

Catiúscia Albuquerque Benevente Borges

**Reconstrução de Geometria a Partir da
Conectividade da Malha e de Pontos de
Controle**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Sinésio Pesco
Co-Orientador: Prof. Thomas Lewiner

Rio de Janeiro
Março de 2007

Catiúscia Albuquerque Benevente Borges

**Reconstrução de Geometria a Partir da
Conectividade da Malha e de Pontos de
Controle**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Sinésio Pesco

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Thomas Lewiner

Co-Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Luiz Carlos Pacheco R. Velho

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Marcos Craizer

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 23 de Março de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Catiúscia Albuquerque Benevente Borges

Graduou-se em Bacharelado em Matemática na Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ (Rio de Janeiro, Brasil).

Ficha Catalográfica

Borges, Catiúscia

Reconstrução de Geometria a Partir da Conectividade da Malha e de Pontos de Controle / Catiúscia Albuquerque Benevente Borges; orientador: Sinésio Pesco; co-orientador: Thomas Lewiner. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2007.

v., 58 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Aproximação de forma. 3. Minimização Quadrática. 4. Malha Laplaciana. I. Pesco, Sinésio. II. Lewiner, Thomas. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Ao meu filho que mesmo com sua pouca idade já me ensinou tanto.

À minha família pelo apoio, incentivo e paciência, principalmente ao meu marido Leonardo J. L. da Silva, ao meu irmão Rudson A. B. Borges, sua esposa Viviane F. A. B. Borges e aos meus pais Suely de Albuquerque e Irun B. Borges.

Ao meu orientador Professor Sinésio Pesco e co-orientador Professor Thomas Lewiner, pela dedicação e incentivo, elementos fundamentais para a elaboração deste trabalho.

À Capes pelos auxílios concedidos.

Aos funcionários do departamento de Matemática, em especial a Creuza e a Kátia.

Aos meus amigos da PUC-Rio, em especial aos amigos Sueni de S. Arouca, Marcos Lage e Lhaylla Crissaff.

Resumo

Borges, Catiúscia; Pesco, Sinésio; Lewiner, Thomas. **Reconstrução de Geometria a Partir da Conectividade da Malha e de Pontos de Controle**. Rio de Janeiro, 2007. 58p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho busca reconstruir a geometria de uma malha partindo de sua conectividade e de um conjunto esparsos de pontos com geometria conhecida, denominados pontos de controle. O problema é formulado como a maximização da suavidade da superfície fixando a posição dos pontos de controle. Nessa formulação, o método consiste em resolver um sistema linear esparsos aplicando-se mínimos quadrados. Diferentes propostas para a seleção de pontos de controle, o método de minimização e a construção do sistema linear são apresentadas e comparadas.

Palavras-chave

Aproximação de forma. Minimização Quadrática. Malha Laplaciana.

Abstract

Borges, Catiúscia; Pesco, Sinésio; Lewiner, Thomas. **Reconstruction of Geometry Based in Connectivity and Mesh Samples**. Rio de Janeiro, 2007. 58p. MsC Thesis — Departament of Mathematics, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work aims at reconstructing the geometry of a mesh from its connectivity and a small set of control points, whose geometry is known. The problem is formulated as a maximization of the surface smoothness restricting the position of the control points. With this formulation, the method reduces to solving a sparse linear system using least squares minimization. Several proposals for the selection of the control points, the minimization method and the linear system construction are presented and compared .

Keywords

Shape Approximation. Least-Square Minimization. Laplacian Mesh.

Sumário

1	Introdução	8
1.1	Motivação e Trabalhos Relacionados	8
1.2	Contribuição	8
1.3	Visão Geral	10
2	Preliminares	11
2.1	Objetos Gráficos Discretos	11
2.2	Minimização Quadrática	15
2.3	Operadores Laplacianos	19
2.4	Curvatura	21
2.5	Estrutura de Dados	24
3	Reconstrução de Malha por Minimização	26
3.1	Descrição do Problema	26
3.2	Formulação do Problema	27
4	Resultados	38
4.1	Estimativa de Erro	38
4.2	Resultados Preliminares	39
4.3	Comparação dos Métodos de Seleção dos Pontos de Controle	42
4.4	Comparação com Diferentes Percentuais de Pontos de Controle	47
4.5	Comparação entre Laplaciano e Laplaciano Simétrico	49
4.6	Valência dos Vértices	51
5	Conclusão e Trabalhos Futuros	56
	Referências Bibliográficas	57