3
Modelo discreto de transmissão de sinais OFDM

A técnica de transmissão OFDM efetua a transmissão paralela de dados em subportadoras ortogonais de banda estreita. O n-ésimo símbolo OFDM é formado por blocos de sub-símbolos da forma [1], [6], [18]:

$$\mathbf{d}(n) = [\ d_1(n)\ \ d_2(n) : : : d_M(n)]^T \tag{3-1}$$

onde M representa o número de subportadoras do sistema e os termos $d_i(n)$ representam os sub-símbolos mapeados na constelação do esquema de modulação AM-PM empregado. Nesta dissertação os termos $d_i(n)$ são considerados, sem perda de generalidade, com energia unitária ($E_s = 1$) e i.i.d. (estatisticamente independentes e igualmente distribuídos).

A duração dos símbolos OFDM, definida como T, pode ser expressa em função de T_s, a duração dos sub-símbolos em cada subportadora. O valor de T e dado por:

$$T = MT_s \tag{3-2}$$

As principais implementações de um sistema de transmissão OFDM são CP e ZP-OFDM. Estes sistemas utilizam-se de intervalos de guarda com extensão cíclica e inserção de zeros, respectivamente. Com a inserção do intervalo de guarda, a duração de um símbolo OFDM (T_{ofdm}) passa a ser definida por:

$$T_{ofdm} = T + T_g \tag{3-3}$$

Nesta Seção é apresentado o modelo discreto de transmissão de sinais OFDM. Este modelo é utilizado para descrever a transmissão de sinais dos sistemas CP e ZP-OFDM.

Para formar o n-ésimo símbolo de transmissão OFDM, aplica-se a operação de IDFT de N pontos sobre o vetor de subsímbolos $\mathbf{d}(n)$ de dimensão Mx1. A figura 3.1 ilustra o processo discreto de geração do sinal de transmissão de apenas um símbolo OFDM, onde se supôs n = 0, sendo este índice suprimido temporariamente por conveniência de notação. Note-se ainda que a inserção de um intervalo de guarda não é considerado aqui. Isto será feito mais adiante, nas sub-seções 3.1 e 3.2.

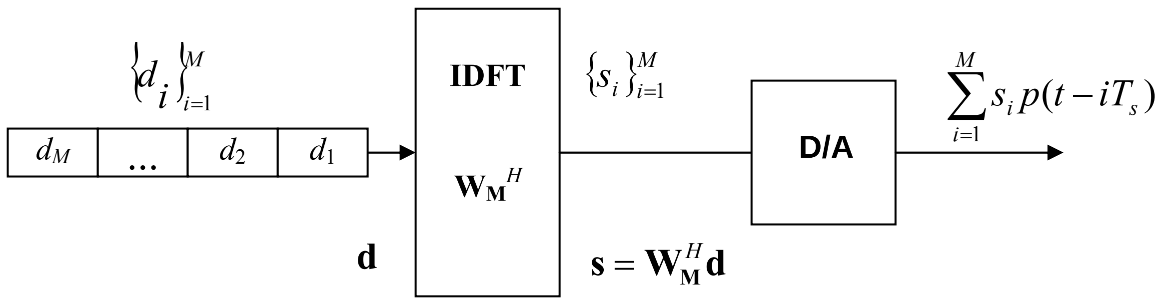

Figura 3.1 – Transmissão do sinal OFDM

Na Figura 3.1, o termo $\mathbf{W_M}^H$ representa a matriz para a operação de IDFT, de dimensão MxM.

Os elementos da matriz $\mathbf{W_M}^H$ são dados por:

$$W_{i,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi\frac{ik}{N}} \quad i,k = 0,\ldots, M-1 \tag{3-4}$$

No instante n, o vetor $\mathbf{s}(n) = \mathbf{W_M}^H\,\mathbf{d}(n)$ de dimensão Mx1, representa o sinal de transmissão OFDM no "domínio do tempo". O sinal de transmissão OFDM em banda básica, definido como $s(t)$, é obtido por meio da aplicação do vetor $\mathbf{s}$ na entrada do conversor digital/analógico, que é detalhado na Figura 3.2.

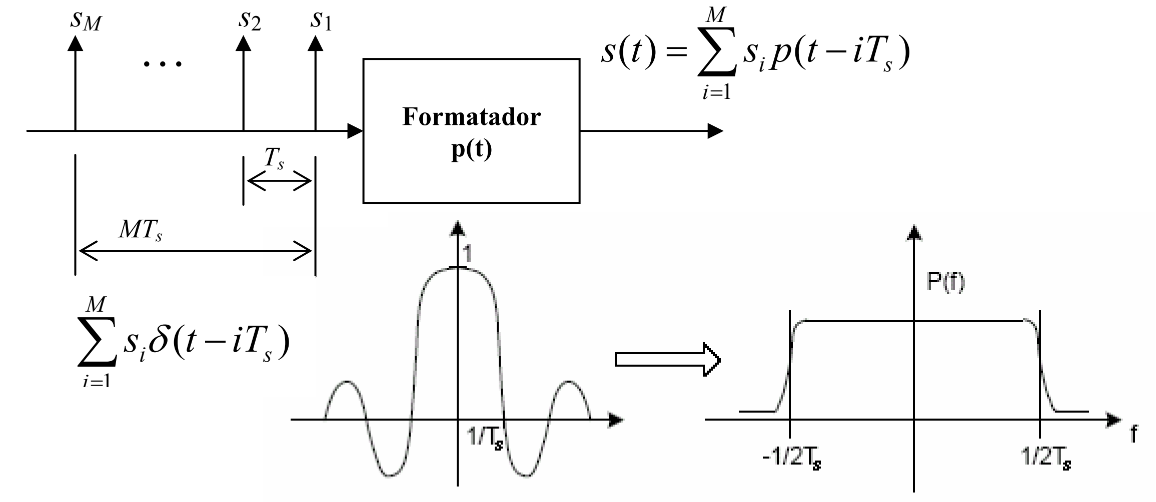

Figura 3.2 – Conversor Analógico/Digital

O pulso $p(t)$ representa o pulso formatador para o sinal de transmissão OFDM e o sinal de transmissão $s(t)$ é definido no intervalo $0 \le t \le T$.

A Figura 3.3 ilustra o processo de recepção do sinal OFDM:

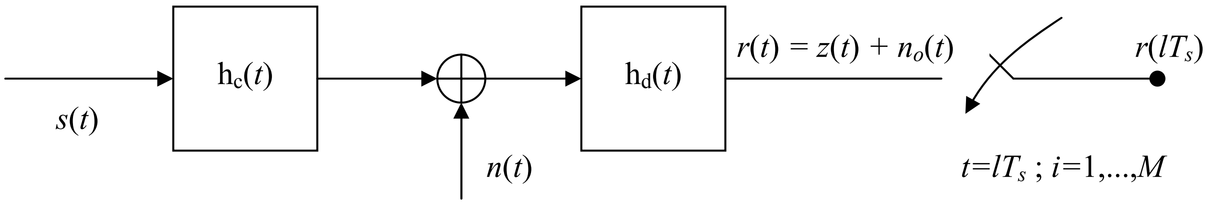

Figura 3.3 – Recepção do sinal OFDM

Na Figura 3.3, o sinal $z(t)$ é definido por $z(t) = \sum_i s_i h(t - iT_s)$ onde $h(t)$ é dado pela convolução entre o pulso formatador $p(t)$, o filtro de detecção $h_d(t)$ e a resposta impulsional do canal de propagação $h_c(t)$. Assim $h(t) = p(t) * h_d(t) * h_c(t)$. De igual modo, o sinal $n(t)$ representa a filtragem do ruído gaussiano branco $n(t)$ pelo filtro de detecção $h_d(t)$, sendo expresso por $n_o(t) = n(t) * h_d(t)$.

Os sinais $z(t)$ e $n_o(t)$ são usados para representar o sinal de observação $r(t)$. No instante de amostragem $t = lT_s$ tem-se:

$$r(lT_s) = z(lT_s) + n_o(lT_s) \tag{3-5}$$

onde as amostras de $n_o(t)$ são estatisticamente independentes. Esta suposição é verdadeira quando, por exemplo o filtro de detecção $h_d(t)$ é casado ao pulso formatador $p(t)$ e o pulso resultante da convolução $h_d(t) * p(t)$ atende ao primeiro critério de *Nyquist* que evitaria interferência entre símbolos em canais não dispersivos. Neste caso, as amostras de $n_o(t)$ tomadas à intervalos de sub-símbolos T_s são descorrelatadas e conseqüentemente independentes visto que o ruído $n(t)$ é gaussiano.

Em (3-5), o índice l referencia uma amostra obtida para o símbolo OFDM considerado durante o intervalo $1 \le l \le M$. Usando-se a notação $h(l) \equiv h(lT_s)$, o sinal $z(t)$ pode ser expresso, nos instantes de amostragem, da seguinte forma:

$$z(l) \equiv z(lT_s) = \sum_i s_i h((l-i)T_s) = \sum_i s_i h_{l-i} = s_l * h_l \qquad (3\text{-}6)$$

Considerando que cada amostra $z(l)$ é resultado da convolução discreta da seqüência s_l com a seqüência h_l, o modelo discreto para a recepção do sinal OFDM é representado na Figura 3.4.

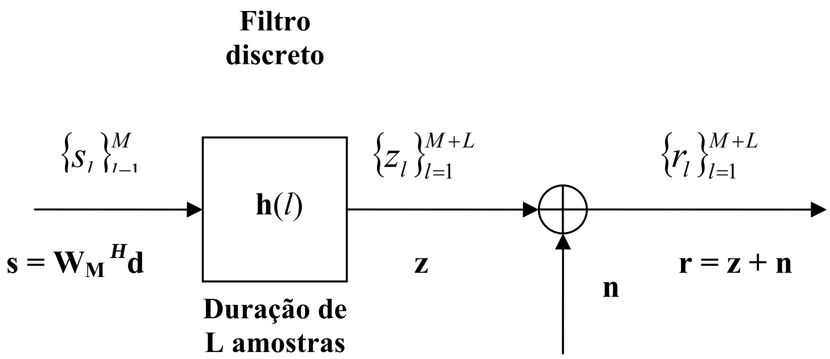

Figura 3.4 – Modelo equivalente para recepção OFDM

Para um instante genérico n e considerando-se por enquanto a transmissão e recepção de um único símbolo OFDM, o sinal que chega ao receptor, representado pelo vetor $\mathbf{z}(n)$, é dado por:

$$\mathbf{z}(n) = \mathbf{H}\,\mathbf{s}(n) = \mathbf{H}\,\mathbf{W_M}^H\,\mathbf{d}(n) \qquad (3\text{-}7)$$

onde o termo **H** representa a matriz de convolução discreta para o canal **h**(l). A matriz **H** representa uma matriz *Toeplitz* de dimensão MxM cuja primeira coluna é dada por: $[h_0 \ldots h_{L-1}\ 0_1 \ldots 0_{M-L}]^T$

O sinal de observação, representado pelo vetor **r**(n) é dado por:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{z}(n) + \mathbf{n}(n) \tag{3-8}$$

onde **n**(n) representa um vetor de ruído gaussiano na recepção com média nula e matriz covariância $\mathbf{K_n} = \sigma^2\ \mathbf{I}$.

Assim tendo descrito o modelo discreto de transmissão OFDM, nas próximas seções este modelo é particularizado para os sistemas CP e ZP-OFDM.

3.1 Transmissão e recepção de sinais CP-OFDM

No instante n, o sinal de transmissão CP-OFDM $\mathbf{s_{cp}}(n)$ é obtido ao se adicionar um intervalo de guarda ao sinal de transmissão original $\mathbf{s}(n) = \mathbf{W_M}^H\ \mathbf{d}(n)$.

Este intervalo de guarda é formado por um conjunto de G amostras da extensão cíclica do sinal **s**(n). Assim o número de amostras transmitidas por símbolo CP-OFDM é igual a $P = M + G$.

A Figura 3.5 ilustra o processo discreto de geração do sinal de um símbolo de transmissão CP-OFDM [1], [19] onde se supôs $n = 0$, sendo este índice suprimido temporariamente por conveniência de notação:

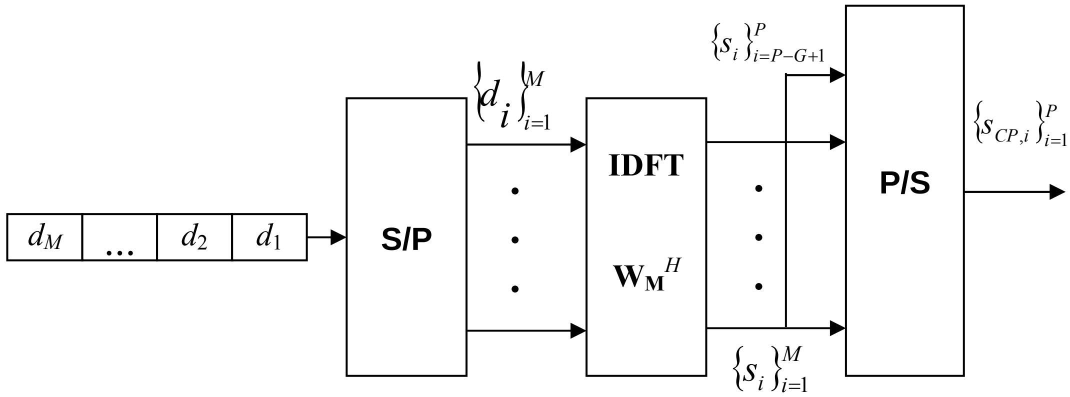

Figura 3.5 – Modelo discreto de transmissão CP-OPFM

No instante n o sinal de transmissão $\mathbf{s_{cp}}(n)$ de dimensão Px1 é dado por:

$$\mathbf{s_{cp}}(n) = \mathbf{M_{cp}}\ \mathbf{d}(n) \tag{3-9}$$

onde $\mathbf{M_{cp}}=\begin{bmatrix}\mathbf{W}_{\mathbf{cp}}^{H}\\ \mathbf{W}_{\mathbf{M}}^{H}\end{bmatrix}$ e a matriz $\mathbf{W_{cp}}^{\boldsymbol{H}}$ é formada pelas últimas G linhas da matriz IDFT $\mathbf{W_M}^H$.

Considerando o vetor $\mathbf{h_L} = [h_o\ h_1\ .\ .\ .\ h_{L-1}]^T$ a resposta impulsional do canal de comprimento L e sendo o $\mathbf{n_{cp}}$ (n) um vetor de ruído na recepção, modelo discreto de recepção de um símbolo CP-OFDM, para o instante $n = 0$, é representado na Figura 3.6:

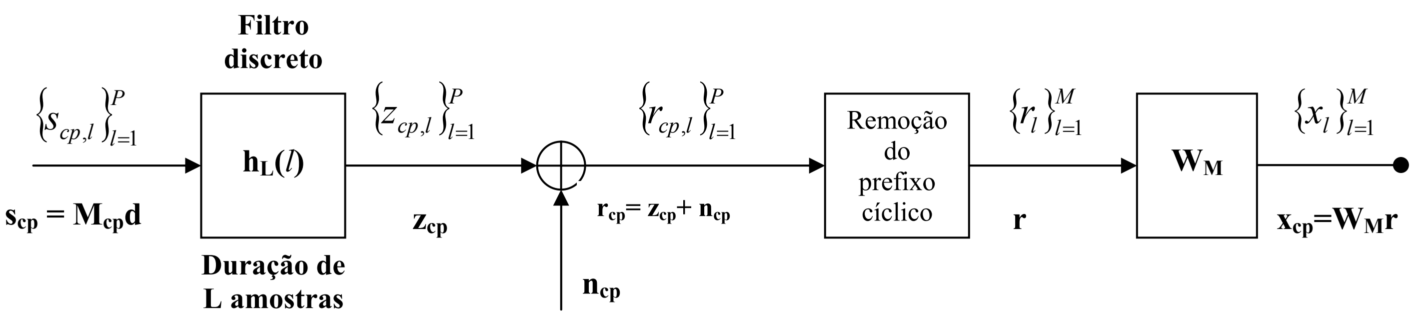

Figura 3.6 – Modelo discreto de recepção CP-OFDM

Em geral, $M > G \geq L$-1 e em um sistema real, há transmissão contínua de símbolos CP-OFDM e, devido à presença do canal, considera-se que há superposição entre os símbolos CP-OFDM recebidos. Deste modo n-ésima observação de dimensão Px1 pode ser expressa como [1]:

$$\mathbf{r_{cp}}(n) = \mathbf{HM_{cp}d}(n) + \mathbf{H_{ibi}M_{cp}d}(n-1) + \mathbf{n_{cp}}(n) \qquad (3\text{-}10)$$

A matriz **H** representa uma matriz *Toeplitz* de dimensão PxP cuja primeira coluna é dada por: $[h_0 \ldots h_{L-1}\ 0_1 \ldots 0_{P-L}]^T$

A matriz $\mathbf{H_{ibi}}$ é uma matriz *Toeplitz* triangular superior de dimensão PxP, que representa a incidência de IBI (***Inter Block Interference***) sua primeira linha é dada por $[0_1 \ldots 0_{P-L+1}\ h_{L-1} \ldots h_1]$ [1].

Após a remoção da extensão cíclica no receptor e, desde que $G \geq L$-1, a n-ésima observação de dimensão Mx1 pode ser expressada como [1]:

$$\mathbf{r}(n) = \begin{bmatrix} 0_{MxG} & I_{MxM} \end{bmatrix} \mathbf{r_{cp}}(n) = \mathbf{Circ(h)W_M}^H\, \mathbf{d}(n) + \mathbf{n}(n) \qquad (3\text{-}11)$$

Em (3-10) $\mathbf{n}(n)$ é um vetor de ruído de dimensão Mx1com média nula e matriz covariância:

$$\mathbf{K_n} = \begin{bmatrix} 0_{MxG} & I_{MxM} \end{bmatrix} \mathbf{K_{ncp}} \begin{bmatrix} 0_{MxG} & I_{MxM} \end{bmatrix}^T = \sigma^2\, \mathbf{I} \qquad (3\text{-}12)$$

Assim a adição e remoção do prefixo cíclico, por meio de matrizes pré definidas, não altera as estatísticas do vetor ruído.

O termo **Circ**(**h**) representa uma matriz circulante de dimensão MxM cuja primeira coluna dada pelo vetor h = $[h_0 \ldots h_{L-1}\ 0_1 \ldots 0_{M-L}]^T$

$$\mathbf{Circ(h)} = \begin{bmatrix} h_o & 0 & & 0 & h_{L-1} & \cdots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{L-2} & & \ddots & \ddots & & \ddots & h_{L-1} \\ h_{L-1} & \ddots & & \ddots & \ddots & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix}_{MxM} \quad (3\text{-}13)$$

Assim o uso do intervalo de guarda com extensão cíclica permite tratar a operação de convolução linear entre a resposta ao impulso do canal e o sinal de transmissão CP-OFDM como uma convolução circular [1],[19].

Após a demodulação com a matriz DFT representada por $\mathbf{W_M}$, o sinal recebido no domínio da freqüência é dado por [1]:

$$\mathbf{x_{cp}}(n)= \mathbf{W_M}\, \mathbf{Circ(h)}\, \mathbf{W_M}^H \mathbf{d}(n) + \mathbf{W_M}\, \mathbf{n}(n) \quad (3\text{-}14)$$

$$\mathbf{x_{cp}}(n)=\mathbf{D(q)d}(n) + \mathbf{n}'(n) \quad (3\text{-}15)$$

Em (3-14) a matriz circulante **Circ**(**h**) foi diagonalizada pela pré/pós multiplicação das matrizes IDFT e DFT, pelo fato de que qualquer matriz circulante é diagonalizável pela operação da Transformada Discreta de Fourier [7], [8]. As componentes da matriz diagonal **D**(**q**) resultante são formadas pelas componentes da resposta em freqüência do canal $\mathbf{q} = \sqrt{M}\, \mathbf{W_M}\, \mathbf{h}$.

As estatísticas de um vetor gaussiano branco não se alteram com a aplicação de uma transformação ortogonal ($\mathbf{W_M}$), de modo que em (3-14), $\mathbf{n}'(n)$ representa um vetor gaussiano branco com média nula e matriz covariância $\mathbf{K_{n'}} = \sigma^2\, \mathbf{I}$. Assim os vetores $\mathbf{n}(n)$ **e** $\mathbf{n}'(n)$ são equivalentes.

Para canais seletivos em freqüência invariantes no tempo (pelo menos durante o período de um símbolo OFDM) a matriz circulante **Circ**(**h**) pode ser gerada após a operação DFT no receptor, pois as componentes de **h** são constantes durante o bloco de M subsímbolos que formam um símbolo OFDM. Deste modo a operação de multiplicar o vetor de observação $\mathbf{r}(n)$, dado por (3-11), pela matriz DFT $\mathbf{W_M}$ resulta em uma matriz diagonal **D**(**q**), observado em (3-15), cuja diagonal principal são formadas pelas componentes de $\mathbf{q}$. Deste modo verifica-se através de (3-15) que o i-ésimo subsímbolo de cada bloco fica ponderado por um fator complexo correspondente a resposta em freqüência do canal na i-ésima subportadora. Conseqüentemente o canal multipercurso, no domínio do tempo, é transformado em um conjunto de canais paralelos e estreitos, no domínio da freqüência, cada qual representando as distorções sofridas pelo sinal nas subportadoras do sistema caracterizando assim um cenário de desvanecimento plano [1].

Assim para canais fixos o processo de equalização pós-DFT é simplificado pois cada sub-símbolo necessita de um equalizador de apenas 1 *tap* visando eliminar as distorções multiplicativas provocadas pelo canal na seqüência $\mathbf{x_{cp}}(n)$. Entretanto observa-se que um sub-símbolo $d_i(n)$ pode não ser recuperado na recepção se houver um nulo na resposta de freqüência associado $q(i)$=0 implicando em uma limitação para os sistemas de transmissão CP-OFDM.

Os equalizadores ZF (***Zero Forcing***) e MMSE supõem o conhecimento ideal do canal de propagação no receptor e são representados pelas matrizes $\mathbf{G_{zf}^{cp}}$ e $\mathbf{G_{mmse}^{cp}}$ de dimensões MxM. Considerando que subsímbolos CP-OFDM possuem energia unitária, pertencentes a uma constelação AM-PM balanceada e que o vetor de ruído $\mathbf{n}(n)$ possui matriz covariância $\mathbf{K_n} = \sigma^2\,\mathbf{I}$ as matrizes são dadas por:

$$\mathbf{G_{zf}^{cp}} = \mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} \tag{3-16}$$

$$\mathbf{G_{mmse}^{cp}} = \mathbf{D}(\mathbf{q})^{H}\left[\mathbf{D}(\mathbf{q})\mathbf{D}(\mathbf{q})^{H} + \sigma^2\mathbf{I}\right]^{-1} \tag{3-17}$$

As matrizes de equalização apresentadas em (3-16) e (3-17) multiplicam as observações em (3-15) antes da detecção de sinais, implementada com receptor de mínima distância.

No Capítulo 4, esses equalizadores são usados como figura de mérito para avaliação do desempenho da estimativa Pós-DFT e Pré-DFT do canal de propagação.

3.2
Transmissão e recepção de sinais ZP-OFDM

No instante n, o sinal de transmissão ZP-OFDM $\mathbf{s}_{\mathbf{zp}}(n)$ é obtido ao se adicionar um intervalo de guarda, composto por uma seqüência de G zeros [1],[19], ao sinal de transmissão original $\mathbf{s}(n) = \mathbf{W}_{\mathbf{M}}^{H}\ \mathbf{d}(n)$ de dimensão Mx1. Assim o número de amostras transmitidas por símbolo OFDM é igual a $P = M + G$.

A figura 3.7 ilustra o processo discreto de geração do sinal de um símbolo de transmissão ZP-OFDM [1], [19] onde supôs-se $n = 0$, sendo este índice suprimido temporariamente por conveniência de notação:

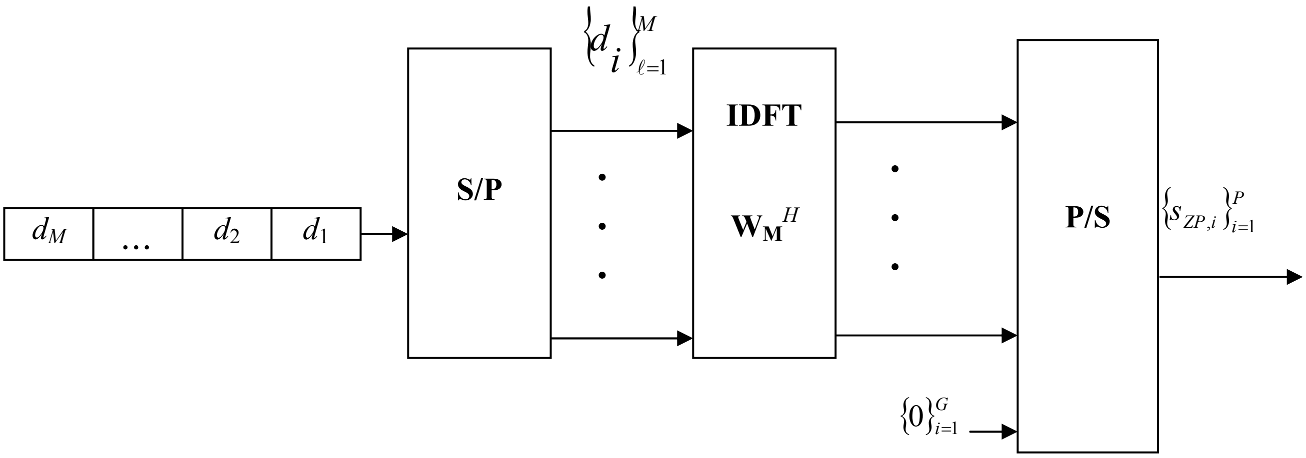

Figura 3.7 – Sinal de transmissão ZP-OFDM

O sinal de transmissão $s_{\mathrm{zp}}(n)$ de dimensão Px1 é dado por :

$$\mathbf{s}_{\mathbf{zp}}(n) = \mathbf{M}_{\mathbf{zp}}\ \mathbf{d}(n) \tag{3-18}$$

onde:

$\mathbf{M}_{\mathbf{zp}}=\begin{bmatrix}\mathbf{W}_{\mathbf{M}}^{H}\\ 0\end{bmatrix}$, combina a operação de IDFT(modulação de múltiplas portadoras) e a técnica de inserção de zeros (*zero padding*) .

Assim como na seção anterior considerando-se o vetor $\mathbf{h_L} = [h_o\, h_1 \,.\,.\,.\, h_{L-1}]^T$ a resposta impulsional do canal de comprimento L e sendo $\mathbf{n_{zp}}\,(n)$ o vetor de ruído na recepção, o modelo discreto de recepção de um símbolo ZP-OFDM, para o instante $n = 0$, é representado na figura 3.8:

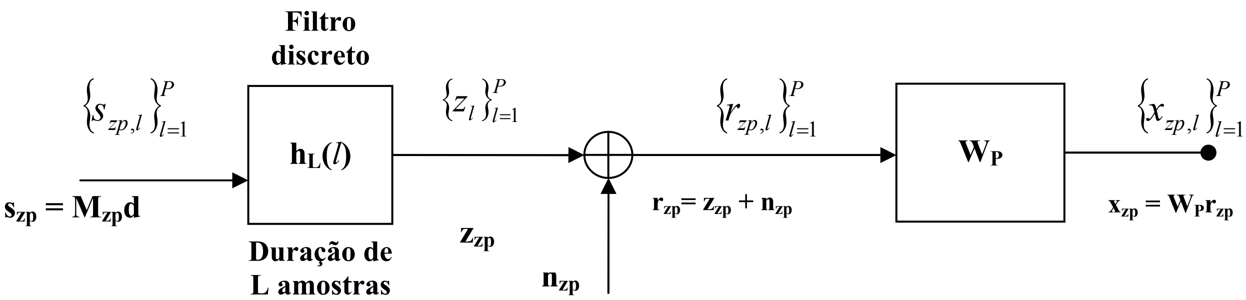

Figura 3.8 – Sinal de recepção ZP-OFDM

Assim como no sinal CP-ODFM, considera-se que há superposição entre os símbolos ZP-OFDM recebidos, e a n-ésima observação do sistema ZP-OFDM, de dimensão Px1, pode ser expressa como [1]:

$$\mathbf{r_{zp}}(n) = \mathbf{HM_{zp}d}(n) + \mathbf{H_{ibi}M_{zp}d}(n-1) + \mathbf{n_{zp}}(n) \qquad (3\text{-}19)$$

Uma característica da técnica ZP-OFDM está no fato de, dado a condição de $G \geq L-1$, a matriz de zeros de dimensão GxM contida na parte inferior de $\mathbf{M_{zp}}$**,** definida em (3-18)**,** elimina a interferência entre símbolos ZP-OFDM no vetor de observação $\mathbf{r_{zp}}(n)$, uma vez que:

$$\mathbf{H_{ibi}M_{zp}} = 0 \qquad (3\text{-}20)$$

Deste modo (3-19) se torna:

$$\mathbf{r_{zp}}(n) = \mathbf{HM_{zp}d}(n) + \mathbf{n_{zp}}(n) \qquad (3\text{-}21)$$

Assim o sistema ZP-OFDM possui máximo ganho de diversidade, vindo a recuperar a perda presente nos sistemas CP-OFDM. Isto vem do fato do sistema ZP-OFDM ser capaz de remover as interferências entre símbolos OFDM mantendo a operação de convolução linear entre o canal de propagação e seqüência de símbolos transmitidos. No CP-OFDM, o uso do intervalo de guarda com extensão cíclica permite tratar a convolução linear entre a resposta impulsional do canal e o sinal transmitido como uma operação de convolução circular.

Como foi visto na seção anterior o uso do intervalo de guarda com extensão cíclica no CP-OFDM permite tratar o canal multipercurso como um conjunto de canais paralelos estreitos representando as distorções sofridas pelo sinal nas subportadoras do sistema. Esta propriedade do sistema CP-OFDM pode ser observada também em sistemas ZP-OFDM. Visto que o uso do intervalo de guarda preenchido por zeros permite eliminar a contribuição das G últimas colunas da matriz de convolução discreta para o canal $\mathbf{H}$, do cálculo da interferência entre símbolos OFDM observada na detecção de símbolos ZP-OFDM. Assim a aplicação da matriz $\mathbf{H}$ em (3-21) é equivalente a operação de convolução circular entre a resposta impulsional do canal e o sinal ZP-OFDM transmitido, $\mathbf{s}_{\mathbf{zp}}$.

Assim a matriz $\mathbf{H}$ pode ser diagonalizada por meio da operação de DFT de P pontos. Esta operação é feita a partir da matriz de DFT $\mathbf{W}_\mathbf{P}$ de dimensão PxP. Este processamento das observações $\mathbf{r}_{\mathbf{zp}}(n)$ feito no receptor é ilustrado na figura 3.2.2.

Assim aplicando a DFT de P pontos em (3-21) tem-se:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{zp}}(n) = \mathbf{W}_\mathbf{P}\mathbf{H}\mathbf{M}_{\mathbf{zp}}\mathbf{d}(n) + \mathbf{W}_\mathbf{P}\,\mathbf{n}_{\mathbf{zp}}(n) = \mathbf{W}_\mathbf{P}\mathbf{H}\,\mathbf{W}_\mathbf{P}^{H}\,\mathbf{W}_\mathbf{P}\,\mathbf{M}_{\mathbf{zp}}\mathbf{d}(n)$$
$$= \mathbf{D}(\mathbf{q})\mathbf{V}\mathbf{d}(n) + \mathbf{n}(n) \qquad (3\text{-}22)$$

onde $\mathbf{q} = \sqrt{P}\,\mathbf{W}_\mathbf{P}\,\mathbf{h}$ cuja componentes são a resposta em freqüência do canal para cada uma das P subportadoras, $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ é uma matriz diagonal de dimensão PxP, cuja diagonal é formada pelos elementos de $\mathbf{q}$ e $\mathbf{V}$ é uma matriz estruturada, de dimensão PxM, obtida através do produto matricial $\mathbf{W}_\mathbf{P}\,\mathbf{M}_{\mathbf{zp}}$.

Através de (3-20) verifica-se, que o l-ésimo subsímbolo fica ponderado por uma fator complexo que é o resultado do produto da l-ésima componente de $\mathbf{q}$ e a l-ésima linha da matriz $\mathbf{V}$. Assim no sistema ZP-OFDM os subsímbolos não são zerados diretamente pela resposta em freqüência do canal, diferentemente do sistema CP-OFDM. Portanto os subsímbolos que se situam em subportadoras cuja resposta de freqüência do canal são nulos podem ser recuperados.

Para sistemas ZP-OFDM, equalizadores ZF e MMSE também são usados como figura de mérito para avaliação do desempenho da estimativa Pós-DFT e Pré-DFT do canal de propagaçã apresentado no Capítulo 4. Os equalizadores ZF e MMSE supõem o conhecimento ideal do canal de propagação no receptor e são representados pelas matrizes $\mathbf{G}_{\mathbf{zf}}^{\mathbf{zp}}$ e $\mathbf{G}_{\mathbf{mmse}}^{\mathbf{zp}}$ de dimensões PxP. Considerando que subsímbolos CP-OFDM possuem energia unitária, pertencentes a uma constelação AM-PM balanceada e que o vetor de ruído $\mathbf{n}(n)$ possui matriz covariância $\mathbf{K_n} = \sigma^2\ \mathbf{I}$ as matrizes são dadas por:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{zf}}^{\mathbf{zp}} = (\mathbf{D}(\mathbf{q})\mathbf{V})^{\dagger} \tag{3-23}$$

$$\mathbf{G}_{\mathbf{mmse}}^{\mathbf{zp}} = \mathbf{V}^{H}\mathbf{D}(\mathbf{q})^{H}\left[\mathbf{D}(\mathbf{q})\mathbf{V}\mathbf{V}^{H}\mathbf{D}(\mathbf{q})^{H} + \sigma^{2}\mathbf{I}\right]^{-1} \tag{3-24}$$

onde a operação $(.)^{\dagger}$ indica a matriz pseudoinversa.

As matrizes de equalização apresentadas em (3-23) e (3-24) multiplicam as observações em (3-22) antes da detecção de sinais, implementada com receptor de mínima distância.

É importante ressaltar que as equalizadores apresentadas em (3-23) e (3-24) são de mínima norma. O equalizador dado por (3-23) requer a computação da pseudoinversa de $\mathbf{D}(\mathbf{q})\mathbf{V}$**,** de dimensão PxM, que de maneira geral requer uma complexidade computacional considerável. Isto motiva o desenvolvimento de esquemas de equalização de baixa complexidade, porém sub-ótimos, para receptores ZP-OFDM.

Um esquema subótimo para o equalizador ZF apresentado em (3-23) é dado por:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{zf}}^{\mathbf{zp}} = \mathbf{V}^{\dagger}\, \mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} \tag{3-25}$$

Como $\mathbf{V} = \mathbf{W_P}\,\mathbf{M_{zp}}$ temos que:

$$\mathbf{V}^{\dagger} = [\mathbf{M_{zp}}^{H}\mathbf{W_P}^{H}\mathbf{W_P}\mathbf{M_{zp}}]^{-1}\mathbf{M_{zp}}^{H}\mathbf{W_P}^{H} = \mathbf{M_{zp}}^{H}\mathbf{W_P}^{H} = \mathbf{V}^{H} \tag{3-26}$$

Assim (3-25) se torna:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{zf}}^{\mathbf{zp}} = \mathbf{V}^{\boldsymbol{H}}\, \mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} \tag{3-27}$$

Como a matriz **V** não é dependente do canal sua pseudoinversa $\mathbf{V}^{\dagger}$**,** que conforme (3-24) é igual a $\mathbf{V}^{H}$, pode ser pré computada, assim do ponto de vista operacional, é necessário somente inverter a matriz diagonal **D(q)**, supondo o conhecimento ideal do canal. Este esquema reduz bastante a complexidade do equalizador porém não é de de norma mínima pois, em geral, $\mathbf{V}^{\dagger}\mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} \neq (\mathbf{D}(\mathbf{q})\mathbf{V})^{\dagger}$ [1]. Outra penalidade existente é na detecção de subsímbolos localizados nas subportadoras cujas freqüências correspondem a nulos da resposta de freqüência do canal, devido a amplificação do ruído [1].

3.3 Modelagem dos Canais de Propagação

Um canal de radiopropagação móvel pode ser caracterizado através de três fenômenos principais: atenuações com a distância, dadas pelos modelos de predição de atenuação, desvanecimentos em larga escala, resultantes do efeito de sombreamento (prédios e morros obstruindo a passagem do sinal) e desvanecimentos em pequena escala associados ao efeito multipercurso. Os dois primeiros fenômenos, atenuação com a distância e efeito sombreamento, podem ser tratados conjuntamente e vistos como uma variação no nível médio do sinal. Já o desvanecimento em pequena escala devido ao multipercurso pode ser entendido como sendo variações rápidas da amplitude do sinal com o tempo sobre o nível médio anterior. A Figura 3.9 ilustra um sinal típico de um ambiente móvel considerando os três efeitos mencionados.

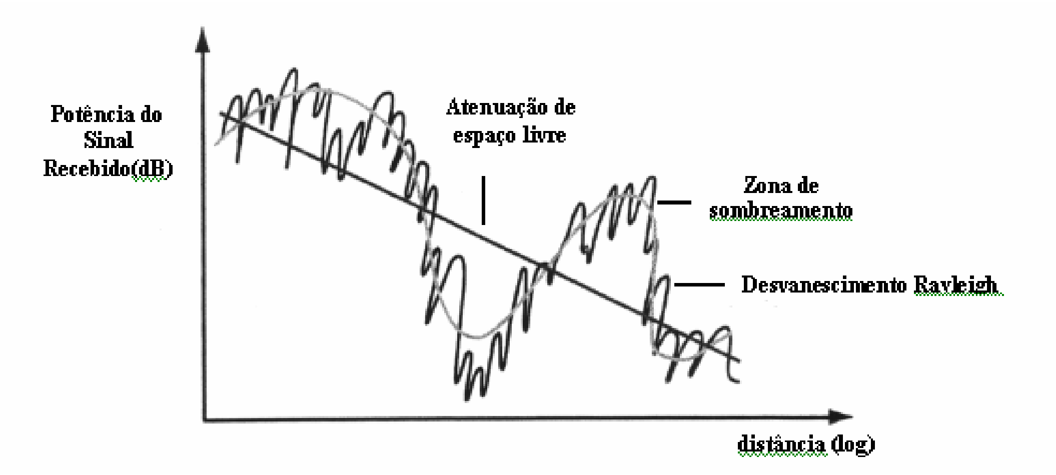

Figura 3.9 – Envoltória de um sinal em um ambiente rádio móvel

3.3.1
Desvanecimento Multipercurso

O desvanecimento multipercurso se caracteriza por rápidas flutuações sofridas na amplitude da envoltória de um sinal num canal rádio móvel, durante um curto intervalo de tempo. Esse tipo de desvanecimento é causado pelo tão conhecido fenômeno do multipercurso [14]. A Figura 3.10 ilustra o fenômeno do multipercurso.

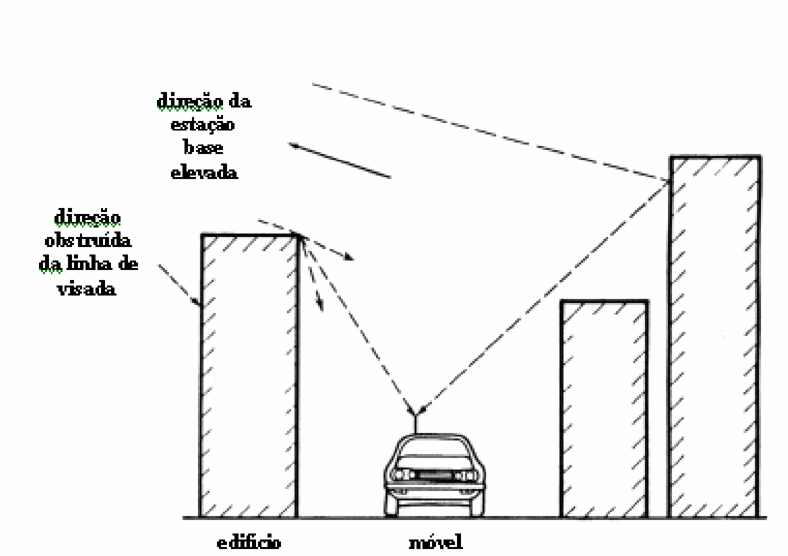

Figura 3.10 – Fenômeno do Multipercurso

Em um ambiente rádio móvel urbano típico (que são aqueles de maior interesse), as antenas dos receptores móveis ficam bem abaixo do nível dos prédios de tal forma que não existe linha de visada direta entre transmissor (antena rádio base) e receptor (móvel). Os principais mecanismos de propagação pelos quais as ondas de rádio alcançam a antena receptora são as reflexões nas superfícies dos prédios e as difrações nos contornos dos mesmos, como está ilustrado na Figura 3.8.

Em uma típica situação de multipercurso várias ondas de rádio alcançam a antena do receptor através dos mais diversos caminhos e direções, e portanto, chegam com os mais diversos atrasos. Essas ondas se combinam fasorialmente na antena do receptor interferindo umas com as outras ora de forma construtiva ora de forma destrutiva, tendo como resultado uma onda cuja amplitude e fase podem variar enormemente. A Figura 3.11 ilustra um sinal com as rápidas variações na envoltória devido ao multipercurso. Este sinal está normalizado com relação às atenuações em grande escala, de tal forma que o nível médio pode ser considerado constante, o que permite o enfoque apenas no desvanecimento em pequena escala.

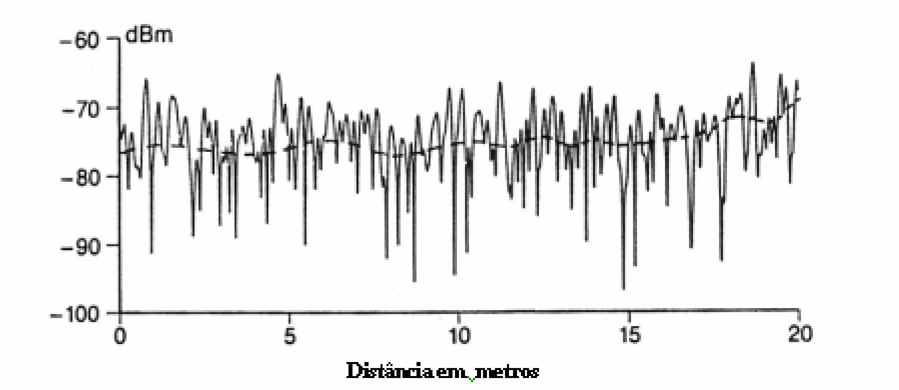

Figura 3.11 – Envoltória do sinal recebido em um ambiente rádio móvel

Se considerarmos o movimento relativo entre transmissor e receptor, cada componente do sinal que chega à antena do receptor experimenta um desvio de freqüência, de tal forma que o espectro de freqüência do sinal recebido sofre um espalhamento. Esse fenômeno pode ser visto como uma manifestação no domínio da freqüência do desvanecimento na envoltória do sinal recebido no domínio do tempo.

Suponha que o móvel esteja se movendo a uma velocidade constante *v* e que uma das ondas componentes do multipercurso chegue até a antena do móvel, fazendo um ângulo de θ graus com a direção do movimento. Essa componente então irá sofrer um desvio de frequência dado por:

$$f = \frac{v}{\lambda}\cos\theta \tag{3-28}$$

onde λ é o comprimento de onda da portadora .

O máximo desvio Doppler irá então acontecer para as componentes do sinal que chegarem na mesma direção do movimento do receptor ($\theta = 0°$ e $\theta = 180°$):

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \tag{3-29}$$

3.3.2
Resposta ao Impulso de um Canal Multipercurso

As variações em pequena escala de um sinal rádio móvel podem ser diretamente relacionadas à resposta ao impulso do canal. A resposta ao impulso é uma caracterização do canal em faixa larga, como veremos mais adiante. O canal rádio móvel pode ser modelado como sendo um filtro linear com resposta ao impulso variante no tempo, onde essas variações são devidas ao movimento do receptor [14]. O fato de o canal poder ser modelado como um filtro é conseqüência direta de o sinal resultante no receptor ser dado pela soma de amplitudes e atrasos das várias ondas componentes do multipercurso que chegam, num dado instante de tempo.

Definindo $h_c(t, \tau)$ como a resposta do canal multipercurso, no instante t, a um impulso aplicado no instante $t - \tau$ e $s_i\,(t)$ o sinal transmitido, então o sinal resultante da ação do canal em $s(t)$ é dada por:

$$s_o\,(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t,\tau)s(t-\tau)d\tau \tag{3-30}$$

Sabendo que o sinal recebido em um canal multipercurso consiste numa série de versões atenuadas, atrasadas e defasadas, do sinal original então a resposta impulsiva em banda base de um canal multipercurso pode ser expressa por:

$$h_c(t,\tau) = \sum_{i-0}^{L-1} a_i(t,\tau)\exp\left[j\left(2\pi.f_c.\tau_i(t) + \phi_i(t,\tau)\right)\right]\delta\left(\tau - \tau_i(t)\right) \qquad (3\text{-}31)$$

onde $a_i(t,\tau)$ e $\tau_i(t)$ são respectivamente as amplitudes reais e os atrasos do i-ésima componente do multipercurso no instante t. O termo $2\pi.f_c.\tau_i(t) + \phi_i(t,\tau)$ representa o deslocamento de fase devido à propagação no espaço livre do i-ésima componente. A Figura 3.12 ilustra um exemplo de uma possível resposta ao impulso de um canal multipercurso.

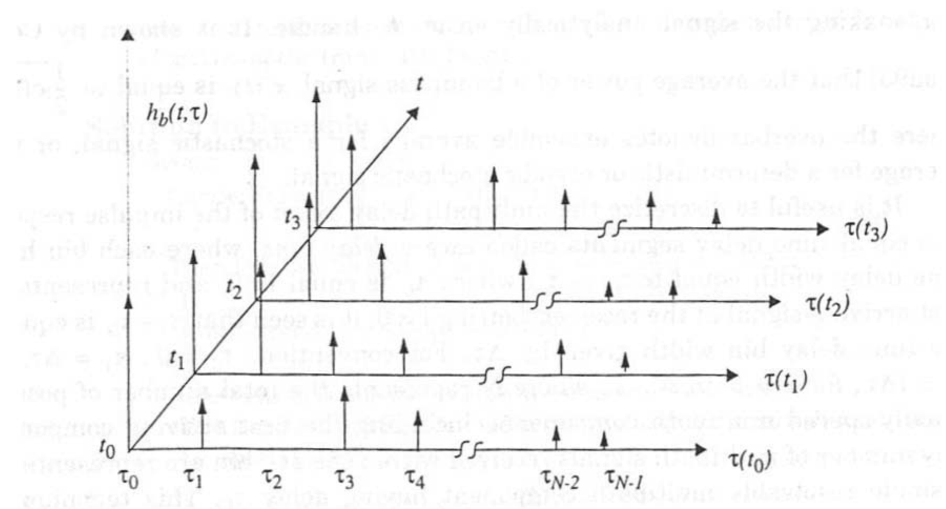

Figura 3.12 – Exemplo de resposta ao impulso de um canal multipercurso

Pode-se simplificar (3-31) considerando que os atrasos $\tau_i(t)$ são invariantes no tempo:

$$h_c(t,\tau) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i(t)\delta(\tau - \tau_i) \qquad (3\text{-}32)$$

onde $h_i(t) = a_i(t)\exp\left[j\left(2\pi.f_c.\tau_i + \phi_i(t)\right)\right]$

Se assumirmos que a resposta impulsiva do canal é invariante no tempo, ou pelo menos estacionária no sentido amplo em um curto intervalo de tempo, então a resposta ao impulso do canal pode ser simplificada para:

$$h_c(\tau) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i \delta(\tau - \tau_i) \qquad (3\text{-}33)$$

Na Figura 3.13 temos um possível exemplo da resposta impulsiva invariante no tempo, dada pela expressão (3-33):

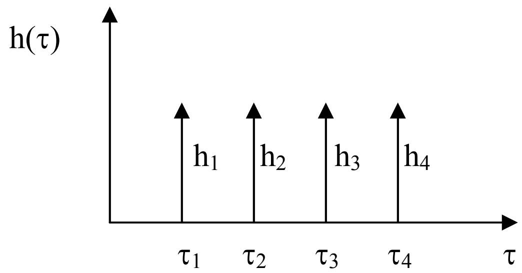

Figura 3.13 – Exemplo de resposta ao impulso de um canal multipercurso estacionário

A medição ou predição de $h_c(t)$ é feita utilizando-se um pulso de teste $p(t)$ que aproxime a função impulso no transmissor, isto é $p(t) \cong \delta(t-\tau)$. Este processo de obtenção de uma aproximação para a resposta ao impulso do canal é chamado de sondagem do canal, enquanto que a resposta obtida é denominada perfil de potência do retardo. A Figura 3.14 mostra um exemplo de um perfil de potência do retardo, $P(\tau)$, obtida para um dado canal.

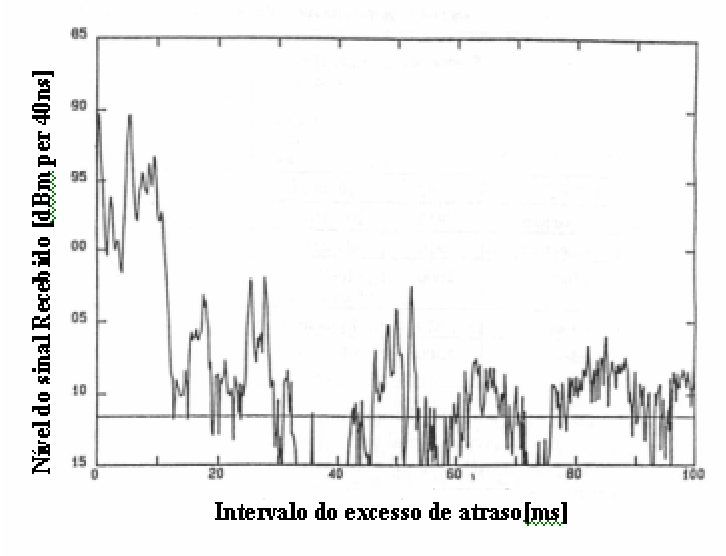

Figura 3.14 – Perfil de potência do retardo

A partir do perfil de potência do retardo podemos definir um conjunto de parâmetros que servem para caracterizar o canal rádio móvel. Os principais parâmetros são os parâmetros de dispersão no tempo, a saber, o retardo médio e o espalhamento de retardo do canal (*delay spread*) e a banda de coerência do canal (B_{coer}).

O retardo médio é definido como o primeiro momento do perfil de potência do retardo:

$$\overline{\tau} = E(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tau P(\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(\tau) d\tau} \tag{3-34}$$

O espalhamento de retardo do canal é definido como a raiz quadrada do segundo momento central (variância) do perfil de potência do retardo:

$$\tau_{rms} = \sqrt{E(\tau - \overline{\tau})^2} = \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \overline{\tau})^2 P(\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(\tau) d\tau} \right]^{1/2} \tag{3-35}$$

A banda de coerência B_{coer} do canal é apenas uma definição baseada no espalhamento de retardos. A banda de coerência é uma medida estatística da faixa de freqüências na qual o canal pode ser considerado “plano”, isto é, com aproximadamente ganho constante e fase linear. Em outras palavras, a banda de coerência representa a faixa de freqüência do canal na qual duas componentes de freqüência tem uma grande probabilidade de terem suas amplitudes correlatadas [14]. A definição da intensidade dessa correlação é apenas um critério a ser escolhido. Por exemplo, para correlações maiores que 0.9 (90%) a banda de coerência pode ser expressa aproximadamente por [14]:

$$B_{coer} = \frac{1}{50\tau_{rms}} \tag{3-36}$$

onde τ_{rms} é dado em (3-35)

O tipo de desvanecimento sofrido por um sinal ao atravessar um canal rádio móvel depende da relação entre natureza do próprio sinal transmitido e as características do canal [14]. Dependendo da relação entre os parâmetros do sinal tais como, largura de banda, intervalo de símbolo, etc., e os parâmetros de caracterização do canal tais como, espalhamento de retardos e espalhamento *Doppler*, diferentes tipos de sinais sofrem diferentes tipos de desvanecimento.

O canal de radiopropagação móvel pode ser caracterizado por dois fenômenos independentes, cuja manifestação depende da natureza do sinal a ser transmitido (faixa estreita ou faixa larga). O espalhamento de retardos do canal ocasiona dispersão no tempo e seletividade na freqüência, enquanto que o espalhamento *Doppler* causa dispersão na freqüência e seletividade no tempo.

3.3.3
Tipos de Desvanescimento Multipercurso

Desvanescimento Plano:

Se o canal possui ganho constante e resposta em fase linear em uma faixa de freqüências maior do que a largura de banda do sinal a ser transmitido, então este sinal ao atravessar o canal sofre o que chamamos de desvanecimento plano [14]. Colocando de outra forma, o desvanecimento plano ocorre se a largura de banda do sinal B_s for menor do que a banda de coerência B_{coer} do canal ou, de forma equivalente, se o espalhamento de retardo do canal for desprezível se comparado ao intervalo do símbolo T_s. As condições para o desvanecimento plano são, portanto:

$$B_S << B_{coer} \tag{3-37a}$$

ou

$$T_S >> \sigma_\tau \tag{3-37b}$$

Nesse caso, o sinal recebido em faixa estreita pode ser expresso da seguinte forma:

$$r(t) = I(t)\cos\omega_C t - Q(t)\operatorname{sen}\omega_C t \tag{3-38}$$

$$r(t) = A\cos(\omega_C t + \theta) \tag{3-39}$$

onde $I(t)$ e $Q(t)$, as componentes em fase e quadratura do sinal recebido podem ser representados como variáveis aleatórias gaussianas de média zero e variância σ, A é a envoltória do sinal recebido é dada por $A = \sqrt{I(t)^2 + Q(t)^2}$ e a fase θ do sinal recebido é dada por $\theta = tg^{-1}\dfrac{Q(t)}{I(t)}$:

Pode-se mostrar que neste caso A e θ são variáveis aleatórias com distribuição *Rayleigh* de parâmetro σ e distribuição uniforme em [0, 2π], onde a distribuição *Rayleigh* é dada por:

$$p_r(A) = \frac{A}{\sigma^2}\exp(-\frac{A^2}{2\sigma^2}) \qquad R \geq 0 \qquad (3\text{-}40)$$

No caso de desvanecimento plano (transmissão em faixa estreita), toda a estatística de retardos descrita na seção anterior passa a ser desprezível já que $T_S >> \sigma_\tau$ e a resposta impulsiva do canal é ilustrada na Figura 3.15.

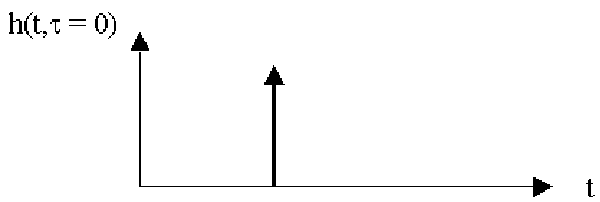

Fig. 3.15 – Resposta impulsiva do canal em faixa estreita

Portanto, apenas o fenômeno de dispersão na freqüência / seletividade no tempo devido ao efeito *Doppler* se manifesta no caso de transmissão em faixa estreita. O que temos na realidade é o espalhamento *Doppler* no domínio da freqüência e seu efeito dual no domínio do tempo, o desvanecimento *Rayleigh*.

Um modelo mais vastamente utilizado na literatura para caracterizar o espalhamento Doppler é o modelo de desvanecimento plano de Clarke, descrito por [11], [12], [13], [14].:

$$S(f) = \frac{1.5}{\pi . f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_C}{f_d}\right)^2}} \qquad |f| \leq f_d \qquad (3\text{-}41)$$

onde f_d é o desvio *Doppler* máximo dado em (3-29) e f_c é a frequência da portadora de RF. A Figura 3.16 mostra o espectro *Doppler* em RF do modelo de Clarke.

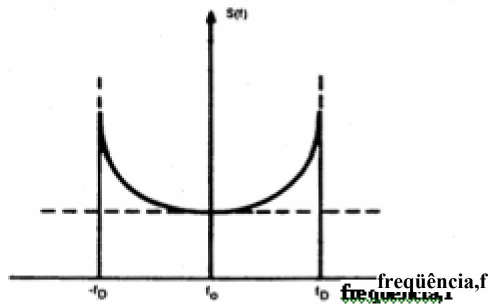

Figura 3.16 – Espectro de Potência Doppler

Desvanescimento Seletivo:

Se o canal possui ganho constante e resposta em fase linear em uma faixa de freqüências menor do que a largura de banda do sinal a ser transmitido, então este sinal ao atravessar o canal irá sofrer o que chamamos de desvanecimento seletivo [14]. Colocando de outra forma, o desvanecimento seletivo ocorre se a largura de banda do sinal for maior do que a banda de coerência do canal ou, de forma equivalente, se o espalhamento de retardo do canal for da mesma ordem de grandeza ou até maior do que o intervalo do símbolo do sinal. Desta forma, as condições para o desvanecimento seletivo são:

$$B_S > B_{coer} \tag{3-42a}$$

ou

$$T_S < \tau_{rms} \tag{3-42b}$$

No caso do desvanecimento seletivo, ou transmissão em faixa larga, ocasiona dispersão no tempo/seletividade na freqüência. Assim, agora são levados em consideração o espalhamento de retardo do canal e as estatísticas de retardo. O canal, no caso do desvanecimento seletivo, é também chamado de canal dispersivo no tempo e sua resposta impulsiva é então dada pela expressão (3-33) e pela Figura (3.13).

3.3.4
Modelagem do Canal de Propagação

Os canais de propagação considerados nesta dissertação são os que provocam desvanecimento seletivo: canal de propagação multipercurso fixo (com seletividade em freqüência e sem efeito *Doppler*) e canal de propagação multipercurso variante no tempo (com seletividade em freqüência e efeito *Doppler*), que são tratados respectivamente como: canal fixo e canal variante.

Como visto anteriormente $r(t)$ representa o sinal OFDM recebido em banda básica e pode ser expresso através de:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_c(t,\tau)s(t-\tau)d\tau + n(t) \tag{3-43}$$

A resposta do canal de propagação ao impulso adotado nesta dissertação foi definido em (3-32) e é reescrito aqui por conveniência:

$$h_c(t,\tau) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i(t)\delta(\tau-\tau_i) \tag{3-44}$$

onde o termo τ_i representa o retardo associado ao i-ésimo percurso, o qual é aproximado como um múltiplo do intervalo de duração de sub-símbolos T_s. A variância de cada ganho, assim como os retardos, são geralmente determinados por meio de medidas de propagação[14].

A seqüência de coeficientes de um canal variante pode ser representada por:

$$h_i(n) = p_i\,\alpha_i(n) \quad i = 0,1,\ldots,L\text{-}1 \tag{3-45}$$

Os termos $\alpha_i(n)$ são variáveis aleatórias complexas gaussianas, obtidas através da filtragem de um ruído gaussiano branco complexo por um filtro $F(f)$, cuja função de transferência é dada por (3-41).

Este processo corresponde a geração de seqüências de variáveis aleatórias de *Rayleigh* correlatadas e com E[$|\alpha_l^2(n)|$] =1.

Para esta dissertação os pesos p_l utilizados para representar o canal são dados por: $p_0 = 0.8677$, $p_1 = 0.4339$, $p_2 = 0.2169$ e $p_3 = 0.1085$.

Para canais variantes, o produto f_dT_s indica a rapidez do desvanecimento atuante no canal e quanto menor for o valor de f_dT_s mais rápida é a variação temporal do canal. A fim de avaliar a rapidez do desvanecimento em cada símbolo OFDM, deve utilizar o produto f_dT_{ofdm} dado por:

$$f_dT_{ofdm} = P\,f_dT_s = (M + G)\,f_dT_s \tag{3-46}$$

onde M é o número de subportadoras do símbolo OFDM e G é o número de amostras considerado para o intervalo de guarda.

Quando não há variações temporais durante o intervalo de duração T_{ofdm} de um símbolo OFDM, tampouco de um número elevado de símbolos OFDM, este canal é classificado como um canal de propagação multipercurso fixo (canal fixo). Se as variações de um canal de propagação ocorrem durante o intervalo de duração dos símbolos OFDM, este é classificado como canal de propagação multipercurso variante no tempo (canal variante). Neste caso, a representação do canal pela matriz de convolução discreta **H**, definida em (3-7), somente é válida quando a variação do canal for suficientemente lenta (f_dT_{ofdm} reduzido e.g. 10^{-5}, 10^{-4}) de modo que não haja variações significativas no canal durante um período T_{ofdm} de um símbolo OFDM. Assim nesta dissertação o canal foi modelado de forma que as variações do canal ocorram somente entre os símbolos OFDM de forma que durante o período T_{ofdm} o canal se mantém fixo. Isto permite que o modelo de representação do canal por matrizes circulantes, descrito nas seções 3.1 e 3.2, possam ser diagonalizadas após a operação de DFT no receptor OFDM, continue válido o que não ocorreria caso o canal variasse durante o período T_{ofdm} pois neste caso o canal não poderia ser representado por uma matriz circulante e por conseqüência não poderia ser diagonalizada após operação DFT, tornando inválido o modelo de transmissão OFDM adotado nesta dissertação. Este modelo de canal variante faz com que o n-ésimo símbolo OFDM tenha uma resposta de freqüência de canal $\mathbf{q}(n)$ permitindo que os equalizadores ZF e MMSE possam ser utilizados como figura de mérito para avaliação do esquema de estimação de canal variante descrito no Capítulo 5. Neste caso supõe-se que o receptor tem conhecimento da resposta de freqüência de canal $\mathbf{q}(n)$ para cada instante n de forma que para o sistema CP-OFDM os equalizadores ZF e MMSE ideais são dados por:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{zf}}^{\mathbf{cp}}(n) = \mathbf{D}\,(\mathbf{q}(n))^{-1} \tag{3-47}$$

$$\mathbf{G}_{\mathbf{mmse}}^{\mathbf{cp}}(n) = \mathbf{D}(\mathbf{q}(n))^{H}\left[\mathbf{D}(\mathbf{q}(n))\mathbf{D}(\mathbf{q}(n))^{H} + \sigma^{2}\mathbf{I}\right]^{-1} \tag{3-48}$$

e para sistemas ZP-OFDM por:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{zf}}^{\mathbf{zp}}(n) = (\mathbf{D}_{\mathbf{P}}(\mathrm{q}(n))\mathbf{V})^{\dagger} \tag{3-49}$$

$$\mathbf{G}_{\mathbf{mmse}}^{\mathbf{zp}}(n) = \mathbf{V}^{H}\mathbf{D}(\mathbf{q}(n))^{H}\left[\mathbf{D}(\mathbf{q}(n))\mathbf{V}\mathbf{V}^{H}\mathbf{D}(\mathbf{q}(n))^{H} + \sigma^{2}\mathbf{I}\right]^{-1} \tag{3-50}$$