

4

Limitante Inferior de Desempenho de Técnicas não Codificadas

O desenvolvimento e implementação de muitos sistemas de marcação d'água digital codificadas exigem, em um primeiro passo, a seleção de uma técnica de modulação não codificada para ser parte de uma arquitetura codificada. Assim, os limitantes de desempenho das técnicas não codificadas são uma importante ferramenta para a otimização de sistemas codificados, objetivando a operação próxima à capacidade do sistema. Este capítulo introduz um novo limitante inferior de desempenho para técnicas binárias de marcação d'água, baseada em uma simples equivalência com sistema de comunicação binário. Ainda, os limitantes inferiores de desempenho das classes de técnicas M-árias, correspondentes às modulações propostas no capítulo 3, também serão determinados, seguindo a mesma metodologia.

4.1

Limitante Inferior da Modulação Binária

4.1.1

Limitante Inferior de Desempenho para a Marcação D'Água Binária Não Codificada

Como vimos na Seção 2.2, a Figura 4.1 representa o modelo supercanal de um sistema de comunicação equivalente a um sistema de marcação d'água digital, onde é definido $\mathbf{e}(\mathbf{x}, b) \triangleq \mathbf{s}(\mathbf{x}, b) - \mathbf{x}$.

Foi visto também que a importância deste modelo equivalente reside na possibilidade de permitir o emprego do resultado alcançado por Costa em seu artigo *Writing on Dirty Paper* [7]. Neste artigo, ficou demonstrado que, sob algumas condições, a capacidade do “super-canal” ilustrado na Fig. 4.1, surpreendentemente, é independente da interferência (estado) \mathbf{x} , ainda

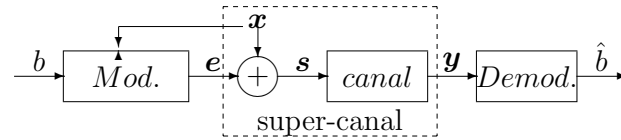


Figura 4.1: Modelo super-canal equivalente.

que o mesmo não seja do conhecimento do demodulador. Provou-se que esta capacidade é dada por

$$C = \frac{1}{2} \log_2(1 + WNR) \text{ bits/amostra}, \quad (4-1)$$

a mesma capacidade de um canal sem interferência.

O entendimento do resultado acima, naturalmente permite-nos conjecturar que o melhor desempenho de um sistema de marcação d'água digital não codificado, será aquele correspondente ao sistema sem a presença da interferência. Neste sentido, para fins de análise de desempenho, a técnica ideal de marcação pode ser tomada como equivalente a um sistema de comunicação binário [12] corrompido apenas pelo ruído gaussiano do canal (ataque). Assim, o desempenho da técnica ideal, correspondendo ao limitante inferior de desempenho, é aquele correspondente a um sistema de comunicação com constelação antipodal, como a da modulação BPSK, e é expresso por

$$p_e = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{E_b/N_o}) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{WNR_N/2}). \quad (4-2)$$

A conjectura em (4-2) representa portanto a proposta do limitante inferior de desempenho da marcação d'água binária não codificada, considerando o ataque como o ruído gaussiano aditivo. A consistência desta proposta¹ é validada na próxima seção por meio de análise e comparação com os desempenhos de técnicas existentes de marcação d'água binária.

¹O seguinte desenvolvimento (apontado pelo Prof. R. Sampaio-Neto) que prova analiticamente a validade da conjectura. Sendo $f(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x}, 1) - \mathbf{x} = -s(\mathbf{x}, 0) + \mathbf{x}$,

$$P(e|\mathbf{x}) \geq Q\left(\sqrt{\frac{\|f(\mathbf{x})\|^2}{\sigma^2}}\right) \text{ e } P(e) = E\{P(e|\mathbf{x})\} \geq E\left\{Q\left(\sqrt{\frac{\|f(\mathbf{x})\|^2}{\sigma^2}}\right)\right\}.$$

Usando a desigualdade de Jensen chega-se, finalmente, a $P(e) \geq Q\left(\sqrt{\frac{E\{\|f(\mathbf{x})\|^2\}}{\sigma^2}}\right)$.

4.1.2

Confrontação com o Desempenhos de Técnicas Binárias Existentes

A Tabela 4.1 relaciona os desempenhos de diversas técnicas de marcação d'água binária não codificadas. As técnicas de espalhamento espectral (*SS*) e sua correspondente otimização (ISS) foram apresentadas no Capítulo 3. Também foram consideradas nesta tabela as técnicas derivadas da modulação indexada por quantização (*QIM*) [4]: A ‘*Spread-Transform Dither Modulation*’ (*STDM*) e a ‘*Low Bit Modulation*’ (*LBM*). A técnica de projeção quantiza (*QP*) [10] combina elementos dos métodos *SS* and *QIM*.

Tabela 4.1: Desempenho de técnicas de marcação d'água digital

Technique	p_e
limitante inferior	$\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{WNR_N/2}\right)$
<i>SS</i>	$\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{WNR_N/2(1+DNR)}\right)$
<i>ISS</i> linear	$\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{WNR_N - DNR}/2\right)$
<i>STDM</i>	$\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{8}WNR_N}\right)$
<i>LBM</i>	$\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{14}WNR_N}\right)$
<i>QP</i>	$\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{WNR_N/2(1+DWR/N)}\right)$

As curvas de desempenho ($\log(p_e) \times WNR_N(\text{dB})$) das técnicas relacionadas na Tabela 4.1 estão plotadas na Figura 4.2, incluindo o limitante inferior proposto.

Conforme esperado, da Figura 4.2, verifica-se que os desempenhos das técnicas consideradas são inferiores ao limitante proposto. Pode-se avaliar a eficiência de cada técnica, examinando a distância assintótica $\Delta WNR_N(\text{dB})$ da correspondente curva de desempenho à curva do limitante inferior. A Tabela 4.2 resume esta avaliação para cada técnica.

Verificando a Tabela 4.2 pode-se observar analiticamente a forte interferência do hospedeiro na técnica *SS*, enquanto que nas técnicas *ISS* e *QP*, esta interferência é significativamente reduzida, sendo arbitrariamente (assintoticamente) eliminada. Entretanto, para as técnicas *STDM* e *LBM*

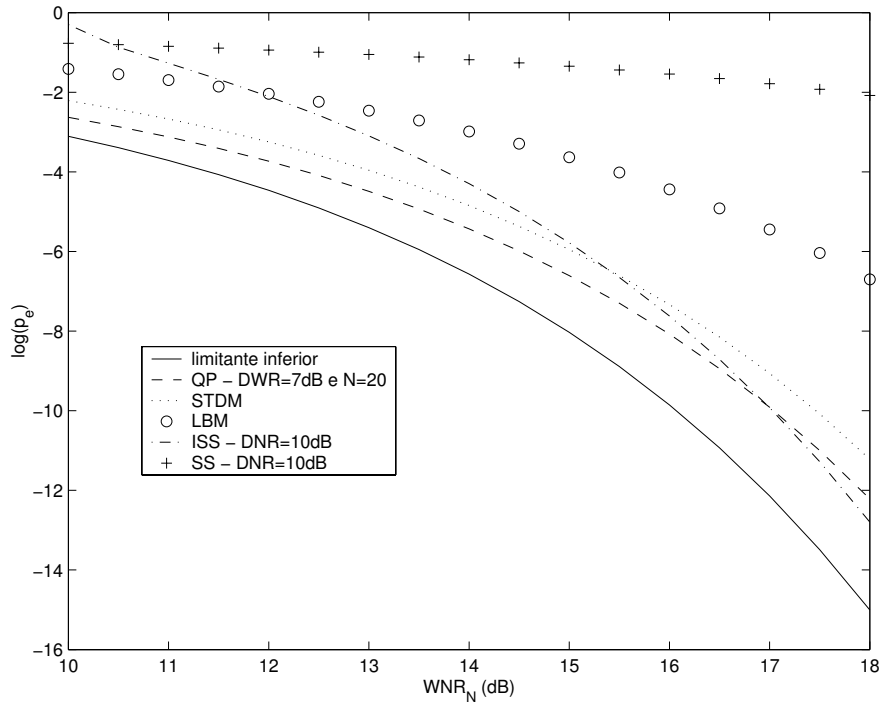


Figura 4.2: Desempenho de técnicas de marcação binária não codificada e o limitante inferior.

uma distância mínima (“gap”) ao limitante inferior é sempre observada.

O “gap” de 1.25 dB entre o desempenho da técnica *STDM* e o proposto limitante inferior, mostrado na tabela, também é o mesmo “gap” reportado em [4] quando analisando a melhor vantagem da classe de técnicas tipo *SS* binária em relação à técnica *STDM*. Entretanto, em [4], a referida análise é restrita a comparação somente com o *STDM*, e para o limite quando $p_e \rightarrow 0$. A proposta do limitante inferior vai além quando permite avaliar aquela vantagem (distância) em relação a outras técnicas, e também em toda excursão de p_e . Ainda, em [9] o desempenho da técnica *ISS* foi avaliado, em toda excursão de p_e , considerando como referência ótima de desempenho a distância determinada em [4] de 1.25 dB (do desempenho da técnica *STDM*). Quando comparado ao proposto limitante inferior de desempenho, esta consideração de desempenho ótimo introduz uma discrepância superior a 0.5 dB para excursão de p_e em valores médios, aumentando para valores maiores de p_e .

É importante observar a possibilidade de melhorar o desempenho de técnicas de marcação d’água utilizando métodos de compensação de distorção (*DC*), e que o limitante inferior aqui proposto também aplica-se

Tabela 4.2: Distância do desempenho de cada técnica ao limitante inferior

Técnica	$\Delta WNR_N(dB)$	Condições
<i>SS</i>	$10 \log(1 + DNR)$	$\forall p_e$
<i>ISS</i>	0	$WNR_N \gg DNR$ e $\forall p_e$
<i>STDM</i>	1.25	$p_e \rightarrow 0$
<i>LBM</i>	3.68	$p_e \rightarrow 0$
<i>QP</i>	0	$N \gg DWR$ e $\forall p_e$

quando este método é empregado. Em [11] este método é incorporado à técnica *STDM* (*DC-STDM*) resultando na melhoria de 1 *dB* em relação a técnica *STDM* original, em $p_e = 10^{-6}$. Assim, o desempenho da técnica *DC-STDM* aproxima-se do limitante inferior, reduzindo a distância mínima ao mesmo para próximo de 0.5 *dB*. Ainda, conforme observado em [6] é interessante notar que a técnica *DC-STDM* pode ser entendida como uma implementação particular do esquema Costa escalar (*SCS*).

Assim, entendemos que a presente proposta do limitante inferior de desempenho de técnicas de marcação binária não codificada é consistente com resultados anteriores registrados na literatura especializada, e corresponde a uma referência mais geral e precisa para avaliação de técnicas de marcação d'água binária não codificadas.

4.1.3 Metodologia de Projeto

A compreensão dos conceitos discutidos e introduzidos até aqui, permite-nos segmentar o projeto de um sistema de marcação em duas etapas:

- 1) *Ganho de Modulação*: Objetiva a aproximação de operação não codificada, tão próximo quanto possível, ao limitante inferior de marcação d'água não codificada. Nesta etapa busca-se adaptar, na transmissão, a marca ao conhecido sinal hospedeiro de forma a eliminar sua interferência no processo de estimação. Por exemplo, na Figura 4.2 podemos constatar o enorme ganho de modulação que a técnica *ISS* proporcionou em relação a técnica *SS*. Podemos também referir a esta etapa como *dirty paper coding*.

- 2) *Ganho de Codificação*: Objetiva a utilização de códigos corretores de erro a fim de promover a operação próxima a capacidade do sistema (canal), resultando em um novo ganho em WNR_N (ou em E_b/N_0), já bem conhecido à teoria da informação e das comunicações (vide Apêndice A).

Vejamos a seguir o significado, na prática, do ganho de codificação para os sistemas de marcação d'água digital. A capacidade do canal é derivada da fórmula de Shannon e, para uma dada taxa R do código, é diretamente obtida da seguinte desigualdade [17]:

$$E_b/N_0 > (2^{2R} - 1)/2R \quad (4-3)$$

Assim, o ganho máximo de codificação é obtido para $R \rightarrow 0$ em $WNR_N = 1.4 \text{ dB}$ (observar que de (2-5) temos $WNR_N(\text{dB}) = E_b/N_0(\text{dB}) + 3 \text{ dB}$). Já com o emprego de um código com taxa $R = 1/2$, o maior ganho de codificação é obtido para operação com $WNR_N = 3 \text{ dB}$.

Como referência, é interessante verificarmos os limites de operação para $p_e < 10^{-5}$. Neste caso, para a marcação não codificada, utilizando (??), obtem-se que $WNR_N^{\text{limitante}}(\text{dB}) > 12,5 \text{ dB}$. Assim, da Tabela 2.1, temos

$$N^{\text{limitante}}(D_b/\sigma_n^2) > 17,8 \text{ amostras}, \quad (4-4)$$

indicando que, para $WNR = 1$, deve-se utilizar no mínimo 18 amostras do sinal hospedeiro para cada bit de informação da marca d'água.

Considerando agora a utilização de um código turbo, com $R = 1/2$, é possível obter para a modulação binária um ganho aproximado de 8.8 dB , em E_b/N_0 (ou WNR_N), conforme apresentado em [13], deslocando a operação para $WNR_N = 3.7 \text{ dB}$, estando a 0.7 dB da capacidade do canal. Assim a operação para $p_e < 10^{-5}$ ocorrerá em $WNR_N^{\text{turbo}} > 3,7 \text{ dB}$, implicando em

$$N^{\text{turbo}}(D_b/\sigma_n^2) > 2,3 \text{ amostras}, \quad (4-5)$$

significando que, mantendo WNR constante, é possível reduzir em mais de 7 vezes a quantidade de amostras, por bit de informação, em relação ao caso sem codificação. Observar que como a taxa do código é $R = 1/2$, cada bit codificado utilizará $N^{\text{turbo}}/2$ amostras. Conclusões semelhantes podem ser derivadas para o aumento da robustez ou redução da distorção (ou E_b necessário) quando empregado o código turbo, mantendo demais

parâmetros fixos.

Finalmente, vale observar que, para este exemplo analisado, o ganho máximo de codificação, para operação com $p_e = 10^{-5}$, é de 11.1 dB (12.5 – 1.4), já quando utilizamos o código com taxa $R = 1/2$, reduzimos o ganho de codificação alcançável (“gap”) para 9.5 dB (12.5 – 3.0).

4.2

Limitante Inferior da Modulação M-Ária não Codificada

Até o momento, neste capítulo, consideramos os desempenhos, e respectivo limitante inferior, da classe de técnicas com modulação binária. Assim, é natural que o prosseguimento do trabalho estenda a investigação para as classes de técnicas M-árias. Tendo em vista que no capítulo 3 introduziu-se novos tipos de técnicas M-árias unidimensional e 4-árias ortogonal bidimensional (QSS e QISS), prosseguimos a seguir na investigação do limitante inferior de desempenho das correspondentes classes de técnicas.

4.2.1

Limitante Inferior da Modulação M-Ária Unidimensional não Codificada

Vamos considerar primeiramente o limitante inferior de desempenho para a classe de técnicas com modulação M-Ária unidimensional. A mesma metodologia conduzida na seção 4.1, para o caso binário, pode também ser empregada agora para argumentar que uma técnica ideal de modulação M-ária unidimensional possibilitará uma detecção sem a interferência do hospedeiro. Assim, podemos considerar que somente o ruído do canal (ataque) estará presente na detecção. Desta forma, o equivalente modelo de comunicações com modulação *M-ASK*, apresentado na seção 3.4, pode ser diretamente aplicado, e o correspondente desempenho representa o limitante inferior para esta classe de técnicas (classe refere-se a todas as possíveis implementações de marcação M-Ária unidimensional, não restrita às implementações do tipo SS). Conforme já discutido na seção 3.4, a constelação de sinais de nosso modelo é colinear com $d = 2$ (distância entre sinais consecutivos), e a potência normalizada do ruído do canal é $\sigma_n^2/(N\sigma_u^2)$. Assim, da equação 3-15, o limitante inferior de desempenho (probabilidade

de erro de símbolo) é expresso por

$$p_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M) E_b}{M^2-1 N_0}} \right) = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M) WNR_N}{M^2-1 \cdot 2}} \right). \quad (4-6)$$

A figura 4.3 mostra as curvas de desempenho para as técnicas tipo SS unidimensional M-árias, propostas no capítulo 3, com $M = 4$, incluindo o limitante inferior para a corresponde classe de técnicas. Observe nesta figura, o significativo ganho de modulação (em relação a técnica SS) obtida quando empregada a técnica *ISS*, e que a técnica otimizada (*ISS*) é bastante eficiente tendo em vista a proximidade de desempenho ao correspondente limitante inferior.

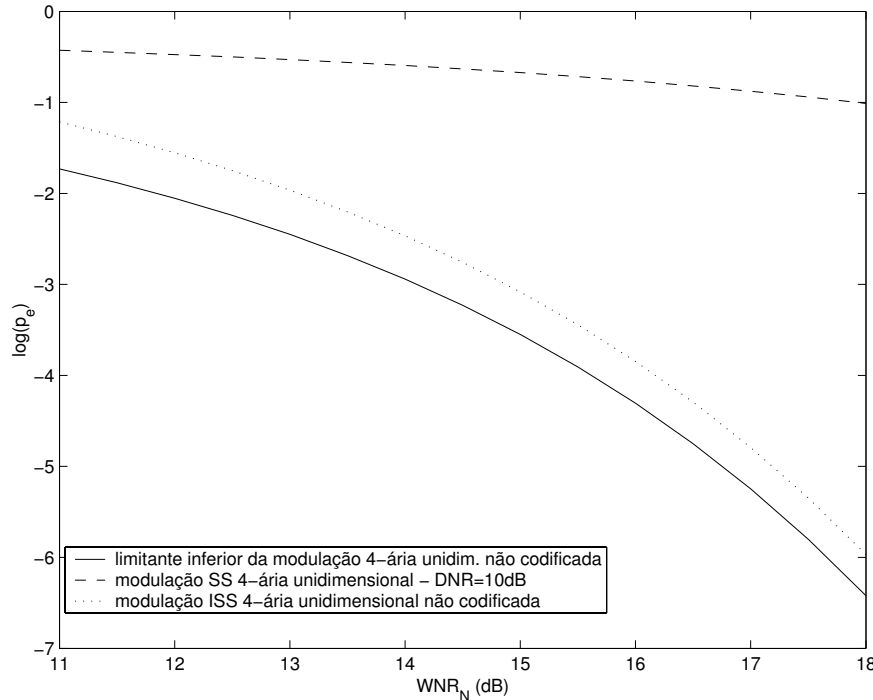


Figura 4.3: Curvas de desempenho para as técnicas tipo SS unidimensional M-árias, com $M = 4$, incluindo o limitante inferior para a corresponde classe de técnicas.

4.2.2

Limitante Inferior da Modulação M-Ária Multidimensional não Codificada

A mesma metodologia conduzida na seção anterior pode também ser empregada agora para argumentar que uma técnica ideal de modulação

M-ária multidimensional possibilitará uma detecção sem a interferência do hospedeiro. Assim, podemos considerar que somente o ruído do canal (ataque) estará presente na detecção. Desta forma, considerando o caso quaternário bidimensional, o equivalente modelo de comunicações com modulação $QPSK$, apresentado na seção 3.6, pode ser diretamente aplicado, e o correspondente desempenho representa o limitante inferior para esta classe de técnicas (classe refere-se a todas as possíveis implementações de marcação quaternárias bidimensionais, não restrita às implementações do tipo SS). Conforme já discutido na seção 3.6, a constelação de sinais de nosso modelo é quadrada com lado $d = 2$, e a potência normalizada do ruído do canal é $\sigma_n^2/(N\sigma_u^2)$. Assim, da equação 3-26, o limitante inferior de desempenho (probabilidade de erro de símbolo) é expresso por

$$p_e = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{WNR_N/2}\right) - \frac{1}{4}\left(\operatorname{erfc}\left(\sqrt{WNR_N/2}\right)\right)^2. \quad (4-7)$$

A Figura 4.4 mostra as curvas de desempenho para as técnicas QSS e IQSS, propostas no capítulo 3, incluindo o limitante inferior para a corresponde classe de técnicas. Observe nesta figura, o significativo ganho de modulação (em relação a técnica QSS) obtida quando empregada a técnica $IQSS$, e que a técnica otimizada (IQSS) é bastante eficiente tendo em vista a proximidade de desempenho do limitante inferior.

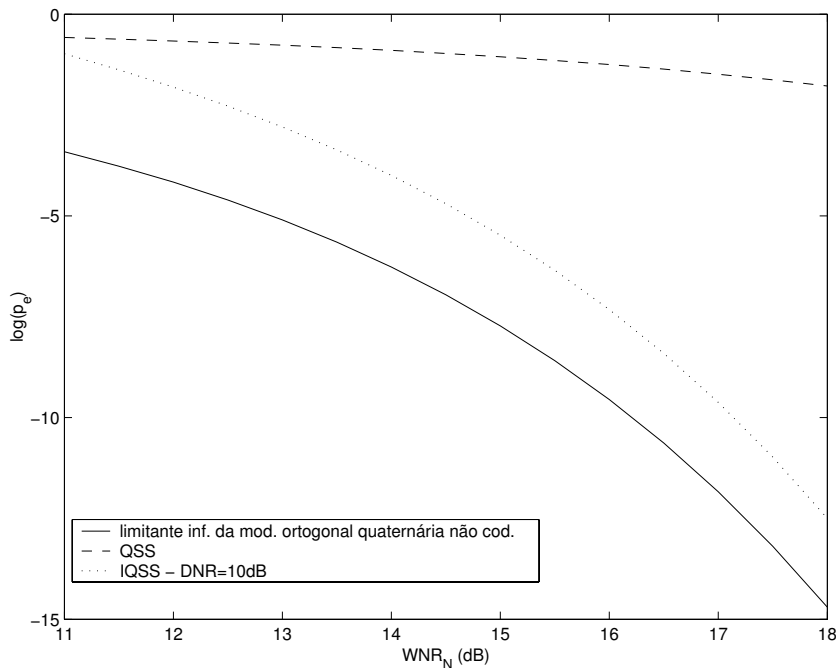


Figura 4.4: Curvas de desempenho para as técnicas QSS e IQSS, incluindo o limitante inferior para a corresponde classe de técnicas.

4.3

Comentários

Conforme comentado no capítulo 2, novas técnicas de marcação d'água digital não codificadas podem ser investigadas através da correlação com modelos de sistemas de comunicações apropriados. O limitante inferior de desempenho destas possíveis técnicas (não codificadas) também podem ser derivados de forma semelhante à realizada neste capítulo.