Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Fábio Silva de Souza

Nós Legendreanos em T^3

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC–Rio

Orientador: Prof. Paul Alexander Schweitzer, S. J.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2007

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Fábio Silva de Souza

Nós Legendreanos em T^3

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC–Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Paul Alexander Schweitzer, S. J.
Orientador
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Derek Hacon
PUC

Prof. Leonardo Navarro de Carvalho
UFF

Prof. Nicolau Corção Saldanha
PUC

Prof. Paulo Henrique Cabido Gusmão
UFF

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC–Rio

Rio de Janeiro, 27 de Fevereiro de 2007

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fábio Silva de Souza

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

Ficha Catalográfica

Souza, Fábio

Nós Legendreanos em T^3 / Fábio Silva de Souza; orientador: Paul Alexander Schweitzer, S. J.. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2007.

v., 73 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Nós Legendreanos. 3. Estruturas de Contato. 4. Nós Topológicos. 5. Toro T^3. 6. Número de Thurston-Bennequin. 7. Número de Maslov. I. Schweitzer, S. J., Paul Alexander. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

À minha mãe e minha vó.

Agradecimentos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

A Deus por ter colocado as pessoas certas na minha vida e me dado força nos momentos mais difíceis.

À minha mãe Hermelina Duarte Silva de Souza e minha vó Fidelcina Silva Miranda por terem cuidado de mim esse tempo todo, sem elas jamais teria conseguido chegar até aqui.

Ao meu orientador Pe. Paul Schweitzer pela compreensão, paciência com que conduziu meus estudos e pelos seus valiosos conselhos.

Ao professor Nicolau Saldanha por ter cedido seu tempo para responder muitas das minhas dúvidas.

Aos professores da graduação, em especial a Hamilton Simões por seus ensinamentos e por sua ajuda, e também Alan Freitas Machado Clícia Valladares, Luerbio Faria e Carlos Orelhana por terem incentivado meus estudos.

Ao professor John Etnyre por ter respondido todas as minhas dúvidas por email e por ter me cedido as figuras do seu artigo "Legendrian and Transversal Knots".

À Stefan Schönenberger por ter me cedido as figuras que compôem o cápitulo 3 desta dissertação.

Ao professor Thomas Lewiner pela ajuda com o LaTeX.

Ao professor Derek Hacon por ter sido quem trouxe ao nosso conhecimento o assunto: nós legendreanos.

À minha namorada Geziane Aparecida por ter tido paciência comigo.

E por fim, mas não menos aos meus amigos em especial à Arlei dos Santos Silva.

Resumo

Souza, Fábio; Schweitzer, S. J., Paul Alexander. **Nós Legendreanos em** T^3. Rio de Janeiro, 2007. 73p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nesse trabalho apresentamos os nós legendreanos numa variedade M de dimensão 3 destacando as estruturas de contato canônicas em $\mathbb{R}^3$ e T^3. Para o primeiro caso estudamos os invariantes clássicos: Números de Thurston-Bennequin e Maslov. No segundo caso o número de Maslov é facilmente estendido para esse contexto, mas para o número de Thurston-Bennequin existe uma dificuldade em defini-lo, pois T^3 não é simplesmente conexo. Apresentamos uma definição desse invariante para os nós lineares legendreanos em T^3, seguindo um trabalho de Y. Kanda.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

Palavras–chave

Nós Legendreanos. Estruturas de Contato. Nós Topológicos. Toro T^3. Número de Thurston-Bennequin. Número de Maslov.

Abstract

Souza, Fábio; Schweitzer, S. J., Paul Alexander. **Legendrian Knots in** T^3. Rio de Janeiro, 2007. 73p. MsC Thesis — Departament of Mathematics, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work we study legendrian knots in a 3-manifold M, with emphasis on the canonical contact structures in $\mathbb{R}^3$ and T^3. For the first case we will study the classic invariants: of Thurston-Bennequin and Maslov numbers. The Maslov number is easily extended to T^3, but it is dificult to define the Thurston-Bennequin number, because T^3 is not simply connected. We present a definition of that invariant for the linear legendrian knots in T^3 following a paper of Y. Kanda.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

Keywords

Legendrian Knots. Contact Structures. Topological Knots. Torus T^3. Thurston-Bennequin Number. Maslov Number.

Sumário

1	Introdução	**10**
2	Nós e Enlaces	**12**
2.1	Preliminares	12
2.2	Diagramas	15
2.3	Movimentos de Reidemeister	17
2.4	Aritmética dos Nós	20
2.5	Superfície de Seifert	22
2.6	Invariantes Numéricos	24
2.7	Polinômios	26
3	Geometria de Contato	**30**
3.1	Formas Diferenciais	30
3.2	Estruturas de Contato	39
4	Nós Legendreanos	**47**
4.1	Conceitos Básicos	47
4.2	Projeções Frontal e Lagrangeana	48
4.3	Números de Thurston-Bennequin e Maslov	54
5	Nós Legendreanos em T^3	**62**
5.1	Elemento de Contato	62
5.2	Números de Thurston-Bennequin e Maslov de nós em T^3	64

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510529/CA

Já não quero dicionários
consultados em vão.
Quero só a palavra
que nunca estará neles
nem se pode inventar.
Que resumiria o mundo
e o substituiria.
Mais sol do que o sol,
dentro da qual vivêssemos
todos em comunhão
mudos,
saboreando-a.

Carlos Drummond, *A paixão medida.*