

CAPITULO 5

ESTABILIDADE DE TENSÃO x ESTABILIDADE ANGULAR

5.1 - A Estabilidade Estática Angular

O limite de estabilidade estática é definido como a máxima potência que pode ser transmitida para uma pequena mudança na carga. A mudança na carga ocorre vagarosamente o suficiente para permitir uma mudança similar na excitação para trazer a tensão terminal de volta ao nível normal após cada mudança de carga. É importante notar que é assumido que o controle de excitação corrige o nível de tensão após cada pequena mudança de carga ter ocorrido. Portanto, este é um limite de estabilidade para uma mudança infinitesimal na carga com corrente de campo constante [5, p.77].

A estabilidade estática estudada neste capítulo é chamada de estabilidade aperiódica. Esse tipo de estabilidade é característica de um sistema sem controles e surge devido a insuficiente torque sincronizante entre máquinas.

Os conceitos de estabilidade aperiódica são aplicados no processo de projeto e operação de sistema de potência. Isto é feito geralmente especificando o máximo desvio angular entre

barras internas de geração, e também a máxima carga permitida das várias Usinas Elétricas e linhas de transmissão.

A estabilidade aperiódica não é afetada pelo campo e enrolamento de amortecimento das máquinas, que somente introduzem amortecimento em condições oscilatórias [6, p.50].

5.2 - Modelo Matemático do Sistema

Seja um sistema com $n + m + 1$ barras, cujas barras $i = 1, \dots, n$ são barras de geração. As barras $i = n + 1, \dots, n + m$ são barras PV com somente geração de potência reativa e as barras $i = n + m + 1, \dots, n + m + 1$ são barras PQ.

As equações de oscilação das máquinas do sistema é um conjunto de equações diferenciais:

$$M_i \theta_i'' + D_i \theta_i' + f_i = P_{mi}$$

$$i = 1, \dots, n$$

(5.1)

onde:

P_{mi} representa a potência mecânica.

M_i representa a inércia de cada gerador

D_i representa a constante de amortecimento de cada gerador.

P_i equações de potência ativa das barras geradoras

θ_i ângulo da tensão em todas as barras de geração.

Nota-se que, uma vez que se está fazendo uma análise de máquinas, o sistema deve ficar reduzido apenas às barras geradoras, ou seja, quando da análise do sistema linearizado deve-se fazer uma redução na matriz Jacobiano, de forma que ela passe a ter a dimensão do número de máquinas do sistema. Isto quer dizer que, uma vez que o sistema fica reduzido ao número de máquinas, é porque só entram no Jacobiano reduzido, as equações de potência ativa. Isto não causa surpresa, já que só existe oscilação nas máquinas quando a diferença entre a potência mecânica e a potência elétrica gerada é diferente de zero e, como não existe potência mecânica nem geração nas outras barras, elas não entram explicitamente na Equação 5.1.

No Jacobiano do fluxo de carga, as equações de potência reativa das barras com geração variável de potência reativa são excluídas, uma vez que elas ficam em aberto para manter o nível de tensão nessas barras. Supondo porém que se queira analisar o sistema a partir de um ponto de equilíbrio, os valores dos fluxos de potência reativa são conhecidos e não devem ser desprezados. A explicação para isso vem do fato de que as grandezas elétricas são complexas e, ao se desprezar algumas dessas equações, perde-se a informação associada a cada

onde:

f = potência ativa injetada em todas as barras

g = potência reativa injetada em todas as barras

P_m = potência mecânica nas barras de geração

P_l = carga ativa

Q_l = carga reativa

$\theta_G \Rightarrow$ ângulo da tensão nas barras de geração.

$\theta_L \Rightarrow$ ângulo da tensão nas barras sem fonte geradora.

$E \Rightarrow$ tensão em todas as barras

As equações acima são as equações do fluxo de carga:

$$F(\theta_G, \theta_L, E) = 0$$

O Jacobiano completo tem o seguinte aspecto:

$$J = \begin{bmatrix} D\theta_G F_4 & D\theta_L F_4 & DE F_4 \\ D\theta_G F_5 & D\theta_L F_5 & DE F_5 \\ D\theta_G F_6 & D\theta_L F_6 & DE F_6 \end{bmatrix}$$

Usando a regra de Schur, exposta no Apêndice VII tem-se o seguinte Jacobiano reduzido:

$$J_r = \left\{ D\theta_G F_4 - \begin{bmatrix} D\theta_L F_4 & DE F_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D\theta_L F_5 & DE F_5 \\ D\theta_L F_6 & DE F_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D\theta_G F_5 \\ D\theta_G F_6 \end{bmatrix} \right\}$$

Equação 5.5

Ainda pela regra de Schur,

$$\det J = \det \left\{ J_r \right\} \det \left\{ A \right\}, \quad \text{onde:}$$

$$A = \begin{bmatrix} D\theta_L F_5 & DE F_5 \\ D\theta_L F_6 & DE F_6 \end{bmatrix}$$

Já foi mencionada a importância de se considerar todas as equações, assim como o motivo de se reduzir o Jacobiano à dimensão do número de máquinas. Seria interessante acrescentar que, nos estudos clássicos de estabilidade, transformam-se as cargas em impedâncias e, reduz-se o sistema apenas às máquinas. Após se fazer isso, o que se analisa é o desvio angular entre máquinas, ou seja, os ângulos internos das tensões das máquinas.

Ao se transformar a carga em impedância, está se considerando todos os dados do sistema. Nesta seção a carga também é considerada, uma vez que ao se reduzir o Jacobiano completo à dimensão do número de máquinas está se levando em conta todos os dados de carga.

O modelo é o conjunto das Equações 5.1 diferenciais restrito implicitamente pelas Equações 5.2, 5.3 e 5.4 algébricas.

5.3 - Análise do Modelo do Sistema [7.8]

Seja o sistema conservativo descrito pelas equações diferenciais:

$$M \ddot{x} + U \dot{x} = 0 \quad \text{Equação 5.6}$$

onde:

$M^T = M > 0$, e $U^T = U$ e a matriz U tem simetria translacional.

Das informações acima, deve-se lembrar que:

- Um sistema conservativo é o sistema que não tem dissipação de energia.
- $M > 0$ significa que todos os elementos da matriz M são maiores do que zero.
- $M^T = M$ significa que M é simétrica. No caso de estabilidade de máquinas M é diagonal e cada elemento corresponde à inércia de uma máquina, e tem sempre um valor positivo.

Um sistema ter simetria translacional significa que ele é invariante para uma translação uniforme dos ângulos $\theta_i = \theta_i + C$, para $i = 1, \dots, n$, onde C é uma constante e n é o número de máquinas. Os ângulos são então medidos em relação a

um certo ângulo arbitrário. Em estudos de fluxo de potência, o ângulo da barra "swing" é o ângulo de referência, normalmente, tomado igual a zero.

De posse dessas observações, pode-se instituir o primeiro teorema:

TEOREMA 5.1

O sistema conservativo da Equação 5.6 é estável se, e somente se, $U \geq 0$ com precisamente um autovalor nulo.

O autovalor nulo corresponde à simetria translacional e $U \geq 0$ significa que todos os elementos de U são positivos. Deve-se observar que o Jacobiano de dimensões $2(n+m+1) \times 2(n+m+1)$ das $2(n+m+1)$ equações P e Q não lineares de fluxo de carga de um sistema de $(n+m+1)$ barras é sempre singular devido ao autovalor nulo associado à simetria translacional, que por sua vez está associado a necessidade de usar-se um dos ângulos como referência para os demais. O Jacobiano do fluxo de carga não é uma matriz não negativa (do tipo $U \geq 0$), e não é simétrica.

Definição:

Uma matriz A é simetrizável se ela vier a ficar simétrica após uma pré-multiplicação por uma matriz real, simétrica e definida positiva. É importante lembrar que uma

matriz real, simétrica e definida positiva tem autovalores reais positivos.

A definição acima é de muita importância nesta análise, junto com o teorema a seguir.

TEOREMA 5.2

As seguintes propriedades são equivalentes:

a) $A^T = SAS^T$ com $S^T = S > 0$

b) A é similar a uma matriz simétrica.

c) A é o produto de duas matrizes simétricas, uma das quais é definida positiva.

d) A tem autovalores reais.

COROLÁRIO 5.1

Se A é simetrizável por uma matriz S tal que $SA = Q$, então A tem autovalores reais e o sinal destes autovalores é o mesmo daqueles de Q.

Seja agora o sistema descrito pelas equações:

$$M \dot{x} + J x = 0$$

Equação 5.7

onde:

$M^T = M > 0$, como antes e J é uma matriz real, com simetria translacional, mas não necessariamente simétrica, uma vez que ela representa uma matriz Jacobiano.

Para caracterizar a estabilidade da Equação 5.7, pode-se lançar mão do seguinte teorema:

TEOREMA 5.3

O sistema da Equação 5.7 é estável se e somente se existe uma matriz S simétrica, definida positiva, tal que $S M^{-1} J$ é simétrica e satisfaz as condições do Teorema 5.1.

Prova:

O sistema da Equação 5.7 é transformado então, no sistema da Equação 5.6 pela pré-multiplicação por $S M^{-1}$:

$$S M^{-1} M \dot{x} + S M^{-1} J x = 0 \quad \therefore \quad S \dot{x} + S M^{-1} J x = 0$$

Pelo Teorema 5.1 para estabilidade:

$$- S^T = S > 0$$

$$- (S M^{-1} J)^T = (S M^{-1} J) \geq 0$$

- $(S M^{-1} J)$ deve ter um autovalor nulo.

O sistema de Equações 5.7 é instável se e somente se, existe um auto vetor μ não trivial tal que:

$[M \lambda^2 + J] \mu = 0$, com o autovalor λ correspondente tendo parte real positiva, ou se existe autovalor repetido com parte real nula e sem um conjunto completo de autovetores. A exceção é para o autovalor duplo em zero, um deles associado à simetria translacional.

É fácil verificar que as raízes do determinante $\{M \lambda^2 + J\}$ são distribuídas simetricamente em relação a ambos os eixos real e imaginário.

Para demonstrar essa última afirmação, assuma a seguinte solução para o sistema da Equação 5.7:

$$x = C e^{\lambda t}$$

$$\text{Então: } [M \lambda^2 + J] C e^{\lambda t} = 0 \quad \text{para } t = \forall t$$

$[M \lambda^2 + J] C = 0$, que vem a ser a equação característica.

Seja $W = \lambda^2$, logo:

$$(M W + J) C = 0, \text{ ou:}$$

$$\left(W + M^{-1} J \right) C = 0$$

Para existir uma solução não trivial o determinante de $\left(W + M^{-1} J \right)$ deve ser igual a zero, que é um problema de autovalores.

Então W são os autovalores de $\left(-M^{-1} J \right)$ e a cada W está associado um λ^2 :

$\lambda = \pm \sqrt{W}$ que são as frequências naturais de oscilação.

Devido à raiz quadrada, os λ_i são distribuídos simetricamente em relação aos eixos real e imaginário, como se queria mostrar.

Logo, λ_i não pode ter parte real diferente de zero, ou seja, todos os λ_i devem ser imaginários puros conjugados para que o sistema seja estável. Esses imaginários conjugados correspondem a um $W < 0$.

Como W é um autovalor de $\left(-M^{-1} J \right)$ então, para que o sistema seja estável pode-se dizer que os autovalores de $M^{-1} J$ devem ser reais positivos e associados a um conjunto completo de autovetores.

Do Teorema 5.2 tem-se que $(M^{-1} J)$ é simetrizável por S . Logo do Corolário 5.1, $S M^{-1} J$ é não-negativa com somente um autovalor nulo correspondente à simetria translacional, ou seja, $S M^{-1} J$ satisfaz às condições do Teorema 5.1, como se queria provar.

COROLÁRIO 5.2

O sistema da Equação 5.7 é estável se, e somente se, a matriz $M^{-1} J$ tem autovalores reais e positivos, associado a conjunto completo de autovetores, com exceção de um único autovalor nulo.

5.4 - Influência da Inércia

Um sistema linear tem seu limite de estabilidade estática em um ângulo máximo α_m entre duas máquinas. Se a impedância de transferência entre duas máquinas for uma indutância pura o ângulo $\alpha_m = 90^\circ$. Entretanto, se existe um componente resistivo na impedância de transferência, as potências máximas transmitida e recebida ocorrem em ângulos diferentes: δ_{m1} e δ_{m2} respectivamente.

O limite de estabilidade estática pode ser definido como a potência máxima transmitida ou recebida, ou seja, aquela que ocorrer primeiro.

Entretanto, dependendo da razão das inércias das máquinas o limite de estabilidade pode ocorrer em um ângulo δ_c onde: $\delta_{m2} < \delta_c < \delta_{m1}$ ou $\delta_{m2} > \delta_c > \delta_{m1}$, dependendo do sinal do componente resistivo da impedância de transferência [9, pp.254-265], [5, pp.81-84] e [6, pp.186-188].

Por outro lado um critério que exija apenas que o coeficiente de torque sincronizante seja positivo, ignorando os efeitos da inércia, é pessimista, ou seja, o máximo que pode ocorrer ao se desprezar a inércia, é que se conclua que o sistema seja instável, quando na verdade ele é estável [5, pp.90-91]. Por essa razão, os testes deste capítulo serão conduzidos de duas formas:

- Desprezando a inércia, de forma a obter resultados pessimistas, através da verificação dos autovalores de J , que é o Jacobiano reduzido dado pela Equação 5.5 .
- Considerando inércias de razão muito pequena, de forma a mostrar que nestas condições, o resultado não se altera. Isto é feito através da verificação dos autovalores de $M^{-1}J$.

5.5 - Testes e Resultados

Para os Testes 5.1 a 5.3 deste capítulo, parte-se do princípio de que já se conhece o instante em que o sistema passa da Região A para a Região B, como mostrado no Capítulo 3. Considera-se o mesmo sistema de 3 barras da Figura 3.1, onde novamente varia-se a carga na barra PQ para observar o comportamento do sistema.

O que se deseja saber é se o sistema é estável do ponto de vista de ângulo de máquina na Região B de operação. Naturalmente que isto implica em dizer que se quer saber se o sistema é estável numa região de operação onde as ações de controle têm efeito contrário ao esperado.

Para cada carregamento deve-se anotar os autovalores para as duas situações (com e sem inércia). Para a situação que leva em conta as inércias tem-se:

- Inércia da máquina 1 = 2 seg.

- Inércia da máquina 2 = 4 seg.

Novamente o que diferencia os testes, é o fator de potência do carregamento de cada um, sendo que:

- Teste 5.1 → Fator de potência = 10^0 indutivo

- Teste 5.2 → Fator de potência = 20^0 indutivo

- Teste 5.3 → Fator de potência = 30^0 capacitivo

Os fatores de potência dos Testes 5.1 e 5.2 não permitem que o sistema se aproxime do limite de estabilidade angular. Entretanto, é possível atingir a Região B como mostrado nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Os resultados desses dois testes, mostram que é possível operar na Região B, muito embora isto exija cuidados especiais por razões expostas anteriormente.

O resultado do Teste 5.3 comprova que o método utilizado neste capítulo é correto, uma vez que o instante de instabilidade é identificado corretamente. O modelo proposto em [7] exclue as equações de potência reativa nas barras de geração. Diversos testes foram realizados com este modelo e, em nenhum deles os autovalores indicaram a instabilidade do sistema, ou seja, mesmo quando o desvio angular era maior que o ângulo da impedância da linha, os autovalores continuavam positivos, o que invalida o modelo. Logo, o fato de considerar todas as equações é fundamental para uma análise correta da estabilidade angular.

O Teste 5.3 vem confirmar que o limite de estabilidade ocorre no desvio angular igual ao ângulo de impedância da linha. Isso é muito importante, pois como mostra a Figura 5.1, não é o fato de o sistema estar na Região B que indica sua instabilidade, e sim o fato de o sistema se encontrar num ponto de operação, cujo desvio angular seja maior que o ângulo de impedância da linha, como mostrado pela figura

mencionada.

Em outras palavras, o sistema pode ser instável na Região A de operação, e estável na Região B de operação. Caracteriza-se assim a independência entre os fenômenos de colapso de tensão e de instabilidade angular.

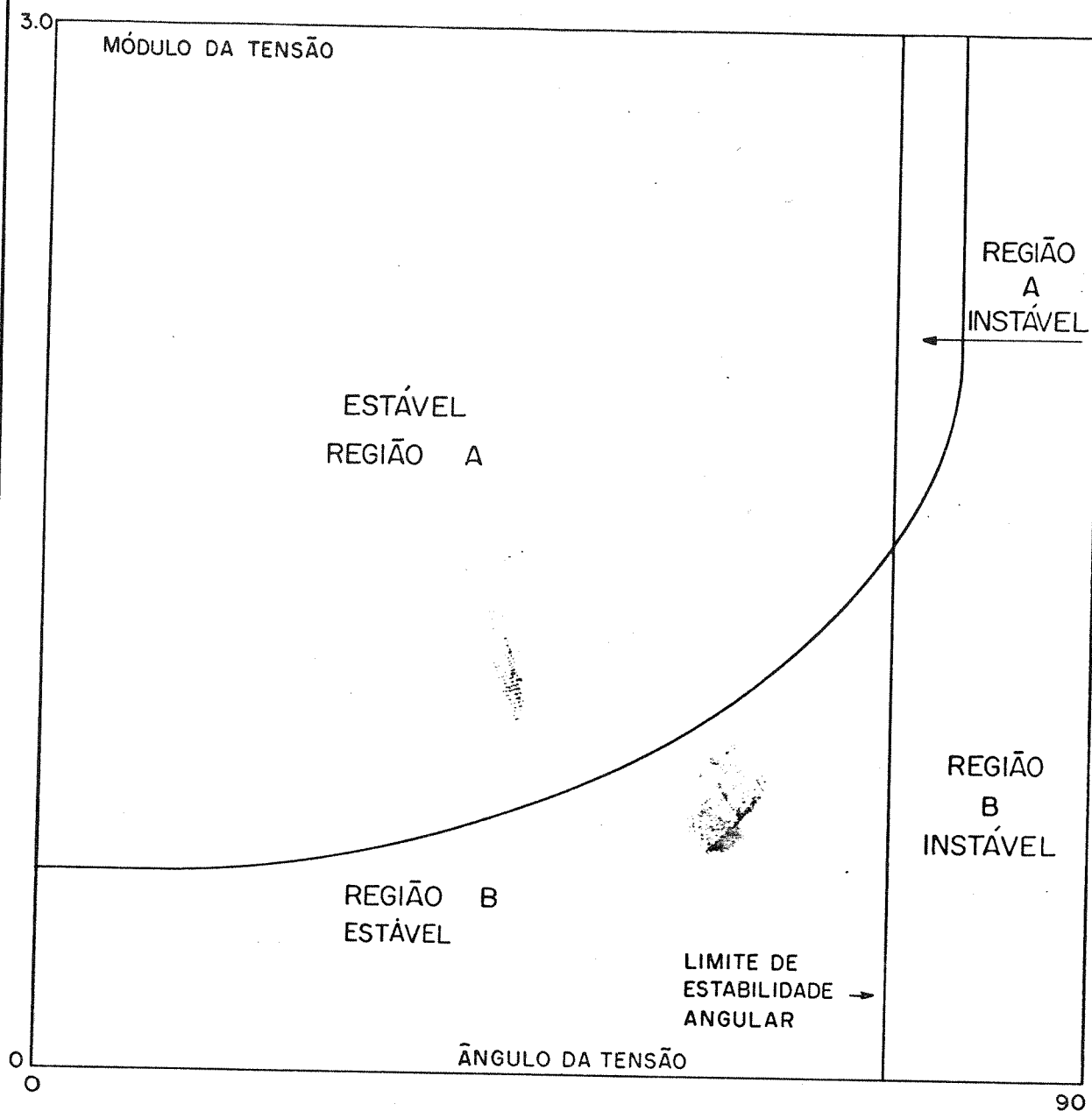


FIG. 5.1 Curva $V \times \Theta$ mostrando estabilidade e instabilidade das regiões A e B.

TABELA 5.1
ANÁLISE DA ESTABILIDADE ANGULAR POR AUTOVALORES
TESTE 5.1 - FATOR DE POTÊNCIA : 38° INDUTIVO

TENSÃO	SEM INERCIA		COM INERCIA	
	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.563 \angle -22^\circ$ $S_{32} = -1.172 - j0.677$ $S_{31} = -1.172 - j0.677$	2.418	0	0.645	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.518 \angle -24^\circ$ $S_{32} = -1.170 - j0.675$ $S_{31} = -1.170 - j0.675$	2.178	0	0.581	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.472 \angle -26^\circ$ $S_{32} = -1.150 - j0.664$ $S_{31} = -1.150 - j0.664$	1.944	0	0.518	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.425 \angle -28^\circ$ $S_{32} = -1.110 - j0.641$ $S_{31} = -1.110 - j0.641$	1.714	0	0.457	0

TABELA 5.2
ANÁLISE DA ESTABILIDADE ANGULAR POR AUTOVALORES
TESTE 5.2 - FATOR DE POTÊNCIA : 20° INDUTIVO

TENSÃO	SEM INERCIA		COM INERCIA	
	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.675 \angle -22^\circ$ $S_{32} = -1.320 - j0.480$ $S_{31} = -1.320 - j0.480$	2.876	0	0.767	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.638 \angle -24^\circ$ $S_{32} = -1.350 - j0.490$ $S_{31} = -1.350 - j0.490$	2.660	0	0.709	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.602 \angle -26^\circ$ $S_{32} = -1.376 - j0.500$ $S_{31} = -1.376 - j0.500$	2.448	0	0.653	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.564 \angle -28^\circ$ $S_{32} = -1.380 - j0.502$ $S_{31} = -1.380 - j0.502$	2.238	0	0.597	0

TABELA 5.2 - CONTINUAÇÃO
ANÁLISE DA ESTABILIDADE ANGULAR POR AUTOVALORES
TESTE 5.2 - FATOR DE POTÊNCIA : 28° INDUTIVO

TENSÃO	SEM INERCIA		COM INERCIA	
	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$	2.032	0	0.542	0
$V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$				
$V_3 = 0.526 \angle -30^\circ$				
$S_{32} = -1.873 - j0.682$				
$S_{31} = -1.873 - j0.682$				

TABELA 5.3
ANÁLISE DA ESTABILIDADE ANGULAR POR AUTOVALORES
TESTE 5.3 - FATOR DE POTÊNCIA : 30° CAPACITIVO

TENSÃO	SEM INERCIA		COM INERCIA	
	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.839 \angle -52^\circ$ $S_{32} = -2.720 + j1.570$ $S_{31} = -2.720 + j1.570$	1.170	0	0.312	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.817 \angle -54^\circ$ $S_{32} = -2.710 + j1.570$ $S_{31} = -2.710 + j1.570$	1.010	0	0.269	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.794 \angle -56^\circ$ $S_{32} = -2.700 + j1.560$ $S_{31} = -2.700 + j1.560$	0.860	0	0.230	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.425 \angle -28^\circ$ $S_{32} = -1.110 - j0.641$ $S_{31} = -1.110 - j0.641$	0.730	0	0.190	0

TABELA 5.3 - CONTINUACAO
ANALISE DA ESTABILIDADE ANGULAR POR AUTOVALORES
TESTE 5.3 - FATOR DE POTENCIA : 38° CAPACITIVO

TENSÃO	SEM INERCIA		COM INERCIA	
	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.545 \angle -74^\circ$ $S_{32} = -2.160 + j1.240$ $S_{31} = -2.160 + j1.240$	0.001	0	0.0002	0
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.514 \angle -76^\circ$ $S_{32} = -2.050 + j1.180$ $S_{31} = -2.050 + j1.180$	-0.050	0	-0.013	0