4 Resultados

Este capítulo é destinado a comparar os resultados obtidos neste trabalho, considerando reconstruções em função do número de pontos de controle, e dos diferentes métodos de seleção de pontos de controle propostos.

4.1 Estimativa de Erro

A malha de mínimos quadrados é uma aproximação da malha original, e um fator importante para comparação das malhas é a medição do erro. Para medir o erro foi feito um programa que compara a distância euclidiana de cada vértice v_i da malha original com o vértice v'_i , onde v'_i é o vértice correspondente a v_i na malha reconstruída.

A distância entre v_i e a vizinhança de v'_i também é analisada para que a possibilidade de deslocamento do vértice também seja considerada (Figura 4.1). Assim o erro em cada vértice é adotado como o valor mínimo considerando a distância entre v_i e v'_i , v_i e a primeira vizinhança de v'_i e v_i e a segunda vizinhança de v'_i .



Figura 4.1: exemplo do cálculo da distância, onde M é a malha original, M' é a malha reconstruída, e considerando apenas a primeira vizinhança.

Uma vez que estas distâncias foram medidas temos que o erro máximo é definido como a distância máxima encontrada. O erro médio é definido como o somatório de todos os erros dividindo pelo número de vértices. E por sua vez o erro mínimo é a menor de todas as distancias.

Os dados de saída do programa são: erro máximo, erro médio, erro mínimo e um histograma com a distribuição do erro. E através deste histograma calculamos o desvio padrão para termos uma noção da dispersão do erro na malha.

4.2 Resultados Preliminares

O sistema linear de mínimos quadrados da reconstrução aproxima a geometria do objeto original, posicionando cada vértice na média geométrica de seus vizinhos imediatos (Figura 4.2). O sistema de reconstrução não altera a conectividade dada e reproduz uma malha visualmente suave que se aproxima da inicial.



Figura 4.2: Exemplo de posicionamento na média geométrica.

As Figuras 4.3 e 4.4 ilustram as condições de suavidade e de uniformidade da malha. Para que estas condições fossem melhor exemplificadas as malhas representam o mesmo modelo sendo que a Figura 4.3 ilustra uma malha com 25 vértices, a Figura 4.4 uma malha com 81 vértices e ambas possuem os mesmos pontos de controle (em vermelho). Note a presença do erro de aproximação que se deve ao fato de que não há solução que possa satisfazer inteiramente o sistema. Quando o número de elementos da malha aumenta, o erro é melhor distribuído. Nas Figuras 4.3(c) e 4.4(c) podemos observar que os pontos de controle não são interpolados.



Figura 4.3: Na Figura da esquerda temos uma malha no plano com 25 pontos, dentre ele 3 foram selecionados como de controle. Na Figura central temos a recosntrução da malha. Na Figura da direita temos a malha reconstruída sobreposta a malha original. O erro médio da reconstrução é de 0,18



Figura 4.4: Na Figura da esquerda temos uma malha no plano com 81 pontos, dentre ele 3 foram selecionados como de controle. Na Figura central temos a recosntrução da malha. Na Figura da direita temos a malha reconstruída sobreposta a malha original. O erro médio da reconstrução é de 0,13

Interpolação dos Pontos de Controle

Como mencionado na seção 3.2.2, os pontos de controle podem ser mantidos com as suas coordenadas originais durante a minimização por gradiente conjugado, ou podem ser alteradas pelo método. Mantendo os pontos de controle estáticos temos duas conseqüências: a primeira, se refere ao erro numérico, onde é claro que o erro mínimo é zero. No entanto o erro médio e máximo sofrem ínfimas alterações; A segunda, se refere ao erro visual, este sim é mais significativo já que de modo geral são gerados pontos com curvatura mais alta comparada a malha original. Isto fica claro em malhas que possuem um número de vértices menor e para um percentual pequeno de pontos de controle (Figura 4.5).

As Figuras 4.6 e 4.7 mostram uma comparação entre o método de reajuste dos pontos de controle e o método habitual. Foram feitas pausas no gradiente conjugado. Visualizamos resultados parciais do sistema linear. Observe que nesses exemplos (assim como todos os exemplos dessa seção) iniciamos com todos os pontos na origem (que não são pontos de controle).



Figura 4.5: Modelo Bunny com 940 vértice e 10% dos pontos selecionados como de controle. Note que em (b) as extremidades das orelhas, das patas e do rabo não apresentam formas suaves, pois os pontos de controle ficaram estáticos, já em (c) estas mesmas regiões possuem uma suavidade maior.

Reajuste

Reajuste



Figura 4.7: Método com reajuste dos pontos de controle

4.3 Comparação dos Métodos de Seleção dos Pontos de Controle

Comparando as malhas reconstruídas quanto ao método de seleção de pontos de controle, a primeira questão a ser levantada é o percentual de pontos definidos como de controle, pois se este é elevado os métodos de seleção apresentam resultados similares. Quando o percentual de pontos de controle é menor que vinte por cento os métodos de seleção apresentam variações.

Fazendo comparações visuais e numéricas e selecionando um percentual pequeno de pontos de controle, o método que se aproxima melhor da malha original é o de seleção por curvatura onde os pontos são selecionados por amostragem, justamente por mapear os pontos com informações geométricas significativas de forma proporcional (Ver tabelas 4.1 - 4.5).

Quando a malha é significativamente grande o método de seleção por intervalo é o mais rápido para encontrar os pontos de controle. Porém se a malha possui muitos detalhes há grandes chances de que a maioria destes não seja reconstruída. O método de seleção aleatória também é rápido, mas não há garantia alguma quanto a escolha dos pontos, não é possível determinar se a distribuição será boa ou não.

Quando os pontos de controle são selecionados por curvatura temos três situações a serem analisadas. A primeira retrata simplesmente a seleção dos pontos de maior curvatura sem restrição ou amostragem alguma. Este método gera resultados ruins, já que os pontos de controle tendem a ficar concentrados em apenas algumas regiões, ignorando totalmente as regiões de média e baixa curvatura.

A segunda situação se refere a seleção dos pontos de controle de maior curvatura com as restrições de vizinhança. De modo geral este metódo obteve bons resultados, porém quando a figura possui muitos detalhes geométricos, os pontos de controle tendem a ficar bem distribuídos nestas regiões e as regiões com curvatura baixa acabam ficando com pouco, ou nenhum representante, aumentando assim o erro.

A última situação retrata a seleção por curvatura envolvendo amostragem, que de modo geral obteve os melhores resultados. Isto se deve principalmente ao fato de que todas as regiões possuem representantes, no entanto nas regiões com maior detalhe geométrico o número de pontos selecionados é maior do que nas outras regiões.

As tabelas abaixos exemplificam as informações citadas acima, onde três por cento dos pontos foram selecionados como de controle. Cada tabela exemplifica os resultados numéricos obtidos na análise de cada método de seleção de pontos de controle de um modelo e as figuras em seguida representam os resultados visuais respectivos.

A Tabela 4.1 expõe as informações do modelo Alien que possui 19198 vértices (Figura 4.8), dentre eles 575 foram selecionados como pontos de controle.

Método de	Iterações			Tempo	Erro	Erro	Desvio
Seleção:	х	x y		(s)	Máximo	Médio	Padrão
Aleatória	275	296	257	19,875	0,7292	0,01701	0,0280
Por Intervalos	280	316	285	21,515	0,7312	0,0110	0,0194
Curvatura	1105	1858	1100	84,015	0,2051	0,0549	0,0440
Curvatura com Restrições	497	601	516	39,078	0,0867	0,0159	0,0092
Curvatura por Amostragem	447	587	511	34,187	0,0795	0,0132	0,0078

Tabela 4.1: Modelo Alien com 19198 pontos e 575 pontos de controle.



Figura 4.8: Note que tanto visualmente quanto numericamente o pior método é o de curvatura sem restrição e sem amostragem. E o método que gera o menor erro numérico é o de seleção por curvatura por amostragem.

A Tabela 4.2 expõe as informações do modelo Gargoyle que possui 30059 vértices (Figura 4.9), dentre eles 901 foram selecionados como pontos de controle.

Método de	Iterações			Tempo	Erro	Erro	Desvio
Seleção:	x	x y		(s)	Máximo	Médio	Padrão
Aleatória	276	298	277	30,735	0,0476	0,0078	0,0051
Por Intervalos	1135	1241	1143	85,328	0,1015	0,0167	0,0147
Curvatura	1532	1917	1475	121,313	0,2516	0,0337	0,0372
Curvatura com Restrições	821	1166	1079	76,031	0,1295	0,0116	0,0131
Curvatura por Amostragem	827	994	833	72,453	0,0134	0,0113	0,0116

Tabela 4.2: Modelo Gargoyle com 30059 pontos e 901 pontos de controle



Figura 4.9: Note que este é o único exemplo onde o erro numérico do método de seleção de curvatura por amostragem não é o melhor caso em termos de erro médio, sendo o melhor caso o de seleção aleatória. Porém visualmente podemos observar que a reconstrução por seleção aleatória (b) não recupera detalhes da asa como em (e) e (f).

A Tabela 4.3 expõe as informações do modelo Max que possui 50018 vértices (Figura 4.10), dentre eles 1500 foram selecionados como pontos de controle.

Método de	Iterações			Tempo	Erro	Erro	Desvio
Seleção:	х	x y z		(s)	Máximo	Médio	Padrão
Aleatória	1732	1216	986	196,750	0,3581	0,0109	0,0315
Por Intervalos	1927	1936	1398	349,860	0,1425	0,0142	0,0135
Curvatura	3140	3722	2863	627,750	0,3659	0,0878	0,0692
Curvatura com Restrições	897	1266	1286	229,859	0,0593	0,0063	0,0048
Curvatura por Amostragem	752	794	813	156,703	0,0833	0,0061	0,0048

Tabela 4.3: Modelo Max com 50018 pontos e 1500 pontos de controle



4.10(a): Modelo Original







4.10(e): Seleção por Curvatura com Restrição



4.10(c): Seleção por Intervalo



4.10(f): Seleção por Curvatura por Amostragem

Figura 4.10: Na seleção aleatória (a) e por intervalos (b) parte significativa da geometria não foi recuperada (orelha esquerda por exemplo). O modelo por curvatura não recupera a geometria das regiões de baixa curvatura. Os melhores resultados foram obtidos nos métodos de seleção por curvatura com restrição (e) e por amostragem (f).

A Tabela 4.4 expõe as informações do modelo Boneco que possui 82020 vértices (Figura 4.11), dentre eles 2460 foram selecionados como pontos de controle.

Método de	Iterações			Tempo	Erro	Erro	Desvio
Seleção:	х	x y		(s)	Máximo	Médio	Padrão
Aleatória	1882	3440	1910	667,641	0,4219	0,0894	0,0397
Por Intervalos	2270	3096	2689	662,265	0,3041	0,0965	0,0324
Curvatura	2536	3815	1875	677,500	0,8020	0,3329	0,1407
Curvatura com Restrições	1929	2594	1837	542,015	0,6444	0,0728	0,0925
Curvatura por Amostragem	2018	2892	2606	550,000	0,1603	0,0290	0,0256

Tabela 4.4: Modelo Boneco com 82020 pontos e 2460 pontos de controle

A Tabela 4.5 expõe as informações do modelo Bunny que possui 99999 vértices (Figura 4.12), dentre eles 3333 foram selecionados como pontos de controle.



Figura 4.11: Note que quando se trata de uma malha com um grande número de vértices o método de seleção por curvatura por amostragem apresenta os melhores resultados se comparados aos resultados anteriores.

Método de	Iterações			Tempo	Erro	Erro	Desvio
Seleção:	x y z		(s)	Máximo	Médio	Padrão	
Aleatória	3017	3043	1552	750,063	0,2060	0,0303	0,0282
Por Intervalos	3440	3292	2143	$1329,\!27$	1,0612	$0,\!1581$	0,1615
Curvatura	3116	2029	1870	$781,\!516$	0,2040	0,0219	$0,\!0310$
Curvatura com Restrições	1691	1138	1203	529,969	0,1084	$0,\!0055$	0,0092
Curvatura por Amostragem	1079	794	936	291,890	0,0486	0,0048	0,0034

Tabela 4.5: Modelo Bunny com 99999 pontos e 3333 pontos de controle

Todas as reconstruções são semelhantes a malha original, no entando o método de seleção por curvatura com amostragem apresenta, em geral, um erro numérico e visual menor. A seleção aleatória e por intervalos dos pontos de controle não garante recuperar a geometria em todas regiões significativas do objeto (por exemplo: a asa da Figuras 4.9(b,c)) ; a orelha esquerda da figura 4.10 (b,c); detalhes do rosto, orelhas da Figura 4.11(b,c)) Na seleção por curvatura, exibido em (d), regiões de baixa curvatura podem não ser recuperadas embora essas regiões sejam importantes na reconstrução da geometria do objeto (Figura 4.10(d), Figura 4.11(d)).

O método por curvatura com restrição evita a concentração dos pontos nas áreas de alta curvatura, buscando uma melhor distribuição ou uni-



Figura 4.12: Nesse exemplo, observa-se que o modelo por intervalos (c) perdeu parte significativa da geometria e a seleção aleatória (b) também obteve um resultado comparativamente inferior aos outros. Entre as seleções por curvatura, o modelo (f) foi o que melhor reconstruiu as costas.

formidade dos pontos de controle. A desvantagem deste método é que em regiões muito elaboradas do objeto, pode ser necessário amostrar vários pontos próximos para recuperar detalhes significativos. Assim a proposta de amostragem por curvatura se mostrou uma estratégia mais equilibrada desde que busca representante em todas as regiões, porém respeitando a proporcionalidade. Regiões de baixa curvatura terão poucos pontos de controle e regiões de alta curvatura terão mais pontos.

4.4

Comparação com Diferentes Percentuais de Pontos de Controle

O número de pontos de controle influencia na reconstrução do objeto, pois quanto maior for o número de pontos de controle, maior será a informação geométrica passada para o sistema, e consequentemente o erro diminui (Figura 4.13 e 4.14).

Tomando por base o modelo Bunny, a tabela 4.6 exibe os resultados obtidos na reconstrução do modelos com percentuais diferentes. A Figura 4.13(a) exibe o modelo original com 940 vértices, as Figuras (b), (c), (d), (e) e (f) representam a reconstrução da malha utilizando o método de seleção por amostragem com percentual de pontos de controle igual a 30, 20, 10, 5 e 3, respectivamente.

47

Percentual de	Número de	Iterações		Tempo	Erro	Erro	Desvio	
Pontos de	Pontos de	x	У	Z	(s)	Máximo	Médio	Padrão
Controle	Controle							
30%	282	51	51	50	0,110	0,0715352	0,0274048	0,014
20%	188	93	62	60	$0,\!157$	0,101928	0,0317613	0,015
10%	94	94	91	93	0,204	0,161866	0,0468656	0,026
05%	47	142	130	134	0,391	0,179656	0,054971	0,031
01%	9	211	304	288	0,656	0,498572	0,219304	0,136

Tabela 4.6: Redução do Percentual de Pontos de Controle para o modelo Bunny com 940 pontos



Figura 4.13: Redução do percentual dos pontos de controle para o modelo Bunny com 940 pontos

A tabela 4.7 também exemplifica a influência no número de controle na reconstrução de uma malha. As informações expostas nesta tabela são do modelo Gargoyle com 30059 vértices. Os resultados visuais estão ilustrados na Figura 4.14.

Percentual de	Número de	Iterações			Tempo	Erro	Erro	Desvio
Pontos de	Pontos de	х	у	Z	(s)	Máximo	Médio	Padrão
Controle	Controle							
30%	9017	547	586	552	44,000	0,038640	0,004445	0,004
20%	6011	602	663	627	46,250	$0,\!042755$	0,005734	0,005
10%	3005	642	720	670	48,016	$0,\!057118$	0,006823	0,007
05%	1502	784	872	788	$55,\!141$	$0,\!071421$	0,008526	0,008
01%	300	1009	1252	1010	74,891	0,112815	0,024249	0,019

Tabela 4.7: Redução do Percentual de Pontos de Controle para o modelo Gargoyle com 30059 pontos



Figura 4.14: Redução do percentual dos pontos de controle para o modelo Gargoyle com 30059 pontos

A medida que o percentual de pontos de controle é reduzido, o número de iterações aumenta. O mesmo acontece para o erro máximo, para o erro médio e o desvio padrão. Com um número reduzido de pontos de controle ainda é possível recuperar parte relevantes da forma do objeto (ver Figuras 4.13(f) e 4.14 (f)).

4.5 Comparação entre Laplaciano e Laplaciano Simétrico

Embora haja pouca diferença no processo de formação entre a Matriz Laplaciana e a Matriz Laplaciana Simétrica, a convergência do sistema da Matriz Laplaciana se mostra mais rápida e o erro médio e máximo são menores.

Um outro fato interessante é que a Matriz Laplaciana Simétrica suaviza consideravelmente a malha comparada a Matriz Laplaciana. Logo se a intenção é reconstruir uma malha tentando diminuir os detalhes geométricos e suavizar a superfície, a Matriz Laplaciana Simétrica é mais eficiente. No entanto se a intenção é reconstruir uma malha de maneira que o erro seja menor a matriz Laplaciana se mostrou mais eficiente nos exemplos testados.

As tabelas a seguir mostram estas comparações, onde dez por cento dos pontos foram selecionados usando o método de seleção por curvatura com restrição. Este método foi escolhido para garantir a seleção dos mesmos pontos de controle.

Modelo	Número de	It	Iterações			Erro	Erro	Desvio
	Vértices	х	у	Z	(s)	Máximo	Médio	Padrão
Ring	512	47	35	46	0,046	0,0421	0,0195	0,0093
Saddle	901	64	62	62	$0,\!125$	0,4393	0,1056	0,0538
Bunny2	940	50	49	46	0,094	0,1105	0,0354	0,0161
Mecanic	12593	78	73	81	2,938	0,0263	0,0006	0,0032
Alien	19198	91	96	81	6,766	0,0850	0,0082	0,0045
Gargoyle	30059	130	135	130	14,359	0,0219	0,0035	0,0017
Max	50018	84	85	88	18,016	0,0187	0,0031	0,0012
Bunny	99999	86	88	83	30,859	0,0235	0,0032	0,0008

A Tabela 4.8 se refere as malhas reconstruídas com a Matriz Laplaciana.

Tabela 4.8: Matriz Laplaciana

Tabela 4.9 se refere as malhas reconstruídas com a Matriz Laplaciana Simétrica.

Modelo	Número de	It	teraçõe	es	Tempo	Erro	Erro	Desvio
	Vértices	x	У	z	(s)	Máximo	Médio	Padrão
Ring	512	142	103	141	0,125	0,0875	0,0437	0,0225
Saddle	901	194	195	192	0,328	0,5057	0,1224	0,0538
Bunny2	940	181	180	175	0,343	0,2024	0,0696	0,0371
Mecanic	12593	254	242	260	8,578	0,0447	0,0114	0,0057
Alien	19198	265	302	266	17,875	0,0605	0,0085	0,0047
Gargoyle	30059	302	312	303	30,578	0,0294	0,0064	0,0031
Max	50018	221	226	231	47,875	0,0238	0,0052	0,0018
Bunny	99999	259	258	250	93,188	0,0242	0,0029	0,0014

Tabela 4.9: Matriz Laplaciana Simétrica

As Figuras 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22 representam os exemplos visuais das tabelas acima, onde a Figura (a) é o modelo original, e as seguintes, (b) e (c), ilustram os modelos das tabelas 4.8 e 4.9 respectivamente.



Figura 4.15: Modelo Ring com 512 vértices.



4.16(a): Modelo Original

4.16(b): Matriz Laplaciana

4.16(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.16: Modelo Saddle com 901 vértices.



4.17(a): Modelo Original

4.17(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.17: Modelo Bunny2 com 940 vértices.



4.18(a): Modelo Original 4.18(b): Matriz Laplaciana 4.18(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.18: Modelo Mecanic com 12593 vértices.

4.6 Valência dos Vértices

Nesta seção vamos discutir alguns experimentos sobre a influência da conectividade na recuperação da geometria.

No primeiro exemplo removemos as informações geométricas dos vértices da boca do modelo Alien (Figura 4.23) selecionando como pontos de controle os demais pontos, houve boa recuperação sem qualquer ponto de controle no próprio lábio (Figura 4.23(c)). No exemplo do modelo Max foi a orelha foi removida (Figura 4.24 (a)) e na reconstrução notamos uma geometria com traços da orelha (figura 4.24 (b)), mesmo sem nenhum ponto de controle no interior. Para um modelo como o Alien onde a região da boca foi retirada (Figura 4.23), a variação da valência é importante para a formação da cavidade







4.19(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.19: Modelo Alien com 19198 vértices.



4.20(a): Modelo Original

4.20(b): Matriz Laplaciana 4.20(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.20: Modelo Gargoyle com 30059 vértices.



4.21(a): Modelo Original

4.21(b): Matriz Laplaciana 4.21(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.21: Modelo Max com 50018 vértices.

entre os lábios. Para modelos que representam superfícies como a esfera e o cubo, o fato da malha ser regular, com valência 6 ou uma malha com valência 4-8, proporcionou melhores resultados nos exemplos testados (Figuras 4.25 e



4.22(a): Modelo Original

4.22(c): Matriz Laplaciana Simétrica

Figura 4.22: Modelo Bunny com 99999 vértices.

4.26).





4.23(a): Modelo Original

4.23(c): 4.23(b): Modelo sem a região Modelo Reconsda boca truído

Figura 4.23: (a) ilustra o modelo original. Note que em (b) todos os vértices que representavam a geometria da boca foram retirados e em (c) a região foi reconstruída e é possível notar a presença dos lábios e a cavidade entre eles.



4.24(a): Modelo sem a Orelha direita

4.24(b): Modelo Reconstruído

Figura 4.24: A orelha do modelo Max foi retirada por completo, ou seja, não há informação geométrica alguma naquela região, e mesmo assim podemos observar uma cavidade que lembra a presença de uma orelha na malha reconstruída

Tomando agora o modelo de uma esfera, com 162 vértices, onde 12 deste são selecionados como pontos de controle, ao reconstruirmos a malha com a conectividade original (Figura 4.25 (a)), temos um erro médio de 0,0164. Alterando a valência da malha de maneira aleatória, por operações de "flip" de arestas, e reconstruindo a malha (Figura 4.25 (b)) temos um erro médio muito maior de 0,0816.

Comparando visualmente as reconstruções, temos que a primeira faz uma melhor aproximação apresentando uma uniformidade e suavidade maior, e embora a segunda também mostre similaridade com a malha original, apresenta regiões com distorções maiores.



4.25(a): Conectividade Original



4.25(b): Conectividade Alterada

Figura 4.25: Modelo Sphere com 162, dentre eles 12 foram selecionados com ponto de controle. O erro médio em (a) é de 0,0164 e o erro médio em (b) é de 0,0816

Estas observações também são validas para o modelo cubo com 50 vértices, onde 8 destes são selecionados como de controle. A reconstrução baseada na conectividade original (Figura 4.26(a)) apresenta um erro médio de 0,0163 e a reconstrução alterando a valência dos vértices (Figura 4.26 (b)) apresenta erro médio de 0,2509.



Figura 4.26: Modelo Cubo com 50, dentre eles 8 foram selecionados com ponto de controle. O erro médio em (a) é de 0,0163 e o erro médio em (b) é de 0,2509

A relevância da conectividade da malha também pode ser notada ao reduzir os pontos de controle significativamente, já que desta maneira as informações geométricas também são significativamente reduzidas e a importância da conectividade fica em evidência (Figura 4.27).



Figura 4.27: Modelo Original Bunny com 940 vértices e apenas 6 destes foram selecionados como pontos de controle pelo método de curvatura por amostragem. Note que a figura reconstruída apresenta regiões que indicam a presença das orelhas e do rabo mesmo não havendo pontos de controles nelas.