

**André Luís Müller**

**Análise numérica da estabilidade de poços de petróleo  
considerando a variabilidade espacial e acoplamento  
fluido-mecânico**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área de concentração: Estruturas.

Orientadores: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.  
Luiz Eloy Vaz

**André Luís Müller**

**Análise numérica da estabilidade de poços de petróleo  
considerando a variabilidade espacial e acoplamento  
fluido-mecânico**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção  
do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão  
Examinadora abaixo assinada.

**Eurípedes do Amaral Vargas Jr.**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

**Luiz Eloy Vaz**

Coorientador

Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas - UFRJ

**Luiz Fernando Campos Ramos Martha**

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

**Deane de Mesquita Roehl**

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

**Roberto Francisco de Azevedo**

Departamento de Engenharia Civil - UFV

**Armando Prestes de Menezes Filho**

CEMPES/PETROBRAS

**José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 20 de abril de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **André Luís Müller**

Engenheiro Civil Graduado pela Universidade de Passo Fundo RS. Mestrado em engenharia civil na área de estruturas pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

#### Ficha Catalográfica

Müller, André Luís

Análise numérica da estabilidade de poços de petróleo considerando a variabilidade espacial e acoplamento fluido-mecânico / André Luís Muller ; orientadores: Eurípedes do Amaral Vargas Jr., Luiz Eloy Vaz. – 2007.

163 f. : il. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia Civil)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Poços de petróleo. 3. Variabilidade espacial. 4. Análise numérica. I. Vargas Júnior, Eurípedes do Amaral. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

A minha esposa Luciane e ao meu filho Lucas.

## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores Eurípedes do Amaral Vargas Jr. e Luiz Eloy Vaz pelo estímulo, orientação, oportunidades, convivência e amizade para a realização deste trabalho.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

Aos professores Luiz Fernando Campos Ramos Martha, Deane Mesquita Roehl e João Luiz Elias Campos pela colaboração no exame de qualificação e na avaliação da proposta de tese.

A FAPERJ pelos auxílios financeiros concedidos através do programa de bolsa de doutorado aluno nota 10.

A Petrobrás e aos pesquisadores do Cenpes que contribuíram no desenvolvimento desse trabalho.

A todos os amigos e colegas, em especial aos colegas da sala 609, Diego Frederico e Igor e ao engenheiro José Roberto Silvestre.

## Resumo

Müller, André Luís; Vargas Jr, Eurípedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy. **Análise numérica da estabilidade de poços de petróleo considerando a variabilidade espacial e acoplamento fluido-mecânico.** Rio de Janeiro, 2007. 163p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Em geral, a análise da estabilidade e a análise das respostas de poços de petróleo são realizadas de forma determinística em relação às propriedades mecânicas e hidráulicas do meio rochoso. No entanto, sabe-se que os meios rochosos e em particular rochas sedimentares, podem mostrar um considerável grau de heterogeneidades, em micro, meso e macro-escala. Essas heterogeneidades produzem variabilidade espacial nas propriedades mecânicas e hidráulicas dos meios rochosos. Essa variabilidade mostra em geral um caráter espacial pronunciado. O presente estudo propõe o desenvolvimento de procedimentos de análise numérica, utilizando elementos finitos, de processos fluido mecânicos acoplados, monofásicos e bifásicos, que levem em conta a variabilidade espacial de propriedades hidráulicas e mecânicas e a variabilidade das condições iniciais de tensões e poro pressões. Nesse estudo, empregam-se os procedimentos numéricos desenvolvidos em duas fases distintas. Na análise probabilística da estabilidade de poços e na análise probabilística das respostas dos poços durante a produção, considerando o acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico.

## Palavras-chave

Poços de petróleo; Variabilidade espacial; Análise numérica.

## Abstract

Müller, André Luís; Vargas Jr, Eurípedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy. **Numerical borehole stability analysis considering spatial variability and fluid-mechanical coupling.** Rio de Janeiro, 2007. 163p. DSc. Thesis - Department of Civil Engineering, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In general, borehole stability analysis and borehole response analysis are carried out considering that both hydraulic and mechanical parameters of the rock mass are deterministic. However, it is a well known fact, that rock masses and in particular sedimentary rock masses may show a considerable degree of heterogeneity, in micro, meso and macro scale. These heterogeneities produce spatial variability in mechanical and hydraulic properties of the rock medium. This variability can be very pronounced. The present work proposes the development of numerical analysis procedures, using finite elements, in order to analyze single and two phases flow, coupled fluid mechanical processes that take into account the spatial variability of hydraulic and mechanical properties and the variability of the initial stresses and pore pressures. In this study, the developed numerical procedures are used in two distinct phases. In the borehole stochastic stability analysis and in the borehole stochastic response analysis during the production, considering fluid mechanical coupling and two phase flow.

## Keywords

Borehole; Spatial variability; Numerical analysis.

# Sumário

1 Introdução	21
1.1. Descrição do problema	21
1.2. Revisão bibliográfica	23
1.3. Escopo do trabalho	26
2 Formulação determinística para problemas de acoplamento fluido mecânico	31
2.1. Introdução	31
2.2. Modelo físico	31
2.3. Equação de equilíbrio	34
2.4. Equação de fluxo	36
2.4.1. Fluxo trifásico	36
2.4.2. Fluxo bifásico	39
2.4.3. Fluxo monofásico	40
2.5. Solução do problema de valor de contorno	40
2.6. Formulação em elementos finitos	41
2.6.1. Acoplamento fluido mecânico com fluxo monofásico	41
2.6.2. Acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico	43
2.7. Discretização no tempo	46
2.7.1. Propriedades numéricas da discretização no tempo	46
3 Análise não linear	49
3.1. Introdução	49
3.2. Análise não linear local (modelos constitutivos e análise elastoplástica)	49
3.2.1. Princípio da máxima dissipação plástica	49
3.2.2. Método de solução do problema de programação matemática	53
3.2.3. Função de escoamento (critério de Mohr Coulomb)	56
3.2.4. Função de escoamento (critério de Von Mises)	57
3.3. Modelo constitutivo para permeabilidade	57



3.4. Análise não linear global	58
3.4.1. Acoplamento fluido mecânico com fluxo monofásico	58
3.4.2. Acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico	60
4 Procedimentos de solução	65
4.1. Procedimento totalmente acoplado	65
4.2. Procedimento <i>staggered</i>	67
4.2.1. Procedimento <i>staggered</i> para o problema de acoplamento fluido mecânico com fluxo monofásico	67
4.2.2. Procedimento <i>staggered</i> para o problema de acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico	69
5 Exemplos de análise determinística	72
5.1. Introdução	72
5.2. Exemplo 1: adensamento unidimensional	73
5.3. Exemplo 2: poço vertical	77
5.3.1. Comparação entre os procedimentos de solução	80
5.4. Exemplo 3: fluxo bifásico unidimensional	82
5.5. Exemplo 4: acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico	83
5.5.1. Comparação entre os procedimentos de solução	85
6 Formulação probabilística para problemas de acoplamento fluido mecânico	88
6.1. Introdução	88
6.2. Alguns fundamentos da probabilidade e da estatística	88
6.2.1. Algumas hipóteses consideradas para as variáveis aleatórias	89
6.2.2. Fundamentos da probabilidade e da estatística para funções de variáveis aleatórias	90
6.2.3. Funções de covariância	91
6.2.4. Geração de variáveis aleatórias independentes	93
6.2.5. Funções densidade de probabilidade e transformação de variáveis	95
6.2.6. Geração de campos aleatórios	96
6.3. Variabilidade espacial das curvas $P_c - S_w$	101
6.4. Métodos de análise probabilística	102

6.4.1. Simulação de Monte Carlo (MC)	102
6.4.2. Expansão de Neumann (NE)	103
6.4.3. Método das perturbações	105
6.5. Análise de confiabilidade	107
6.6. Procedimento numérico para determinação de PI	109
7 Análise de sensibilidade	112
7.1. Introdução	112
7.2. Método de diferenciação direto	112
7.3. Método de diferenciação adjunto	114
7.4. Aproximação por diferenças finitas	115
7.5. Análise de sensibilidade para o procedimento <i>staggered</i>	117
7.6. Análise de sensibilidade para o procedimento totalmente acoplado	119
7.7. Análise de sensibilidade das tensões	120
7.8. Exemplo de análise de sensibilidade	120
8 Exemplos	127
8.1. Introdução	127
8.1.1. Exemplo 1: determinação de PI considerando comportamento determinístico	128
8.1.2. Exemplo 2: análise probabilística para uma determinada PI	129
8.1.3. Exemplo 3: determinação de PI considerando comportamento probabilístico	141
8.1.4. Exemplo 4: análise probabilística de um poço horizontal considerando fluxo bifásico	143
9 Conclusões e sugestões	150
10 Referências bibliográficas	154

## Lista de figuras

Figura 1.1 Poço vertical para análise probabilística da estabilidade	27
Figura 1.2 Poço horizontal para análise estatística considerando fluxo bifásico	27
Figura 2.1 Volume elementar representativo	32
Figura 2.2 Volume de controle para balanço de massa do fluido.	37
Figura 5.1 Coluna poroelástica.	73
Figura 5.2 Poro pressão na base da coluna poroelástica	76
Figura 5.3 Poro pressão ao longo da coluna poroelástica	76
Figura 5.4 Deslocamento no topo da coluna poroelástica	77
Figura 5.5 Malha de elementos finitos e detalhe do poço vertical	78
Figura 5.6 Poro pressões, solução analítica x solução numérica	79
Figura 5.7 Tensão total $\sigma_{yy}$ , solução analítica x solução numérica	79
Figura 5.8 Região plastificada para PI =5 (MPa) (a) e PI =20 (MPa) (b)	81
Figura 5.9 Coluna de solo sob fluxo bifásico	82
Figura 5.10 Saturação da fase molhante na coluna ao longo do tempo	83
Figura 5.11 Malha de elementos finitos e detalhe do poço horizontal	85
Figura 5.12 Tempo relativo de análise para os procedimentos de solução	86
Figura 6.1 Funções de covariância com comprimento de correlação	93
Figura 6.2 Hipercubo latino (ilustração)	95
Figura 6.3 Campo aleatório exponencial para permeabilidade	100
Figura 6.5 Campo aleatório esférico para permeabilidade	101
Figura 6.6 Curva $P_c - S_w$ para diferentes valores $\xi$ .	102
Figura 7.1 Coluna poroelástica e elemento de referência para análise de sensibilidade	121
Figura 7.2 Sensibilidade dos deslocamentos verticais em relação à K, (1 segundo)	122
Figura 7.3 Sensibilidade dos deslocamentos verticais em relação à K, (100 segundos)	122
Figura 7.4 Sensibilidade dos deslocamentos verticais em relação à G, (1 segundo)	123

Figura 7.5 Sensibilidade dos deslocamentos verticais em relação à G, (100 segundos)	123
Figura 7.6 Sensibilidade das poro pressões em relação à K, (1 segundo)	124
Figura 7.7 Sensibilidade das poro pressões em relação à K, (100 segundos)	124
Figura 7.8 Sensibilidade das poro pressões em relação à G, (1 segundo)	125
Figura 7.9 Sensibilidade das poro pressões em relação à G, (100 segundos)	125
Além da verificação dos resultados obtidos com a formulação proposta, constatou-se com o exemplo analisado que as respostas em deslocamentos e poro pressões são mais sensíveis às variações da permeabilidade intrínseca do que às variações do módulo de elasticidade transversal. Verificou-se também o caráter transiente das respostas obtidas, ou seja, as sensibilidades variam consideravelmente no tempo.	125
Figura 8.1 Limites de PI considerando comportamento determinístico	129
Figura 8.2 Média de $\sigma_{yy}$ para $C_v = 0.10$ em $\beta = 0^0$	130
Figura 8.3 Média de $\sigma_{yy}$ para $C_v = 0.20$ em $\beta = 0^0$	131
Figura 8.4 Desvio padrão de $\sigma_{yy}$ para $C_v = 0.10$ em $\beta = 0^0$	132
Figura 8.5 Desvio padrão de $\sigma_{yy}$ para $C_v = 0.20$ em $\beta = 0^0$	133
Figura 8.6 Média da poro pressão para $C_v = 0.10$ em $\beta = 0^0$	133
Figura 8.7 Média da poro pressão para $C_v = 0.20$ em $\beta = 0^0$	134
Figura 8.8 Desvio padrão da poro pressão para $C_v = 0.10$ em $\beta = 0^0$	134
Figura 8.9 Desvio padrão da poro pressão para $C_v = 0.20$ em $\beta = 0^0$	135
Figura 8.11 Desvio padrão de $\sigma_{yy}$ para $C_v = 0.10$ e $C_v = 0.20$ em $\beta = 0^0$	137
Figura 8.12 Desvio padrão da poro pressão para $C_v = 0.10$ (a) e $C_v = 0.20$ (b)	137
Figura 8.13 Desvio padrão da poro pressão para $C_v = 0.10$ e $C_v = 0.20$ em $\beta = 0^0$	138
Figura 8.14 Probabilidade de plastificação para $C_v = 0.10$ (a) e $C_v = 0.20$ (b)	138
Figura 8.15 Probabilidade de plastificação para $C_v = 0.10$ e $C_v = 0.20$ em	

$\beta = 0^0$	139
Figura 8.16 Campo aleatório para k e gráfico para k normalizada	140
Figura 8.17 Campo aleatório para G e gráfico para G normalizado	140
Figura 8.18 Campo aleatório para c e gráfico para c normalizada	140
Figura 8.19 Campo aleatório para $\Phi$ e gráfico para $\Phi$ normalizado	140
Figura 8.20 Área plastificada para uma determinada simulação de Monte Carlo	141
Figura 8.21 Probabilidade de falha x Pressão interna	142
Figura 8.22 Região com probabilidade de falha para $C_v=0.10$ e $P_{f_{target}} = 0.01$	142
Figura 8.23 Média da saturação de fluido molhante	145
Figura 8.24 Desvio padrão da saturação de fluido molhante	145
Figura 8.25 Média da tensão principal S1 no ponto A	146
Figura 8.26 Média da tensão principal S1 no ponto B	147
Figura 8.27 Desvio padrão da tensão principal S1 no ponto A	148
Figura 8.28 Desvio padrão da tensão principal S1 no ponto B	148
Figura 8.29 Probabilidade de plastificação	149

## Lista de tabelas

Tabela 5.1 Dados da coluna poroelástica	75
Tabela 5.2 Dados do poço vertical	78
Tabela 5.3 Procedimento e tempo relativo de análise para o caso A	80
Tabela 5.4 Procedimento e tempo relativo de análise para o caso B	81
Tabela 5.5 Dados da coluna de solo sob fluxo bifásico	82
Tabela 5.6 Dados do poço horizontal	84
Tabela 7.1 Tempo relativo para análise de sensibilidade	126
Tabela 8.1 Dados dos exemplos 1, 2 e 3	128
Tabela 8.2 Tempo relativo para análise do problema	136
Tabela 8.3 Dados do exemplo 4	144

## Lista de símbolos

$g$	Aceleração da gravidade, função
$\Phi$	Ângulo de atrito
$\mathbf{B}^0$	Aproximação da Hessiana da função de Lagrange
$A_{\text{lim}}$	Área limite
$A_p$	Área plastificada
$A_{p_{\text{target}}}$	Área plastificada pré-estabelecida
$\lambda$	Autovetores
$\mathbf{y}$	Campo aleatório correlacionado
$h$	Carga de elevação
$\alpha$	Coefficiente de Biot
$\rho$	Coefficiente de correlação
$C_v$	Coefficiente de variação
$\nu$	Coefficientes de Poisson drenado
$\nu_u$	Coefficientes de Poisson não drenado
$c$	Coesão, coefficiente de difusividade
$\lambda_i$	Comprimento de correlação na direção $i$
$\varphi_n$	Conjunto aleatório
$\Psi$	Conjunto de autovetores
$\Gamma$	Contorno
$Cov$	Covariância
$F_{VM}$	Crítério de escoamento de Von Mises
$F_{MC}$	Crítério de escoamento do Mohr Coulomb
$\rho_\pi$	Densidade do fluido
$\mathbf{u}$	Deslocamentos
$s$	Desvio padrão
$\mathbf{d}$	Direção de busca
$D^p$	Dissipação plástica
$L$	Distância

$\Omega$	Domínio
$W^e$	Energia de deformação elástica
$W^p$	Energia de deformação plástica
$\in^T$	Erro por truncamento
$\xi$	Escala de Leverett
$\mathcal{E}_\sigma$	Espaço das tensões admissíveis
$H$	Expoente de Hurst
$w$	Fase molhante
$nw$	Fase não molhante
$\mathbb{F}$	Fator de correção
$R_{s\pi}$	Fator de dissolução de gás no líquido
$B$	Fator de variação de volume
$\mathbf{b}$	Forças de corpo
$\mathbf{t}$	Forças de superfície
$P(Z = z_j(\mathbf{x}_k))$	Função cumulativa de probabilidade
$F, S$	Função de falha
$\mathcal{L}$	Função de Lagrange
$\varpi$	Função de penalidade
$\vartheta(r_j(\mathbf{x}_k))$	Função densidade de probabilidade
$S_{ff}$	Função densidade espectral
$I, IF, IS$	Função indicadora de falha
$f(\mathbf{x})$	Função objetivo
$C_{rr}$	Funções de covariância
$\mathbf{N}_u, \mathbf{N}_p$	Funções de forma
$f_i(r_j(\mathbf{x}_k))$	Funções de variáveis aleatórias
$\mathbf{g}^k$	Gradiente da função objetivo
$S$	Grau de saturação
$\Delta t$	Incremento de tempo
$\beta$	Índice para o tamanho dos poros, coeficiente de Skempton



$PI_l$	Limite inferior para pressão interna
$PI_u$	Limite superior para pressão interna
$m_\pi$	Massa de fluido
<b>L</b>	Matriz de acoplamento fluido mecânico, matriz de transformação
<b>G</b>	Matriz de armazenamento
<b>B</b>	Matriz de compatibilidade, matriz Hessiana
$C_{ff}$	Matriz de covariância das respostas
$C_{rr}$	Matriz de covariância das variáveis aleatórias
$H_w$	Matriz de fluxo da fase molhante
$H_{nw}$	Matriz de fluxo da fase não molhante
<b>H</b>	Matriz de fluxo, matriz Hessiana
<b>k</b>	Matriz de permeabilidade, vetor de número de ondas
<b>K</b>	Matriz de rigidez
$A^k$	Matriz dos gradientes das restrições
$W^k$	Matriz hessiana da função de Lagrange
$L_c, L_{nw}, L_w$	Matrizes de acoplamento fluido mecânico
$G_w, G_{nw}$	Matrizes de armazenamento
$O_w, O_{nw}, M_w, M_{nw}, P_w,$	Matrizes para o problema de fluxo bifásico
$P_{nw}$	
$\chi$	Média volumétrica
$G$	Módulo de elasticidade transversal
<b>G</b>	Módulo plástico generalizado
$K_T$	Módulo volumétrico do esqueleto
$K_\pi$	Módulo volumétrico do fluido
$K_s$	Módulo volumétrico dos grãos
$K_u$	Módulo volumétrico não drenado
$\gamma$	Multiplicadores de Lagrange
$N$	Número de simulação de Monte Carlo
$\nabla$	Operador de derivação

$\theta$	Parâmetro de integração
$b^0$	Parâmetro para aproximação da Hessiana
$nr$	Parâmetro para L-BFGS
$l$	Penalidades
$k$	Permeabilidade
$k_{r\pi}$	Permeabilidade relativa
$k_{rw}$	Permeabilidade relativa da fase molhante
$k_{rmw}$	Permeabilidade relativa da fase não molhante
$\eta$	Perturbação relativa
<b>P</b>	Porosidade
$\phi$	Porosidade
$\mathbf{x}_k$	Posição k
$p_c$	Pressão capilar
$p_c^{ref}$	Pressão capilar de referência
<b>P<sub>w</sub></b>	Pressão da fase molhante
<b>P<sub>nw</sub></b>	Pressão da fase não molhante
$P_d$	Pressão de deslocamento
$p^f$	Pressão de fluido
$PI$	Pressão interna
$PI_{limit}$	Pressão interna limite
$J_1$	Primeiro invariante das tensões
$P_f$	Probabilidade de falha
$P_{fcalc}$	Probabilidade de falha calculada
$P_{f target}$	Probabilidade de falha pré-estabelecida
$Z_f(\mathbf{k})$	Processo aleatório
$\pi$	Representação de uma fase $\pi$
<b>F<sub>u</sub></b>	Resíduo para equação de equilíbrio
<b>F<sub>p</sub></b>	Resíduo para equação de fluxo
<b>F<sub>nw</sub></b>	Resíduo para pressão da fase não molhante

$\mathbf{F}_{Sw}$	Resíduo para saturação da fase molhante
$T_0$	Resistência à tração
$\mathbf{c}(\mathbf{x})$	Restrição
$r_i$	Restrições
$S_w$	Saturação da fase molhante
$S_{nw}$	Saturação da fase não molhante
$S_e$	Saturação efetiva
$S_{rw}$	Saturação residual da fase molhante
$S_{rnw}$	Saturação residual da fase não molhante
$J_{2D}$	Segundo invariante das tensões desviadoras
$t$	Tamanho do passo
$t$	Tempo
$\sigma_y$	Tensão de escoamento
$\sigma_{P \max}$	Tensão principal máxima
$\tau$	Tensões cisalhantes
$\mathbf{D}$	Tensor constitutivo elástico
$\mathbf{D}_T$	Tensor constitutivo elasto-plástico
$\varepsilon$	Tensor de deformações
$\sigma$	Tensor de tensões
$\sigma'$	Tensor de tensões efetivas
$J_{3D}$	Terceiro invariante das tensões desviadoras
$tol$	Tolerância
$\mathcal{F}$	Transformada de Fourier
$Var$	Variância
$\mathbf{a}$	Variáveis internas
$r_j$	Variável aleatória
$q$	Vazão
$\mathbf{m}$	Vetor auxiliar
$\mathbf{n}$	Vetor auxiliar
$\mathbf{q}, \mathbf{X}$	Vetor de incógnitas

<b>R</b>	Vetor de resíduos
<b>z</b>	Vetor de variáveis aleatórias independentes
<b>x</b>	Vetor solução
$\mu_w$	Viscosidade da fase molhante
$\mu_{nw}$	Viscosidade da fase não molhante
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$V$	Volume
$VER$	Volume elementar representativo