

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações Iniciais e Objetivos

O desejo de se obter o projeto ideal, considerando aspectos relacionados com o consumo, desempenho ou eficiência, tais como quantidades mínimas de peso, volume ou massa, sempre foi um dos principais objetivos da engenharia estrutural. Ao longo das últimas décadas, a otimização estrutural vem se destacando dentro da engenharia. O crescente desenvolvimento dos microcomputadores aliado à automação dos procedimentos de análise viabilizaram a sua aplicação. Desta forma, as técnicas de otimização numérica se tornaram valiosas na busca pelo projeto ótimo.

Nos projetos de engenharia há, freqüentemente, incertezas associadas às propriedades dos materiais, às propriedades geométricas e aos carregamentos. A maneira mais comum e tradicional para se levar em conta estas incertezas é através da definição dos valores de projeto como o resultado do produto do valor característico das variáveis aleatórias por um fator parcial de segurança. Esta solução, no entanto, falha ao não permitir a quantificação da confiabilidade do projeto ótimo uma vez que um fator grande de segurança pode não significar uma confiabilidade mais alta.

Para se considerar a natureza probabilística de quantidades como propriedades dos materiais, carregamentos, etc., tem-se que identificar e definir estas quantidades como variáveis aleatórias no modelo de análise. Diversas técnicas de quantificação das incertezas e análise de confiabilidade estão hoje disponíveis, deste modo, é uma extensão natural a incorporação destas técnicas no processo de otimização.

A consideração das incertezas nos processos de otimização levou a diversas áreas de conhecimento, entre elas: o projeto robusto, onde se otimiza de maneira a reduzir-se a variabilidade da resposta do sistema; e a otimização baseada em confiabilidade (RBDO, do inglês *Reliability Based Design Optimization*), onde o foco é se otimizar uma função custo garantindo a confiabilidade. No presente trabalho somente problemas de RBDO serão abordados, onde se

referindo exclusivamente ao projeto ótimo onde a função custo (ou função objetivo) é minimizada e restrições de confiabilidade ao invés de restrições determinísticas são utilizadas.

RBDO deve ser considerada como um importante ingrediente no projeto de estruturas, entretanto quando envolve a análise da resposta de estruturas de grande porte, particularmente com comportamento não-linear, sérias limitações, geralmente relacionadas com a baixa eficiência computacional, podem aparecer. O processo RBDO envolve análise estrutural via elementos finitos (FEA, do inglês *Finite Element Analysis*), análise de sensibilidade (DSA, do inglês *Design Sensitivity Analysis*), confiabilidade estrutural e ainda otimização. A metodologia de solução comumente empregada é através de dois níveis, chamada de método de duplo laço (DLM, do inglês *Double-Loop RBDO Method*), onde no primeiro nível tem-se o problema de otimização propriamente dito e, no segundo, a avaliação das restrições de confiabilidade. Em ambos os níveis FEA e DSA são empregadas de maneira intensa, desta forma formulações eficientes e precisas para a avaliação da resposta estrutural e de suas sensibilidades são necessárias.

Em RBDO existem duas maneiras de se modelar o problema, na primeira e mais tradicional usam-se medidas diretas da confiabilidade, chamada de formulação do índice de confiabilidade (RIA, do inglês *Reliability Index Approach*). Na segunda, desenvolvida mais recentemente, modela-se através do problema inverso de confiabilidade (IRA, inglês *Inverse Reliability Analysis*), onde o nome vem do uso da inversa da função cumulativa de distribuição. Neste último a confiabilidade não é determinada diretamente, mas sim uma medida de performance da estrutura para um dado nível de probabilidade desejada [43, 76, 63].

Na avaliação da confiabilidade podem-se usar os métodos de simulação (ou técnicas de Monte Carlo), os métodos analíticos de primeira e segunda ordem (FORM/SORM), além de métodos mistos ou híbridos. Nos métodos de simulação são gerados eventos aleatórios para simular um experimento. Onde, para se ter uma precisão adequada, necessita-se de um grande número de simulações. Em RBDO, em particular neste trabalho, este método é impraticável devido ao tempo despendido em FEA para a avaliação das simulações. Em função disto os métodos de simulação são utilizados neste trabalho somente para validar os resultados obtidos pelos métodos (FORM/SORM).

Nos métodos analíticos FORM/SORM um dos passos fundamentais é a determinação do ponto de projeto, ou ponto mais provável de falha (MPP, do inglês *Most Probable Point*). Em alguns casos a determinação deste ponto não tem sucesso, o algoritmo falha ao tentar achar a solução, especialmente no

caso de probabilidades de falha muito pequenas. Desta forma, diversos autores modelaram o problema de RBDO através de uma medida de performance. Neste caso, ao invés de se determinar diretamente a confiabilidade verifica-se a função de medida de performance para um valor de confiabilidade desejado.

No processo de otimização, os algoritmos de programação quadrática seqüencial (SQP) bem como os de pontos interiores (IP) são comumente empregados. Na análise de confiabilidade, os métodos de primeira e segunda ordem (FORM/SORM) são usados quando as sensibilidades estão disponíveis. Tanto a otimização estrutural quanto os algoritmos FORM/SORM necessitam dos gradientes da resposta estrutural (sensibilidade). A convergência destes processos é, portanto, fortemente influenciada pela qualidade das sensibilidades calculadas. A análise de sensibilidade de estruturas tem apresentado grandes progressos nos últimos anos e as equações básicas já são bem conhecidas [40, 29, 68].

A implementação de um sistema computacional, envolvendo as áreas de programação matemática, análise estrutural, análise de sensibilidade e análise de confiabilidade é um grande desafio, pois cada um destes temas isoladamente se constitui em uma área de conhecimento bastante vasta, tanto no aspecto teórico como computacional. Deste modo, o presente trabalho tem como objetivo principal desenvolver um sistema computacional para otimização de treliças espaciais baseada em confiabilidade. Para isto será adotado o paradigma de análise, projeto e programação orientada a objetos de maneira a criar um programa extensível e robusto.

Por fim, destaca-se que o presente trabalho é parte integrante de algumas linhas de pesquisa do DEC/PUC-Rio, em particular das linhas: *‘Aplicação de Técnicas de Otimização’*, *‘Instabilidade e Dinâmica das Estruturas’* e *‘Computação Gráfica Aplicada’*.

## 1.2

### Escopo do Trabalho

Para facilitar o entendimento, este trabalho foi dividido em diversos capítulos, cujo conteúdo é apresentado a seguir.

Ainda neste capítulo, na seção 1.3, é feita uma pequena revisão bibliográfica onde uma atenção especial é dada aos trabalhos recentes sobre otimização baseada em confiabilidade.

No capítulo 2 estuda-se a análise não-linear geométrica estática de estruturas através do Método dos Elementos Finitos. A formulação utilizando o referencial Lagrangeano Total (RLT) para elementos de treliça espacial é discutida em detalhes. Os métodos de determinação do caminho de equilíbrio

de estruturas não-lineares são apresentados, assim como os métodos de determinação de pontos críticos. São apresentados exemplos numéricos que validam os procedimentos numéricos implementados.

No capítulo 3 é feita uma explanação sobre a análise de sensibilidade da resposta de um modelo de elementos finitos com comportamento geometricamente não-linear. São apresentados os conceitos básicos de análise de sensibilidade, dentre eles o método analítico, o método semi-analítico e o método das diferenças finitas. As avaliações dos gradientes dos deslocamentos, tensões e da carga crítica são apresentadas de maneira global e de maneira local (a nível do elemento). Alguns exemplos numéricos são apresentados com o objetivo de validar as implementações.

No capítulo 4 os conceitos gerais de análise de confiabilidade são apresentados. São revistos rapidamente os métodos de simulação de Monte Carlo e o de amostragem por pontos de importância. Porém, uma atenção maior é dada aos métodos analíticos de primeira e segunda ordem. A análise de sensibilidade da confiabilidade também é apresentada neste capítulo. Alguns exemplos de estruturas são avaliados e os resultados obtidos são comentados.

No capítulo 5 a formulação para problemas de otimização baseada em confiabilidade é apresentada. Uma discussão sobre os métodos de avaliação das restrições probabilísticas é apresentada de maneira a facilitar a escolha entre um e outro. Alguns procedimentos para acelerar o processo de RBDO são discutidos, dentre eles as linearizações da função de estado limite e a escolha de pontos iniciais para a avaliação das restrições probabilísticas. Alguns exemplos disponíveis na literatura são avaliados e comentados.

No capítulo 6 é apresentada a formulação do modelo de otimização a ser empregado. O modelo proposto inclui funções de estado limite associadas aos deslocamentos, às tensões e à carga crítica, podendo ser utilizado tanto para estruturas lineares quanto não-lineares. Também são apresentados os programas que fazem parte do sistema computacional para a otimização de forma e de dimensões e exemplos de estruturas treliçadas planas e espaciais otimizadas por este sistema.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões relativas ao emprego e implementações das diversas formulações e metodologias utilizadas nas análises numéricas envolvidas neste trabalho. Em seguida são apresentadas algumas sugestões para o desenvolvimento de pesquisas futuras.

No anexo A os principais conceitos sobre variáveis aleatórias são apresentados. Algumas funções de distribuição de probabilidades existentes na literatura também são apresentadas.

Finalmente, no anexo B são apresentados os conceitos gerais de pro-

gramação matemática e os algoritmos utilizados neste trabalho.

### 1.3

#### Revisão Bibliográfica

As áreas de estudo que compõem este trabalho podem ser divididas em análise estrutural, análise de sensibilidade, confiabilidade e otimização estrutural. Quanto às duas primeiras áreas, será apresentado nos capítulos correspondentes uma breve compilação da literatura sem grande aprofundamento, uma vez que são técnicas bastante conhecidas. Já em relação à confiabilidade e otimização estrutural, aqui incluindo a otimização baseada em confiabilidade, procurou-se abordar os principais trabalhos realizados a fim de situar o presente trabalho.

As técnicas de otimização vêm sendo largamente aplicadas a problemas de engenharia estrutural no DEC/PUC-Rio e diversos trabalhos vêm sendo publicados nesta área. O trabalho de Eboli [13] foi o precursor desta linha e traz uma descrição detalhada do algoritmo de Han-Powell de programação não-linear. Parente [58] estudou a otimização de forma de estruturas geometricamente não-lineares. Mais recentemente, o autor deste trabalho [59] estudou a otimização de dimensões de estruturas reticuladas planas considerando a não-linearidade geométrica e restrições na carga crítica.

A Análise de Confiabilidade Estrutural é um tema novo na PUC-Rio e poucos trabalhos foram publicados nesta área. No DEC, Müller [52] fez a otimização de estruturas reticuladas planas considerando incertezas. Nesse trabalho foi empregada uma análise estatística linear para a determinação da resposta estatística da estrutura e foi considerado um comportamento linear elástico com restrições em tensão e deslocamento. Ainda no DEC, Almeida [3], Figueiredo [23] e Sampaio [71] empregam a confiabilidade dependente do tempo para avaliar espectros de respostas com probabilidade uniforme em estruturas civis e mecânicas de usinas nucleares. No Departamento de Engenharia Mecânica (DEM), Carvajalino [8] fez a análise de confiabilidade de dutos corroídos empregando métodos de primeira ordem (FORM) e também simulação de Monte Carlo.

Em Imai & Frangopol [37] e Frangopol & Imai [24], é apresentada a análise de confiabilidade de estruturas geometricamente não lineares. Nesse trabalho são considerados elementos de treliça e pórtico planos. Os gradientes são calculados analiticamente.

Sagrilo [69] aplica a análise de confiabilidade a estruturas *offshore*, mais especificamente plataformas fixas (jaquetas) modeladas com elementos de treliça e pórtico espaciais. Neste trabalho dois critérios de falha são

adotados, um em relação ao deslocamento horizontal máximo no topo da estrutura e outro com relação a resistências em algumas juntas selecionadas. Em Hernández [35] a análise de confiabilidade é usada para calibração de fatores parciais de segurança.

Diversos trabalhos sobre RBDO, nas aplicações mais diversas, são encontrados na literatura. Nakib [54] compara a otimização determinística com a RBDO de pontes modeladas com elementos de treliça. São consideradas como variáveis aleatórias a tensão de escoamento e os carregamentos aplicados. Em Kleiber et. al. [41], é apresentada a otimização baseada em confiabilidade de treliças de maneira bastante similar ao proposto neste trabalho.

Em Yang & Gu [80] são discutidas técnicas de RBDO aproximadas e comparadas com o método usual de duplo loop. Em Allen & K. Maute [2] RBDO é aplicada em problemas aeroelásticos.

Diversos autores desenvolveram problemas usando medidas inversas de confiabilidade (ou performance), em especial Lee & Kwak [43], Tu et al. [76] e Qu & Haftka [63] descritos a seguir.

Lee & Kwak [43] usaram a formulação inversa em RBDO e mostraram que ela é preferível quando a probabilidade de falha é muito pequena em algumas regiões do espaço de projeto, fazendo com que o índice de confiabilidade tenda ao infinito. Mais recentemente, Tu et al. [76] denominaram esta formulação de medida de performance (PMA, do inglês *Performance Measure Approach*).

Qu & Haftka [63] modelaram o problema de RBDO através de uma medida de performance, neste caso chamado de fator de suficiência probabilística (PSF, do inglês *Probability Sufficiency Factor*). O PSF é uma medida de performance que permite se conhecer qual é a situação da estrutura em termos de segurança em relação ao nível de confiabilidade alvo. São explorados problemas de RBDO com múltiplos modos de falha através do método de Monte Carlo (MCS, do inglês *Monte Carlo Simulation*) e aproximação por superfície de resposta (RSA, do inglês *Response Surface Approximation*).

Choi & Youn [9] e Youn et al. [81] apresentam diferentes algoritmos para a avaliação das restrições probabilísticas formuladas via PMA. Os autores destacam os problemas de instabilidade na solução formulada via RIA e enfatizam que a formulação PMA é robusta e eficiente. Entretanto, alguns problemas formulados via PMA resolvidos com o algoritmo AMV<sup>1</sup> apresentam problemas, principalmente para funções de falha côncavas. Desta maneira os algoritmos CVM (do inglês *Conjugate Mean Value*) e o HMV (do inglês *Hybrid Mean Value*) são propostos a fim de garantir robustez e eficiência na avaliação

<sup>1</sup>a nomenclatura adotada neste trabalho se confunde com utilizada no presente trabalho, onde, AMV significa uma linearização da função de estado limite.

das restrições probabilísticas formuladas via PMA.

Youn & Choi [82] investigaram as não-linearidades envolvidas em RBDO para as restrições probabilísticas formuladas como RIA e PMA. Diversos tipos de distribuição são estudados a fim de apresentar as não-linearidades envolvidas nas transformações probabilísticas. Como conclusão, os autores indicam que a formulação RIA depende muito mais da transformação probabilística que a formulação PMA. Desta forma, PMA trabalha com uma variedade maior de distribuições sem um acréscimo expressivo no número de avaliações da função de estado limite. Ainda, é apresentado que RIA falha na convergência para distribuições com limites (p. ex. Uniforme) e distribuições de extremos (p. ex. Gumbel).

Geralmente, a RBDO é cara computacionalmente, requerendo muito mais avaliações do que um problema DDO correspondente. Diante disto, várias técnicas numéricas tem sido propostas de maneira a se reduzir o esforço computacional [28]. No trabalho de Riha & et al. [65, 66] é proposto que quando a função de estado limite for cara computacionalmente, uma aproximação de Taylor de primeira ordem pode ser feita e o ponto mais provável de falha é obtido usando esta aproximação. Da mesma forma, Grandhi & Wang [28] usam uma aproximação não-linear adaptativa para a função de estado limite, chamada de TANA (*Two-point Adaptive Nonlinearity Approximation*). Em Eldred et al. [14, 15] e Eldred & Bichon [16] uma variedade de aproximações para a função de estado limite são apresentadas, complementando as supracitadas. Neste trabalho diversos exemplos simples são apresentados de maneira a comparar a eficiência de cada linearização.

Além das aproximações para a função de estado limite, outras técnicas podem ser usadas para se reduzir o custo computacional. Kleiber et al. [41] apresentam um sistema de RBDO interativo para treliças geometricamente não-lineares, que tem como objetivo superar as dificuldades de um sistema totalmente automático para estruturas de grande porte. Os autores controlam interativamente os parâmetros da análise estrutural e da análise de confiabilidade, adicionando ou removendo restrições ou alterando os *status* das variáveis.