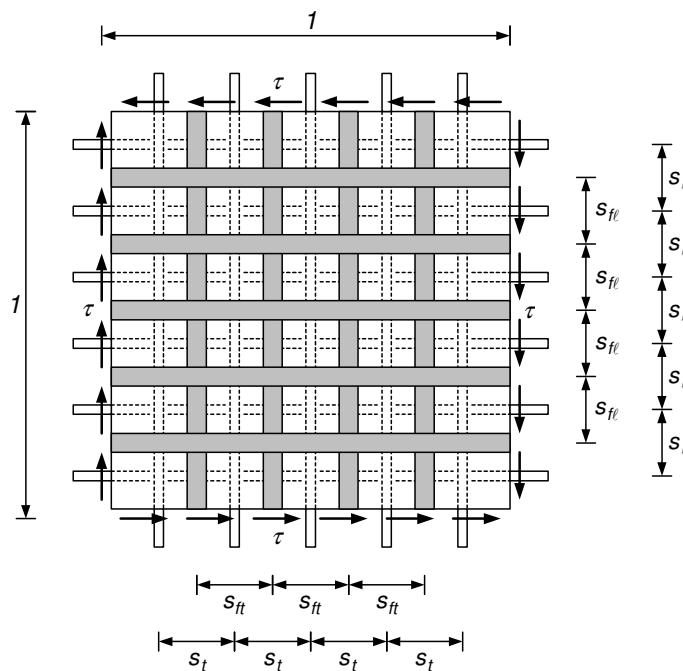


Figura 6.1 – Painel de concreto armado reforçado com CFC.

A formulação deste modelo consiste em admitir-se o painel fissurado devido a um estado de cisalhamento puro, definido pela tensão tangencial τ , sendo as fissuras inclinadas de um ângulo α (Figura 6.2). O mecanismo resistente deste tipo de elemento é composto por bielas comprimidas de concreto e armaduras tracionadas.

O ângulo de inclinação das bielas é admitido como igual ao ângulo de inclinação das fissuras, e igual ao ângulo de inclinação da deformação específica principal de compressão.

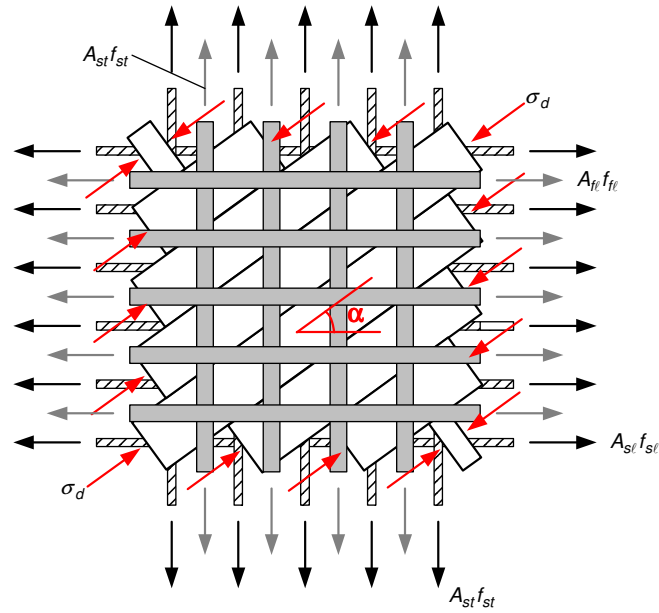


Figura 6.2 – Painel fissurado de concreto armado reforçado com CFC.

Para estabelecimento das equações de equilíbrio considera-se a resistência do painel fissurado como a soma de três parcelas referentes ao concreto, às armaduras de aço e ao reforço com CFC (Figura 6.3):

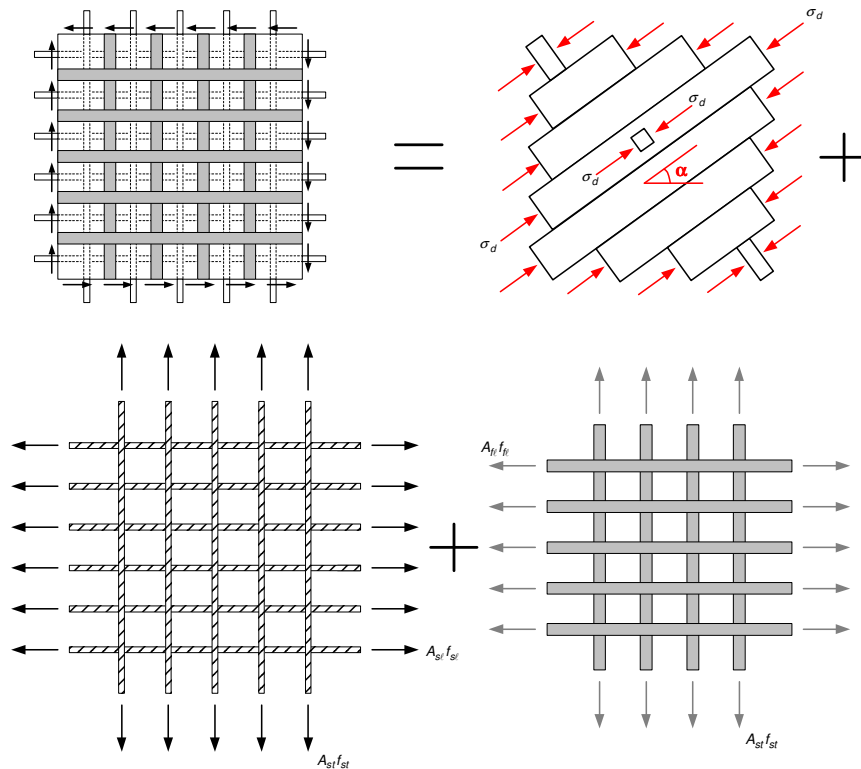


Figura 6.3 – Forma aditiva para a consideração da resistência do painel fissurado reforçado com CFC.

As equações de equilíbrio para a parcela referente ao concreto (Figura 6.4) são dadas por:

$$\sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (6.1)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \operatorname{sen}^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha \quad (6.2)$$

$$\tau_{\ell t} = (-\sigma_d + \sigma_r) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (6.3)$$

onde

σ_ℓ – tensão na direção do eixo longitudinal;

σ_t – tensão na direção do eixo transversal;

σ_d – tensão na direção do eixo das fissuras;

σ_r – tensão na direção perpendicular ao eixo das fissuras.

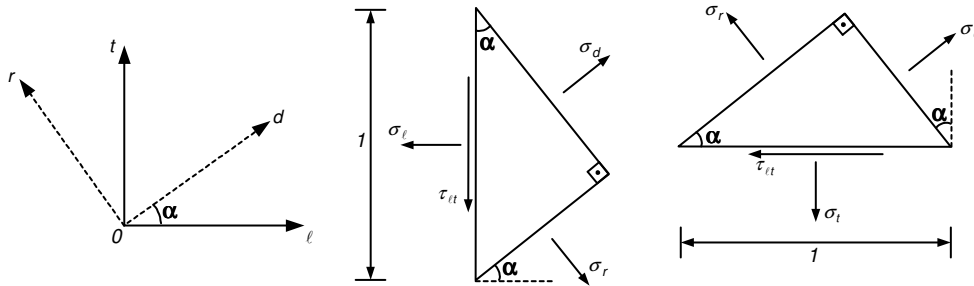


Figura 6.4 – Elemento no interior da biela comprimida.

Adicionando-se as parcelas referentes às armaduras de aço e de reforço tem-se:

$$\sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \operatorname{sen}^2 \alpha + \frac{n_{s\ell}}{t_d} + \frac{n_{f\ell}}{t_d} \quad (6.4)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \operatorname{sen}^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \frac{n_{st}}{t_d} + \frac{n_{ft}}{t_d} \quad (6.5)$$

$$\tau_{\ell t} = (-\sigma_d + \sigma_r) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (6.6)$$

sendo

$$n_{s\ell} = \frac{A_{s\ell} f_{s\ell}}{s_\ell} \quad (6.7)$$

$$n_{st} = \frac{A_{st} f_{st}}{s_t} \quad (6.8)$$

$$n_{f\ell} = \frac{A_{f\ell} f_{f\ell}}{s_{f\ell}} \quad (6.9)$$

$$n_{ft} = \frac{A_{ft} f_{ft}}{S_{ft}} \quad (6.10)$$

onde

$A_{s\ell}$ – área de uma barra de aço da armadura longitudinal;

A_{st} – área de uma barra de aço da armadura transversal;

$A_{f\ell}$ – área de reforço longitudinal;

A_{ft} – área de reforço transversal;

$n_{s\ell}$ – força na armadura longitudinal de aço por unidade de comprimento;

n_{st} – força na armadura transversal de aço por unidade de comprimento;

$n_{f\ell}$ – força na armadura longitudinal de reforço por unidade de comprimento;

n_{ft} – força na armadura transversal de reforço por unidade de comprimento;

$f_{s\ell}$ – tensão na armadura de aço longitudinal;

f_{st} – tensão na armadura de aço transversal.

$f_{f\ell}$ – tensão na armadura de reforço longitudinal;

f_{ft} – tensão na armadura de reforço transversal.

Considerando-se que uma viga de concreto armado reforçada com CFC seja composta por painéis fissurados, a força resultante nas armaduras longitudinais é distribuída ao longo do perímetro médio referente à espessura t_d . A força resultante nas armaduras longitudinais de reforço é distribuída ao longo do perímetro externo da viga (Figura 6.5). Por meio da expressão 6.4 tem-se:

$$\sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \frac{\sum A_{s\ell} f_{s\ell}}{\rho_0 t_d} + \frac{\sum A_{f\ell} f_{f\ell}}{\rho_c t_d} \quad (6.11)$$

onde $\sum A_{s\ell}$ e $\sum A_{f\ell}$ é o somatório das armaduras longitudinais de aço e CFC distribuídas na seção transversal da viga.

Definindo-se:

$$\rho_{s\ell} = \frac{\sum A_{s\ell}}{\rho_0 t_d} \quad (6.12)$$

$$\rho_{st} = \frac{A_{st}}{s_t t_d} \quad (6.13)$$

$$\rho_{f\ell} = \frac{\sum A_{f\ell}}{\rho_c t_d} \quad (6.14)$$

$$\rho_{ft} = \frac{A_{ft}}{s_{ft}t_d} \quad (6.15)$$

as equações de equilíbrio para uma viga solicitada a torção passam a ser

$$\sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl} \quad (6.16)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} \quad (6.17)$$

onde

- ρ_0 – perímetro ao longo da metade da espessura t_d ;
- ρ_c – perímetro externo da seção de concreto;
- ρ_{sl} – taxa geométrica de armadura longitudinal de aço;
- ρ_{st} – taxa geométrica de armadura transversal de aço;
- ρ_{fl} – taxa geométrica de armadura longitudinal de reforço;
- ρ_{ft} – taxa geométrica de armadura transversal de reforço.

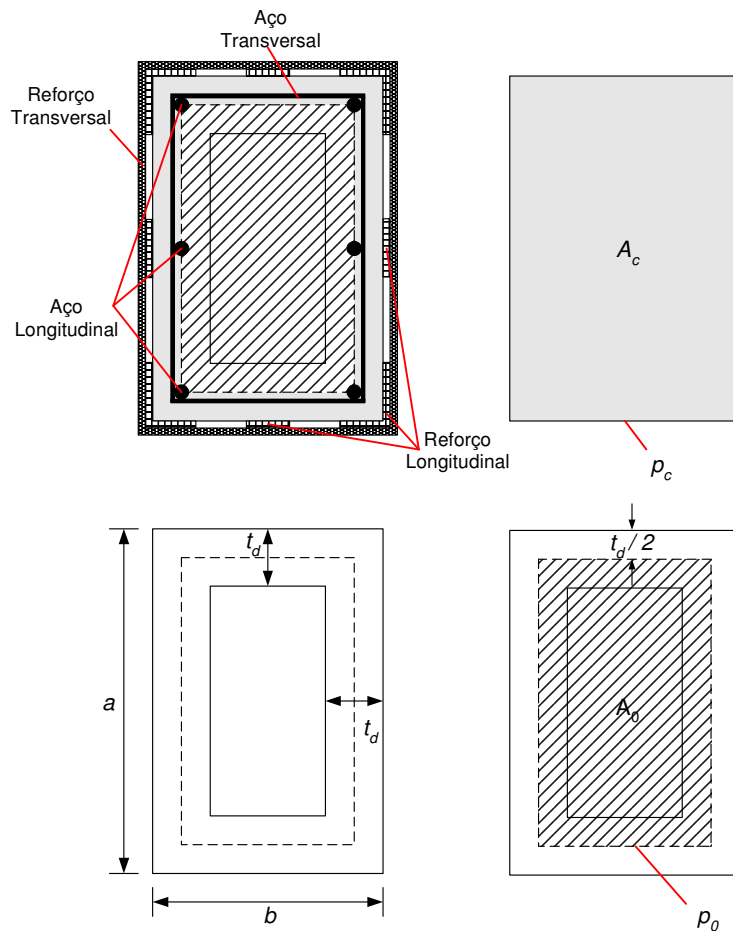


Figura 6.5 – Parâmetros da seção transversal.

O fluxo de cisalhamento na espessura t_d , deduzido a partir da 1ª fórmula de Bredt, é dado por:

$$\tau_{lt} = \frac{q}{t_d} = \frac{T}{2A_0 t_d} \quad (6.18)$$

6.2.2. Equações de Compatibilidade

A equações de compatibilidade de deformações específicas para o painel fissurado com fissuras inclinadas de um ângulo α , podem ser determinadas a partir do círculo de Mohr ilustrado na Figura 6.6, logo:

$$\varepsilon_\ell = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (6.19)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (6.20)$$

$$\frac{\gamma_{lt}}{2} = (-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (6.21)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{\varepsilon_\ell - \varepsilon_d}{\varepsilon_r - \varepsilon_d} \quad (6.22)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_d}{\varepsilon_r - \varepsilon_d} \quad (6.23)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\varepsilon_\ell - \varepsilon_d}{\varepsilon_t - \varepsilon_d} \quad (6.24)$$

$$\varepsilon_r + \varepsilon_d = \varepsilon_\ell + \varepsilon_t \quad (6.25)$$

onde

ε_ℓ – deformação específica na direção do eixo longitudinal;

ε_t – deformação específica na direção do eixo transversal;

ε_d – deformação específica na direção do eixo da fissura;

ε_r – deformação específica na direção perpendicular ao eixo das fissuras.

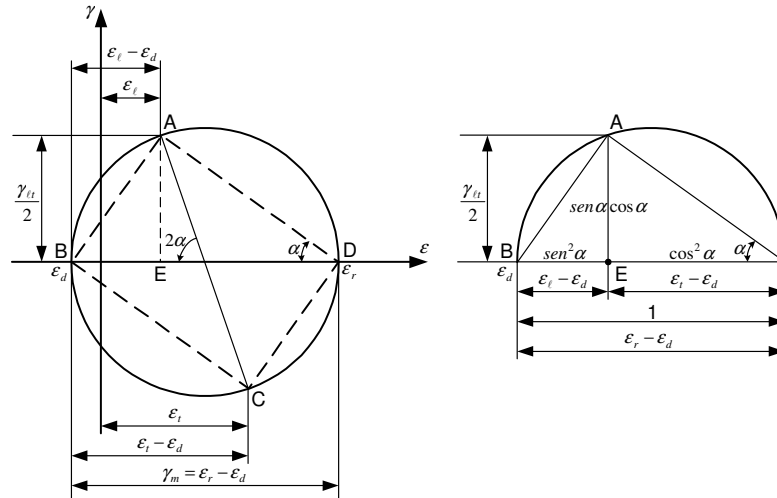


Figura 6.6 – Círculo de Mohr de deformações específicas.

6.2.3. Distorção Devido à Torção

A relação entre o ângulo de torção por unidade de comprimento θ num tubo de parede fina e a distorção $\gamma_{\ell t}$ na parede desse tubo é obtida a partir da condição de compatibilidade considerando-se o empenamento da seção. Efetuando-se um corte longitudinal num elemento de comprimento $d\ell$ do tubo (Figura 6.7), tem-se para a integral do empenamento diferencial dw (na direção ℓ) ao longo do perímetro:

$$\oint dw = 0 \tag{6.26}$$

pois o empenamento deve ser nulo.

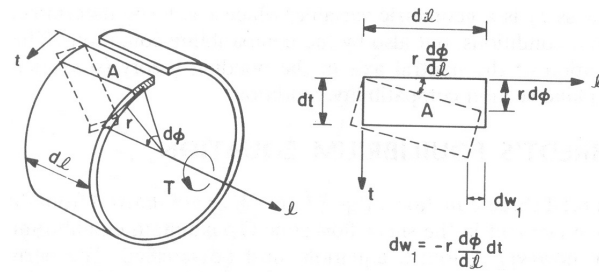
O empenamento de um elemento diferencial A com lados $d\ell$ e dt é composto pela soma de duas parcelas, a primeira referente a uma rotação rígida $d\phi$ (Figura 6.7.a), e a segunda é devida à distorção $\gamma_{\ell t}$ (Figura 6.7.b), donde:

$$dw = dw_1 + dw_2 \tag{6.27}$$

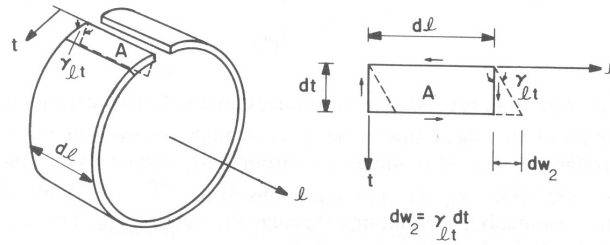
No elemento A solicitado à torção o empenamento diferencial dw_1 causado por uma rotação r com ângulo $r \frac{d\phi}{d\ell}$ é dado por:

$$dw_1 = -r \frac{d\phi}{d\ell} dt = -r\theta dt \tag{6.28}$$

onde r é a distância entre o centro do tubo no qual é aplicado o momento torçor e a linha central da parede do tubo.



(a) Empenamento na direção l devido ao ângulo de torção.



(b) Empenamento na direção l devido à distorção γ_{lt} .

Figura 6.7 – Empenamento em tubos de paredes fina (Hsu, 1993).

O empenamento diferencial dw_2 do elemento A (Figura 6.7.b), causado pela distorção γ_{lt} é dado por:

$$dw_2 = \gamma_{lt} dt \quad (6.29)$$

Substituindo-se as expressões 6.28 e 6.29 na expressão 6.27 tem-se:

$$dw = -r\theta dt + \gamma_{lt} dt \quad (6.30)$$

Como a integral do empenamento diferencial dw ao longo do perímetro deve ser nula segue-se:

$$\oint dw = -\theta \oint r dt + \oint \gamma_{lt} dt = 0 \quad (6.31)$$

sendo

$$\oint r dt = 2A_0 \quad (6.32)$$

então

$$\oint \gamma_{lt} dt = 2A_0\theta \quad (6.33)$$

Para tubos com paredes de espessura constante a tensão de cisalhamento τ_{lt} é constante, o que resulta numa distorção γ_{lt} uniforme. Isto permite escrever a expressão 6.33 como:

$$\gamma_{lt} \oint dt = 2A_0\theta \quad (6.34)$$

Sendo $\oint dt$ o perímetro da linha central do fluxo de cisalhamento tem-se:

$$p_0 = \oint dt \quad (6.35)$$

Substituindo-se a expressão 6.35 na expressão 6.34, e isolando-se θ resulta em:

$$\theta = \frac{p_0}{2A_0} \gamma_{lt} \quad (6.36)$$

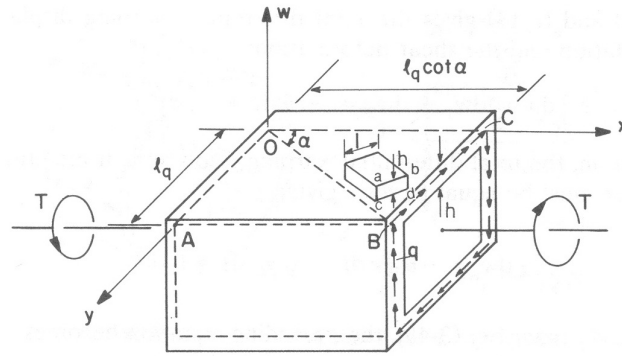
O ângulo de torção por unidade de comprimento θ causa uma distorção γ_{lt} nas parede onde ocorre o fluxo de cisalhamento. A distorção γ_{lt} causará no aço deformações específicas ε_ℓ e ε_t , e deformações específicas ε_r e ε_d no concreto.

6.2.4. Empenamento da Biela

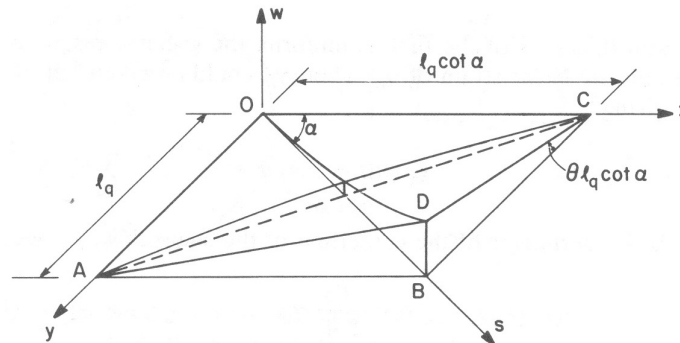
Em vigas solicitadas à torção o ângulo de torção por unidade de comprimento θ causa empenamento dos painéis que compõem as vigas de concreto armado, acarretando, além da compressão proveniente do fluxo de cisalhamento, flexão nas bielas inicialmente admitidas como comprimidas no modelo do painel fissurado.

A Figura 6.8 ilustra uma viga com seção retangular vazada composta por quatro painéis com espessura h e submetida a um momento torçor T . Cada painel é solicitado por um fluxo de cisalhamento q com espessura t_d . O painel superior tem largura ℓ_q e seu comprimento é dado por $\ell_q \cotg\alpha$ (Figura 6.8.a), onde a diagonal da linha média da seção onde atua o fluxo de cisalhamento para o painel superior $OABC$ tem um ângulo de inclinação α .

A viga com seção vazada ao se torcer de um ângulo θ , tem o plano $OABC$ do painel superior transformado numa superfície $OADC$ com formato de um parabolóide-hiperbólico (Figura 6.8.b). O lado CB do plano gira para a posição CD de um ângulo $\theta \ell_q \cotg \alpha$, e a linha OD inicialmente reta, passa a ter uma curvatura ψ .



(a) Viga com seção vazada submetida à torção.



(b) Deformação do painel superior.

Figura 6.8 – Flexão da biela de concreto de um painel de uma viga com seção vazada solicitada à torção (Hsu, 1993).

O sistema de coordenadas com eixos x , y e w é posicionado ao longo dos do plano OC , AO , com o eixo vertical situado na origem (Figura 6.8.b). A equação do parabolóide-hiperbólico $OADC$ é dada por:

$$w = \theta xy \quad (6.37)$$

onde w é o deslocamento perpendicular medido a partir do plano $x - y$.

Considerando-se um eixo s passando por OB na direção da biela de concreto, tem-se que a inclinação da curva OD é obtida derivando-se a expressão de w em relação a s . Aplicando-se a regra da cadeia à expressão 6.37 tem-se:

$$\frac{dw}{ds} = \frac{dw}{dx} \frac{dx}{ds} + \frac{dw}{dy} \frac{dy}{ds} = (\theta y) \frac{dx}{ds} + (\theta x) \frac{dy}{ds} \quad (6.38)$$

sendo

$$\text{sen } \alpha = \frac{dx}{ds} \quad (6.39)$$

e

$$\cos \alpha = \frac{dy}{ds} \quad (6.40)$$

Substituindo-se as expressões 6.39 e 6.40 na expressão 6.38 tem-se:

$$\frac{dw}{ds} = (\theta y) \cos \alpha + (\theta x) \operatorname{sen} \alpha \quad (6.41)$$

A curvatura da biela de concreto ψ é definida como:

$$\frac{d^2w}{ds^2} = \frac{\partial(dw/ds)}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial(dw/ds)}{\partial y} \frac{dy}{ds} \quad (6.42)$$

donde

$$\frac{d^2w}{ds^2} = (\theta \operatorname{sen} \alpha) \cos \alpha + (\theta \cos \alpha) \operatorname{sen} \alpha \quad (6.43)$$

Considerando-se a relação trigonométrica:

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (6.44)$$

resulta

$$\psi = \theta \operatorname{sen}(2\alpha) \quad (6.45)$$

6.2.5. Relações Constitutivas

6.2.5.1. Concreto

A curvatura ψ leva a uma distribuição de deformações específicas não-uniformes na biela de concreto. A Figura 6.9 mostra uma biela de concreto numa seção vazada com largura unitária e espessura h . A parte da biela que é tracionada não é considerada nessa análise. A área comprimida $abcd$ é considerada eficiente para resistir ao fluxo de cisalhamento. A profundidade da zona de compressão é definida pela linha neutra medida a partir da fibra extrema comprimida, definindo a espessura do fluxo de cisalhamento t_d . No interior da espessura t_d assume-se que a distribuição de deformações específicas é linear (Figura 6.9.b). A espessura t_d pode ser expressa em termos da curvatura ψ e da deformação específica máxima na superfície ε_{ds} :

$$t_d = \frac{\varepsilon_{ds}}{\psi} \quad (6.46)$$

A deformação específica média ε_d na biela é dada por:

$$\varepsilon_d = \frac{\varepsilon_{ds}}{2} \tag{6.47}$$

Considerando-se que a distribuição de deformação específica nas bielas seja linear, a distribuição de tensão é dada pela curva mostrada na Figura 6.9.c.

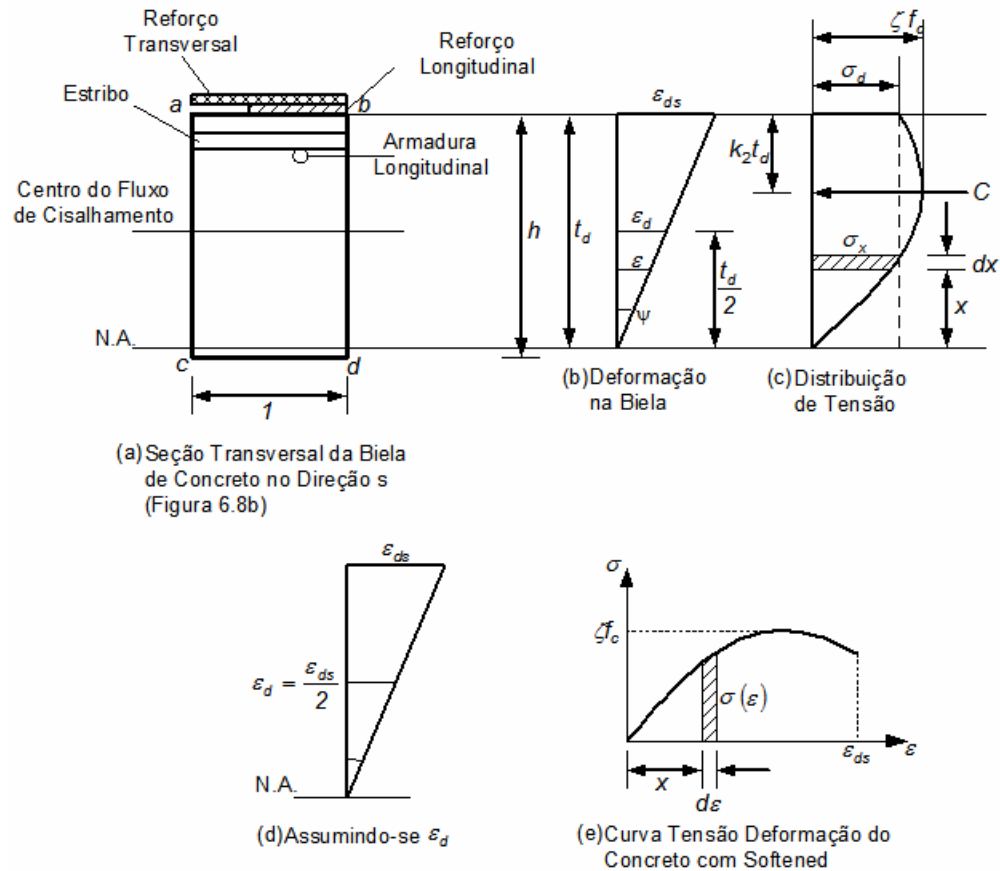


Figura 6.9 – Tensões e deformações específicas nas bielas de concreto (Hsu,1993).

A tensão máxima de compressão na biela é dada por:

$$\sigma_p = \zeta f'_c \tag{6.48}$$

Para a tensão média na biela tem-se:

$$\sigma_d = k_1 \sigma_p = k_1 \zeta f'_c \tag{6.49}$$

onde

ζ – coeficiente que considera o abrandamento de tensões na biela;

f'_c – resistência à compressão do concreto;

k_1 – coeficiente adimensional que relaciona a tensão média na biela com o seu valor máximo.

A força de compressão resultante C na biela é dada por:

$$C = \sigma_d t_d \quad (6.50)$$

ou

$$C = k_1 \sigma_p t_d \quad (6.51)$$

donde

$$C = k_1 \zeta' c t_d \quad (6.52)$$

Essa resultante está localizada a uma distância $k_2 t_d$ da fibra extrema comprimida. O coeficiente k_2 relaciona a distância entre a resultante C e a fibra extrema da biela.

Efetuando-se o equilíbrio das forças por meio da integração das tensões ao longo da biela, tem-se para o coeficiente k_1 :

$$C = k_1 \sigma_p t_d = \int_0^{t_d} \sigma(x) dx \quad (6.53)$$

Considerando-se que a distribuição da deformação específica ao longo da biela é linear, tem-se por semelhança de triângulos:

$$x = \left(\frac{t_d}{\varepsilon_{ds}} \right) \varepsilon \quad (6.54)$$

donde

$$dx = \left(\frac{t_d}{\varepsilon_{ds}} \right) d\varepsilon \quad (6.55)$$

Substituindo-se a expressão 6.55 na expressão 6.53, e alterando-se os limites de integração de t_d para ε_{ds} tem-se:

$$C = k_1 \sigma_p t_d = \int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon) \left(\frac{t_d}{\varepsilon_{ds}} \right) d\varepsilon = \frac{t_d}{\varepsilon_{ds}} \int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

logo

$$C = \frac{t_d}{\varepsilon_{ds}} \int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (6.56)$$

$$k_1 = \frac{1}{\sigma_p \varepsilon_{ds}} \int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (6.57)$$

Estabelecendo-se o equilíbrio em torno da linha neutra por meio de $\sum M = 0$, determina-se o coeficiente k_2 , logo:

$$c(1 - k_2)t_d = \int_0^{t_d} \sigma(x) x dx \quad (6.58)$$

Substituindo-se as expressões 6.54 e 6.55 na expressão 6.58, e alterando-se o limite de integração tem-se:

$$c(1-k_2)t_d = \left(\frac{t_d}{\varepsilon_{ds}}\right)^2 \int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon)\varepsilon d\varepsilon \quad (6.59)$$

Substituindo-se a expressão 6.56 na expressão 6.59, e isolando-se k_2 tem-se:

$$k_2 = 1 - \frac{1}{\varepsilon_{ds}} \frac{\int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon)\varepsilon d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon} \quad (6.60)$$

Relação constitutiva do concreto

A curva tensão-deformação específica do concreto proposta por Hsu (1993) considera o abrandamento de tensões, e apresenta-se sob a forma de duas equações, uma para o trecho ascendente e outra para os trechos descendentes (Figura 6.10), dadas por:

- Trecho ascendente:

$$\sigma_d = \sigma_p \left[2 \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (6.61)$$

- Trecho descendente:

$$\sigma_d = \sigma_p \left[1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{2\varepsilon_0 - \varepsilon_p} \right)^2 \right] \quad (6.62)$$

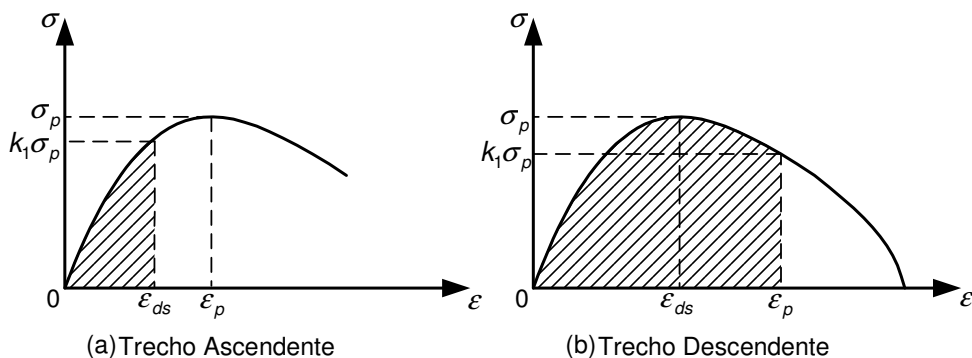


Figura 6.10 – Curvas tensão-deformação específica para o concreto considerando-se o abrandamento de tensões (Hsu, 1993).

Cálculo do coeficiente k_1

- Trecho ascendente: se as deformações específicas nas bielas estiverem no trecho ascendente da curva $\sigma_d \times \varepsilon$, ou seja, $\varepsilon_{ds}/\varepsilon_p \leq 1$ tem-se:

$$k_1 = \frac{1}{\sigma_p \varepsilon_{ds}} \int_0^{\varepsilon_{ds}} \sigma_p \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right)^2 \right] d\varepsilon \quad (6.63)$$

Integrando-se a expressão 6.63 resulta:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \right) \quad (6.64)$$

sendo $\varepsilon_p = \zeta \varepsilon_0$, e expressando-se k_1 em termos de ζ segue-se

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{ds}}{\zeta \varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{ds}}{\zeta \varepsilon_0} \right) \quad (6.65)$$

- Trecho descendente: se as deformações específicas nas bielas estiverem no trecho descendente da curva $\sigma_d \times \varepsilon$, ou seja, $\varepsilon_{ds}/\varepsilon_p > 1$ tem-se:

$$k_1 = \frac{1}{\sigma_p \varepsilon_{ds}} \int_0^{\varepsilon_p} \sigma_p \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right)^2 \right] d\varepsilon + \frac{1}{\sigma_p \varepsilon_{ds}} \int_0^{\varepsilon_p} \sigma_p \left[1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{2\varepsilon_0 - \varepsilon_p} \right)^2 \right] d\varepsilon \quad (6.66)$$

Integrando-se e simplificando-se a expressão 6.66 tem-se:

$$k_1 = \left[1 - \frac{\varepsilon_p^2}{(2\varepsilon_0 - \varepsilon_p)^2} \right] \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{ds}} \right) + \frac{\varepsilon_p^2}{(2\varepsilon_0 - \varepsilon_p)^2} \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \right) \quad (6.67)$$

sendo $\varepsilon_p = \zeta \varepsilon_0$, e expressando-se k_1 em termos de ζ segue-se

$$k_1 = \left[1 - \frac{\zeta^2}{(2 - \zeta)^2} \right] \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\zeta \varepsilon_0}{\varepsilon_{ds}} \right) + \frac{\zeta^2}{(2 - \zeta)^2} \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_p} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{ds}}{\zeta \varepsilon_0} \right) \quad (6.68)$$

O coeficiente ζ é dado por:

$$\zeta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 600\varepsilon_r}} \quad (6.69)$$

Cálculo do coeficiente k_2

O coeficiente k_2 pode ser calculado de maneira semelhante ao coeficiente k_1 , ou seja, por meio da integração da expressão 6.60, considerando-se as expressões 6.61 e 6.62 para o comportamento da curva $\sigma_d \times \varepsilon$.

Hsu (1993) relata que o valor de k_2 situa-se entre 0,40 e 0,45 e recomenda a adoção de $k_2 = 0,5$, ou seja, o centro do fluxo de cisalhamento esta a uma distância $0,5t_d$ da fibra externa comprimida. Com isso evita-se o

processo de integração para determinação k_2 , pois a linha central do fluxo de cisalhamento coincide com o valor médio da deformação específica ε_d , e o cálculo de A_0 e p_0 são simplificados.

6.2.5.2. Aço

Para a relação constitutiva do aço adota-se um modelo elasto-plástico perfeito (Figura 6.11), com comportamento linear até se atingir a deformação específica relativa à tensão de escoamento.

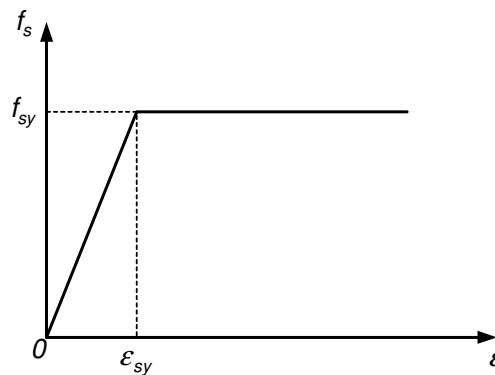


Figura 6.11 – Curva tensão-deformação específica do aço.

Para $\varepsilon_\ell < \varepsilon_{\ell y}$, ou seja, a deformação específica na direção longitudinal é menor que a deformação específica de escoamento da armadura de aço longitudinal, a tensão na armadura de aço longitudinal é dada por:

$$f_{s\ell} = E_{s\ell} \varepsilon_\ell \quad (6.70)$$

Para $\varepsilon_\ell \geq \varepsilon_{\ell y}$ tem-se:

$$f_{s\ell} = f_{s\ell y} \quad (6.71)$$

De forma análoga o mesmo pode ser escrito para a armadura de aço transversal, ou seja, quando $\varepsilon_t < \varepsilon_{ty}$ a tensão na armadura é dada por:

$$f_{st} = E_{st} \varepsilon_t \quad (6.72)$$

quando $\varepsilon_t \geq \varepsilon_{ty}$ tem-se:

$$f_{st} = f_{sty} \quad (6.73)$$

onde

$f_{s\ell y}$ – tensão de escoamento da armadura de aço longitudinal;

f_{sty} – tensão de escoamento da armadura de aço transversal;

E_{sl} – módulo de elasticidade do aço longitudinal;

E_{st} – módulo de elasticidade do aço transversal;

ε_{ly} – deformação específica de escoamento da armadura de aço longitudinal;

ε_{ty} – deformação específica de escoamento da armadura de aço transversal.

6.2.5.3. Reforço com CFC

Para o reforço com CFC adota-se um modelo elástico perfeito (Figura 6.12), com comportamento linear até o material de reforço atingir a tensão de ruptura do reforço ou a tensão de aderência entre o reforço de CFC e o concreto.

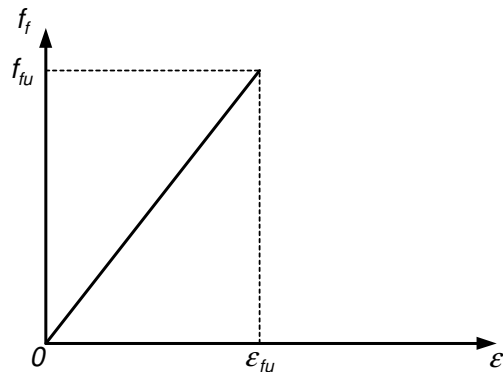


Figura 6.12 – Curva tensão-deformação específica do reforço de CFC.

A tensão no reforço de CFC no sentido longitudinal é dada por:

$$f_{fl} = E_f \varepsilon_l \quad (6.74)$$

De forma análoga para a tensão no reforço de CFC no sentido transversal tem-se:

$$f_{ft} = E_f \varepsilon_t \quad (6.75)$$

onde

f_{fl} – tensão na armadura de reforço longitudinal;

f_{ft} – tensão na armadura de reforço transversal;

f_{fu} – tensão de ruptura do reforço;

E_f – módulo de elasticidade do CFC.

6.2.5.3.1. Aderência entre o reforço de CFC e o concreto

As propriedades mecânicas do CFC dependem do fabricante e devem ser analisadas criteriosamente, pois esse tipo de material tem uma grande variação nas suas características intrínsecas.

Deve-se garantir a aderência total entre o CFC e o substrato de concreto, de modo a permitir a aplicação das sistemáticas apresentadas neste trabalho. Essa condição básica leva à adoção de um modelo teórico fundamentado na tensão efetiva de aderência.

Em Chen e Teng (2003) é apresentado um modelo baseado no modo de ruptura por descolamento do CFC. Nesse modelo a tensão efetiva axial resistida pelo CFC é dada por:

$$f_{f,e} = E_f \varepsilon_{f,e} \quad (6.76)$$

onde

$f_{f,e}$ – tensão efetiva no reforço;

$\varepsilon_{f,e}$ – deformação específica efetiva no reforço de CFC;

Como a tensão axial resistida pelo reforço não é transmitida de modo uniforme para o concreto, considera-se então um coeficiente de distribuição de tensão D_f . Assim a expressão 6.76 pode ser reescrita como:

$$f_{f,e} = D_f \sigma_{f,m\acute{a}x} \quad (6.77)$$

De acordo com Chen e Teng (2003) a tensão máxima no CFC é dada por:

$$\sigma_{f,m\acute{a}x} = 0,427 \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_f}{t_f} f'_c} \leq f_{f,u} \quad (6.78)$$

onde

f'_c – resistência à compressão do concreto;

t_f – espessura do reforço em CFC.

Neste modelo tem-se o coeficiente adimensional $\lambda = \frac{L_{m\acute{a}x}}{L_e} = 1$, onde $L_{m\acute{a}x}$ é o comprimento máximo de ancoragem do CFC, e L_e é o comprimento efetivo de ancoragem. Para $\lambda = 1$ tem-se $\beta_L = 1$, e considerando-se $\beta_w = 0,707$ para reforço contínuo, donde resulta para a expressão 6.78:

$$\sigma_{f,m\acute{a}x} = 0,302 \sqrt{\frac{E_f}{t_f} f'_c} \leq f_{f,u} \quad (6.79)$$

O fator de distribuição de tensão segundo esses autores é dado por:

$$D_f = \frac{2}{\pi} = 0,637 \quad (6.80)$$

Substituindo-se as expressões 6.79 e 6.80 na expressão 6.77 tem-se:

$$f_{f,e} = 0,192 \sqrt{\frac{E_f}{t_f}} \sqrt{f'_c} \leq f_{f,u} \quad (6.81)$$

6.2.6.

Cálculo do Perímetro e da Área Limitada pela Linha Central do Fluxo de Cisalhamento

Considerando-se $k_2 = 0,5$ o cálculo do perímetro e da área limitada pela linha central do fluxo de cisalhamento é simplificado (Figura 6.13), donde segue-se:

$$A_0 = (b - t_d)(h - t_d) \quad (6.82)$$

Desenvolvendo-se a expressão 6.82 tem-se:

$$A_0 = ab - (a + b)t_d + t_d^2 \quad (6.83)$$

sendo

$$p_c = 2(a + b) \quad (6.84)$$

e

$$A_c = ab \quad (6.85)$$

Seguindo-se para a expressão 6.85:

$$A_0 = A_c - \frac{1}{2} p_c t_d + t_d^2 \quad (6.86)$$

e para o perímetro

$$p_0 = p_c - 4t_d \quad (6.87)$$

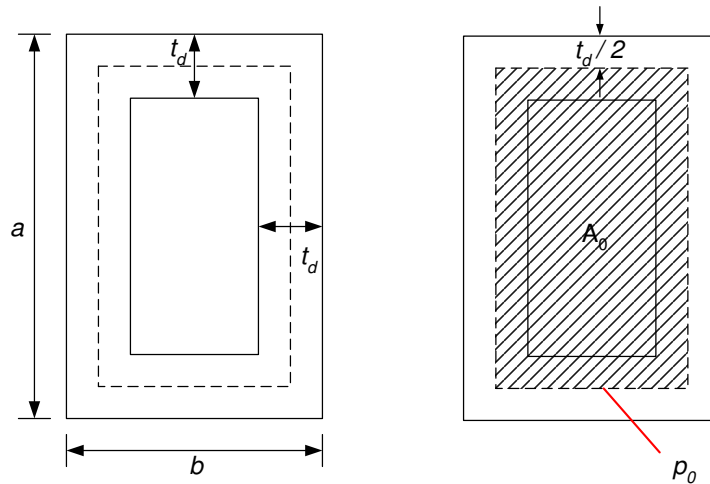


Figura 6.13 – Cálculo dos parâmetros A_0 e p_0 .

6.2.7. Espessura t_d em Função das Deformações Específicas

A espessura t_d pode ser expressa em termos das deformações específicas por meio da utilização das equações de compatibilidade. Substituindo-se a expressão 6.21 na expressão 6.36 tem-se:

$$\theta = \frac{p_0}{2A_0} 2(-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

donde

$$\theta = \frac{p_0}{A_0} (\varepsilon_r - \varepsilon_d) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (6.88)$$

Substituindo-se a expressão 6.88 na expressão 6.45 tem-se:

$$\psi = \frac{p_0}{A_0} (\varepsilon_r - \varepsilon_d) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \operatorname{sen}(2\alpha) \quad (6.89)$$

sendo

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad (6.90)$$

donde

$$\psi = \frac{p_0}{A_0} (\varepsilon_r - \varepsilon_d) 2 \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (6.91)$$

Substituindo-se a expressão 6.91 na expressão 6.46 tem-se:

$$\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{A_0}{2p_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)} \quad (6.92)$$

Substituindo-se as expressões 6.22, 6.23 e 6.47 na expressão 6.92 resulta:

$$\frac{(\varepsilon_\ell - \varepsilon_d)(\varepsilon_t - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)(\varepsilon_r - \varepsilon_d)} = \frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)}$$

donde

$$t_d = \frac{A_0}{\rho_0} \left[\frac{(-\varepsilon_d)(\varepsilon_r - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_\ell - \varepsilon_d)(\varepsilon_t - \varepsilon_d)} \right] \quad (6.93)$$

6.2.8.

Deformação Específica ε_ℓ como Função de f_{sl} e f_{fl}

Substituindo-se a expressão 6.22 na expressão 6.92 tem-se:

$$\frac{(\varepsilon_\ell - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)} \cos^2 \alpha = \frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)}$$

logo

$$\cos^2 \alpha = \frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_\ell - \varepsilon_d)} \quad (6.94)$$

Considerando-se a relação trigonométrica:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (6.95)$$

que substituída na expressão 6.16 leva à

$$\sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r (1 - \cos^2 \alpha) + \rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl} \quad (6.96)$$

Desenvolvendo-se a expressão 6.96 tem-se:

$$\sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r - \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl} \quad (6.97)$$

e com $\cos^2 \alpha$ em evidência e manipulando-se

$$\begin{aligned} \sigma_\ell &= \cos^2 \alpha (\sigma_d - \sigma_r) + \sigma_r + \rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl} \\ \cos^2 \alpha &= \frac{(\sigma_\ell - \sigma_r) - (\rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl})}{(\sigma_d - \sigma_r)} \\ \cos^2 \alpha &= \frac{(-\sigma_\ell + \sigma_r) + (\rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl})}{(\sigma_r - \sigma_d)} \end{aligned} \quad (6.98)$$

Substituindo-se as expressões 6.12, 6.14 e 6.98 na expressão 6.94 seguem-se:

$$\frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_\ell - \varepsilon_d)} = \frac{(-\sigma_\ell + \sigma_r) + \left(\frac{A_{sl}}{\rho_0 t_d} f_{sl} + \frac{A_{fl}}{\rho_c t_d} f_{fl} \right)}{(\sigma_r - \sigma_d)}$$

$$\begin{aligned}
(\varepsilon_\ell - \varepsilon_d) &= \frac{A_0(-\varepsilon_{ds})(\sigma_r - \sigma_d)}{2\rho_0 t_d \left[(-\sigma_\ell + \sigma_r) + \left(\frac{A_{s\ell}}{\rho_0 t_d} f_{s\ell} + \frac{A_{f\ell}}{\rho_c t_d} f_{f\ell} \right) \right]} \\
\varepsilon_\ell &= \varepsilon_d + \frac{A_0(-\varepsilon_{ds})(\sigma_r - \sigma_d)}{2\rho_0 t_d \left[(-\sigma_\ell + \sigma_r) + \left(\frac{\rho_c A_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_0 A_{f\ell} f_{f\ell}}{\rho_0 \rho_c t_d} \right) \right]} \\
\varepsilon_\ell &= \varepsilon_d + \frac{\rho_0 \rho_c t_d A_0(-\varepsilon_{ds})(\sigma_r - \sigma_d)}{2\rho_0 t_d [\rho_0 \rho_c t_d (-\sigma_\ell + \sigma_r) + (\rho_c A_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_0 A_{f\ell} f_{f\ell})]} \\
\varepsilon_\ell &= \varepsilon_d + \frac{\rho_c A_0(-\varepsilon_{ds})(\sigma_r - \sigma_d)}{2[\rho_0 \rho_c t_d (-\sigma_\ell + \sigma_r) + (\rho_c A_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_0 A_{f\ell} f_{f\ell})]} \quad (6.99)
\end{aligned}$$

Para torção pura tem-se $\sigma_\ell = 0$. Inserindo-se $\sigma_r = 0$ e $\varepsilon_d = \varepsilon_{ds}/2$ na expressão 6.99 tem-se:

$$\varepsilon_\ell = \varepsilon_d + \frac{\rho_c A_0(-\varepsilon_d)(-\sigma_d)}{(\rho_c A_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_0 A_{f\ell} f_{f\ell})} \quad (6.100)$$

6.2.9.

Deformação Específica ε_t como Função de f_{ft} e f_{st}

Combinando-se as expressões 6.23 e 6.92 tem-se:

$$\text{sen}^2 \alpha \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)} = \frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_r - \varepsilon_d)}$$

segundo-se

$$\text{sen}^2 \alpha = \frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_t - \varepsilon_d)} \quad (6.101)$$

Substituindo-se a expressão 6.95 na expressão 6.17 seguem-se:

$$\sigma_t = \sigma_d \text{sen}^2 \alpha + \sigma_r (1 - \text{sen}^2 \alpha) + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft}$$

$$\sigma_t = \sigma_d \text{sen}^2 \alpha + \sigma_r - \sigma_r \text{sen}^2 \alpha + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft}$$

$$\sigma_t = \sigma_r + \text{sen}^2 \alpha (\sigma_d - \sigma_r) + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft}$$

$$\text{sen}^2 \alpha = \frac{(\sigma_t - \sigma_r) - (\rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft})}{(\sigma_d - \sigma_r)}$$

$$\text{sen}^2 \alpha = \frac{-(\sigma_t - \sigma_r) + (\rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft})}{(-\sigma_d + \sigma_r)} \quad (6.102)$$

Substituindo-se as expressões 6.13, 6.15 e 6.102 na expressão 6.101 seguem-se:

$$\frac{A_0}{2\rho_0 t_d} \frac{(-\varepsilon_{ds})}{(\varepsilon_t - \varepsilon_d)} = \frac{-(\sigma_t - \sigma_r) + \left(\frac{A_{st}}{s_t t_d} f_{st} + \frac{A_{ft}}{s_{ft} t_d} f_{ft} \right)}{(-\sigma_d + \sigma_r)}$$

$$(\varepsilon_t - \varepsilon_d) = \frac{A_0(-\varepsilon_{ds})(-\sigma_d + \sigma_r)}{2\rho_0 t_d \left[-(\sigma_t - \sigma_r) + \left(\frac{A_{st}}{s_t t_d} f_{st} + \frac{A_{ft}}{s_{ft} t_d} f_{ft} \right) \right]}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d + \frac{A_0(-\varepsilon_{ds})(-\sigma_d + \sigma_r)}{2\rho_0 t_d \left[-(\sigma_t - \sigma_r) + \left(\frac{s_{ft} A_{st} f_{st} + s_t A_{ft} f_{ft}}{s_t s_{ft} t_d} \right) \right]}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d + \frac{A_0 s_t s_{ft} t_d (-\varepsilon_{ds})(-\sigma_d + \sigma_r)}{2\rho_0 t_d [-s_t s_{ft} t_d (\sigma_t - \sigma_r) + (s_{ft} A_{st} f_{st} + s_t A_{ft} f_{ft})]} \quad (6.103)$$

Para torção pura tem-se $\sigma_t = 0$. Inserindo-se $\sigma_r = 0$ e $\varepsilon_d = \varepsilon_{ds}/2$ na expressão 6.103 tem-se:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d + \frac{A_0 s_t s_{ft} (-\varepsilon_{ds})(-\sigma_d)}{\rho_0 (s_{ft} A_{st} f_{st} + s_t A_{ft} f_{ft})} \quad (6.104)$$

6.2.10. Passos para Solução do Problema

Como o modelo proposto não considera a resistência à tração do concreto, o primeiro passo para a resolução do problema é obter o momento torçor de fissuração T_{cr} , que pode ser calculado pela seguinte expressão (Hsu, 1968 e Hsu, 1983):

$$T_{cr} = (1 + 4\rho_{s,total}) T_{np} \quad (6.105)$$

Sendo:

$$\rho_{s,total} = \rho_{st} + \rho_{sl} \quad (6.106)$$

e

$$T_{np} = 6(x^2 + 10)y\sqrt[3]{f'_c} \quad (6.107)$$

onde

f'_c – resistência a compressão do concreto;

$\rho_{s,total}$ – taxa de armadura de aço total;

T_{np} – momento torçor resistido pelo concreto.

x – largura da viga;

y – altura da viga.

Para o cálculo do ângulo de torção por unidade de comprimento θ_{cr} relativo à fissuração da viga, adota-se a expressão 3.15 apresentada no item 3.22, pois considera-se o concreto como material homogêneo e isótropo.

Calculados T_{cr} e θ_{cr} , o problema de vigas de concreto armado reforçadas com CFC solicitadas à torção passa a ser composto por 19 equações e 22 incógnitas, cuja solução do problema é obtida por um processo iterativo.

Inicialmente deve-se arbitrar valores para ε_d , ε_r e t_d e, ao final de cada passo iterativo, verifica-se se os valores assumidos para ε_r e t_d são iguais aos calculados, senão torna-se a repetir o processo.

A curva $T \times \theta$ é construída a partir dos valores assumidos para ε_d , ou seja, para cada valor de ε_d escolhido o problema converge para um par de valores (T, θ) . O fluxograma mostrado na Figura 6.14 ilustra esse procedimento de cálculo.

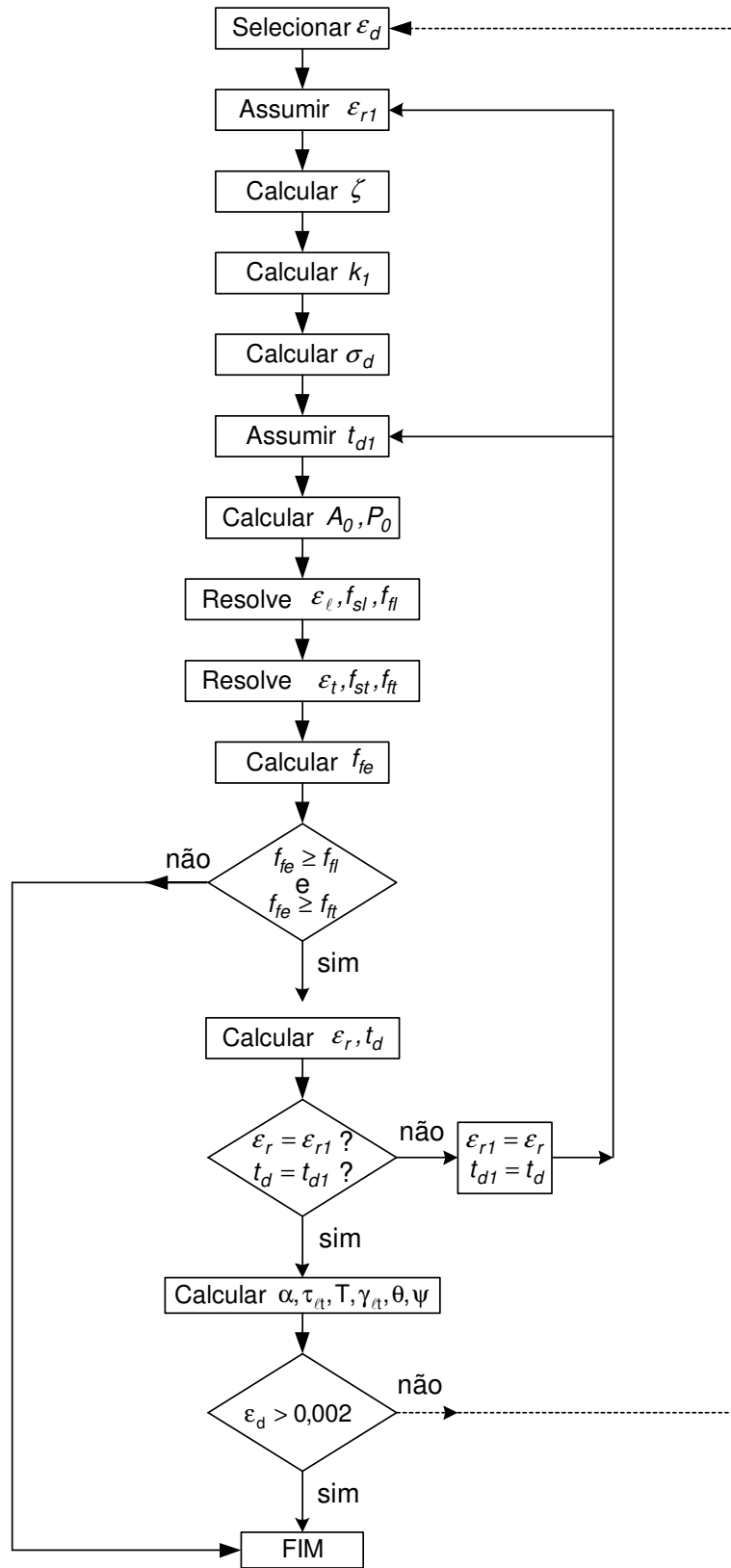


Figura 6.14 – Fluxograma para solução do problema.

6.2.11. Implementação Computacional

Foi desenvolvido um programa para o cálculo da curva $T \times \theta$ de vigas retangulares de concreto armado solicitadas à torção a partir do modelo TEAT (Figura 6.15). Utilizou-se a biblioteca IUP (*Portable User Interface*) para a composição da interface gráfica e a biblioteca XY para o traçado do gráfico, que são bibliotecas gráficas desenvolvidas e mantidas pelo TecGraf.

Além de calcular a curva teórica, o programa permite importar outras curvas. A Figura 6.15 mostra a interface gráfica do programa desenvolvido, cujas regiões numeradas são descritas a seguir:

1. Dados de entrada – características geométricas da viga e propriedades mecânicas dos materiais.
2. Curvas – lista das curvas teórica, calculada pelo programa, e experimentais, que são importadas pelo programa.
3. Região onde são traçadas as curvas $T \times \theta$. A curva teórica é sempre traçada em vermelho e as cores das curvas experimentais podem ser selecionadas ao pressionar o botão direito do mouse sobre o nome da curva localizado na região 2.
4. Área onde são informados os valores máximos de momento torçor e ângulo de torção por unidade de comprimento da curva teórica.

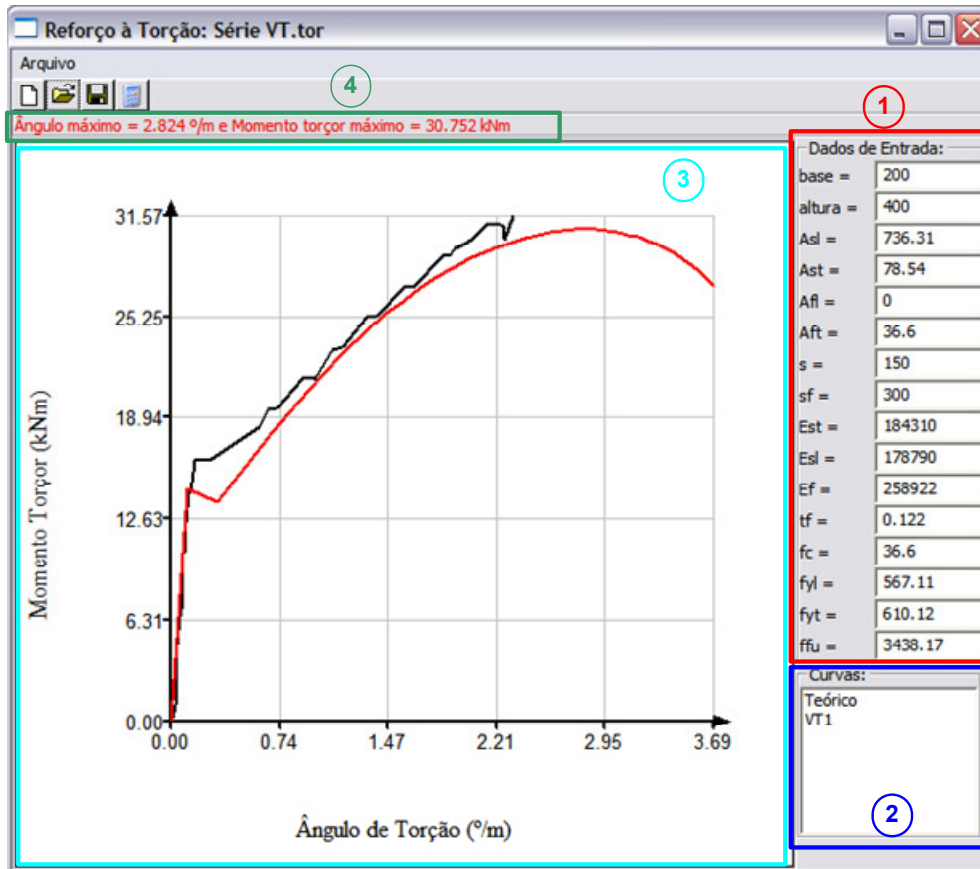


Figura 6.15 – Interface gráfica.

6.3. Modelo de Dimensionamento de Reforço com CFC para de Vigas de Concreto

O dimensionamento do reforço à torção com material compósito, adotando-se o modelo da Treliça Espacial Generalizada e o formato do Eurocode 2 (1991), é função da armadura longitudinal e dos estribos fechados, que em conjunto constituem esse reforço. Essa filosofia de dimensionamento é expressa por:

$$T_{Sd} \leq \begin{cases} T_{Rd1} \\ T_{Rd2} \end{cases} \quad (6.108)$$

onde

T_{Sd} – momento torçor de projeto;

T_{Rd1} – momento torçor resistido pelas bielas;

T_{Rd2} – momento torçor resistido pelas armaduras (de aço e de CFC).

O momento torçor resistido pelas bielas é dado por:

$$T_{Rd1} = 2\nu f_{cd} \frac{tA_k}{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha)} \quad (6.109)$$

sendo

$$\nu = 0,7 \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) \geq 0,35 \quad (6.110)$$

onde

f_{cd} – resistência à compressão de cálculo do concreto;

ν – fator de efetividade do concreto;

f_{ck} – resistência característica do concreto (MPa);

α – ângulo de inclinação das bielas.

A redução em 30% no valor de ν , no caso da torção, deve-se ao fato das bielas serem flexo-comprimidas, e no caso da força cortante elas são comprimidas. Quando da torção as bielas assumem a forma de uma superfície de dupla curvatura (parabolóide hiperbólico) conforme mostrado no item 6.2.4. O intervalo de variação do ângulo de inclinação das bielas é $32^\circ \leq \alpha \leq 68^\circ$ (Hsu, 1993).

As parcelas do momento torçor devidas às armaduras de reforço são obtidas por meio da condição de resistência da biela:

$$T_{Rd2} = T_{Rd,RC} + T_{Rd,CFC} \quad (6.111)$$

onde a parcela correspondente à resistência da viga sem reforço é dada por

$$T_{Rd,RC} = 2A_k \operatorname{tg}\alpha \frac{A_{St} f_{ytd}}{u_k} = 2A_k \operatorname{cotg}\alpha \frac{A_{St} f_{ytd}}{s} \quad (6.112)$$

onde A_k, u_k são, respectivamente, a área definida pela linha média da seção admitida com um tubo de paredes finas de espessura t , e o perímetro dessa área.

As expressões anteriores mostram que o reforço em CFC somente pode ser executado se for garantida a condição de integridade das bielas. O acréscimo de resistência deve ser determinado de modo a evitar a ruptura das bielas, donde o dimensionamento deve ser efetuado considerando-se a seguinte parcela de momento torçor:

$$\Delta T_{Sd} = T_{Rd1} - T_{Rd,RC} \quad (6.113)$$

O momento torçor fornecido pela expressão 6.113 deve ser resistido pelas armaduras de reforço com CFC:

$$\Delta T_{Sd} \leq \begin{cases} T_{Rdt,CFC} \\ T_{Rdl,CFC} \end{cases} \quad (6.114)$$

sendo $T_{Rdt,CFC}$, $T_{Rdl,CFC}$ as parcelas do reforço transversal e longitudinal.

6.3.1. Armadura transversal de reforço

O Bulletin 14 da FIB fornece para a parcela da armadura transversal do reforço em CFC no caso de envolvimento completo da viga a seguinte expressão:

$$T_{Rdt,CFC} = 2bh\varepsilon_{ek,f}E_f t_f \cot\alpha \quad (6.115)$$

onde

$\varepsilon_{fk,e}$ – deformação específica característica efetiva do CFC;

E_f – módulo de elasticidade do CFC na direção de alinhamento das fibras;

t_f – espessura do reforço;

b_f – largura do reforço;

s_f – espaçamento do reforço.

Para o arranjo do reforço em **U** com os extremos ancorados e em estribos fechados, essa parcela é dada por:

$$T_{Rdt,CFC} = 2bh\varepsilon_{ek,f}E_f \frac{t_f b_f}{s_f} \cot\alpha \quad (6.116)$$

6.3.2. Armadura Longitudinal de Reforço

No caso das fibras do CFC serem alinhadas na direção do eixo da viga o Bulletin 14 da FIB fornece:

$$T_{Rdl,CFC} = 2bh\varepsilon_{ek,f}E_f \frac{A_{fl}}{u_k} \tan\alpha \quad (6.117)$$

onde A_{fl} é a área da armadura longitudinal de reforço.

6.3.3. Ângulo da Biela Flexo-Comprimida

As equações de equilíbrio 6.16, 6.17 e 6.6 para análise de vigas de concreto armado reforçadas com CFC solicitadas à torção, deduzidas a partir do modelo do painel fissurado são:

$$\begin{cases} \sigma_\ell = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \operatorname{sen}^2 \alpha + \rho_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_{f\ell} f_{f\ell} \\ \sigma_t = \sigma_d \operatorname{sen}^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} \\ \tau_{\ell t} = (-\sigma_d + \sigma_r) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \end{cases}$$

Substituindo-se a relação trigonométrica dada pela expressão 6.95 na equação 6.16 seguem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_\ell &= \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r (1 - \cos^2 \alpha) + \rho_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_{f\ell} f_{f\ell} \\ \sigma_\ell &= \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r - \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_{f\ell} f_{f\ell} \\ -\sigma_\ell + \sigma_r + \rho_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_{f\ell} f_{f\ell} &= (-\sigma_d + \sigma_r) \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad 6.118$$

De forma análoga substituindo-se a equação 6.95 na equação 6.17 seguem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma_d \operatorname{sen}^2 \alpha + \sigma_r (1 - \operatorname{sen}^2 \alpha) + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} \\ \sigma_t &= \sigma_d \operatorname{sen}^2 \alpha + \sigma_r - \sigma_r \operatorname{sen}^2 \alpha + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} \\ -\sigma_t + \sigma_r + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} &= (-\sigma_d + \sigma_r) \operatorname{sen}^2 \alpha \end{aligned} \quad 6.119$$

Eliminando-se $(-\sigma_d + \sigma_r)$ das expressões 6.119 e 6.6:

$$\begin{aligned} -\sigma_\ell + \sigma_r + \rho_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_{f\ell} f_{f\ell} &= \frac{\tau_{\ell t}}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} \cos^2 \alpha \\ -\sigma_\ell + \sigma_r + \rho_{s\ell} f_{s\ell} + \rho_{f\ell} f_{f\ell} &= \tau_{\ell t} \operatorname{cotg} \alpha \end{aligned} \quad 6.120$$

De forma análoga, eliminando $(-\sigma_d + \sigma_r)$ das equações 6.120 e 6.6 seguem-se:

$$\begin{aligned} -\sigma_t + \sigma_r + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} &= \frac{\tau_{\ell t}}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} \operatorname{sen}^2 \alpha \\ -\sigma_t + \sigma_r + \rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} &= \tau_{\ell t} \tan \alpha \end{aligned} \quad 6.121$$

Desprezando-se a resistência a tração do concreto, ou seja, $\sigma_r = 0$ e sendo para torção pura $\sigma_\ell = 0$ e $\sigma_t = 0$ e considerando-se a relação trigonométrica:

$$\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha} \quad 6.122$$

as equações de equilíbrio podem ser escritas como

$$\rho_{sl} f_{sl} + \rho_{fl} f_{fl} = \tau_{lt} \cot \alpha \quad 6.123$$

$$\rho_{st} f_{st} + \rho_{ft} f_{ft} = \tau_{lt} \operatorname{tg} \alpha \quad 6.124$$

$$(-\sigma_d) = \tau_{lt} (\operatorname{tg} \alpha + \cot \alpha) \quad 6.125$$

Do círculo de Mohr para as deformações mostrado na Figura 6.6, tem-se a equação de compatibilidade dada por:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon_\ell - \varepsilon_d}{\varepsilon_t - \varepsilon_d} \quad 6.126$$

Admitindo-se a equação constitutiva do concreto por meio de uma linearização (Figura 6.16), e a aderência entre o concreto e as armaduras de aço e de CFC, seguem-se para as deformações específicas:

$$\varepsilon_d = \frac{\tau}{E_{c,sec}} (\operatorname{tg} \alpha + \cot \alpha) \quad 6.127$$

$$\varepsilon_t = \frac{\tau}{E_{c,sec}} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{(n_s \rho_{st} + n_f \rho_{ft})} \quad 6.128$$

Supondo-se que a deformação específica do concreto ao longo do painel fissurado seja uma média entre a deformação específica de sua parte superior e a deformação específica da parte inferior resulta:

$$\varepsilon_\ell = \frac{\varepsilon_{sup} + \varepsilon_{inf}}{2} \quad 6.129$$

$$\varepsilon_\ell = - \frac{\tau}{E_{c,sec}} \frac{\cot \alpha}{n_s \rho_{sl} + n_f \rho_{fl}} \quad 6.130$$

sendo

$$n_s = \frac{E_s}{E_c} \quad 6.131$$

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} \quad 6.132$$

onde

$E_{c,sec}$ – módulo de elasticidade secante do concreto;

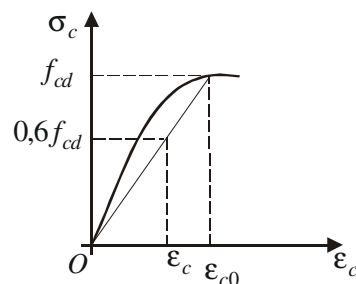


Figura 6.16 – Linearização da relação constitutiva do concreto.

Substituindo-se as expressões 6.127, 6.128 e 6.130 na expressão 6.126 tem-se:

$$tg^2 \alpha = \frac{tg \alpha + cotg \alpha + \frac{cotg \alpha}{n_s \rho_{sl} + n_f \rho_{fl}}}{tg \alpha + cotg \alpha + \frac{tg \alpha}{(n_s \rho_{st} + n_f \rho_{ft})}} \quad 6.133$$

Isolando-se $tg \alpha$ na expressão 6.133:

$$tg^2 \alpha = \frac{\left(1 + \frac{1}{n_s \rho_{sl} + n_f \rho_{fl}}\right) \frac{1}{tg \alpha} + tg \alpha}{\left(1 + \frac{1}{(n_s \rho_{st} + n_f \rho_{ft})}\right) tg \alpha + \frac{1}{tg \alpha}} \quad 6.134$$

e pondo-se

$$A = \left(1 + \frac{1}{n_s \rho_{sl} + n_f \rho_{fl}}\right) \quad 6.135$$

$$B = \left(1 + \frac{1}{n_s \rho_{st} + n_f \rho_{ft}}\right) \quad 6.136$$

tem-se

$$tg^2 \alpha = \frac{A \frac{1}{tg \alpha} + tg \alpha}{B tg \alpha + \frac{1}{tg \alpha}}$$

$$tg^2 \alpha = \frac{\frac{A + tg^2 \alpha}{tg \alpha}}{\frac{B tg^2 \alpha + 1}{tg \alpha}}$$

$$tg^2 \alpha = \frac{A + tg^2 \alpha}{tg \alpha} \frac{tg \alpha}{B tg^2 \alpha + 1}$$

que simplificada fica

$$tg^2 \alpha = \frac{A + tg^2 \alpha}{B tg^2 \alpha + 1}$$

Seguindo-se:

$$tg^2 \alpha (B tg^2 \alpha + 1) = A + tg^2 \alpha$$

$$B tg^4 \alpha + tg^2 \alpha = A + tg^2 \alpha$$

donde

$$tg^4 \alpha = \frac{A}{B} \quad 6.137$$

Substituindo-se as expressões 6.135 e 6.136 na expressão 6.137 resulta:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{1 + \frac{1}{n_s \rho_{sl} + n_f \rho_{fl}}}{1 + \frac{1}{n_s \rho_{st} + n_f \rho_{ft}}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad 6.138$$

O ângulo de inclinação das bielas α é admitido igual ao ângulo de inclinação das fissuras e igual ao ângulo de inclinação das deformações específicas principais. Após o reforço com CFC esse ângulo varia de acordo com a equação 6.138 (Aprile e Bendetti, 2004).

A consideração da aderência entre o CFC e o substrato de concreto é feita por meio do cálculo da tensão efetiva apresentado por Chen e Teng (2003), detalhado no item 6.2.5.3.

O fluxograma mostrado na Figura 6.17 ilustra o procedimento para dimensionamento utilizando-se esta sistemática.

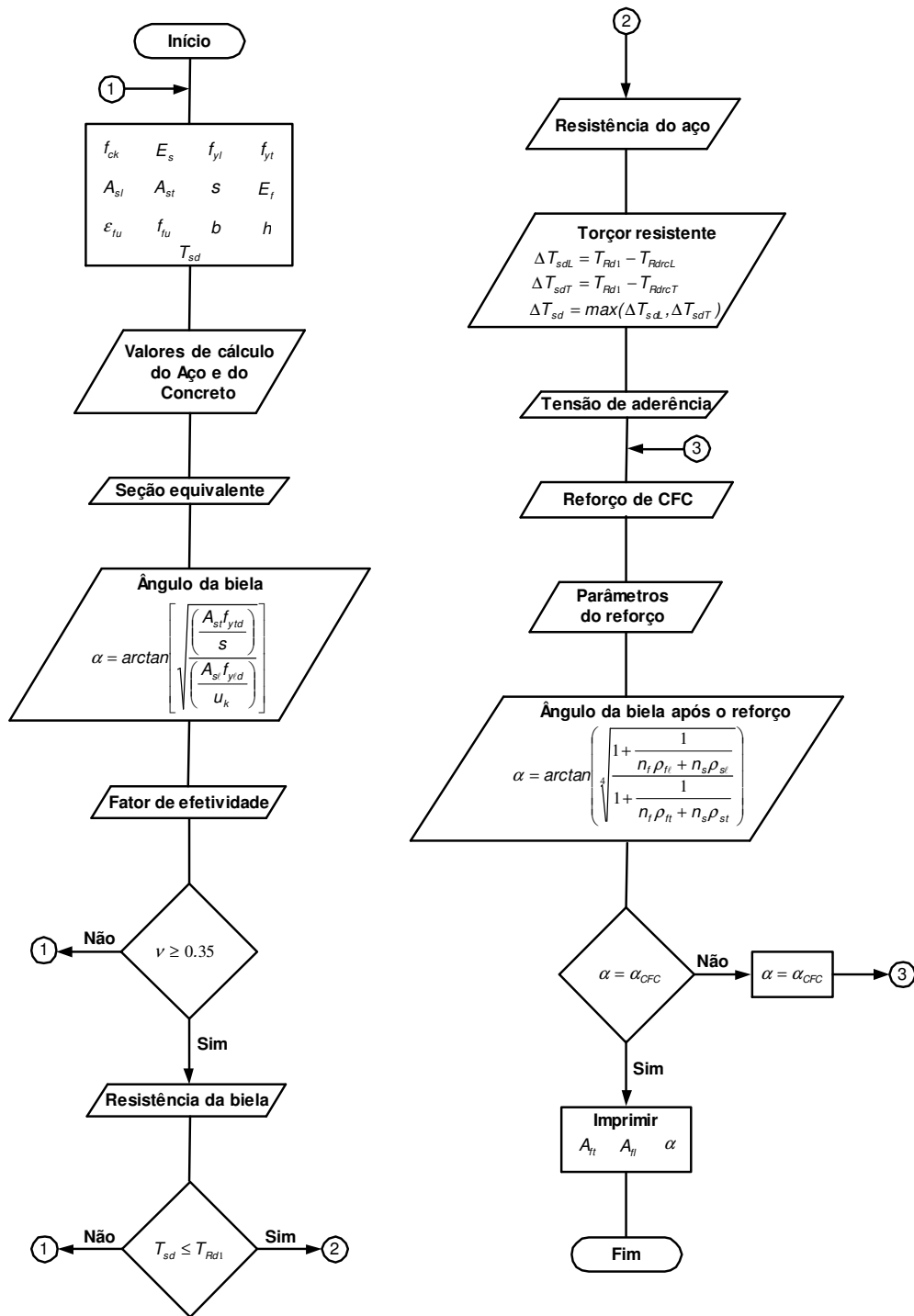


Figura 6.17 – Fluxograma para dimensionamento de reforço com CFC em vigas solicitadas à torção.

6.4. Exemplos Numéricos

Para ilustração dos modelos apresentados são calculados os momentos torçores últimos para as vigas C1, C2, C4 e C5 ensaiadas por Ghobarah *et al.* (2002).

A Tabela 6.1 compara os resultados experimentais e os resultados teóricos obtidos por meio do modelo da treliça espacial generalizada com abrandamento de tensões.

Tabela 6.1 – Comparação entre resultados experimentais e o modelo da treliça espacial generalizada com abrandamento de tensões para vigas reforçadas à torção com CFC.

Viga	A_{ft}/s_{ft}	Experimental	Teórico	Exp. / Teor.
C1	0,165	17,97	17,03	1,06
C4	0,11	15,83	16,01	0,99
C2	0,083	13,96	15,14	0,92
C5	0,066	13,41	15,03	0,89
Média				0,96
Des. Padrão				0,07
Coef. Var. (%)				7,5

A Tabela 6.2 compara os resultados experimentais e os resultados teóricos calculados por meio do modelo proposto para o dimensionamento de reforço com CFC.

Tabela 6.2 – Comparação entre os resultados experimentais e o modelo de dimensionamento de reforço com CFC para as vigas solicitadas à torção.

Viga	A_{ft}/s_{ft}	Experimental	Teórico	Exp / Teor.
C1	0,165	17,97	17,38	1,03
C4	0,11	15,83	15,91	1,00
C2	0,083	13,96	15,15	0,92
C5	0,066	13,41	14,70	0,91
Média				0,97
Des. Padrão				0,06
Coef. Var. (%)				6,1

Os resultados obtidos nos dois modelos apresentaram boa aproximação em relação aos resultados experimentais da bibliografia. No modelo da treliça espacial generalizada com abrandamento de tensões, a relação *Exp./Teór.* obtida foi de 0,96 e o coeficiente de variação de 7,5%. No modelo de dimensionamento de reforço a relação *Exp./Teór.* obtida foi de 0,97 e o coeficiente de variação de 6,1%.

Verificou-se que quanto menor a taxa de armadura transversal de reforço maior é a diferença entre resultados experimentais e teóricos. Esse problema, ao que tudo indica, está relacionado com o modelo de aderência entre o CFC e o substrato de concreto.