

3

Modelagem Matemática

O objetivo desta dissertação, conforme exposto anteriormente, é estabelecer restrições ao comportamento estatístico das interferências externas presentes em um enlace de comunicações, de modo a garantir que, independentemente das características específicas do sistema interferente considerado, as condições de desempenho em (2-1) sejam satisfeitas. Como a ocorrência de interferências está estreitamente relacionada com a degradação y devida às mesmas, define-se inicialmente, neste capítulo, um problema de otimização com restrições, cuja solução permite estabelecer as restrições a serem impostas ao comportamento estatístico da degradação y devida às interferências externas de forma que as condições em (2-1) sejam atendidas. As restrições a serem impostas ao comportamento estatístico das interferências, podem ser obtidas, conforme será mostrado na Seção 3.4, a partir das restrições impostas à degradação y .

As seções que se seguem definem as restrições para o problema, a função objetivo, o problema de otimização a ser solucionado e o relacionamento entre os comportamentos estatísticos da interferência e da degradação devida a interferências.

3.1

Definição das restrições do problema de otimização

Considera-se, nesta dissertação, que os modelos para a caracterização da degradação x devida a chuvas são conhecidos.

Para a degradação y da razão E_b/N_0 , devida às interferências causadas por outros sistemas, será utilizada uma representação paramétrica, assumidas as seguintes hipóteses:

- (i) A degradação y relativa às interferências é limitada ao intervalo

$$[Y_{min}, Y_{max}].$$

- (ii) Permite-se a existência de uma probabilidade diferente de zero para as degradações iguais a Y_{min} e Y_{max} , ou seja, $P(y = Y_{min})$ e $P(y = Y_{max})$ diferentes de zero.
- (iii) No intervalo aberto (Y_{min}, Y_{max}) , a função densidade de probabilidade da degradação devida a interferência $p_y(Y)$ é contínua e diferenciável, e será representada por uma expansão em série de uma base de funções ortonormais contínuas e diferenciáveis no intervalo (Y_{min}, Y_{max}) .

Sob estas hipóteses, a função densidade de probabilidade $p_y(Y)$ pode ser escrita como

$$p_y(Y) = \alpha_0 \delta(Y - Y_{min}) + \alpha_{n+1} \delta(Y - Y_{max}) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(Y) \quad (3-1)$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função impulso, $\{\phi_i(Y) , i = 1, \dots, n\}$ é o conjunto de funções ortonormais contínuas e diferenciáveis no intervalo (Y_{min}, Y_{max}) e $\{\alpha_0, \dots, \alpha_{n+1}\}$ o conjunto de parâmetros utilizados para representar a função $p_y(Y)$. A Figura 3.1 ilustra a função densidade de probabilidade $p_y(Y)$.

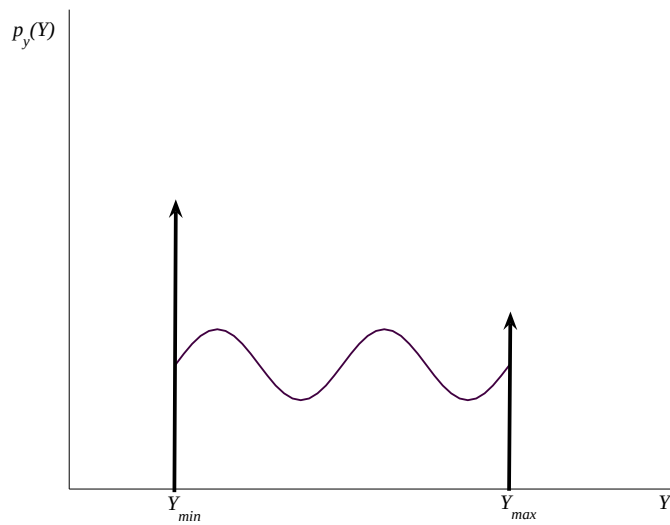


Figura 3.1: Função densidade de probabilidade da degradação devida a interferências externas

Note que, como

$$\int_{Y_{min}}^{Y_{max}} p_y(Y) dY = 1, \quad (3-2)$$

é possível expressar o valor do parâmetro α_{n+1} em (3-1) como função dos demais parâmetros $(\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\})$. Tem-se assim,

$$\alpha_{n+1} = 1 - \alpha_0 - \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i \quad (3-3)$$

onde

$$c_i = \int_{Y_{min}}^{Y_{max}} \phi_i(Y) dY \quad (3-4)$$

Conseqüentemente, $p_y(Y)$ pode ser escrita como função dos $n + 1$ primeiros parâmetros $\{\alpha_0, \dots, \alpha_n\}$, obtendo-se de (3-1),

$$p_y(Y) = \delta(Y - Y_{max}) + \alpha_0 [\delta(Y - Y_{min}) - \delta(Y - Y_{max})] + \sum_{i=1}^n \alpha_i [\phi_i(Y) - c_i \delta(Y - Y_{max})] \quad (3-5)$$

com os coeficientes c_i dados por (3-4).

No capítulo anterior verificamos em (2-16) que as restrições a serem impostas à degradação total z podem ser expressas por

$$P(z > Z_j) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-6)$$

onde $\{Z_j, j = 1, \dots, m\}$ são valores de degradação total devida à ocorrência de chuva e interferência ($z = x + y$) associados ao níveis $\{(E_b/N_0)_j, j = 1, \dots, m\}$ pré-estabelecidos e $\{p_j, j = 1, \dots, m\}$ são probabilidades correspondentes a percentagens de tempo pré-fixadas.

Considerando-se que as variáveis aleatórias x e y são estatisticamente independentes, a função densidade de probabilidade de z pode ser expressa como a convolução das funções densidade de probabilidade de x e y , ou seja,

$$p_z(Z) = p_x(Z) * p_y(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} p_y(\alpha) p_x(Z - \alpha) d\alpha \quad (3-7)$$

A função distribuição de probabilidade da variável aleatória z , definida

como

$$F_z(Z) = P(z \leq Z) \quad (3-8)$$

pode ser expressa, considerando-se (3-7), por

$$F_z(Z) = \int_{-\infty}^Z p_z(\beta) d\beta = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^Z p_y(\alpha) p_x(\beta - \alpha) d\alpha d\beta$$

ou ainda,

$$F_z(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} p_y(\alpha) \int_{-\infty}^Z p_x(\beta - \alpha) d\beta d\alpha \quad (3-9)$$

A mudança de variável $\beta - \alpha = \gamma$ na integral interna permite escrever

$$F_z(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} p_y(\alpha) \int_{-\infty}^{Z-\alpha} p_x(\gamma) d\gamma d\alpha. \quad (3-10)$$

ou ainda, lembrando-se que

$$\int_{-\infty}^X p_x(\gamma) d\gamma = F_x(X) \quad (3-11)$$

obtem-se

$$F_z(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} p_y(\alpha) F_x(Z - \alpha) d\alpha. \quad (3-12)$$

ou seja,

$$F_z(Z) = p_y(Z) * F_x(Z). \quad (3-13)$$

Considerando-se a expressão para $p_y(Y)$ em (3-5), obtem-se, de (3-13)

$$\begin{aligned} F_z(Z) &= F_x(Z - Y_{max}) + \alpha_0 [F_x(Z - Y_{min}) - F_x(Z - Y_{max})] \\ &+ \sum_{i=1}^n \alpha_i [M_i(Z) - c_i F_x(Z - Y_{max})] \end{aligned} \quad (3-14)$$

onde

$$M_i(Z) = \phi_i(Z) * F_x(Z) \quad (3-15)$$

Por outro lado, as desigualdades em (3-6) podem ser expressas como

$$P(z > Z_j) = 1 - F_z(Z_j) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-16)$$

com os valores $\{F_z(Z_j) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m\}$ obtidos a partir de (3-14), ou seja,

$$\begin{aligned} F_z(Z_j) &= F_x(Z_j - Y_{max}) + \alpha_0 [F_x(Z_j - Y_{min}) - F_x(Z_j - Y_{max})] \\ &+ \sum_{i=1}^n \alpha_i [M_i(Z_j) - c_i F_x(Z_j - Y_{max})] \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3-17)$$

onde

$$M_i(Z_j) = \phi_i(Z) * F_x(Z) \Big|_{Z=Z_j} ; \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-18)$$

Em notação mais compacta, (3-17) se escreve

$$F_z(Z_j) = f_j^{max} + \alpha_0 (f_j^{min} - f_j^{max}) + (\mathbf{m}_j - f_j^{max} \tilde{\mathbf{c}})^T \tilde{\boldsymbol{\alpha}} ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-19)$$

onde

$$f_j^{min} = F_x(Z_j - Y_{min}) ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-20)$$

$$f_j^{max} = F_x(Z_j - Y_{max}) ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-21)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = (\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_n)^T \quad (3-22)$$

e

$$\tilde{\mathbf{c}} = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n)^T \quad (3-23)$$

$$\mathbf{m}_j = (M_1(Z_j) \ M_2(Z_j) \ \dots \ M_n(Z_j))^T ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-24)$$

com c_i e $M_i(Z_j)$ dados respectivamente por (3-4) e (3-18).

Sejam $\boldsymbol{\alpha}$ e $\mathbf{k}_j, j = 1, 2, \dots, m$, vetores de dimensão $(n + 1)$ definidos, respectivamente, por

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0 \mid \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^T)^T \quad (3-25)$$

e

$$\mathbf{k}_j = (f_j^{min} - f_j^{max} \mid \mathbf{m}_j^T - f_j^{max} \tilde{\mathbf{c}}^T)^T \quad (3-26)$$

Considerando-se estas definições, (3-19) pode ser reescrita, de forma mais compacta, como

$$F_z(Z_j) = f_j^{max} + \mathbf{k}_j^T \boldsymbol{\alpha} ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-27)$$

Observe que, como $F_z(Z_j)$ é uma função distribuição de probabilidade, tem-se,

$$0 \leq F_z(Z_j) \leq 1 ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-28)$$

Por outro lado, as restrições em (3-16) impõem a condição

$$F_z(Z_j) \geq 1 - p_j \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-29)$$

A partir de (3-28) e (3-29), verifica-se que os valores $\{F_z(Z_j) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m\}$ devem satisfazer às desigualdades

$$1 - p_j \leq F_z(Z_j) \leq 1 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-30)$$

ou ainda, considerando (3-27),

$$1 - p_j \leq f_j^{max} + \mathbf{k}_j^T \boldsymbol{\alpha} \leq 1 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (3-31)$$

ou, de outra forma,

$$1 - p_j - f_j^{max} \leq \mathbf{k}_j^T \boldsymbol{\alpha} \leq 1 - f_j^{max} \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (3-32)$$

que caracteriza um conjunto inicial de $2m$ restrições para os parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ da função $p_y(Y)$ definida em (3-1).

Para que $p_y(Y)$ tenha as características próprias de uma função densidade de probabilidade, restrições adicionais têm que ser impostas aos parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$. Obtem-se, então, a partir de (3-1), a restrição

$$0 \leq \alpha_0 \leq 1; \quad (3-33)$$

e a partir de (3-3)

$$0 \leq 1 - \alpha_0 - \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i \leq 1 \quad (3-34)$$

o que, em notação matricial se escreve como

$$0 \leq 1 - \mathbf{c}^T \boldsymbol{\alpha} \leq 1 \quad (3-35)$$

onde

$$\mathbf{c} = (1 \ c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n)^T \quad (3-36)$$

com $\{c_i \ ; \ i = 1, \dots, n\}$ dado por (3-4).

Além disso, como $p_y(Y) \geq 0$ para $Y \in (Y_{min}, Y_{max})$, tem-se, a partir de

(3-1),

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(Y) \geq 0, \quad \forall Y \in (Y_{min}, Y_{max}) \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3-37)$$

o que, em notação matricial se escreve como

$$\Phi^T(Y) \alpha \geq 0, \quad \forall Y \in (Y_{min}, Y_{max}) \quad (3-38)$$

onde $\Phi(Y)$ é o vetor de dimensão $(n+1)$ definido por

$$\Phi(Y) = (0 \ \phi_1(Y) \ \dots \ \phi_n(Y))^T \quad (3-39)$$

sendo $\{\phi_i(Y) \ , \ i = 1, \dots, n\}$ o conjunto de funções ortonormais contínuas e diferenciáveis no intervalo (Y_{min}, Y_{max}) , estabelecidas para a função $p_y(Y)$ em (3-1).

Assim, (3-33), (3-35) e (3-38) constituem um conjunto adicional de restrições a serem satisfeitas pelos parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$.

3.2

Definição da função objetivo

Na Seção 3.1 verificou-se que a função distribuição de probabilidade da degradação total z , devida a chuvas e interferências externas, pode ser obtida pela relação

$$F_z(Z) = p_y(Z) * F_x(Z). \quad (3-40)$$

onde $p_y(Z)$ é a função densidade de probabilidade da degradação y devida a interferências, cuja representação paramétrica foi definida em (3-1) e $F_x(Z)$ é a função distribuição de probabilidade da degradação x devida a chuvas, sendo amplamente conhecidos os modelos que caracterizam x estatisticamente.

Examinando-se, inicialmente, o caso de um enlace de comunicação onde haja somente a ocorrência de chuvas, ou seja, $z = x$, as condições a serem satisfeitas pela variável aleatória z são dadas por (2-9), ou seja,

$$P(z > Z_j) = 1 - F_z(Z_j) \leq 0,9p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (3-41)$$

Uma curva típica da função $1 - F_z(Z)$ é ilustrada na Figura 3.2. Nesta figura estão também indicadas, pelo símbolo $\times$, os pontos correspondentes às

restrições em (3-41).

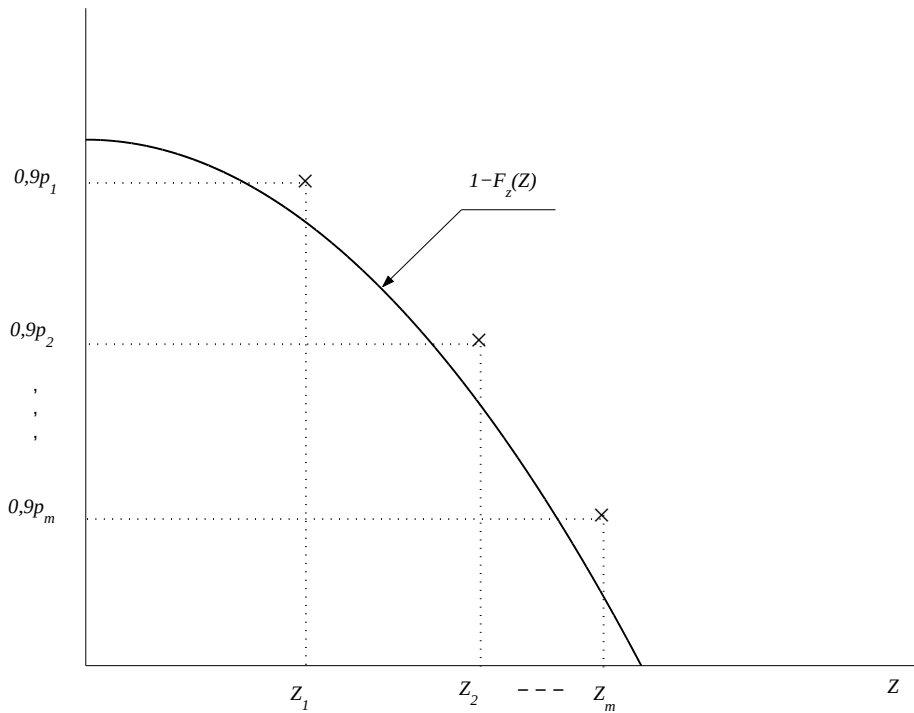


Figura 3.2: Distribuição cumulativa de probabilidade da degradação z devida somente à ocorrência de chuvas

Caso, além da ocorrência de chuvas, interferências externas estejam presentes, tem-se uma degradação total $z = x + y$. Neste caso, é fácil verificar, a partir de (3-40), que a curva da função $1 - F_z(Z)$ ficará à direita daquela indicada na Figura 3.2 (que corresponde à situação de ocorrência apenas de chuva). Nesta situação (interferência + chuvas), as condições a serem satisfeitas são dadas por (2-16), ou seja,

$$P(z > Z_j) = 1 - F_z(Z_j) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (3-42)$$

Esta situação é ilustrada na Figura 3.3, onde são apresentadas as curvas correspondentes a $1 - F_z(Z)$ (interferência + chuvas - curva sólida) e $1 - F_x(Z)$ (apenas chuva - curva tracejada). São também indicadas, por asteriscos, nesta figura, os pontos que caracterizam as restrições em (3-42).

Se, por exemplo, a degradação y devida a interferências for constante e igual a um valor Y_{min} durante todo o tempo, tem-se

$$p_y(Y) = \delta(Y - Y_{min}) \quad (3-43)$$

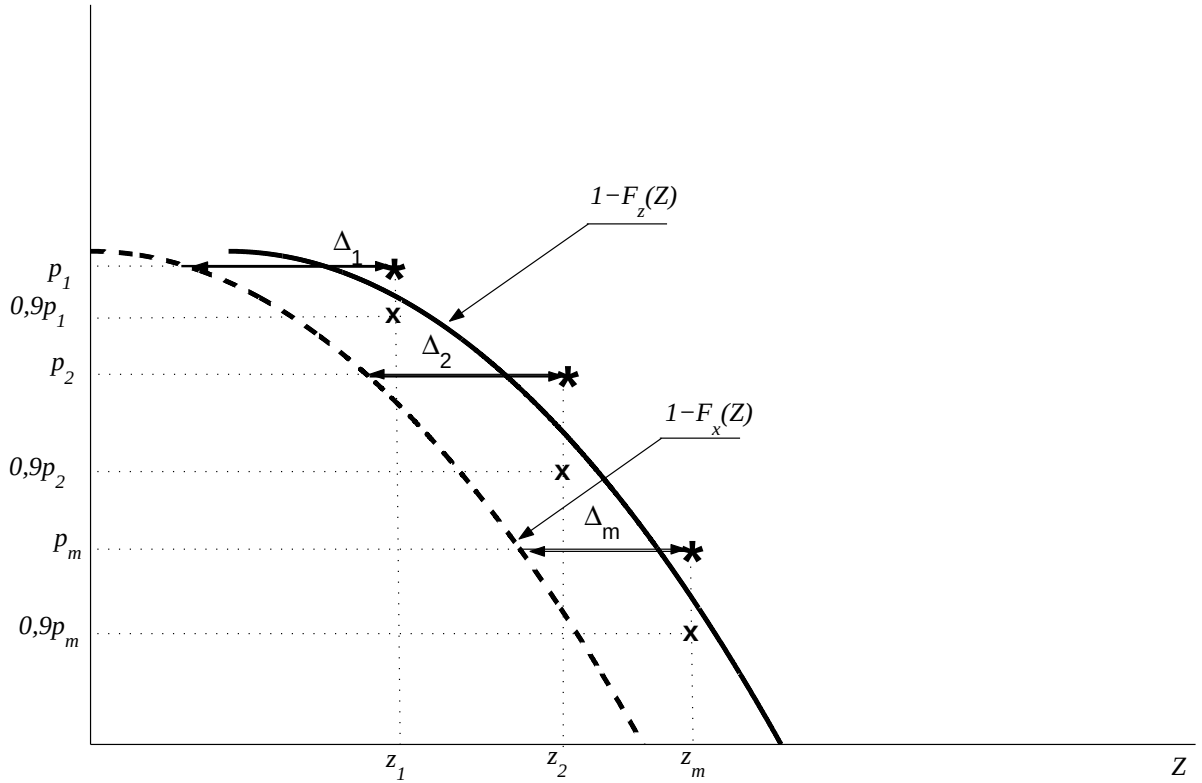


Figura 3.3: Distribuição cumulativa de probabilidade da degradação z devida à ocorrência de chuvas e interferências

e, a partir de (3-40),

$$F_z(Z) = F_x(Z - Y_{min}) \quad (3-44)$$

Isto significa que a curva da Figura 3.2 sofre um deslocamento para a direita, de valor Y_{min} , e as condições (3-42) seriam satisfeitas desde que

$$Y_{min} < \min_i \Delta_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad (3-45)$$

onde, conforme ilustrado na Figura 3.3, as quantidades $\Delta_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m$, correspondem às distâncias horizontais entre a curva $1 - F_x(Z)$ e cada um dos pontos que caracterizam as restrições em (3-42).

Vale ressaltar que a situação que corresponde a uma degradação y constante e presente todo o tempo, caracteriza um caso muito particular e pouco realista. É importante permitir que valores mais altos de degradação y possam ocorrer, desde que limitados a percentagens de tempo, tais que as restrições em (3-42) sejam satisfeitas. Neste caso, a degradação y assume valores no intervalo (Y_{min}, Y_{max}) com probabilidade diferente de zero.

Um possível objetivo seria o de aumentar a probabilidade de ocorrência de valores de y em partes do intervalo (Y_{min}, Y_{max}) , ou até mesmo em todo o intervalo (Y_{min}, Y_{max}) .

Suponha, então, que se deseja maximizar a probabilidade de ocorrência de valores de y em um subconjunto $\mathcal{S}$ do intervalo (Y_{min}, Y_{max}) . Esta probabilidade se escreve como

$$P(y \in \mathcal{S}) = \int_{\mathcal{S}} p_y(Y) dY \quad (3-46)$$

o que, considerando (3-1), se escreve

$$P(y \in \mathcal{S}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \int_{\mathcal{S}} \phi_i(Y) dY \quad (3-47)$$

ou ainda,

$$P(y \in \mathcal{S}) = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\alpha} \quad (3-48)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}$ é dado por (3-25) e $\mathbf{d}$ é o vetor de dimensão $(n+1)$ definido por

$$\mathbf{d} = (0 \mid d_1, \dots, d_n)^T \quad (3-49)$$

onde

$$d_i = \int_{\mathcal{S}} \phi_i(Y) dY \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (3-50)$$

Neste caso, onde se deseja maximizar a probabilidade de $y \in \mathcal{S}$, a função objetivo do problema seria definida como

$$f(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\alpha} \quad (3-51)$$

com $\mathbf{d}$ e $\boldsymbol{\alpha}$ dados por (3-49) e (3-25), respectivamente.

3.3

Definição do problema de otimização

A partir do conjunto de restrições estabelecidas na Seção 3.1 para os parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ da função $p_y(Y)$ e da função objetivo estabelecida na Seção 3.2, pode-se definir um problema de otimização cuja solução permite estabelecer as restrições a serem impostas ao comportamento estatístico da

degradação da razão E_b/N_0 devida a interferências externas, de modo que as condições de desempenho em (2-1) sejam garantidas.

Para possibilitar a implementação da restrição em (3-38), o intervalo $[Y_{min}, Y_{max}]$ será discretizado, tomando-se N_p pontos igualmente espaçados, dados por

$$Y_k = Y_{min} + k \frac{Y_{max} - Y_{min}}{N_p - 1} \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (3-52)$$

Neste caso, a restrição (3-38) é substituída por

$$\Phi_{\mathbf{k}}^T \boldsymbol{\alpha} \geq 0 \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (3-53)$$

onde

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \Phi(Y_k) \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (3-54)$$

com $\Phi(Y)$ dado por (3-39).

Dessa forma, o problema de otimização com restrições que permite estabelecer as condições a serem impostas ao comportamento estatístico da degradação y , de modo que as condições de desempenho em (2-1) sejam satisfeitas, pode ser resumido como

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}} \mathbf{d}^T \boldsymbol{\alpha} \quad (3-55)$$

sujeito a

$$\mathbf{k}_j^T \boldsymbol{\alpha} \geq 1 - p_j - f_j^{max} \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-56)$$

$$\mathbf{k}_j^T \boldsymbol{\alpha} \leq 1 - f_j^{max} \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3-57)$$

$$\mathbf{c}^T \boldsymbol{\alpha} \geq 0 \quad (3-58)$$

$$\mathbf{c}^T \boldsymbol{\alpha} \leq 1 \quad (3-59)$$

$$\alpha_0 \geq 0 \quad (3-60)$$

$$\alpha_0 \leq 1 \quad (3-61)$$

$$\Phi_{\mathbf{k}}^T \boldsymbol{\alpha} \geq 0 \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (3-62)$$

com $\mathbf{d}$, $\mathbf{k}_j$, $\mathbf{c}$, $\Phi_{\mathbf{k}}$, f_j^{max} e $\boldsymbol{\alpha}$ dados por (3-49), (3-26), (3-36), (3-54), (3-21) e (3-25), respectivamente.

Observe que o espaço de soluções viáveis é a interseção de regiões limitadas por hiperplanos, sendo, portanto, convexo. Além disso, a função objetivo é linear, sendo suas curvas de nível hiperplanos perpendiculares ao vetor $\mathbf{d}$. Isto significa que a solução do problema é um máximo global e se encontra na fronteira do espaço de soluções viáveis.

Conforme mencionado anteriormente, a partir do estabelecimento das restrições a serem impostas ao comportamento estatístico da degradação y , é possível identificar as condições a serem impostas ao comportamento estatístico das interferências, como será visto na seção que se segue.

3.4

Relacionamento entre os comportamentos estatísticos da interferência e da degradação devida a interferências

A solução do problema de otimização com restrições definido na Seção 3.3, que se dá com a determinação de um conjunto de valores para os parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}$ da função $p_y(Y)$, pode ser utilizada na definição das restrições a serem impostas ao comportamento estatístico da degradação y , uma vez que pontos da função $1 - F_y(\alpha)$ podem ser utilizados na definição de uma máscara a ser satisfeita pelo comportamento estatístico da degradação y . A máscara, neste caso, consiste de um gráfico que associa, a determinados valores da degradação y , a percentagem de tempo (probabilidade) durante a qual cada um destes valores de degradação pode ser excedido.

De maneira análoga, as limitações a serem impostas ao comportamento estatístico das interferências i , podem ser obtidas a partir de pontos da função $1 - F_i(\alpha)$. Neste caso, a função distribuição de probabilidade $F_i(\alpha)$ das interferências i é obtida a partir da função distribuição de probabilidade $F_y(\alpha)$ da degradação y , conforme mostrado no desenvolvimento que se segue.

A presença de interferências externas provoca uma degradação no sinal transmitido em um enlace de comunicação. Assim, a razão "Energia por bit/Nível espectral de ruído total" (ruído térmico + interferência) pode ser escrita como

$$E = \frac{E_b}{N_0 + \frac{I}{B}} \quad (3-63)$$

onde I é a potência do sinal interferente (em Watts) e B é a de banda de frequências (em Hz) considerada, ou seja, a razão I/B representa o nível espectral da interferência.

Reescrevendo (3-63), tem-se,

$$E = \frac{E_b}{N_0 \left(1 + \frac{I}{BN_0} \right)} \quad (3-64)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} E &= \frac{E_b}{N_0} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{I}{BN_0} \right)} \\ &= \frac{E_b}{N_0} \times \frac{1}{Y} \end{aligned} \quad (3-65)$$

onde

$$Y = 1 + \frac{I}{N} \quad (3-66)$$

representa o fator de degradação da razão E_b/N_0 devido a interferências, com $N = BN_0$.

Ou seja, a partir de (3-66) tem-se

$$I = N(Y - 1) \quad (3-67)$$

que representa a relação entre a potência interferente I e o fator de degradação Y devido às interferências externas. O relacionamento em (3-67) permite obter as restrições a serem impostas ao comportamento estatístico da interferência, a partir das restrições impostas ao fator de degradação Y . Observe, entretanto, que as restrições impostas à interferência I dependem do valor atribuído à potência de ruído térmico N . De modo a se ter restrições que independam do valor de N , é usual estabelecer restrições à razão I/N , dada por

$$\frac{I}{N} = Y - 1 \quad (3-68)$$

Expressando (3-68) em dB obtem-se

$$\frac{i}{n} = 10 \log \left(10^{\frac{y}{10}} - 1 \right) \quad (3-69)$$

onde a razão i/n (Potência do sinal interferente/Nível de ruído térmico) e a degradação y devida a interferências estão expressas em dB.

A função distribuição de probabilidade da razão i/n se escreve

$$\begin{aligned} P \left(\frac{i}{n} \leq \gamma \right) &= P \left(10 \log \left(10^{\frac{y}{10}} - 1 \right) \leq \gamma \right) \\ &= P \left(10^{\frac{y}{10}} - 1 \leq 10^{\frac{\gamma}{10}} \right) \\ &= P \left(10^{\frac{y}{10}} \leq 10^{\frac{\gamma}{10}} + 1 \right) \end{aligned} \quad (3-70)$$

ou ainda

$$P \left(\frac{i}{n} \leq \gamma \right) = P \left(y \leq 10 \log \left(10^{\frac{\gamma}{10}} + 1 \right) \right) \quad (3-71)$$

De (3-71) obtem-se, então, o relacionamento entre a função distribuição de probabilidade da razão i/n e a função distribuição de probabilidade da degradação y devida a interferências externas, escrito como

$$F_{\frac{i}{n}}(\gamma) = F_y \left(10 \log \left(10^{\frac{\gamma}{10}} + 1 \right) \right) \quad (3-72)$$

Finalmente, conforme ilustrado na Figura 3.4, pontos da função $1 - F_{\frac{i}{n}}(\gamma)$ podem ser utilizados na definição de uma máscara a ser satisfeita pelo comportamento estatístico da razão i/n . No caso desta máscara, são associados a determinados valores i/n (em dB), a percentagem de tempo (probabilidade) durante a qual cada um destes valores pode ser excedido. Exemplos de máscaras deste tipo podem ser encontrados nos artigos 21 e 22 do Regulamento de Radiocomunicações da UIT [11, 12].

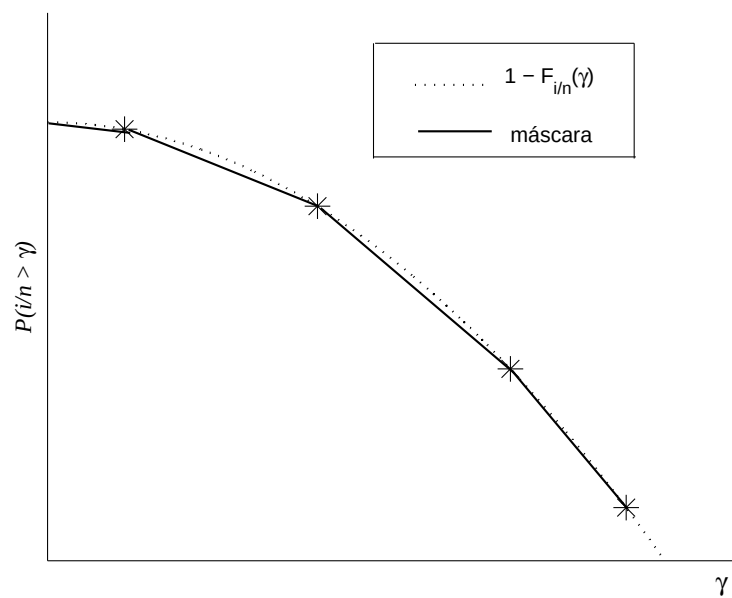


Figura 3.4: Máscara a ser satisfeita pelo comportamento estatístico da razão i/n