

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação

Previsão é um assunto que desperta grande interesse desde o início da civilização, e prever o futuro é uma característica marcante dos humanos. Porém, a utilização sistemática de técnicas estatísticas, para fazer previsões, remonta apenas ao século passado.

Em 1970, com o crescimento dos recursos computacionais, Box e Jenkins (2) desenvolveram modelos lineares de previsão em séries temporais apresentando uma técnica em etapas: de identificação, de estimação e de verificação da validade do modelo.

Os modelos auto-regressivos  $AR(p)$  de séries temporais supõem que a dinâmica da série contém uma dependência linear às observações passadas até uma defasagem  $p$ , e um erro aleatório independente e identicamente distribuído (i.i.d).

Em 1978, Koenker e Bassett (21) desenvolveram um modelo estatístico linear, a *regressão quantílica*. Em oposição ao foco da regressão clássica, que enfatiza o estudo de mínimos quadrados condicional à média, a regressão quantílica oferece uma estratégia sistemática para examinar que covariáveis influenciam na localização, escala e na forma do modelo responsável pela distribuição. Para consegui-lo, a regressão quantílica considera a função resposta condicional ao quantil da variável dependente. Koenker e Bassett desenvolveram também uma metodologia estatística para estimação de modelos de função quantil condicional, atualmente uma técnica consolidada.

Recentemente, o modelo linear de auto-regressão quantílica vem recebendo uma atenção especial na literatura (23). Para este modelo, a metodologia pode ser obtida através de Koenker e Bassett (21) para os modelos de regressão quantílica. Porém, uma validação empírica das ferramentas de inferência oferecidas ainda é necessária, antes que o uso deste modelo se consolide.

## 1.2

### Objetivos

Este trabalho tem por objetivo estudar a inferência estatística proposta para modelos de auto-regressão quantílica (QAR), expondo a estrutura do modelo, a estimação e as propriedades do teste de hipóteses de constância dos parâmetros de Koenker e Xiao (24). Tal proposição é feita com o auxílio de simulações de Monte Carlo que permitem a validação empírica (ou não) das ferramentas de inferência propostas por Koenker e Xiao (24).

Utilizam-se, para este fim, processos geradores de dados (DGP - *data generating process*) que podem ser classificados em dois grupos:

1. Processos para os quais os modelos QAR não trazem avanços em termos de modelagem;
2. Processos para os quais os modelos QAR permitem uma modelagem mais adequada em comparação com modelos AR.

Após a geração de replicações de Monte Carlo dos DGP selecionados, é possível analisar o tamanho (DGP do grupo 1) e a potência (DGP do grupo 2) empírica do teste de constância dos parâmetros: bem como média, variância e formato da densidade empírica das estimativas dos parâmetros do modelo QAR. Em suma, o teste de hipóteses e o estimador propostos por Koenker e Xiao (24) são analisados.

Para esta análise, são utilizados processos com tamanhos distintos da série histórica ( $N = 100, 300, 500$  e  $1000$ ), considerando-se variações em seus parâmetros, ao utilizar-se processos geradores de dados (DGP), ou *data generating process* que exigiram a aplicação de modelos de auto-regressão quantílica. Depois de geradas as séries, através de simulações de Monte Carlo, foram analisadas as seguintes propriedades do *Modelo de Auto-Regressão Quantílica*  $QAR(p)$ : a média, a variância e o formato da densidade empírica.

Desta forma, estuda-se o comportamento dos modelos com as flutuações nas variáveis de controle, a influência na estimação e o tamanho do teste, identificando os casos em que o tamanho do teste é distorcido. Também se avaliou o desempenho do estimador, ou seja, com que frequência a estatística do teste rejeita ou aceita o “verdadeiro” modelo no conjunto de réplicas.

## 1.3

### Estrutura do trabalho

O capítulo 2 descreve algumas definições básicas, principalmente os modelos de regressão quantílica e os modelos lineares de séries temporais homoscedásticas, isto é, aquelas para as quais sua variância permanece constante

ao longo do tempo. Detalha-se o caso particular dos processos lineares estacionários, com especial atenção aos modelos auto-regressivos  $AR(p)$ , além das condições de estacionaridade deste modelo e inversibilidade. São abordados resumidamente os modelos heteroscedásticos, para cuja a variância da série não permanece constante ao longo do tempo. Especificamente, são abordadas as classes de modelos  $ARCH(p)$  e a de sua generalização  $GARCH(p, q)$ , propostas por Engle (11) e Bollerslev (1) respectivamente.

No capítulo 3, abordam-se os modelos de auto-regressão quantílica  $QAR(p)$ . Expõem-se a estrutura do modelo, a estimação e o Teorema Central do Limite. Por último, o teste de hipóteses estatístico utilizado no modelo de  $QAR(p)$  é exposto brevemente.

O capítulo 4, faz-se a descrição do procedimento de simulação de Monte Carlo, os métodos utilizados e a análise dos resultados obtidos neste trabalho. É feita uma aplicação do Modelo  $QAR$  em comparação ao Modelo  $AR$  com a série de média mensal de temperatura máxima da cidade do Rio de Janeiro.

Finalmente, no capítulo 5, relata-se as conclusões e as propostas para trabalhos futuros.