

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho abordou um novo processo adaptativo para geração de malhas de elementos finitos em 2D e 3D. Entende-se por processo adaptativo, todos os componentes necessários para a geração de novas malhas com a menor intervenção possível do usuário. Por isto foram apresentadas todas as principais partes integrantes do processo. Os modeladores geométricos usados foram o *MTOOL* [47] (2D) e o *MG* [48] (3D) com as respectivas estruturas de dados topológica *HED* [42] (2D) e *CGC* [14] (3D). Os modeladores foram desenvolvidos no Tecgraf/PUC-RIO (Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica).

Foram mostradas as principais técnicas de estimativa de erro (em recuperação de *patches* e em resíduos), as técnicas de suavização (*Z2-HC* [62], *SPR* [63-66]), as estratégias adaptativas (de extensão  $h$ ,  $r$ ,  $p$ , ou combinação entre elas) e a parte referente à geração de malhas (estruturadas, não-estruturadas e híbridas). Como neste trabalho trabalhou-se com as malhas não-estruturadas, pois elas se adequam melhor a domínios arbitrários e são de fácil automação, apresentou-se as principais técnicas para este tipo de malha, que são: Decomposição Especial Recursiva, Triangulação de Delaunay e Avanço de Fronteira.

O processo adaptativo, deste trabalho, está fundamentado no refinamento independente de curvas, superfícies e sólidos, usando uma estimativa de erro *a-posteriori* baseada nas normas de erro, métodos de suavização do tipo *Z2-HC* [62] e *SPR* [63-66] e usando, de forma hierárquica, as técnicas de geração de malha de Decomposição Espacial Recursiva *binary-tree* (1D), *quadtree* (2D) e *octree* (3D) juntamente com Avanço de Fronteira. Foi tomado como referência o trabalho apresentado por Cavalcante-Neto [12,13], o qual não era totalmente automático, pois era necessário se discretizar manualmente as curvas próximas às regiões de grande concentrações de tensões (3D). Para o caso plano (2D) era necessária uma estrutura de dados para guardar relações de adjacência entre curvas e elementos, o que dificultava o processo de refinamento das curvas. A técnica de Decomposição Espacial Recursiva tinha apenas a função de gerar pontos no interior do domínio.

Neste trabalho, estendeu-se a função da técnica de Decomposição Espacial Recursiva, o que foi uma de suas principais contribuições, pois agora, além de garantir a boa transição entre os elementos da malha, esta estrutura guarda as informações da razão de erro, que são obtidas do resultado de análise de elementos finitos. Com esse novo enfoque, os tipos de estruturas usadas na Decomposição Espacial Recursiva são nomeadas de *octree* / *quadtree* global. Portanto, não é mais necessário obter as relações de adjacência entre elementos e curvas para refinar as curvas, bastando apenas consultar as informações guardadas na *octree* / *quadtree* global.

Outra contribuição deste trabalho consiste no fato de se fazer todo o processo adaptativo baseado no erro numérico, mas obedecendo à geometria do modelo através da utilização da adaptatividade geométrica de curvas e superfícies. Os parâmetros da adaptatividade geométrica para as curvas são definidos por três variáveis: tamanho mínimo ( $d_{\text{MIN}}$ ) e tamanho máximo ( $d_{\text{MAX}}$ ) de um segmento de subdivisão e uma tolerância angular ( $\text{ang}_{\text{TOL}}$ ). Conforme o preenchimento destas variáveis, tem-se um nível diferente de refinamento para as curvas, porém os trechos de maior curvatura geralmente são mais refinados (vide exemplo 5.1.1). No caso 3D, também é feita a adaptatividade geométrica de superfícies, através do uso do algoritmo desenvolvido por Miranda *et al* [45]. A influência da adaptatividade geométrica no processo adaptativo é feita durante o refinamento da *octree* / *quadtree* global.

Através do uso da *octree* / *quadtree* global o processo adaptativo para modelos com multi-regiões (vide exemplos 5.1.2, 5.1.4 e 5.2.5) fica facilitado, pois as malhas de superfície e volumétricas (3D) são geradas individualmente para cada região, usando-se apenas a *octree* / *quadtree* global como parâmetro de controle do tamanho dos elementos que são gerados nas malhas no decorrer do processo adaptativo.

Acrescentado ao aspecto inovador da *octree* / *quadtree* global e ao uso da adaptatividade geométrica de curvas e superfícies para a geração de malhas, está o fato deste trabalho concretizar um objetivo, que há muito tempo é almejado pelo grupo de pesquisa no qual ele está inserido (Tecgraf/PUC-RIO), pois utilizando-se como base as técnicas desenvolvidas por Cavalcante-Neto [12,13] e o algoritmo de Miranda *et al* [45] automatizou-se o processo de geração de malhas adaptativas em 2D e 3D. De tal forma, que os únicos dados de entrada para se realizar tal processo são o(s) sólido(s) / superfície(s) com as suas respectivas malhas iniciais associadas. Uma vez feita a análise (*FEMOOP* [43]), o processo refina as regiões em que ocorrem altas concentrações de

tensões e “desrefina” regiões em que o refinamento existente é desnecessário. Para ilustrar este fato e a eficácia do método, apresentou-se no capítulo 5, vários exemplos conhecidos no meio técnico, onde foi possível verificar que todos os requisitos necessários para validar tal procedimento adaptativo foram atendidos.

### 6.1. Vantagens do Método

Como vantagens do processo adaptativo proposto pode-se citar.

- a criação da *octree* / *quadtree* global, facilitando o processo de refinamento das curvas do modelo e o controle na geração dos elementos da nova malha de elementos finitos;
- o fato de que durante o processo adaptativo se respeite à geometria do modelo, através da utilização da adaptatividade geométrica das curvas e superfícies;
- tratar problemas que envolvem multi-regiões de forma simples e direta;
- o processo não refina somente regiões em que ocorrem altas concentrações de tensões como também “desrefina” as regiões onde o refinamento existente é desnecessário.

## 6.2. Desvantagens do Método

Em relação às desvantagens do processo adaptativo proposto apresentado, pode-se citar:

- A necessidade de se utilizar duas vezes os algoritmos de adaptatividade geométrica para curvas e superfícies. No primeiro estágio, estes algoritmos são usados apenas para refinar a *octree* / *quadtree* global. No segundo estágio é que efetivamente se subdivide as curvas e gera-se as malhas de superfície.

## 6.3. Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros em continuação ao que foi desenvolvido neste trabalho, apresentam-se:

- Analisar de forma mais consistente as vantagens e desvantagens de se associar o tamanho característico  $h$  de cada elemento finito aos seus vértices ou aos centros de gravidade dos mesmos;
- Procurar considerar a adaptatividade geométrica das superfícies no refinamento da *octree* global sem precisar utilizar os algoritmos de adaptatividade geométrica duas vezes;