

CAPITULO 3

ANÁLISE DO COLAPSO DE TENSÃO PELO SINAL DO DETERMINANTE DO JACOBIANO

3.1. - Introdução

Para um sistema de potência com M fontes de tensão e n cargas não-lineares, o critério de estabilidade de tensão pode ser dado pelas seguintes condições [2],

$$a - \frac{dV_i}{dE_j} > 0 \quad (3.1)$$

para quase todas as combinações de (i, j), onde $i = 1, \dots, M$ e $j = 1, \dots, n$, ou seja, deseja-se que para uma variação positiva/negativa de tensão em uma barra PV, tenha-se uma variação positiva/negativa de tensão em uma barra PQ.

$$b - \frac{dV_i}{db_j} > 0 \quad (3.2)$$

para quase todas as combinações de (i, j), onde $i, j = 1, \dots, n$, ou seja, deseja-se que para uma variação positiva/negativa de susceptância (b) em uma barra PQ, tenha-se uma variação positiva/negativa de tensão nesta e/ou outras barras PQ. Em outras palavras, a alocação de um capacitor em uma barra PQ,

deve elevar o nível de tensão pelo menos, na própria barra PQ.

A variação deve ocorrer para quase todas as combinações e, não todas, uma vez que a variação de tensão em uma barra PV, ou susceptância em uma barra PQ, pode não produzir efeito na tensão de uma outra barra PQ, quando essas barras estão eletricamente distantes.

O critério de estabilidade anteriormente descrito, será demonstrado pelo uso da matriz M, cujas propriedades encontram-se no Apêndice VI. Para um sistema de potência, tem-se as seguintes equações:

$$f_Q(\theta, V, E, b) = 0$$

$$f_P(\theta, V, E) = 0$$

Onde:

$f_P \Rightarrow$ Equações de balanço de potência ativa em todas as barras exceto a swing.

$f_Q \Rightarrow$ Equações de balanço de potência reativa nas barras de carga.

$\theta \Rightarrow$ ângulo da tensão em todas as barras, exceto a barra swing.

$V \Rightarrow$ tensão nas barras de carga.

$E \Rightarrow$ tensão nas barras de geração.

Para pequenas variações de E nas tensões das barras de

geração, a função $f_Q(\theta, V, E, b) = 0$ pode ser escrita como:

$$\frac{\partial f_Q}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f_Q}{\partial V} dV + \frac{\partial f_Q}{\partial E} dE = 0$$

Dividindo os dois lados por dE , tem-se:

$$\frac{\partial f_Q}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dE} + \frac{\partial f_Q}{\partial V} \frac{dV}{dE} = - \frac{\partial f_Q}{\partial E}$$

Para pequenas variações db nas tensões das barras de geração, a função $f_Q(\theta, V, E, b) = 0$ pode ser escrita como:

$$\frac{\partial f_Q}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f_Q}{\partial V} dV + \frac{\partial f_Q}{\partial b} db = 0$$

Dividindo os dois lados por db , tem-se:

$$\frac{\partial f_Q}{\partial \theta} \frac{d\theta}{db} + \frac{\partial f_Q}{\partial V} \frac{dV}{db} = - \frac{\partial f_Q}{\partial b}$$

Fazendo as mesmas considerações para a parte ativa tem-se:

$$\frac{\partial f_P}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f_P}{\partial V} dV + \frac{\partial f_P}{\partial E} dE = 0$$

Dividindo os dois lados por dE , tem-se:

$$\frac{\partial f_P}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dE} + \frac{\partial f_P}{\partial V} \frac{dV}{dE} = - \frac{\partial f_P}{\partial E}$$

Fazendo as mesmas considerações para a parte ativa para pequenas variações db,

$$\frac{\partial f_P}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f_P}{\partial V} dV + \frac{\partial f_P}{\partial b} db = 0$$

Dividindo os dois lados por db, tem-se:

$$\frac{\partial f_P}{\partial \theta} \frac{d\theta}{db} + \frac{\partial f_P}{\partial V} \frac{dV}{db} = - \frac{\partial f_P}{\partial b} = 0$$

Colocando na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial V & \partial f_Q / \partial \theta \\ \partial f_P / \partial V & \partial f_P / \partial \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV/dE \\ d\theta/dE \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial E \\ \partial f_P / \partial E \end{bmatrix}$$

(3.3)

$$\begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial V & \partial f_Q / \partial \theta \\ \partial f_P / \partial V & \partial f_P / \partial \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV/db \\ d\theta/db \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial b \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3.4)

Assumindo, para facilitar o desenvolvimento:

$$J = \begin{bmatrix} F_1 & A_1 \\ F_2 & A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial V & \partial f_Q / \partial \theta \\ \partial f_P / \partial V & \partial f_P / \partial \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial E \\ \partial f_P / \partial E \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} D_1 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial f_Q / \partial b \\ \partial f_P / \partial b \end{bmatrix}$$

Resolvendo (3.4) para $\frac{dV}{db}$:

$$\begin{bmatrix} F_1 & A_1 \\ F_2 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV/db \\ d\theta/db \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F_1 \frac{dV}{db} + A_1 \frac{d\theta}{db} = D_1 \quad (3.5)$$

$$F_2 \frac{dV}{db} + A_2 \frac{d\theta}{db} = 0 \Rightarrow \frac{d\theta}{db} = -A_2^{-1} F_2 \frac{dV}{db} \quad (3.6)$$

Substituindo (3.5) em (3.6):

$$F_1 \frac{dV}{db} + A_1 \left(-A_2^{-1} F_2 \right) \frac{dV}{db} = D_1$$

$$\left(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2 \right) \frac{dV}{db} = D_1$$

Resolvendo (3.3) para $\frac{dV}{db}$:

$$\begin{bmatrix} F_1 & A_1 \\ F_2 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV/dE \\ d\theta/dE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

$$F_1 \frac{dV}{dE} + A_1 \frac{d\theta}{dE} = C_1 \quad (3.7)$$

$$F_2 \frac{dV}{dE} + A_2 \frac{d\theta}{dE} = C_2 \quad (3.8)$$

De (3.8) :

$$\frac{d\theta}{dE} = A_2^{-1} C_2 - A_2^{-1} F_2 \frac{dV}{dE}$$

Substituindo em (3.7)

$$F_1 \frac{dV}{dE} + A_1 (A_2^{-1} C_2 - A_2^{-1} F_2) \frac{dV}{dE} = C_1$$

$$(F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2) \frac{dV}{dE} = C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$$

Seja $F_1 - A_1 A_2^{-1} F_2 = G$, onde G é chamado matriz

Jacobiano Reduzida:

$$G \frac{dV}{dE} = C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$$

(3.9)

3.2 - Análise de Estabilidade de Tensão

Como o objetivo desse estudo é verificar se dV/dE e dV/db são positivas, pode-se dizer que estas condições são equivalentes às condições:

- G^{-1} deve ser uma matriz com elementos positivos ou nulos.
- D_1 deve ser uma matriz com elementos positivos ou nulos.
- $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$ deve ser uma matriz com elementos positivos ou nulos.

Como o valor de D_1 só se altera com o valor da tensão da barra de carga, que é sempre positivo, D_1 será sempre uma matriz com elementos positivos ou nulos.

Sob condições de carga leve $G \approx F_1$ e $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2 \approx C_1$. Como os elementos de C_1 são positivos ou nulos, a tensão da carga é estável, se os elementos de G^{-1} forem todos positivos ou nulos. Isto é equivalente a condição de G ser uma matriz M , dado que os elementos fora da diagonal de G , são todos negativos ou nulos.

Sob condições de carga pesada, pode ocorrer que

alguns elementos fora da diagonal de G sejam positivos, devido ao termo $A_1 A_2^{-1} F_2$. Portanto, G não pode ser uma matriz M na forma escrita. Mas, uma vez que os valores absolutos dos elementos positivos fora da diagonal, são pequenos comparados com aqueles negativos, os elementos de G^{-1} podem vir a ser positivos. Logo, o critério de estabilidade passa a ser feito pelas seguintes etapas:

- a) Os elementos fora da diagonal de G correspondentes aos elementos não nulos fora da diagonal de F_1 são todos negativos ou nulos, e os elementos de $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$ correspondentes aos elementos diferentes de zero de C_1 são todos positivos.

- b) Todos os menores principais de G são positivos.

A matriz G que satisfaz as condições acima é chamada "muito próxima de uma matriz M ".

Entre as condições de que os menores principais de G devem ser positivos, aquela que o determinante de G seja positivo é a mais severa. Portanto, o seguinte critério de estabilidade pode ser usado sob condições de operação normal:

$$\det G > 0 \quad (3.10)$$

Quando a diferença angular através de qualquer linha é menor que o ângulo de impedância da linha, a matriz A_2 é uma

matriz M, portanto determinante de $A_2 > 0$ e como:

$$\det J = \det G \cdot \det A_2$$

O critério de estabilidade (3.10) é equivalente a:

$$\det J > 0 \quad (3.11)$$

O Apêndice VI ilustra a propriedade de A_2 ser uma matriz M.

Conforme definido, o Jacobiano J é aquele utilizado em algoritmos de fluxo de carga.

Não apenas o determinante de J, mas também os autovalores dessa matriz devem ser positivos.

É interessante lembrar que, deve-se atentar para os seguintes detalhes:

- Se o determinante de J ou G for negativo, pode-se afirmar que o ponto de operação encontra-se na Região B.
- Se o determinante de J ou G for positivo, não se pode afirmar que o sistema encontra-se na Região A. Isto porque é possível que se tenha dois menores de G, menores que zero, mascarando o resultado. Portanto, para uma análise melhor deve-se analisar

os menores de J ou G, ou os auto valores de J ou G.

Para melhor entender essa exigência dos autovalores, deve-se lembrar que os autovalores de uma matriz A, de dimensão $n \times n$, são as raízes de seu polinômio característico $p(\lambda) = (\lambda I - A)$. O arranjo dessas raízes é chamado de espectrum e é denotado por $\lambda(A)$ [41]. Se $\lambda(A) = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, então segue que :

$$\det(A) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n$$

Esta passagem vem a complementar aquilo que foi dito anteriormente, quando tinha-se, como condição de estabilidade de tensão que a matriz Jacobiano tivesse seus menores maiores que zero. Isto é equivalente a afirmar que os autovalores da matriz Jacobiano devem ser maiores que zero. Portanto, não basta analisar pura e simplesmente o sinal do determinante da matriz Jacobiano, mas deve-se analisar também os sinais dos autovalores. Isto evita a possibilidade de erro, uma vez que a análise pelo sinal do determinante da matriz Jacobiano não traz nenhuma informação sobre a existência ou não de um número par de autovalores negativos.

É importante lembrar que a estabilidade de tensão em questão, é definida pelas condições impostas em (3.1) e (3.2), ou seja, o critério de estabilidade (3.11) informa se o ponto de operação do sistema encontra-se na Região A ou B, não

fornecendo qualquer informação sobre a estabilidade angular do sistema.

3.3 - Testes e Resultados

Para os testes deste capítulo, foi utilizado o sistema de 3 barras da Figura 3.1, onde a barra 1 é a barra *swing*, a barra 2 é a barra de tensão controlada e a barra 3 é a barra de carga. As duas linhas de transmissão são iguais. O que difere os testes é o fator de potência do carregamento de cada um. Tem-se para cada teste:

- Teste 3.1 : Fator de potência do carregamento 30° indutivo.
- Teste 3.2 : Fator de potência do carregamento 20° indutivo.
- Teste 3.3 : Fator de potência do carregamento 30° capacitivo.

Os testes consistem em observar a variação do determinante do Jacobiano J com o aumento de carga no sistema. Deve-se anotar também os autovalores deste Jacobiano.

Foi visto no Capítulo 2, que o carregamento máximo de uma linha depende dos dados da linha e do fator de potência do carregamento. O ângulo do carregamento máximo é dado pela Equação 2.5. Usando esta fórmula para os testes realizados, obtém-se os seguintes ângulos:

Teste 3.1 → Carga máxima ocorre em $22,71^\circ$

Teste 3.2 → Carga máxima ocorre em $27,75^\circ$

Teste 3.3 → Carga máxima ocorre em 52,75°

Deve-se notar que, para o sistema de três barras utilizado neste capítulo, a matriz G corresponde a um só elemento, de forma que não há elementos fora da diagonal a serem analisados, ou seja, para a condição a) acima, analisa-se somente a matriz $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_1$.

Isto é equivalente a afirmar que pode-se analisar diretamente o sinal de G^{-1} , já que trata-se apenas de um elemento. Como a matriz G é uma matriz M , ou "quase M ", o elemento da diagonal é sempre positivo, tornando-se desnecessária a análise de G^{-1} .

Pode-se observar nas Tabelas 3.1 a 3.3, que o Jacobiano torna-se negativo a partir do ângulo de carregamento máximo. Esse ângulo é menor do que o limite de estabilidade angular.

Os resultados dos Testes 3.1 a 3.3 comprovam rigorosamente as regras estabelecidas neste capítulo, ou seja enquanto o determinante for positivo, e isto ocorre até o instante do carregamento máximo calculado por (2.5), as ações de controle têm o efeito esperado. Considera-se que o sistema encontra-se num ponto viável de operação. Deve-se notar que também os autovalores do Jacobiano são positivos, de forma que não houve nesses testes, nenhum caso com um número par de

autovalores negativos. Se isso ocorresse, o determinante do Jacobiano seria ainda maior que zero, mas os menores de G não seriam todos positivos, violando a exigência da etapa b) do critério de estabilidade.

Deve se ressaltar que os testes realizados tiveram seu carregamento máximo em um ângulo menor que o limite de estabilidade angular. Esta observação é muito importante, uma vez que a matriz $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$ tem os elementos da diagonal principal negativos, exatamente no limite de estabilidade angular.

Logo, para um fator de potência muito capacitivo, cujo carregamento máximo ocorre em um ângulo maior que o limite de estabilidade angular, o resultado pode ser mascarado. Isto porque, para um ponto de operação situado entre o limite de estabilidade angular e o carregamento máximo, a condição b) estaria violada, indicando que o sistema encontra-se em uma região de colapso de tensão, o que não é verdade.

Isso deve exigir um exame mais cuidadoso em uma etapa futura deste trabalho. Entretanto, para pontos situados antes do limite de estabilidade angular, a análise dos autovalores de J , do sinal do seu determinante e, da matriz $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$ foram suficientes para detectar a passagem do ponto de operação pela fronteira entre as Regiões A e B. Como a regra associada à matriz $C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$ é violada primeiro, pode-se concluir que a análise do determinante de J e seus autovalores são suficientes para uma análise correta.

Entende-se que na medida em que o Jacobiano

aproxima-se da singularidade, a distância até a fronteira das Regiões A e B vai se tornando cada vez menor. Então, o módulo do determinante pode ser um bom indicativo do quão distante o sistema se encontra do limite de estabilidade de tensão.

TABELA 3.1
ANÁLISE DO DETERMINANTE E DOS AUTOVALORES
TESTE 3.1 - FATOR DE POTÊNCIA : 30° INDUTIVO

TENSAO	DET	λ_1	λ_2	λ_3	$C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$
$U_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_3 = 0.563 \angle -22^\circ$ $S_{32} = -1.172 - j0.677$ $S_{31} = -1.172 - j0.677$	2.369	0.219	1.418	7.643	3.130
$U_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_3 = 0.518 \angle -24^\circ$ $S_{32} = -1.170 - j0.675$ $S_{31} = -1.170 - j0.675$	-3.832	-0.363	1.460	7.231	3.150
$U_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_3 = 0.472 \angle -26^\circ$ $S_{32} = -1.150 - j0.664$ $S_{31} = -1.150 - j0.664$	-6.579	-0.998	0.971	6.782	3.200
$U_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $U_3 = 0.425 \angle -28^\circ$ $S_{32} = -1.110 - j0.641$ $S_{31} = -1.110 - j0.641$	-8.578	-1.630	0.836	6.294	3.300

TABELA 3.2
ANÁLISE DO DETERMINANTE E DOS AUTOVALORES
TESTE 3.2 - FATOR DE POTÊNCIA : 28° INDUTIVO

TENSÃO	DET	λ_1	λ_2	λ_3	$C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.675 \angle -22^\circ$ $S_{32} = -1.320 - j0.480$ $S_{31} = -1.320 - j0.480$	21.220	0.889	2.641	9.036	3.850
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.639 \angle -24^\circ$ $S_{32} = -1.350 - j0.490$ $S_{31} = -1.350 - j0.490$	12.440	0.682	2.071	8.804	3.740
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.602 \angle -26^\circ$ $S_{32} = -1.370 - j0.500$ $S_{31} = -1.370 - j0.500$	5.200	0.374	1.633	8.538	3.740
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.526 \angle -28^\circ$ $S_{32} = -1.870 - j0.682$ $S_{31} = -1.870 - j0.682$	-0.510	-0.046	1.336	8.236	3.510

TABELA 3.2 - CONTINUAÇÃO
ANÁLISE DO DETERMINANTE E DOS AUTOVALORES
TESTE 3.2 - FATOR DE POTÊNCIA : 28° INDUTIVO

TENSÃO	DET	λ_1	λ_2	λ_3	$C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$	-4.800	-0.533	1.138	7.902	3.380
$V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$					
$V_3 = 0.426 \angle -30^\circ$					
$S_{32} = -1.873 - j0.682$ $S_{31} = -1.873 - j0.682$					

TABELA 3.3
ANÁLISE DO DETERMINANTE E DOS AUTOVALORES
TESTE 3.3 - FATOR DE POTÊNCIA : 30° CAPACITIVO

TENSÃO	DET	λ_1	λ_2	λ_3	$C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.839 \angle -52^\circ$ $S_{32} = -2.720 + j1.570$ $S_{31} = -2.720 + j1.570$	3.107	0.107	1.904	15.250	9.644
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.817 \angle -54^\circ$ $S_{32} = -2.710 + j1.570$ $S_{31} = -2.710 + j1.570$	-4.298	-0.168	1.687	15.170	10.214
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.794 \angle -56^\circ$ $S_{32} = -2.700 + j1.560$ $S_{31} = -2.700 + j1.560$	-10.514	-0.464	1.056	15.050	10.901
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.425 \angle -58^\circ$ $S_{32} = -1.110 - j0.641$ $S_{31} = -1.110 - j0.641$	-15.504	-0.769	1.352	14.910	54.150

TABELA 3.3 - CONTINUAÇÃO
ANALISE DO DETERMINANTE E DOS AUTOVALORES
TESTE 3.3 - FATOR DE POTÊNCIA : 30° CAPACITIVO

TENSÃO	DET	λ_1	λ_2	λ_3	$C_1 - A_1 A_2^{-1} C_2$
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.545 \angle -74^\circ$ $S_{32} = -2.160 + j1.240$ $S_{31} = -2.160 + j1.240$	-20.345	-2.758	0.569	12.970	95.195
$V_1 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$ $V_3 = 0.514 \angle -76^\circ$ $S_{32} = -2.050 + j1.180$ $S_{31} = -2.050 + j1.180$	-18.244	-2.895	0.499	12.630	-272.410