

## 4

### Trocadores de calor de superfície raspada

Este capítulo tem por objetivo apresentar um modelo matemático para a determinação experimental do número de Nusselt no lado da pasta de gelo, de um gerador de superfície raspada, construído no laboratório LRA/PUC-Rio. Estes trabalhos serão comparados com os resultados efetuados no gerador em estudo.

Trocadores de calor de superfície raspada são utilizados principalmente nas indústrias química e de alimentos, permitindo que fluidos altamente viscosos, com reologia complexa, possam ser processados.

A Fig. 4.1 mostra as características do trocador de calor de superfície raspada, com as dimensões características mais relevantes. Como pode ser observado, a principal característica do trocador de superfície raspada, se comparado aos trocadores de calor convencionais, é a presença de um elemento móvel, que é o raspador, montado num rotor, Fig. 4.2, acionado por um motor elétrico por meio de um redutor de velocidade. No presente trabalho, projetou-se um trocador de calor com escoamento paralelo, com o intuito de aproveitar que os cristais, por sua menor massa específica em relação ao fluido portador, escoem em direção contrária à aceleração de gravidade. Optou-se pela configuração de escoamento paralelo pela necessidade de o fluxo de refrigerante, em ebulição, não ser bloqueado pela formação de vapor na serpentina.

Refrigerante R22 escoando na serpentina helicoidal externa, Fig. 4.1, recebe energia térmica da pasta de gelo, que escoar na região anular interna, em movimento ascendente. O raspador, com eixo coincidente ao eixo do trocador de calor, é acionado pelo moto-redutor instalado no topo.

O escoamento do fluido a ser resfriado é similar à configuração de Couette-Poiseuille: escoamento numa região anular entre dois cilindros com

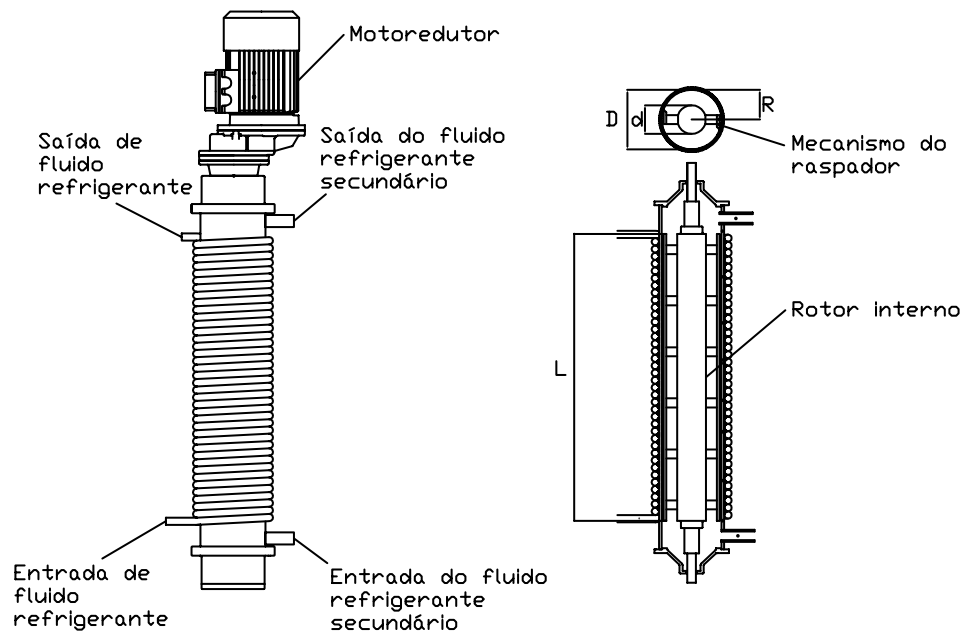


Figura 4.1: Trocador de calor de superfície raspada.



Figura 4.2: Fotografia do interior do gerador.

rotação do cilindro interno [59, 60]. Porém, nesta troca de calor o padrão de escoamento depende de dois números de Reynolds, o número de Reynolds axial ( $Re_a$ ) e o número de Reynolds rotacional ( $Re_r$ ). O escoamento é complexo, especialmente quando aparecem os chamados vórtices de Taylor, com um número de Reynolds rotacional crítico ( $Re_{r,crit}$ ), para o qual Becker & Kaye [61] propõem uma relação que depende do diâmetro interno ( $D$ ) e do diâmetro do rotor ( $d$ ), Eq. 4-1. Quando a velocidade de rotação é incrementada, o regime de escoamento torna-se turbulento. A presença dos raspadores modifica a forma dos vórtices e incrementa localmente a taxa de cisalhamento [62]. Entretanto, a ordem de magnitude do número de Reynolds rotacional crítico, isto é, do valor do número de Reynolds a partir do qual aparecem os vórtices de Taylor, é a mesma.

No presente trabalho o número de Reynolds rotacional foi sempre maior do que o calculado com a relação proposta por Becker & Kaye [61] (Eq. 4-1), para a configuração geométrica correspondente ao gerador em estudo ( $d/D=0,5$ ), segundo a Eq. 4-1, corresponde a 210, (Fig. 4.3).

$$Re_{r,crit} = \frac{\pi D^2}{(D-d)d} \left[ \frac{2 \frac{D+d}{D-d}}{0,0571 \left( 1 - 0,652 \frac{D-d}{d} \right) + \frac{0,00056}{1 - 0,652 \frac{D-d}{d}}} \right]^{1/2} \quad (4-1)$$

## 4.1 Parâmetros adimensionais

Os parâmetros adimensionais relevantes à análise de transferência de calor em trocadores de calor de superfície raspada são apresentados a seguir:

- (i) Número de Reynolds rotacional
- (ii) Número de Reynolds axial
- (iii) Número de Prandtl
- (iv) Número de Nusselt
- (vi) Número de Potência

Para a determinação dos parâmetros acima foram utilizadas as propriedades termofísicas da pasta de gelo, apresentadas no Cap. 2. Entretanto, al-

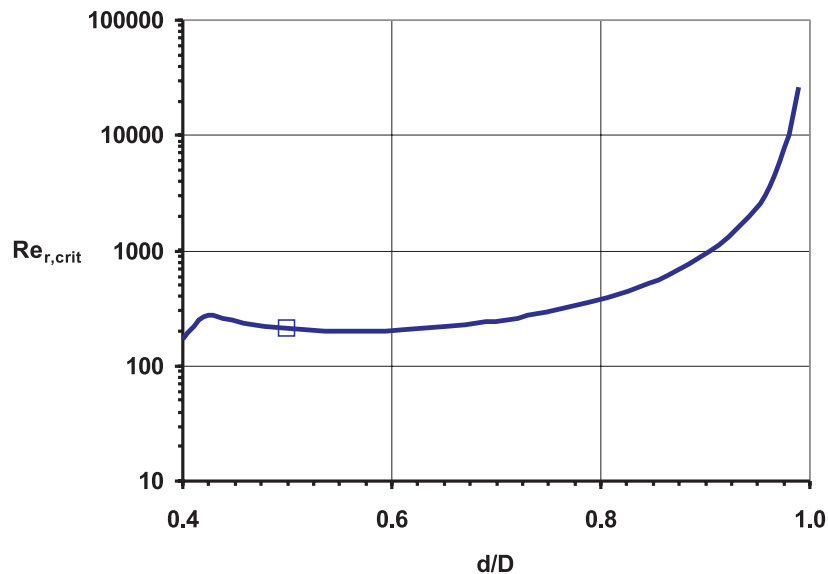


Figura 4.3: Número de Reynolds rotacional crítico  $Re_{r,crit}$  versus a razão de diâmetros  $d/D$ .

guns pesquisadores baseiam estes parâmetros nas propriedades termofísicas do fluido portador [15].

Na transferência de calor sem mudança de fase, os parâmetros estão baseados nas propriedades termofísicas do fluido portador, que é a concentração da solução aquosa ( $x_{fp} = x_o$ ). O conjunto de macros desenvolvido para a determinação das propriedades termofísicas determina se as propriedades correspondem à pasta de gelo, ou ao fluido portador.

### Número de Reynolds rotacional

Este parâmetro está baseado na velocidade tangencial do extremo dos raspadores, proporcional ao produto da frequência de rotação do rotor ( $N$ ) e, o diâmetro da parede interna do gerador ( $D$ ).

$$Re_r = \frac{\rho N D^2}{\mu} \quad (4-2)$$

### Número de Reynolds axial

Baseia-se na velocidade axial média do fluido (pasta de gelo) ao longo do trocador de calor,  $v_a$ .

$$Re_a = \frac{\rho (D - d) v_a}{\mu} \quad (4-3)$$

Os números de Prandtl e de Nusselt são determinados na forma tradicional.

#### Número de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (4-4)$$

#### Número de Nusselt

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (4-5)$$

#### Número de Potência

Este parâmetro envolve a potência mecânica dissipada por efeitos de dissipação viscosa,  $P$ , pela ação do mecanismo raspador no meio fluido [51].

$$Po = \frac{P}{\rho D^5 N^3} \quad (4-6)$$

## 4.2

### Características de transferência de calor sem mudança de fase

Sobre as características de transferência de calor em trocadores de superfície raspada, Huggins [63] foi primeiro a apresentar um estudo, no qual mostra que o uso de raspadores incrementa notavelmente o coeficiente de transferência de calor em líquidos viscosos. Para líquidos com baixa viscosidade, indicou que o efeito da ação do raspador no coeficiente de troca de calor era menos pronunciado. Skelland [64] reportou uma correlação para o coeficiente interno de transferência de calor baseado em análise dimensional. Os expoentes foram determinados a partir de dados experimentais. Após este último trabalho, Kool [17], Harriott [18] e Latinen [19] desenvolveram independentemente um modelo teórico para a determinação do coeficiente interno de troca de calor baseado na distribuição de temperatura de um corpo infinito, chamado modelo de penetração de calor. Este modelo teórico é tratado na seção seguinte.

#### 4.2.1

##### Modelo de penetração de calor

Na formulação deste modelo assume-se que, periodicamente, uma camada de líquido que está na interface estacionário é removida pela ação

dos raspadores. Como pode ser inferido pela Fig. 4.7, esta camada após a passagem dos raspadores é substituída por uma nova camada. É tratado como um processo estacionário, muito embora seja periódico, com fluxo líquido de calor para a superfície fria. O mecanismo predominante que governa a transferência de calor é a condução. O processo é análogo à transferência de calor em um sólido semi-infinito.

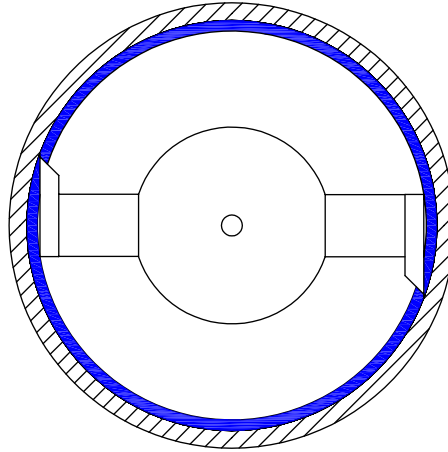


Figura 4.4: Vista de topo de um trocador de calor de superfície raspada com o raspador mostrando a camada de líquido estacionário removida periodicamente pelos raspadores.

Considerando propriedades constantes e sem geração de calor e assumindo que o fluxo de calor na direção axial desprezível [20], a forma apropriada da equação de calor é, da forma geral da equação de difusão de calor em coordenadas cilíndricas,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4-7)$$

Considere a coordenada  $r$ , como sendo  $r = R - x$  e,  $x$  é uma distância medida a partir da superfície, conforme mostrado na Fig. 4.5. Substituído  $r = R - x$ , na Eq. 4-7 temos:

$$\frac{1}{R - x} \frac{\partial}{\partial r} \left( (R - x) \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4-8)$$

O lado esquerdo da Eq. 4-8, pode-se reescrever e, no limite ( $x \rightarrow 0$ ) obtemos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - \frac{x}{R}} \frac{\partial}{\partial r} \left( \left(1 - \frac{x}{R}\right) \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (4-9)$$

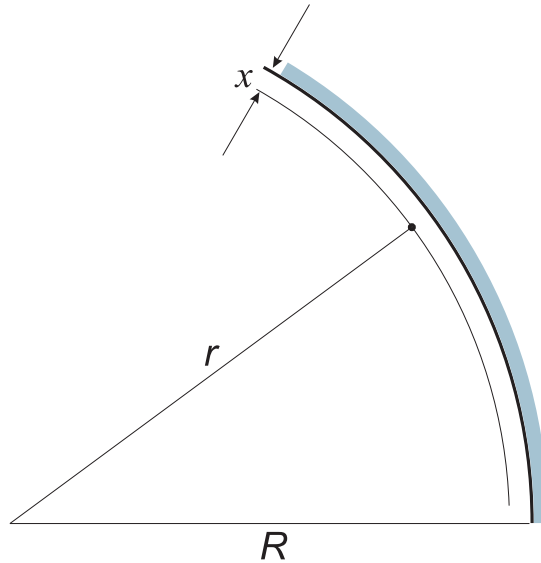


Figura 4.5: Considerações geométricas na equação de difusão de calor, perto da interface do fluido com a parede.

Temos que  $dr = -dx$ , então, em filmes de fluido de espessuras finas perto da superfície do gerador ( $r = R$ ), o efeito de curvatura pode-se desprezar. Isto é, a equação de calor Eq. 4-7 em coordenadas cilíndricas, pode ser representado como mostrado a seguir:

$$\alpha_l \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4-10)$$

Pode-se observar que esta equação é similar à equação de calor em coordenadas cartesianas, então, a continuação a superfície circular da parede do gerador será tratado como uma superfície plana.

O modelo de penetração de calor está baseado na equação de transferência de calor por condução (Eq. 4-11), para regime transiente unidirecional na direção  $x$ :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_l \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4-11)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$T(x, 0) = T_m \quad (4-12)$$

$$T(0, t) = T_p \quad (4-13)$$

$$T(\infty, t) = T_m, \quad (4-14)$$

Adimensionalizando-se a temperatura

$$\theta = \frac{T - T_p}{T_m - T_p} \quad (4-15)$$

chega-se à equação:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_l \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (4-16)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$\theta(x, 0) = 1 \quad (4-17)$$

$$\theta(0, t) = 0 \quad (4-18)$$

$$\theta(\infty, t) = 1, \quad (4-19)$$

Uma solução analítica para este problema é apresentada com a função erro de Gauss [23].

$$\theta = \frac{T - T_p}{T_m - T_p} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz = \text{erf}(z) \quad (4-20)$$

onde  $z = x/2\sqrt{\alpha_l t}$ ;  $x$  é a distância tomada a partir da superfície resfriada e  $t$  é o tempo que decorreu após a passagem do raspador. O desenvolvimento da solução analítica da equação de calor apresentada está exposto no Apêndice F. A Fig. 4.6 mostra os perfis de temperatura na interface líquida, obtidos com a solução (Eq. 4-20), nos instantes de tempo  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$ , após a passagem do raspador. A Fig. 4.7 mostra a distribuição da temperatura adimensional  $\theta$ , após a passagem de um raspador no fluido. É preciso indicar que a camada de fluido na realidade é muito fina, na Fig. 4.7 mostra a distribuição de  $\theta$ , em um fluido com elevada difusividade térmica.

Esta solução é, então, utilizada para determinar o coeficiente de troca de calor do trocador de calor do fluido na superfície raspada. O gradiente de temperatura na superfície resfriada ( $x = 0$ ) é calculado derivando-se a Eq. 4-20 com relação a  $x$ , conforme a seguir:

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = \frac{T_m - T_p}{\sqrt{\pi \alpha_l t}} \quad (4-21)$$

A taxa de calor na interface está relacionado com a equação da lei de Fourier



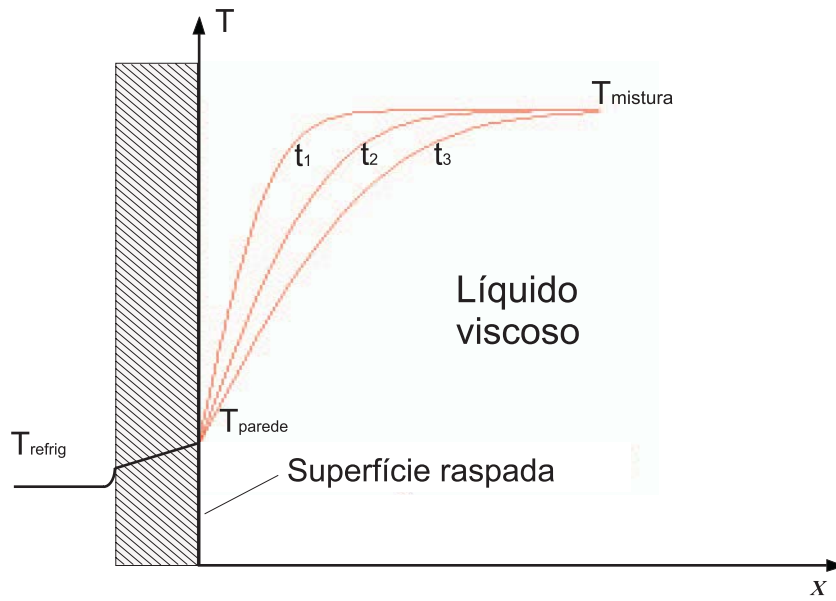


Figura 4.6: Perfis de temperatura em diferentes tempos após a passagem do raspador na camada líquida da interface.

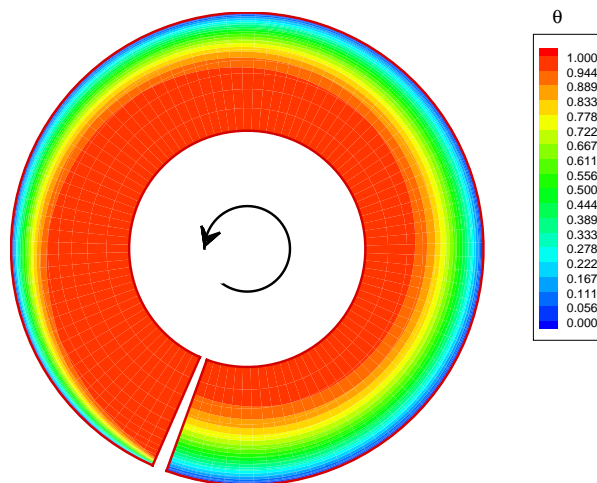


Figura 4.7: Distribuição da temperatura adimensional  $\theta$ , vista de topo de um trocador de calor de superfície raspada com um raspador.

$$\dot{Q} = -k_l A \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{k_l A (T_m - T_p)}{\sqrt{\pi \alpha_l t}} \quad (4-22)$$

onde o sinal negativo indica que o fluxo de calor é oposto ao gradiente de temperatura. Do início da ação do raspador ( $t = 0$ ) até determinado instante de tempo ( $t = \tau$ ), a energia térmica trocada na superfície ( $x = 0$ ) pode ser obtida integrando-se a Eq. 4-22 no intervalo de tempo entre  $t = 0$  e  $t = \tau$

$$|Q| = \frac{k_l A (T_m - T_p)}{\sqrt{\pi \alpha_l}} \int_0^\tau \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2k_l A (T_m - T_p) \left( \frac{\tau}{\pi k_l} \right)^{1/2} \quad (4-23)$$

No período de tempo entre  $t = 0$  e  $t = \tau$ , o coeficiente médio de transferência de calor é, por definição,

$$\bar{h}_l = \frac{|Q|}{A(T_m - T_p)\tau} \quad (4-24)$$

Substituindo a Eq. 4-23 na Eq. 4-24, e contando-se que  $\alpha_l = k_l / \rho_l c_{pl}$ , tem-se:

$$\bar{h}_l = \frac{2k_l}{\sqrt{\pi \alpha_l \tau}} = 2 \left( \frac{k_l \rho_l c_{pl}}{\pi \tau} \right)^{1/2} \quad (4-25)$$

onde  $\tau$  é o período de tempo de passagem entre dois raspadores. Se a raspagem é realizada por rotação, em uma superfície cilíndrica ou na superfície de um disco, o intervalo de tempo é

$$\tau = \frac{1}{N n_R} \quad (4-26)$$

onde  $N$  é a frequência de rotação do rotor ( $s^{-1}$ ) e  $n_R$  é o número de raspadores no rotor. Substituindo as Eqs. 4-26 em 4-25 tem-se:

$$\bar{h}_l = 2 \left( \frac{k_l \rho_l c_{pl} N n_R}{\pi} \right)^{1/2} \quad (4-27)$$

Em termos adimensionais tem-se que  $\bar{Nu} = \bar{h}_l L_c / k_l$ , onde a dimensão característica é  $L_c = D$

O número de Nusselt teórico é, portanto, dado por:

$$\bar{Nu}_{teor} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{D^2}{k_l^2} k_l \rho_l c_{pl} N n_R \right)^{1/2} \quad (4-28)$$

Por definição,  $Re_r = \rho_l N D^2 / \mu_l$  e  $Pr_l = \mu_l c_{pl} / k_l$ , e, portanto:

$$\overline{Nu}_{teor} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (Re_r Pr_l n_R)^{1/2} \quad (4-29)$$

O número de Peclet é definido como sendo  $Pe_r = Re_r Pr$ , donde:

$$\overline{Nu}_{teor} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (Pe_r n_R)^{1/2} \quad (4-30)$$

#### 4.2.2

#### Correlações empíricas para a transferência de calor

Harriott [18] reportou que o modelo teórico acima exposto prediz, de maneira satisfatória, a transferência de calor para fluidos de baixas e médias viscosidades. Para fluidos com alta viscosidade, entretanto, o modelo superestima a transferência de calor em valores até 50% devido à insuficiente mistura do fluido.

Skelland [64] apresentou uma correlação para o coeficiente interno de transferência de calor, em trocadores de calor de superfície raspada, baseado em análise dimensional, conforme a seguir:

$$\overline{Nu} = 4,9 \left( \frac{D v_a \rho}{\mu} \right) Pr^{0,47} \left( \frac{DN}{v_a} \right)^{0,17} \left( \frac{D}{L} \right)^{0,37} \quad (4-31)$$

Skelland et al. [65], em novos estudos, pesquisaram o coeficiente de transferência de calor interno para líquidos com alta e baixa viscosidade (resfriamento). Variando o número de Reynolds axial, a frequência de rotação, diâmetro do trocador, número de raspadores e o número de Prandtl, chegaram à seguinte correlação:

$$\overline{Nu} = C Pr^e Re_a \left( \frac{DN}{v_a} \right)^{0,62} \left( \frac{d}{D} \right)^{0,55} n_R^{0,53} \quad (4-32)$$

onde:

$C=0,014$  e  $e=0,96$  para  $12600 < Re_r < 26200$ ,  $143 < Re_a < 1060$  e

$C=0,039$  e  $e=0,70$  para  $79 < Re_r < 194$ ,  $0,15 < Re_a < 5$ .

Dinglinger [24] apresentou uma outra correlação, dada pela Eq. 4-33. O líquido empregado nos experimentos foi água.

$$\overline{Nu} = 0,487 Re_r^{0,652} Pr^{1/3} \quad (4-33)$$

Sykora & Navratil [66] pesquisaram a transferência de calor por aquecimento de fluidos altamente viscosos, como óleos pesados e calda

de açúcar, a diferentes frequências de rotação e número de raspadores. O resultado de seu estudo é representado pela seguinte correlação:

$$\overline{Nu} = 0,478 Re_r^{0,48} Re_a^{-0,01} Pr^{0,40} n_R^{0,24} \quad (4-34)$$

Pode-se observar que esta correlação apresenta o termo  $n_R^{0,24}$ , e não  $n_R^{1/2}$ , como é sugerido pelo modelo teórico.

Trommelen[67], contando com a colaboração de Skelland et al. [65], analisou os resultados deste último e efetuou novos experimentos, obtendo suas próprias medições. Introduziu um fator de correção, ( $\psi$ ), ao modelo teórico de penetração de energia térmica e utilizou uma mistura de água-glicerol, estudando padrões de escoamento e transferência de calor. Concluiu que, no caso de escoamento laminar de Couette, não se produz a mistura entre o fluido que está na parede e o resto do fluido. Também, no caso da região de transição, onde os vórtices de Taylor ocorrem, há pouca mistura por causa da baixa profundidade de penetração da energia térmica. O modelo semi-empírico que apresentou resultou em:

$$\overline{Nu} = \psi \cdot \overline{Nu}_{teor} \quad (4-35)$$

onde, para números de Péclet axial  $400 < Pe_a < 6000$ :

$$\psi = 1 - 2,78(Pe_a + 200)^{-0,18} \quad (4-36)$$

e, para números de Péclet axial  $Pe_a > 2500$ :

$$\psi = 2,0 Pr^{-0,25} \quad (4-37)$$

Na região onde os vórtices de Taylor ocorrem, o fator de correção do modelo teórico resultou constante e igual a 0,5.

Sykora et al [68] publicaram resultados de transferência de calor para a região laminar, até  $Re_r=44$ , e para a região de transição, com as seguintes correlações:

$$\overline{Nu} = 0,80 Re_r^{0,35} Pr^{0,37} n_R^{0,25} \quad (Re_r < 44) \quad (4-38)$$

$$\overline{Nu} = 2,0 Re_r^{0,48} Pr^{0,24} n_R^{0,15} \quad (Re_r > 44) \quad (4-39)$$

Em seu trabalho, Weisser [25] apresenta uma correlação, dada pela Eq. 4-40.

$$\overline{Nu} = 1,5 Re_r^{0,47} Pr^{0,33} n_R^{0,27} \quad (4-40)$$

Miyashita et al. [69] pesquisaram, por um método eletroquímico, a transferência de calor de trocadores de calor de superfície raspada. Obtiveram uma correlação para o número de Nusselt, por analogia entre transferência de calor e massa, com a seguinte correlação:

$$\overline{Nu} = 1,53 Re_r^{0,51} Pr^{0,33} \left( \frac{D}{D_h} \right)^{0,44} \quad (4-41)$$

Baccar [70] através de um trabalho de simulação numérica, apresentou uma correlação para o número de Nusselt de escoamento em regime turbulento, conforme a seguir:

$$\overline{Nu} = 0,234 Re_r^{0,72} Pr^{0,30} \quad (4-42)$$

As previsões das equações 4-31 a 4-33, 4-35, 4-39, 4-40 e 4-42 serão comparadas aos resultados experimentais obtidos no presente trabalho.

## 4.3

### Transferência de calor com mudança de fase

#### 4.3.1

#### Correlações Empíricas para a transferência de calor com mudança de fase

Na literatura ainda existem poucos trabalhos que envolvem mudança de fase em trocadores de calor de superfície raspada. Os primeiros trabalhos nesta área foram direcionados para o estudo de cristalizadores (SSC, “Scraped Surface Crystallizers”) [24, 25].

Neste sentido Dinglinger [24] apresenta a seguinte correlação:

$$Nu = 14,1 \times 10^{-6} Re_r^{0,83} Pr^{3,32} - 0,332 \ln(Pr) \left( \frac{\theta_e^*}{\theta_s^*} \right)^{1,76} - 0,22 \ln \left( \frac{\theta_e^*}{\theta_s^*} \right) \quad (4-43)$$

onde  $\theta_e^*$  e  $\theta_s^*$  são as temperaturas adimensionais na entrada e saída respectivamente, as temperaturas adimensionais estão definidas pela expressão a

seguir

$$\theta^* = \frac{T_{eq} - T}{T_{eq} - \bar{T}_{ref}} \quad (4-44)$$

onde  $T_{eq}$  é uma temperatura de equilíbrio e  $T_{ref}$ , é a temperatura média do meio refrigerante.

Weisser [25] apresentou uma correlação do número de Nusselt para cristalizadores de superfície raspada, para baixas velocidades de rotação ( $N$ ), típicas dos SSC. A validade da correlação é para  $55 < Pr < 100$  e  $N=0,75 \text{ s}^{-1}$ .

$$Nu = 1,41 Re_r^{0,51} Pr^{0,45} n_R^{0,5} \quad (4-45)$$

Para pasta de gelo, dois trabalhos foram encontrados na literatura [26, 27]. Bel & Lallemand [26] determinaram a seguinte correlação empírica para o número de Nusselt de um gerador de pasta de gelo com raspador helicoidal:

$$Nu = (Re_a + Re_t)^{0,245} Pr^{0,142} \quad (4-46)$$

onde  $Re_a$  e  $Re_t$  são os números de Reynolds axial e tangencial. O número de Reynolds axial está relacionado à velocidade axial e o número de Reynolds tangencial está relacionado com a velocidade tangencial do fluido. O número de Reynolds axial é calculado segundo a Eq. 4-3. O número de Reynolds tangencial foi definido como segue:

$$Re_t = \frac{\rho v_t D}{\mu} \quad (4-47)$$

As componentes axial,  $v_a$ , e tangencial,  $v_t$ , da velocidade da pasta de gelo está mostrado na Fig. 4.8, e são calculadas a partir das seguintes relações:

$$v_a = \frac{4\dot{V}}{\pi(D^2 - d^2)} \quad (4-48)$$

$$v_d = \pi DN \quad (4-49)$$

$$v_t = -v_d + v_a \cotan(\beta) \quad (4-50)$$

onde  $v_d$ , é a velocidade tangencial do raspador na interface

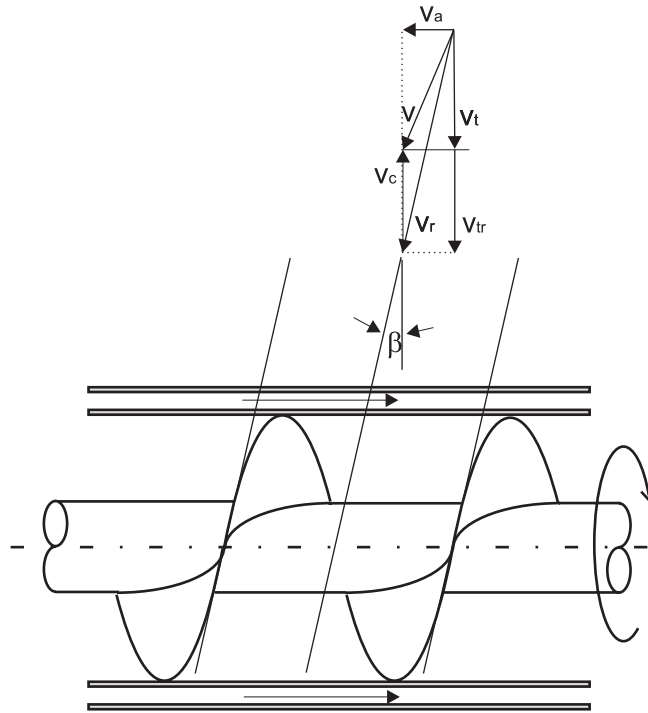


Figura 4.8: Esquema de trocador de calor de superfície raspada e componentes de velocidade.

No caso singular,  $\beta = 90^\circ$ , o trocador teria as características de apresentar raspadores planos, como o considerado no presente trabalho. Operando as simplificações aplicáveis obtém-se:

$$Re_t = \pi \frac{\rho N D^2}{\mu} = \pi Re_r \quad (4-51)$$

Os parâmetros  $Re_a$ ,  $Re_t$  e  $Pr$  foram calculados com as propriedades termofísicas da pasta de gelo. A correlação é válida para as faixas de operação  $5 < Re_a < 1500$ ,  $250 < Re_t < 7000$  e  $1500 < Pr < 7000$ .

Stamatiou et al [16] observaram que Bel & Lallemand [26] não tentaram correlacionar a fração de gelo, embora seus dados expusessem uma dependência em relação à fração de gelo (Fig. 4.9). Provavelmente porque a fração de gelo está envolvida no cálculo das propriedades termofísicas.

Recentemente Lakhdar et al. [27] apresentaram resultados de transferência de calor em um gerador de pasta de gelo, para soluções aquosas de etanol e açúcar (sacarose). As características físicas são similares aos do gerador do presente trabalho. Os resultados que apresentaram foram:

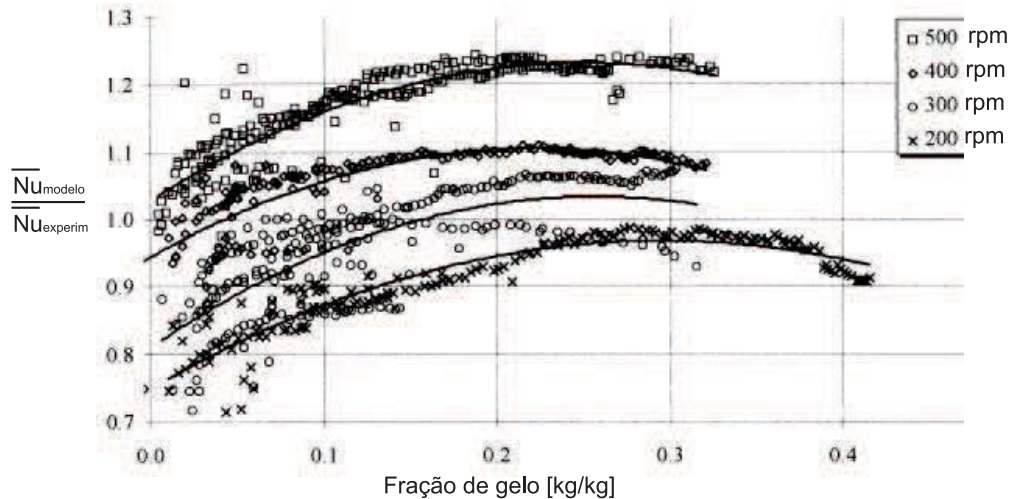


Figura 4.9: Comparação do número de Nusselt do modelo (Eq. 4-46) com o número de Nusselt experimental e a fração de gelo, por Bel & Lallemand [26].

$$\text{etanol} : \quad Nu = 4,47Re_a^{0,27}Re_r^{0,38}x_o^{0,80} \quad (4-52)$$

$$\text{sacarose} : \quad Nu = 0,63Re_r^{0,61}x_o^{0,34} \quad (4-53)$$

onde  $x_o$  é concentração do soluto (kg/kg) na solução aquosa.

Os parâmetros  $Re_a$  e  $Re_r$  foram calculados com as Eqs. 4-3 e 4-2, respectivamente. As propriedades termofísicas consideradas são as da pasta de gelo. Pode-se ver que não aparece correlacionado o número de Prandtl, nas correlações para etanol e sacarose. Lakhdar et al [27] argumentam que este número não tem efeito significativo sobre o número de Nusselt.

Para o etanol, a correlação é válida para as faixas de operação  $130 < Re_a < 560$ ,  $1700 < Re_r < 24000$  e  $220 < Pr < 620$ . Para a sacarose a correlação é válida para as faixas de operação  $90 < Re_a < 270$ ,  $4000 < Re_r < 34000$  e  $1400 < Pr < 1800$ .

Como mencionado, Lakhdar et al. [27] pesquisaram a separação do raspador e a parede interna do gerador. Estudaram separações de 3 mm e 1 mm, e concluíram que, com 3 mm de separação, forma-se permanentemente uma camada de gelo. Com 1 mm forma-se também uma camada, mas que é periodicamente desprendida da superfície do gerador. A Fig. 4.10 mostra



a evolução da temperatura em uma posição da parede interna. Pode-se observar discontinuidades na evolução da temperatura.

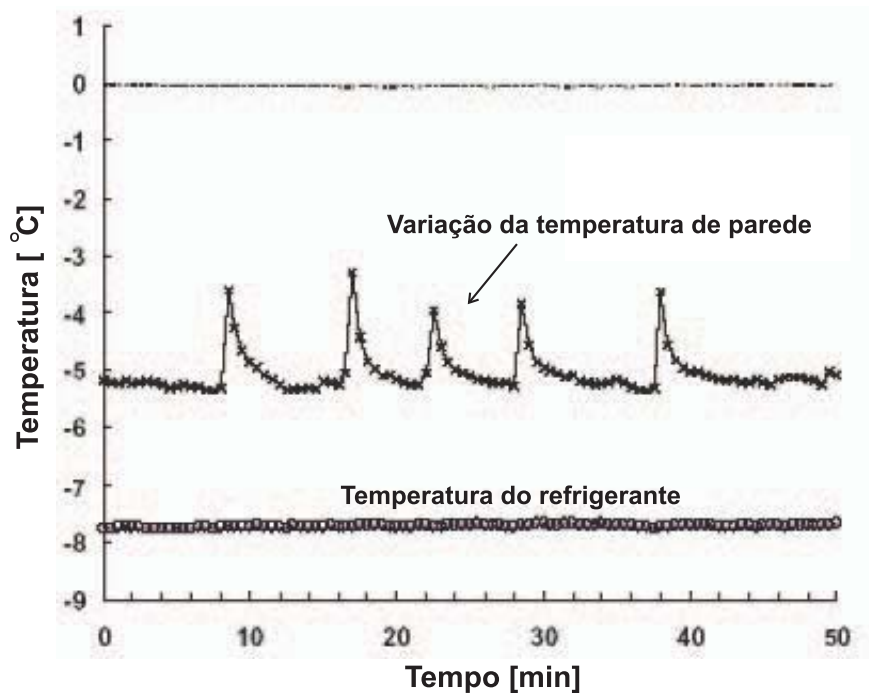


Figura 4.10: Evolução da temperatura de parede (ponto 6) para um trocador de calor operando com solução aquosa de sacarose, concentração 15%, vazão 0,14 m/s e velocidade de rotação do mecanismo raspador de 700 rpm [27].

A formação periódica e a retirada de uma camada de gelo podem explicar a evolução da temperatura da parede, na Fig. 4.10. A formação de camada de gelo leva a uma resistência crescente até que sua espessura atinge aproximadamente 1 mm, quando a temperatura de parede fica mais próxima à do fluido refrigerante. Neste instante, as lamina rotatórias, que limitam a espessura de gelo, retiram parte ou toda a camada de gelo (de aproximadamente 1 mm). Depois da retirada do floco de gelo, a resistência térmica da camada de gelo decresce e a temperatura de parede afasta-se rapidamente da temperatura do fluido refrigerante.

No presente trabalho foi estudada uma separação de 0,4 mm. Estas variações da temperatura de parede não foram observadas, e podendo-se concluir que a camada de gelo era retirada continuamente.

Os trabalhos de Bel & Lallemand [26] e Lakhdar et al. [27] não apresentaram estudos da evolução do número de Nusselt com a temperatura, isto é, sem mudança de fase, na transição e com mudança de fase.

Lakhdar et al. [27] estudaram um gerador de pasta de gelo com as características semelhantes às do presente trabalho, porém posicionado horizontalmente. Entende-se que posicionar o gerador na vertical facilita o controle da fração de sólido, pois o empuxo leva o gelo para cima e o líquido pode ser controlado pela vazão de entrada, possibilitando escolher a fração de gelo na saída do gerador.

Na transferência de calor de trocadores de calor de superfície raspada, a razão de diâmetros  $d/D$  foi apontada como um fator importante, como pode ser observado nas Eqs. 4-32 e 4-41. A Eq. 4-41 mostra que se a relação  $d/D$  for próxima de 1, o número de Nusselt apresenta valores altos.

No trabalho de Lakhdar et al. [27] a relação  $d/D$  foi de 0,4. No presente trabalho foi utilizada uma relação  $d/D$  de 0,5, que representaria um aumento de aproximadamente 10% no número de Nusselt, segundo as equações 4-32 e 4-41.

#### 4.4

### Metodologia para a determinação experimental do número de Nusselt

O número de Nusselt local é dado pela Eq. 4-54, abaixo

$$Nu_z = \frac{h_z D}{k} \quad (4-54)$$

onde  $h_z$  é o coeficiente local de transferência de calor. O coeficiente  $h_z$ , por sua vez, está relacionado com o fluxo de calor pela equação de resfriamento de Newton,  $q_z'' = h_z(T_m - T_{p,i})$ , onde  $q_z''$  é o fluxo de calor local na interface ( $\text{W/m}^2$ ).

Fazendo-se a substituição obtém-se o número de Nusselt local conforme abaixo:

$$Nu_z = \frac{q_z'' D}{k(T_m - T_{p,i})} \quad (4-55)$$

Para determinar o número de Nusselt local  $Nu_z$ , é necessário determinar a variável  $q_z''$  e, ao contrário das outras variáveis, sua determinação não é trivial. No decorrer desta seção será descrito o método adotado para determiná-la.

A Fig. 4.11 mostra o esquema de uma seção transversal do trocador de calor e a distribuição de temperaturas nos diferentes meios que o compõem. A seguir, será analisada a transferência de calor através destes meios. Construtivamente, a parede do trocador é constituída por: um cilindro de aço inox, em contato com uma camada de pasta térmica, o conjunto da superfície estendida e o tubo de cobre.

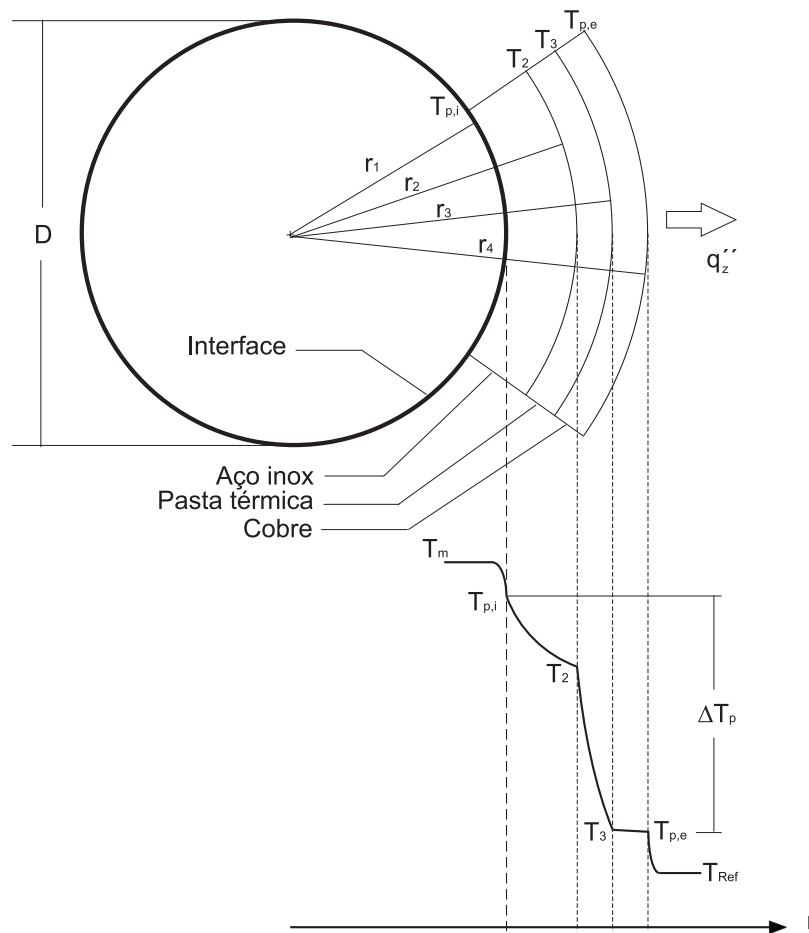


Figura 4.11: Distribuição de temperatura na parede do trocador.

Aplica-se, para este caso, a equação de calor, Eq. 4-56, conforme a seguir:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4-56)$$

Supondo regime permanente e ausência de fontes de calor, a Eq. 4-56 reduz-se a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4-57)$$

#### 4.4.1 Análise de condução unidimensional

No caso especial de condução radial unidimensional, ou seja, a temperatura sendo apenas uma função de  $r$ , a taxa de transferência de calor,  $\dot{Q}_r$ , pela lei de Fourier, pode ser expressa como:

$$\dot{Q}_r = -kA \frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr} \quad (4-58)$$

E, no mesmo caso, a taxa de transferência de calor através dos meios que compõem a parede do gerador, pode ser expressa como:

$$\dot{Q}_r = \frac{T_{p,i} - T_{p,e}}{\frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi k_{aco}L} + \frac{\ln(\frac{r_3}{r_2})}{2\pi k_{pasta}L} + \frac{\ln(\frac{r_4}{r_3})}{2\pi k_{cobre}L}} \quad (4-59)$$

onde  $T_{p,i}$  e  $T_{p,e}$  são supostas constantes ao longo das superfícies interna e externa da parede do gerador, respectivamente (caso de condução de calor unidimensional). A resistência térmica da parede é:

$$R_p = \frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi k_{aco}L} + \frac{\ln(\frac{r_3}{r_2})}{2\pi k_{pasta}L} + \frac{\ln(\frac{r_4}{r_3})}{2\pi k_{cobre}L} \quad (4-60)$$

Fazendo

$$\Delta T_p = T_{p,i} - T_{p,e} \quad (4-61)$$

A taxa de transferência de calor pode ser expressa como:

$$\dot{Q}_r = \frac{\Delta T_p}{R_p} \quad (4-62)$$

A Eq. 4-62 mostra que a taxa de transferência de calor  $\dot{Q}_r$  é proporcional à diferença entre as temperaturas interna e externa da parede,  $\Delta T_p$ , no gerador.

Aplicando-se a Eq. 4-58 na interface ( $r = R$ ), e substituindo na Eq. 4-62, obtém-se:

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_R = \frac{1}{2\pi k R L R_p} = C \quad (4-63)$$

onde  $C$  é uma constante

Pode-se concluir, da Eq.4-63, acima, que o gradiente de temperatura da parede na interface ( $r = R$ ) é proporcional à diferença de temperaturas entre a parede interna e a externa,  $T_{p,i}$  e  $T_{p,e}$ , respectivamente.

#### 4.4.2

##### O caso da condução multidimensional

Considere a análise de condução de calor bidimensional em uma parede plana, com solução exata e obtida em condições idealizadas. Começamos considerando as condições no *interior* da parede. Primeiro, determinamos a distribuição de temperatura  $T(x, y)$ , a partir da qual podemos obter o fluxo de calor  $q''_x$ , por condução na interface.

A seguir, a distribuição de temperatura, é determinada resolvendo a equação de calor com as condições de contorno apropriadas. Para condições de regime estacionário sem geração de energia e condutividade térmica do meio constante, a equação de calor é

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4-64)$$

A solução da Eq. 4-64 é obtida pelo método de separação de variáveis. Considere o sistema da Fig. 4.12. Três lados da parede plana rectangular são mantidos a uma temperatura constante  $T_1$ , enquanto no quarto lado temos uma distribuição de temperaturas com temperatura máxima  $T_2$  ( $T_1 \neq T_2$ ). Considerando gradientes de temperatura normais ao plano  $x$ - $y$  nula ou desprezível ( $\partial^2 T / \partial z^2 \approx 0$ ), e a transferência de calor por condução ocorre nas direções  $x$  e  $y$ .

Para determinar a distribuição de temperatura  $T = T(x, y)$ , introduzimos a transformação

$$\theta \equiv \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \quad (4-65)$$

Substituindo a Eq. 4-65 na Eq. 4-64, a equação diferencial transformada é então

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (4-66)$$

As condições de contorno são

$$\theta(0, y) = 0 \quad (4-67)$$

$$\theta(x, 0) = 0 \quad (4-68)$$

$$\theta(L, y) = 0 \quad (4-69)$$

$$\theta(x, W) = \frac{x}{L} \quad (4-70)$$

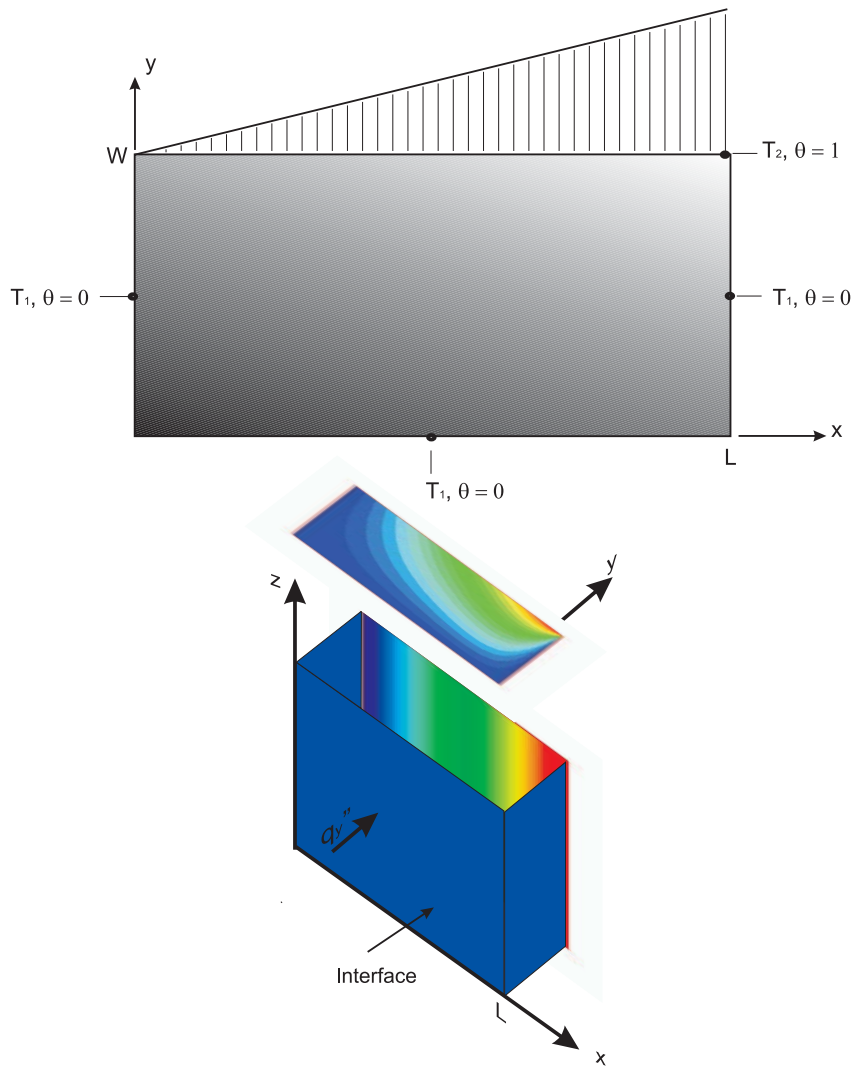


Figura 4.12: Condução bidimensional em uma parede plana rectangular.

A técnica do método de separação de variáveis e tratada em cursos elementares de transferência de calor [71, 72]. O desenvolvimento não é apresentado neste trabalho, entretanto, Incropera [71] mostra que uma das infinitas soluções que satisfazem a equação diferencial e as condições de contorno é

$$\theta(x, y) = C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \operatorname{senh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4-71)$$

Contudo, a equação diferencial parcial é linear, uma solução mais geral é obtida por superposição da forma:

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \operatorname{senh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \quad (4-72)$$

O coeficiente  $C_n$  é determinado com a condição de contorno seguinte

$$\theta(x, W) = \frac{x}{L} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \operatorname{senh}\left(\frac{n\pi W}{L}\right) \quad (4-73)$$

Incropera [71] utiliza as propriedades das funções ortogonais, onde, com um conjunto infinito de funções  $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x), \dots$  é dito ortogonal no domínio  $a \leq x \leq b$  se

$$\int_a^b g_m(x) g_n(x) dx = 0 \quad m \neq n \quad (4-74)$$

As funções trigonométricas  $\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$  e  $\operatorname{cos}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$  apresentam a propriedade de ortogonalidade para  $0 \leq x \leq L$ .

Multiplicando-se cada lado da Eq. 4-73 por  $\operatorname{cos}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$  e integrando-se entre os limites de 0 e  $L$ .

$$\int_0^L \frac{x}{L} \operatorname{cos}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \int_0^L \operatorname{cos}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sum_{m=1}^{\infty} C_m \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \operatorname{senh}\left(\frac{m\pi W}{L}\right) dx \quad (4-75)$$

Contudo, da aplicação do conceito de ortogonalidade de funções, todos os termos do lado direito da Eq. 4-75, com exceção de um ( $m = n$ ), devem ser zero, temos então

$$\int_0^L \frac{x}{L} \operatorname{cos}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = C_n \operatorname{senh}\left(\frac{n\pi W}{L}\right) \int_0^L \operatorname{cos}^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \quad (4-76)$$

Logo

$$C_n = \frac{1}{\sinh\left(\frac{n\pi W}{L}\right)} \frac{\int_0^L \frac{x}{L} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx}{\int_0^L \cos^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx} \quad (4-77)$$

avaliando esta expressão temos

$$C_n = \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \frac{1}{\sinh\left(\frac{n\pi W}{L}\right)} \quad (4-78)$$

substituindo  $C_n$  na Eq. 4-72 obtemos

$$\theta(x, y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \frac{\operatorname{senh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{n\pi W}{L}\right)} \quad (4-79)$$

derivando respeito a  $y$  temos

$$\frac{\partial}{\partial y} \theta(x, y) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \frac{\cosh\left(\frac{n\pi y}{L}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{n\pi W}{L}\right)} \quad (4-80)$$

Com o intuito de avaliar numericamente e comparar os resultados de estas expressões, é conveniente reescrever as Eqs. 4-79 e 4-80, aqui temos as coordenadas  $x/L$  e  $y/W$  apropriadas para o caso de avaliação numérica e comparação

$$\theta(x, y) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \operatorname{sen}\left(n\pi \frac{x}{L}\right) \frac{\operatorname{senh}\left(n\pi \frac{W}{L} \frac{y}{W}\right)}{\operatorname{senh}\left(n\pi \frac{W}{L}\right)} \quad (4-81)$$

$$\frac{\partial}{\partial\left(\frac{y}{W}\right)} \theta(x, y) = 2\left(\frac{W}{L}\right) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{sen}\left(n\pi \frac{x}{L}\right) \frac{\cosh\left(n\pi \frac{W}{L} \frac{y}{W}\right)}{\operatorname{senh}\left(n\pi \frac{W}{L}\right)} \quad (4-82)$$

A Fig. 4.13 mostra o gradiente de temperatura,  $\frac{\partial\theta}{\partial\left(\frac{y}{W}\right)}$ , na interface ( $y = 0$ ), para diferentes valores da relação  $W/L$ , estas curvas foram obtidas avaliando a Eq. 4-82 com um número finito de termos na somatoria ( $n = 200$ ). Pode-se observar que quando a razão,  $W/L$ , tende a zero (paredes de espessura delgada) o perfil deste gradiente assemelha-se ao perfil de temperatura  $\theta(x, W)$ , isto sugere a possibilidade da existência de uma proporcionalidade do gradiente de temperatura e a temperatura adimensional  $\theta$ . Para verificar se existe esta proporcionalidade avaliamos a relação 4-83.



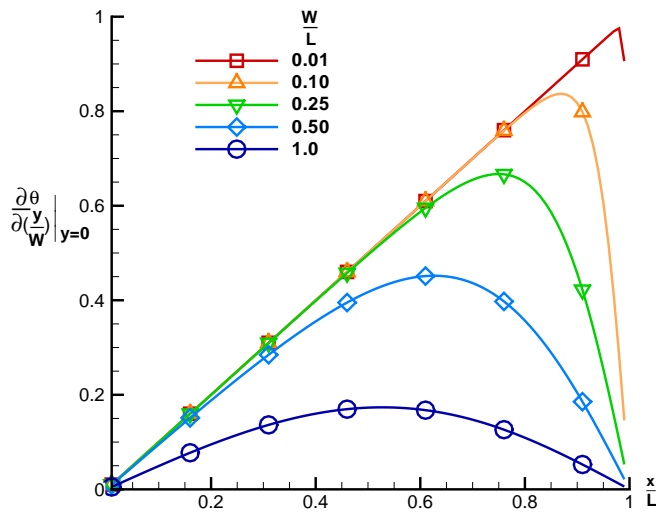


Figura 4.13: Gradiente de temperatura na interface com diferentes razões de aspecto  $W/L$ .

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \left(\frac{y}{W}\right)} \theta(x, 0)}{\theta(x, W)} \quad (4-83)$$

obtendo-se

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \left(\frac{y}{W}\right)} \theta(x, 0)}{\theta(x, W)} = \frac{\pi \left(\frac{W}{L}\right) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\text{sen}(n\pi \frac{x}{L})}{\text{senh}(n\pi \frac{W}{L})}}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \text{sen}(n\pi \frac{x}{L})} \quad (4-84)$$

A Eq. 4-84 foi avaliada com um número finito de termos nas somatórias ( $n = 200$ ), o resultado pode-se observar na Fig.4.14. Pode-se observar que existe uma proporcionalidade no caso de paredes delgadas ( $w/L \rightarrow 0$ ). Contudo, observe que as discontinuidades prescritas no extremo superior direito da parede são fisicamente insustentáveis e, na avaliação numérica da Eq. 4-84 com valores pequenos da razão  $W/L$ , nesta região ( $x/L = 1$ ), mostrou-se difícil de avaliar. Na realidade, é possível manter altos gradientes de temperatura nas proximidades dos cantos, mas discontinuidades não podem existir.

Analogamente, considere o sistema da Fig. 4.15. Três lados da parede plana rectangular são mantidos a uma temperatura constante  $T_1$ , enquanto

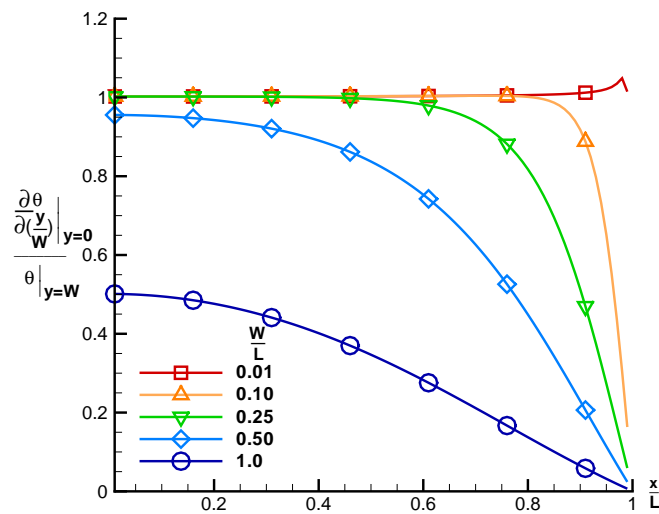


Figura 4.14: Relação entre o gradiente de temperatura na interface e a temperatura adimensional  $\theta(x, W)$ .

no quarto lado é mantido a uma temperatura constante  $T_2$ , ( $T_1 \neq T_2$ ). Com as mesmas considerações, a proporcionalidade revela-se novamente para paredes delgadas, como pode ser visto na Fig. 4.16. As discontinuidades prescritas nos extremos superiores direito e esquerdo da parede, foram evitadas na avaliação numérica, por serem pontos singulares.

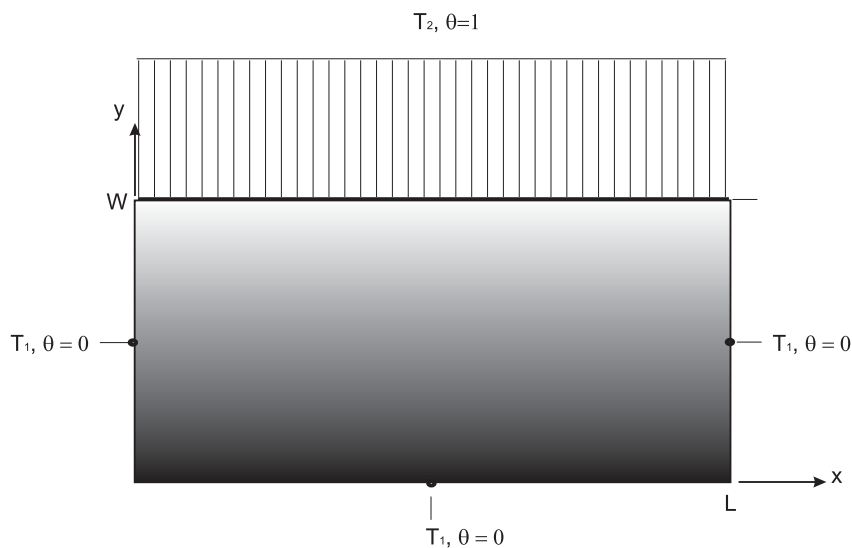


Figura 4.15: Condução bidimensional em uma parede plana rectangular, com distribuição uniforme de temperatura.

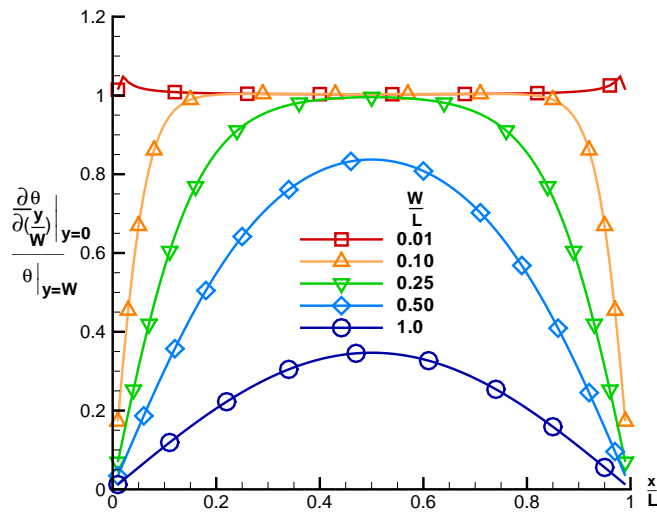


Figura 4.16: Relação entre o gradiente de temperatura na interface e a temperatura adimensional  $\theta(x, W)$  (caso 2).

Uma análise similar, isto é, três lados da parede mantidos a uma temperatura constante  $T_1$ , enquanto no quarto lado com uma distribuição de temperatura parabólica com temperatura máxima  $T_2$ , também apresentaram a mesma proporcionalidade em geometrias de parede delgada.

No que diz respeito à transferência de calor no trocador, assumiu-se, em virtude de evidência experimental, que a distribuição de temperatura na parede é bidimensional, isto é,  $T = T(r, z)$ .

Propõe-se resolver a equação de difusão de calor (Eq. 4-57) tendo como condições de contorno as temperaturas  $T_{p,i}$  e  $T_{p,e}$ , da parede interna, da parede externa do gerador, respectivamente. A Fig. 4.17 mostra a localização de tomada destas temperaturas na seção de testes. Torna-se necessário avaliar os efeitos multidimensionais, ou seja, a condução axial e radial ( $T = T(r, z)$ ), na análise de condução do calor.

Faz-se

$$\Delta T_z = T_{p,i} - T_{p,e} \tag{4-85}$$

onde  $\Delta T_z$  é a diferença de temperaturas da parede interna e externa do gerador. Esta diferença de temperatura varia ao longo da coordenada  $z$ ,

visto que  $T_{p,i}$  e  $T_{p,e}$ , não são mais constantes.

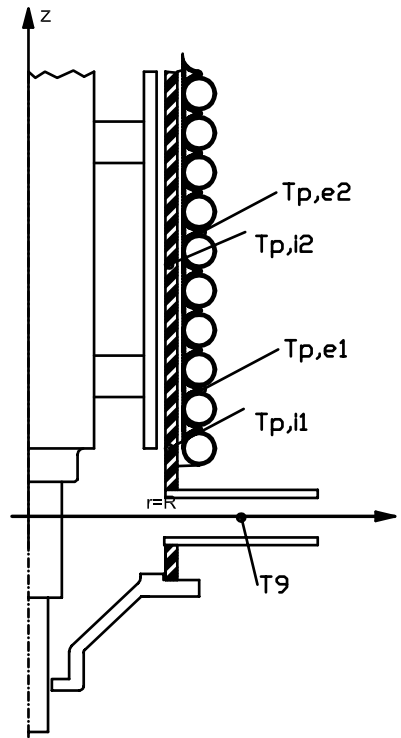


Figura 4.17: Temperaturas  $T_m, T_{p,i}, T_{p,e}$ .

A solução da Eq. 4-57 foi obtida utilizando-se o método numérico de diferenças finitas em coordenadas cilíndricas [73, 72]. A Fig. 4.18 mostra o campo de temperaturas obtido para o interior da parede do gerador, para uma condição particular específica. A taxa de transferência de calor é avaliada pela seguinte relação

$$\dot{Q}_z = -k A \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_R \quad (4-86)$$

onde a condutividade térmica da parede de aço inox,  $k$ , é referida à temperatura da parede na interface.

A solução da equação de condução de calor pelo método numérico de diferenças finitas, na Fig. 4.18, revelou um fato interessante: a condução de calor é basicamente radial. Isto porque a condução de calor axial é

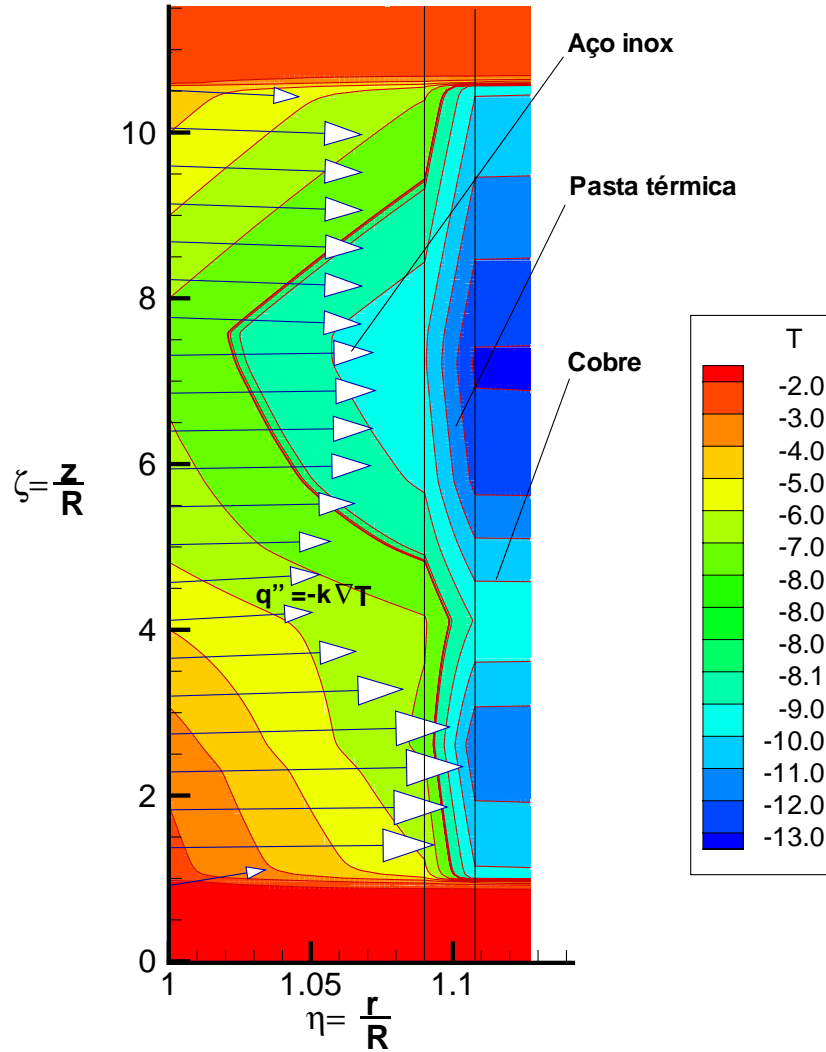


Figura 4.18: Campo de temperaturas.

desprezível se comparada com a radial. Na análise da solução da equação de difusão de calor, chega-se a uma relação similar à Eq. 4-63, da forma:

$$\left| \frac{\frac{\partial T}{\partial r}}{\Delta T_z} \right|_R = \frac{1}{2\pi k R L R_p} = C \quad (4-87)$$

O que mostra que o gradiente de temperatura da parede na interface é proporcional à diferença de temperatura ( $\Delta T_z$ ), com a mesma constante utilizada no caso de condução unidimensional, Eq. 4-63. Esta proporcionalidade foi verificada ao longo da coordenada  $z$ . Inicialmente, foram testados perfis de temperatura triangulares e lineares, apresentado o mesmo resultado. As conclusões são idênticas, ao análise com solução exata, na parede plana apresentadas anteriormente.

Como trabalho futuro, vamos a estender a análise à condução de calor tridimensional  $T(x, y, z)$ , com soluções exatas e métodos numéricos. Acreditamos que as conclusões, também indicam que o fluxo de calor é proporcional à diferença local de temperaturas. A NASA Glen Research Center [74], apresentou um medidor multi-funcional de fluxo de calor de filme delgado (“Thin Film Heat Flux Sensor”). Este medidor tem as características de medição local de temperatura, fluxo de calor e deformações. A medição de fluxo de calor local é determinada por medição da diferença de temperaturas das faces (termopilhas). Eles indicam que o fluxo de calor local é proporcional a esta diferença de temperatura [74].

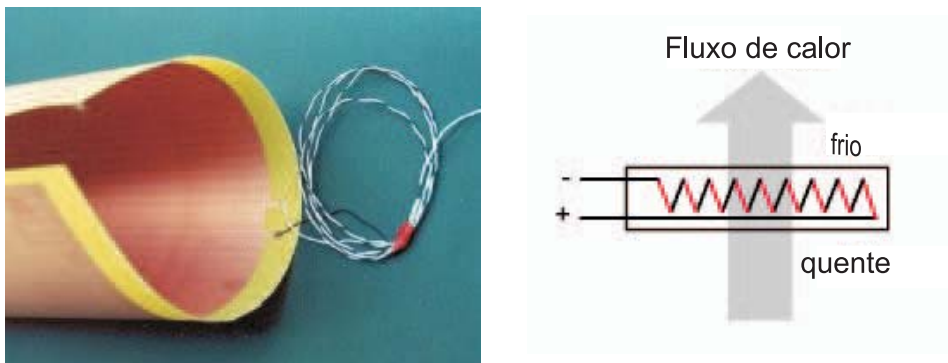


Figura 4.19: Medidor de fluxo de calor de filme delgado (“Thin Film Heat Flux Sensor”).

A seguir, é apresentada a relação que determina o fluxo de calor local ( $q_z''$ ). Este é avaliado a partir da lei de Fourier e da proporcionalidade observada. Pode-se escrever:

$$q_z'' = -k \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \Big|_R = -k \cdot C \Delta T_z \quad (4-88)$$

A taxa de transferência de calor em uma área diferencial da interface é dada por:

$$q_z'' dA = -k \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \Big|_R dA \quad (4-89)$$

Integrando-se a Eq. 4-89 ao longo da área que corresponde à interface, tem-se a taxa de transferência de calor na interface completa. Esta taxa é um dado experimental que é obtido fazendo-se o balanço de energia, tendo em vista que a taxa de transferência de calor na interface é devido à evaporação do fluido refrigerante R22 (Eq. 4-90) na serpentina. Assim tem-se

$$\dot{Q} = \dot{m}_{R22} \Delta h_{R22} \quad (4-90)$$

onde  $\Delta h_{R22}$  é a diferença de entalpia ( $h_{R22,s} - h_{R22,e}$ ) do fluido refrigerante. Esta é obtida das propriedades termodinâmicas estimadas a partir das medições de parâmetros como pressão e temperatura, efetuadas na entrada e saída do gerador.

Portanto, integrando a Eq. 4-89, tem-se  $\dot{Q}$ , a taxa de transferência de calor

$$\dot{Q} = \int q_z'' dA = -2\pi Rk \int_0^L \left. \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right|_R dz \quad (4-91)$$

Substituindo a Eq. 4-87 em 4-91, tem-se:

$$\dot{Q} = -2\pi Rk C \int_0^L \Delta T_z dz = -2\pi RLk C \cdot \frac{1}{L} \int_0^L \Delta T_z dz \quad (4-92)$$

Entretanto, tem-se que:

$$\overline{\Delta T}_z = \frac{1}{L} \int_0^L \Delta T_z dz \quad (4-93)$$

A determinação de  $\overline{\Delta T}_z$ , ocorreu através da integração numérica da diferença de temperaturas da parede interna e externa do gerador, obtidas por interpolação das medidas de temperatura pontuais das temperaturas da parede interna e externa.

A área que corresponde à interface é

$$A = 2\pi RL \quad (4-94)$$

Dividindo-se a Eq. 4-92 por  $A$ , tem-se o fluxo de calor médio na interface

$$\overline{q}'' = -k C \overline{\Delta T}_z \quad (4-95)$$

A equação acima apresenta similaridade com a Eq. 4-88. Combinando estas duas equações, tem-se o fluxo de calor local, o qual pode ser avaliado a partir de dados experimentais.

$$q_z'' = \frac{\overline{q''}}{\Delta T_z} \Delta T_z \quad (4-96)$$

O número de Nusselt local, dado pela Eq. 4-55, pode ser escrito como:

$$Nu_z = \frac{\overline{q''} \Delta T_z D}{\Delta T_z k (T_m - T_{p,i})} \quad (4-97)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica do fluido. Observa-se que este método de determinação do número de Nusselt, é aplicável a qualquer fluido, incluindo-se o caso de transferência de calor com mudança de fase, em geometrias cilíndricas.

O número de Nusselt médio é determinado da expressão a seguir:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_z dz \quad (4-98)$$

No presente trabalho a expressão acima foi obtida por integração numérica, para a qual foi desenvolvida uma função macro no Microsoft Excel®.

## 4.5

### Cálculo da taxa de transferência de calor no gerador

A Fig. 4.20 mostra o volume de controle, que permite aplicar o balanço de energia no gerador de pasta de gelo.

Da primeira lei da termodinâmica, aplicada a um volume de controle, em regime permanente, tem-se:

$$\sum \dot{Q}_{v.c.} + \sum \dot{m}_e h_e = \sum \dot{W}_{v.c.} + \sum \dot{m}_s h_s \quad (4-99)$$

No volume de controle, a potência mecânica dissipada pela operação do mecanismo de raspagem pelo atrito viscoso ( $-P$ ), corresponde à taxa líquida de realização de trabalho ( $\sum \dot{W}_{v.c.}$ ). O ganho de calor no volume de controle atribuído como “ $\dot{Q}_{perdas}$ ” corresponderia à taxa líquida de transferência de calor ( $\sum \dot{Q}_{v.c.}$ ). E, considerando os fluxos de energia total através da fronteira do volume de controle tem-se:

$$\dot{Q}_{perdas} + \dot{m}_{pg} h_{pg,e} + \dot{m}_{R22} h_{R22,e} = -P + \dot{m}_{pg} h_{pg,s} + \dot{m}_{R22} h_{R22,s} \quad (4-100)$$



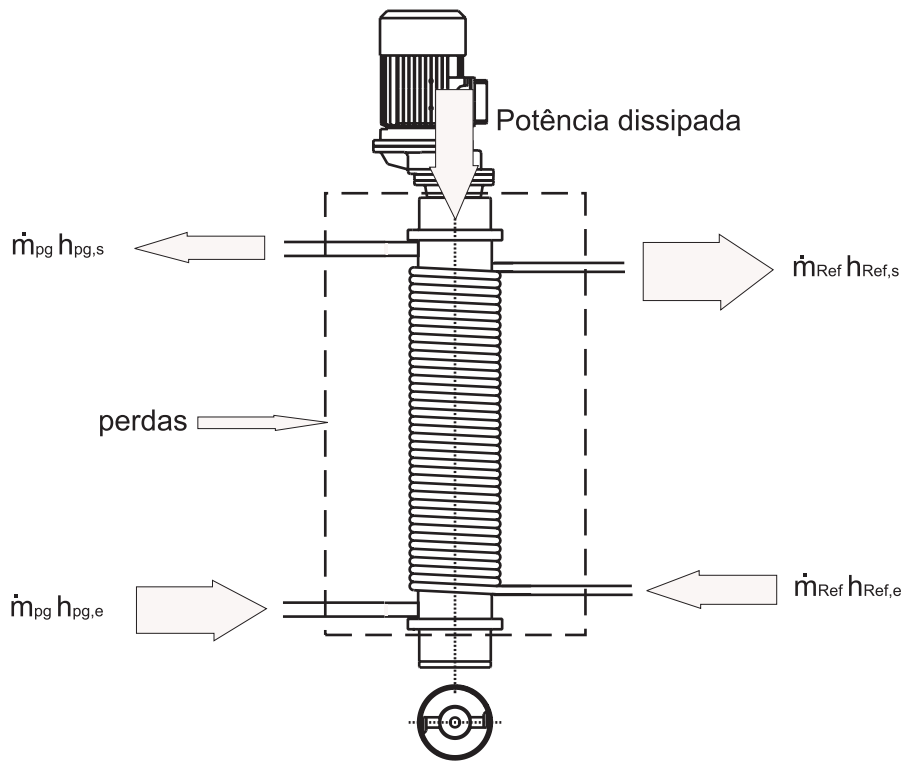


Figura 4.20: Volume de controle do gerador de pasta de gelo.

Do balanço de energia no lado do refrigerante, tem-se:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{R22}(h_{R22,s} - h_{R22,e}) = P + \dot{m}_{pg}(h_{pg,e} - h_{pg,s}) + \dot{Q}_{perdas} \quad (4-101)$$

Por balanço de energia a taxa de transferência de calor na interface, ( $\dot{Q}$ ), pode ser avaliada pelas duas formas da equação (4-101).

Para a avaliação correta da taxa de transferência de calor no gerador, é importante considerar a energia mecânica dissipada no processo de geração, equação (4-101), devido ao movimento de rotação do mecanismo raspador.

#### 4.5.1

##### Potência mecânica dissipada devido ao mecanismo raspador

A potência dissipada é calculada como o produto da força de arraste  $F_D$  pela velocidade  $w$ , com:

$$F_D = C_D \rho w^2 D^2 \quad (4-102)$$

e

$$w = ND \quad (4-103)$$

Então:

$$P = C_D \cdot \rho D^5 N^3 \quad (4-104)$$

O coeficiente de arrasto,  $C_D$ , depende do número de Reynolds rotacional ( $Re_r$ ) [75]. Considerando a definição do número de potência,  $Po$ , equação (4-6), tem-se  $Po = C_D$ .

A potência dissipada foi estudada por outros pesquisadores que a consideram proporcional ao comprimento do raspador ( $L$ ) e inversamente proporcional ao número de Reynolds rotacional ( $Re_r$ ). Uma expressão utilizada para correlacionar a potência dissipada com as condições de operação é fornecida por Qin et al. [51] e por Trommelen [76]

$$\frac{Po}{L} = C Re_r^{-a} n_R^{0,59} \quad (4-105)$$

onde  $L$  é o comprimento do raspador,  $n_R$  é o número de raspadores e  $Po$  é o número de potência.

A Eq. 4-105 foi proposta para fluidos monofásicos. No caso de ocorrer mudança de fase (sólido-líquido), o fluido é bifásico e a validade da Eq. 4-105 torna-se questionável. No cálculo das propriedades termofísicas da pasta de gelo, (ver Cap. 2) é considerada uma viscosidade aparente ou equivalente, isto é,

$$\mu_{pg} = \Phi_{bi} \mu_{fr} \quad (4-106)$$

A viscosidade dinâmica da pasta de gelo é a viscosidade do líquido portador onde as partículas de gelo estão dispersas, multiplicado por um multiplicador bifásico (sólido-líquido)  $\Phi_{bi}$ . Com esta correção, Qin et al. [51] assumem que a Eq. 4-105 ainda pode ser considerada válida. No cálculo do número de Reynolds rotacional, a viscosidade  $\mu_{pg}$  é considerada.

Com as considerações anteriores, a potência mecânica dissipada no gerador foi determinada a partir de dados experimentais, realizados especificamente para este caso.

A Eq. 4-105 pode ser escrita como:

$$Po = C n_R^{0,59} L \cdot Re_r^{-a} \quad (4-107)$$

Substituindo  $C' = C n_R^{0,59} L$  em (4-107), tem-se

$$Po = C' \cdot Re_r^{-a} \quad (4-108)$$

Com esta expressão é possível estimar experimentalmente a potência dissipada pelo mecanismo raspador. Analisou-se o gerador de pasta de gelo como um sistema, isto é, confinou-se pasta de gelo com elevada fração de gelo no gerador, com o mecanismo raspador acionado. A potência dissipada foi estimada através da temperatura no tempo.

Da primeira lei para sistemas termodinâmicos tem-se:

$$\dot{Q}_{sist} = \frac{\partial U}{\partial t} + \dot{W}_{sist} \quad (4-109)$$

A Fig. 4.21 mostra o esquema de estimativa da potência dissipada. Inicialmente tem-se o gerador e a pasta de gelo como o sistema termodinâmico. Tem-se a potência dissipada  $-P$  que corresponde à taxa líquida de realização de trabalho no sistema ( $\dot{W}_{sist}$ ). O ganho de calor no sistema, atribuído como ( $\dot{Q}_{perdas}$ ), corresponderia à taxa líquida de transferência de calor no sistema ( $\dot{Q}_{sist}$ ). Na taxa de variação da energia interna ( $\partial U/\partial t$ ), considera-se a variação de energia interna da pasta de gelo e do conjunto do gerador.

Com as considerações anteriores tem-se:

$$P = \frac{\partial}{\partial t}(U_{pg} + U_{gerador}) - \dot{Q}_{perdas} \quad (4-110)$$

A seguir será descrito o procedimento de estimação da potência mecânica dissipada  $P$ .

1. Foi gerado pasta de gelo com alta fração de gelo;
2. A unidade condensadora foi desligada;
3. Em seguida a bomba foi desligada, e confinada a pasta de gelo no gerador;
4. Foi estabelecida uma velocidade de rotação do mecanismo raspador;
5. Foi aquisitada toda a informação possível, descrevendo a evolução da temperatura da pasta de gelo no tempo;
6. Esperou-se até que toda a pasta de gelo mudasse completamente de fase;

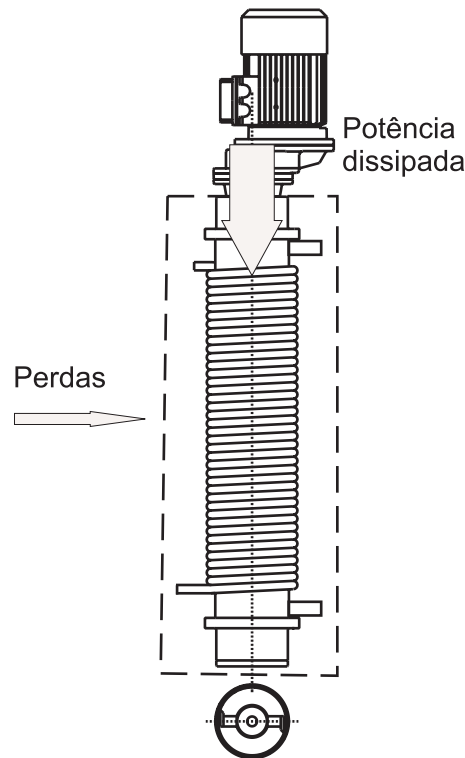


Figura 4.21: Sistema composto pelo gerador de pasta de gelo.

7. Os itens de 1 a 6 foram repetidos para frequências de rotação do mecanismo raspador de  $N=0$ ; 6,5; 12 e 14  $s^{-1}$ .

A experiência com frequência de rotação nula ( $N=0$ ) fornece a estimativa da taxa líquida de transferência de calor no sistema (perdas). Considerando o processo a pressão constante, a variação da energia interna da pasta de gelo é igual à sua variação da entalpia. A variação de energia interna no conjunto do gerador é devido à variação de sua temperatura (calor sensível). Esta taxa de variação de energia interna foi determinada com a expressão a seguir:

$$P = \frac{\partial}{\partial t} U_{gerador} = m_{gerador} c_{p_{gerador}} \frac{dT_{gerador}}{dt} \quad (4-111)$$

A taxa de variação da energia interna da pasta de gelo é maior que a taxa de variação do conjunto do gerador, pelo fato de que a primeira envolve mudança de fase. Como o processo se desenvolve lentamente, pode-se assumir que a temperatura da pasta de gelo e a temperatura do conjunto do gerador são iguais.

A Fig. 4.22 mostra a variação do número de potência com o número de Reynolds rotacional.

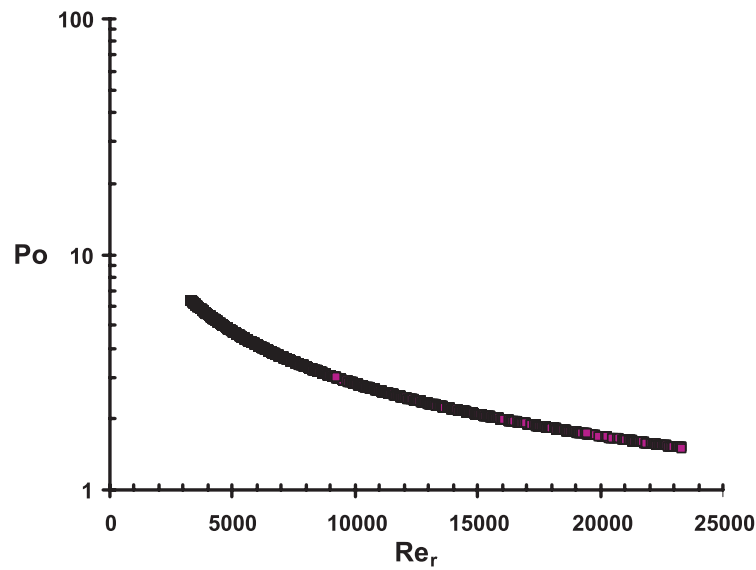


Figura 4.22: Resultado da variação do número de potência com o número de Reynolds rotacional.

A correlação do número de potência com o número de Reynolds rotacional, forneceu a expressão a seguir:

$$Po = 2565Re_r^{-0,74} \quad (4-112)$$