4
Aspectos da Modelagem de Elementos de Concreto Armado

O modelo proposto neste capítulo visa contribuir para a obtenção simplificada (linearizada) da carga crítica para uma estrutura com a não-linearidade do material, como no caso do concreto armado. Para o cálculo da carga crítica, utiliza-se a mesma formulação já citada no capítulo 2, diferindo apenas na formulação da matriz de rigidez tangente do concreto. Os tipos de estruturas em questão são os pilares-parede de concreto armado sendo que, o exemplo a ser apresentado, é mais didático.

O concreto possui baixa resistência à tração permitindo, assim, o aparecimento de fissuras através das modificações na matriz de rigidez elástica (K_E) ocasionando uma nova distribuição de tensões e deformações.

Na compressão, entretanto, considera-se que o material sofre uma redução de rigidez (no caso, associada a dano isotrópico) devido às deformações causadas pelas cargas de compressão atuantes na estrutura, proporcional ao parâmetro de carga crítica (λ_{cr}). Admite-se que a armadura, material de reforço, comporta-se de maneira a resistir a tração da estrutura. A partir disto pode-se obter a seguinte formulação para a obtenção da carga-crítica:

$$[K_{\mathbf{E}}+\lambda_{\mathbf{cr}}(\mathbf{K_G}+\mathbf{\Delta K_E})]\mathbf{dr} = \mathbf{dR} \tag{4-1}$$

Onde:

- $K_{\mathbf{E}}$: Matriz de rigidez elástica global;
- $\mathbf{K_G}$: Matriz de rigidez geométrica global do material;
- $\mathbf{\Delta K_E}$: Matriz de rigidez reduzida devido ao dano do material;
- $\lambda_{\mathbf{cr}}$: parâmetro de carga crítica;
- dr: vetor de incremento dos deslocamentos nodais;
- dR: vetor de incremento devido ao carregamento externo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510720/CA

4.1
Introdução ao conceito de Pilar-Parede

Segundo a NBR 6118 [17], define-se pilar-parede como um elemento de superfície plana ou de casca cilíndrica, usualmente disposto na vertical e submetido, preponderantemente, à compressão. Além disso, deve possuir na sua seção transversal uma dimensão mais de cinco vezes maior que a outra dimensão.

Atualmente, os pilares-paredes são construídos em edifícios esbeltos como o Edifício Cotoxó, cuja planta é apresentada pela figura 4.1. Esta construção foi utilizada, pela TQS [20], com base no estudo do dimensionamento de estruturas compostas por pilares retangulares simples e compostos na forma de L.

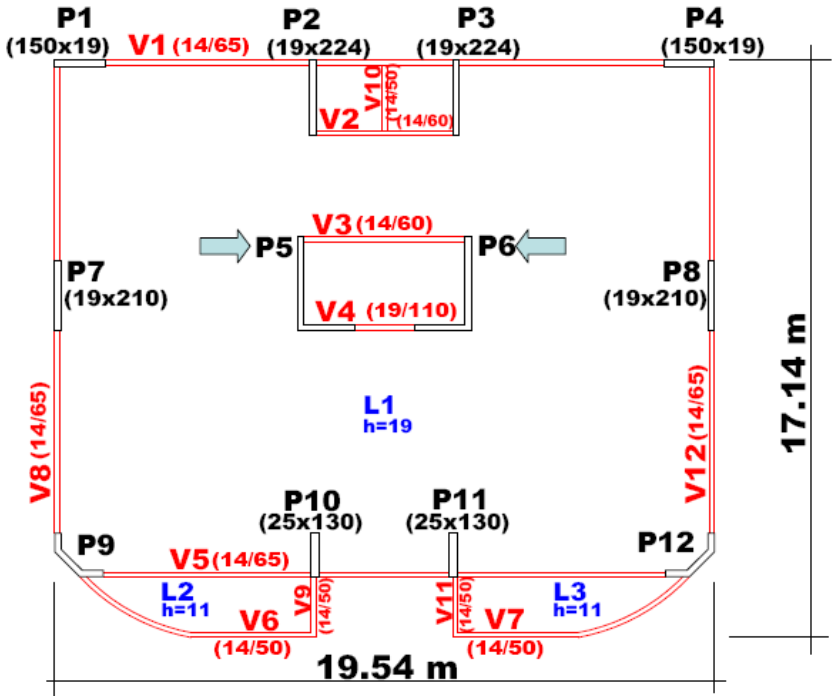

Figura 4.1: Piso tipo do Edifício Cotoxó (de [20])

Para que os pilares-parede possam ser definidos como elementos lineares, segundo a NBR 6118 item 15.9 [17], deve-se garantir que a seção transversal tenha a forma mantida pelos travamentos adequados nos diversos pavimentos e que os efeitos de 2ªordem sejam avaliados coerentemente.

Em se tratando do travamento da estrutura, consideram-se os efeitos de uma laje devido à tração decorrente do desaprumo do pilar contraventado. Na verificação de um pilar, deve-se considerar o efeito do desaprumo ou a falta de retilineidade do eixo do pilar como informa a NBR [17].

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510720/CA

4.2
Introdução do Efeito da Armadura

Os cálculos para o dimensionamento da armadura foram feitos através da ortotropia equivalente, ou seja, define-se o número de barras longitudinais e transversais do elemento de placa cotando as alturas equivalente entre as barras como ilustra a seguinte figura:

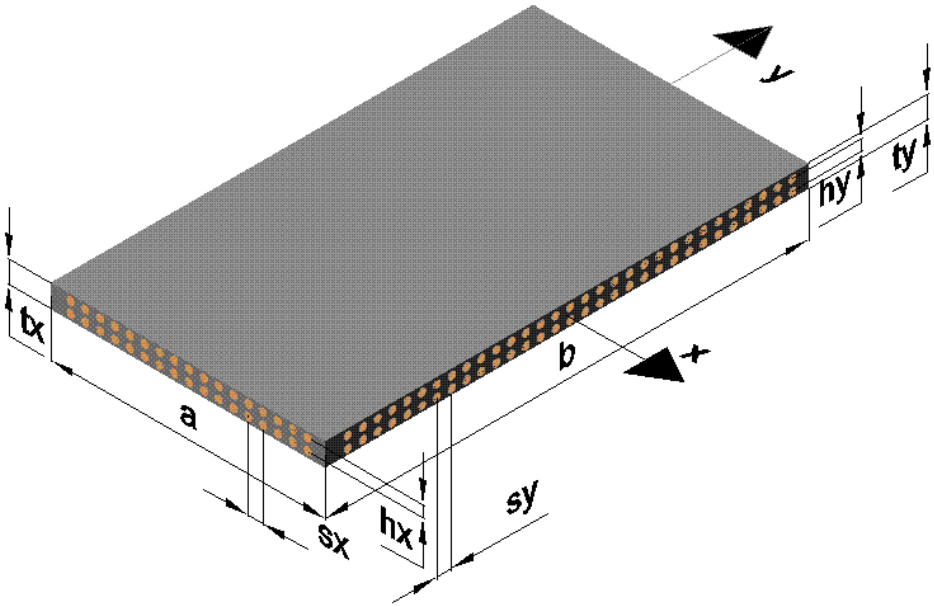

Figura 4.2: Placa de concreto armado

Para a figura as cotas são identificadas por:

- t_x, t_y: Espessura da placa para o lado da placa nas direções x e y;
- h_x, h_y: altura efetiva entre armaduras na direção x e y;
- s_x, s_y: distância entre as barras na direção x e y.
- a, b: comprimento e largura da placa;
- A_{sx}, A_{sy}: área da seção transversal de cada barra para os eixos x e y.

As equações responsáveis pela obtenção do momento de inércia equivalente, de uma placa de concreto armado, considerando-se uma faixa de largura unitária em cada direção são regidas por:

$$A_{sx} = \left(\frac{1}{s_x}\right)\frac{\pi\phi_x^2}{4} \qquad A_{sy} = \left(\frac{1}{s_y}\right)\frac{\pi\phi_y^2}{4} \tag{4-2}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510720/CA

$$D_x = A_{sx}\left(\frac{h_x}{2}\right)^2 + A_{sx}\left(\frac{h_x}{2}\right)^2 + 2\frac{1}{s_x}\frac{\pi\phi_x^4}{64}$$
$$D_y = A_{sy}\left(\frac{h_y}{2}\right)^2 + A_{sy}\left(\frac{h_y}{2}\right)^2 + 2\frac{1}{s_y}\frac{\pi\phi_y^4}{64} \tag{4-3}$$

Já a matriz de rigidez do aço, a que se utiliza para o presente trabalho, é definida por:

$$D_a = E_a \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4-4}$$

Para o presente trabalho as barras estão vinculadas entre si no plano como se fossem uma grelha, portanto a rigidez ao cisalhamento foi desconsiderada. O valor adotado para o módulo de elasticidade do aço, conforme Fusco [16], é equivalente a *210GPa*.

Para o detalhamento de armadura, segundo diretrizes da NBR6118 1990, a quantidade de armadura transversal equivale a 50% da armadura longitudinal. Já o artigo da TQS [20] considera esta armadura transversal como 25% da longitudinal. Isto mostra que ainda há acentuada variabilidade nos procedimentos de projeto. O presente trabalho não se preocupa em fazer um detalhamento específico para o pilar-parede, mas sim apresentar um exemplo didático para efeito de comparações futuras.

4.2.1 Matriz de Dano do Material

A carga crítica para o caso de material não-linear pode ser calculada com o uso da rigidez tangente. Isto representa uma generalização do conhecido procedimento introduzido por Shanley em 1947 para colunas [1]. Naturalmente, isto leva a um problema de autovalor não-linear, pois a matriz tangente depende do nível de tensão. Isto pode ser resolvido de forma bastante simples, para a primeira carga crítica (de colapso não- linear), inspecionando-se os pivôs da decomposição de Gauss ou o determinante da matriz de rigidez tangente, para valores crescentes do parâmetro de carga. Tais procedimentos para autovalores de matrizes variáveis têm sido empregados na literatura em diversas situações [3]. Entretanto, buscou-se aqui preservar o enfoque linearizado de autovalor, que pode se mostrar mais prático na estimativa de cargas nominais de flambagem inelástica, para estudos preliminares de projeto.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510720/CA

Para a análise da perda de rigidez, numa análise linearizada, pode ser estudada através de dois diagramas como ilustrados a seguir:

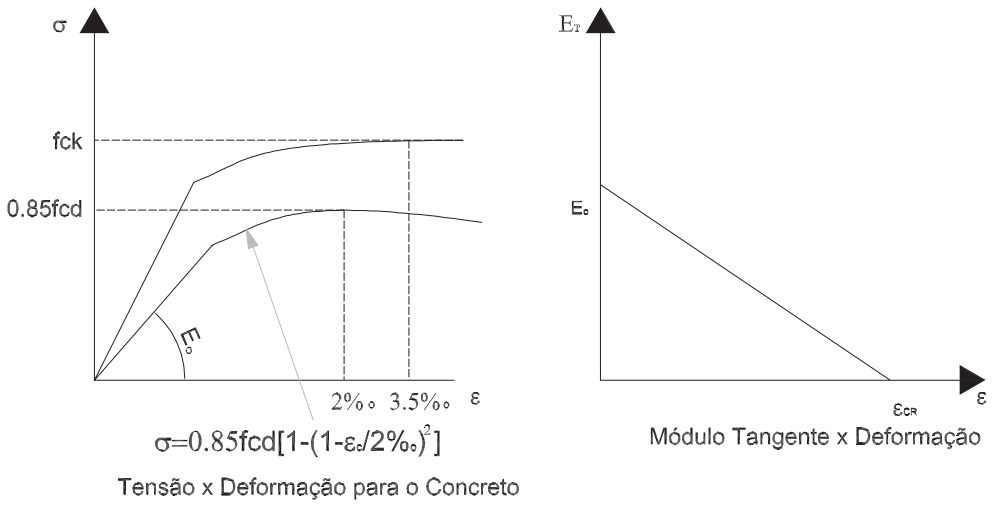

Figura 4.3: Gráfico referente a redução da rigidez elástica (de [17]).

Onde:

- E_o: Módulo de Elasticidade inicial (estrutura indeformada)
- f_{ck}: Resistência a compressão do material

A redução da rigidez é representada a nível local pela matriz ΔK_E onde se faz a simulação do decaimento do módulo de elasticidade longitudinal como mostra o segundo gráfico da figura 4.3. A dedução do módulo de elasticidade tangencial é obtida através de derivada da tensão 4-5a em relação à deformação, chegando-se à equação 4-5c.

$$\sigma = 0.85 f_{nom} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{2‰} \right)^2 \right] \tag{4-5a}$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_T = 850 f_{nom} \left(1 - 500 \varepsilon_c \right) \tag{4-5b}$$

$$\sigma = \frac{N_y}{t} = \varepsilon_c E_0 \tag{4-5c}$$

onde:

- E_T: Módulo de elasticidade longitudinal tangente;
- E_0: Módulo de elasticidade inicial do material;
- f_{nom}: Resistência nominal de cálculo a compressão do concreto;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510720/CA

– ε_c: Deformação crítica do concreto;

– N_y: Carga distribuída na placa.

A primeira parcela de E_T ($E_0 = 850 f_{nom}$) representa ao módulo de elasticidade inicial adotada para o material da redução. Já a segunda parcela ($E_2 = 850 f_{nom} 500 \varepsilon_c$) refere-se à redução do material.

Para a matriz de rigidez elástica reduzida devido ao módulo de elasticidade tangencial tem-se:

$$\mathrm{E_{T_1}} = \frac{\mathrm{E_0}}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \tag{4-6}$$

$$\mathrm{E_{T_2}} = \frac{\mathrm{E_2}}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \tag{4-7}$$

A obtenção da matriz elástica reduzida para o material é feita a partir da seguinte formulação 4-8, conforme foi demonstrado no capítulo 2 (item 2.2.1), diferindo apenas na matriz constitutiva do material.

$$\Delta K_E = \int_A B^T E_{T_2} B dA = ab \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} B^T E_{T_2} B d\xi d\eta \tag{4-8}$$

Finalmente, calculam-se os autovalores correspondentes à carga crítica da placa e ou pilar-parede de concreto armado conforme a equação 4-9 como foi expressa no início deste capítulo. Já nas outras matrizes não há modificações a serem feitas, ou seja, segue-se os mesmos passos já citados anteriormente no capítulo 2.

$$[K_{\mathbf{E}} + \lambda_{\mathbf{cr}} (\mathbf{K_G} + \mathbf{\Delta K_E})] \mathbf{dr} = \mathbf{0} \tag{4-9}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0510720/CA