

## 2

# Desinflação Ótima na Presença de Inércia Inflacionária, Formação de Hábito e Fricções Monetárias

### 2.1

#### Introdução

Suponha que a taxa de inflação de determinada economia se encontre acima do nível ótimo de longo prazo, e que as autoridades monetárias desejem conduzir a economia para um novo equilíbrio com inflação mais baixa. Nesse novo equilíbrio, o nível de bem-estar da sociedade será, por definição, mais alto do que no equilíbrio original. Entretanto, é provável que a transição para o novo equilíbrio envolva custos de bem-estar não desprezíveis – associados, por exemplo, a perdas de produto ou variações excessivas na taxa de juros. A condução ótima da política monetária passa necessariamente, portanto, pela identificação da trajetória de desinflação que minimize, para a economia em questão, os custos de bem-estar na transição para o novo equilíbrio. O objetivo deste artigo é analisar, no contexto de um modelo monetário de equilíbrio geral nos moldes ‘novo-keynesianos’, as características das políticas ótimas de desinflação. Busca-se, em particular, determinar as condições sob as quais: (i) a trajetória ótima de desinflação envolve perdas substanciais de produto; (ii) uma estratégia de desinflação ‘rápida’ é preferível a uma desinflação ‘gradual’.

O foco da análise será em processos de desinflação de ‘pequena magnitude’, tais como as desinflações observadas nos EUA entre 1979 e 1984 (quando a inflação passou de 13,3% para 4% ao ano), na Austrália entre 1982 e 1984 (quando houve queda da inflação anual de 11% para 2,6%) e no Brasil entre 2002 e 2006 (quando a inflação caiu de 12,5% para 3,1% ao ano). Isso significa que não serão consideradas questões específicas a processos de estabilização no contexto de inflações mais elevadas, tais como aquelas analisadas nos trabalhos clássicos de Cagan (1956) e Sargent (1982) sobre o fim de ‘hiperinflações’ – definidas por Cagan como aumentos do nível geral de preços superiores a 50% ao mês (cerca de 13.000% em termos

anualizados) –, nos trabalhos de Simonsen (1970, 1988), Lopes (1984) e Dornbusch et al. (1990), que tratam de políticas de desinflação sob inflações ‘elevadas’ ou ‘extremas’ – que poderiam ser definidas, *grosso modo*, como aumentos de preços maiores do que 40-50% e 100% ao ano, respectivamente –, e nos trabalhos que, assim como Dornbusch e Fischer (1993), focam na estabilização de inflações ‘moderadas’ – caracterizadas por elevações sistemáticas de preços entre 15 e 30% ao ano.<sup>1</sup>

No que se refere especificamente à literatura sobre ‘pequenas desinflações’, contribuições empíricas importantes foram dadas, *inter alia*, por Gordon (1982), Goodfriend (1993) e Ball (1994a), cujas análises permitem caracterizar alguns ‘fatos estilizados’ associados a processos de desinflação. No que se refere às contribuições teóricas, a literatura é bastante extensa, podendo-se destacar os estudos de Ball (1994b), Ireland (1995, 1997), Danziger (1988), Buitier e Grafe (2001), Calvo et al. (2003), Erceg e Levin (2003), Fender e Rankin (2004, 2006) e Bonomo e Carvalho (2005), dentre outros. Na maioria dos casos, porém, os estudos não incorporam um ou mais pontos de grande relevância para a análise de políticas ótimas de desinflação. Em primeiro lugar, a análise de bem estar desses trabalhos geralmente baseia-se em critérios *ad hoc*, tais como o cálculo da ‘taxa de sacrifício’,<sup>2</sup> em vez de estar calcada nos microfundamentos subjacentes às equações estruturais do modelo – o que garantiria maior consistência teórica à análise. Segundo, vários dos modelos utilizados ignoram a existência de inércia na inflação e no produto, que constitui um ‘fato estilizado’ da literatura sobre política monetária e deve apresentar importantes implicações para a escolha da trajetória ótima de desinflação, na medida em que o bem estar da sociedade dependa da evolução dessas variáveis. Outro aspecto potencialmente importante para a questão da desinflação, mas pouco explorado na literatura até o momento, é o papel que a ocorrência de fricções monetárias poderia desempenhar na determinação da velocidade ótima de desinflação. De fato, a análise de Woodford (2003, cap.6) sugere que, na presença de fricções monetárias, as variações da taxa de juros também acarretam efeitos sobre o bem estar; isso implica um dilema adicional a ser resolvido pelas autoridades monetárias, entre estabilizar a inflação ou a taxa de juros, que deve ser levado em consideração ao optar-se entre uma

<sup>1</sup>Vale ressaltar que essa tipologia de episódios inflacionários não é consensual, conforme destacam Fischer et al. (2002); entretanto, as definições acima parecem compatíveis com as sugestões de Bruno e Easterly (1998), Dornbusch e Fischer (1993) e Fischer et al. (2002).

<sup>2</sup>A ‘taxa de sacrifício’ associada a uma desinflação é usualmente definida como a razão entre a perda total de produto e a variação na taxa de inflação. Ver, por exemplo, Ball (1994a).

desinflação rápida ou gradual. Por fim, raros são os estudos que analisam políticas ótimas de desinflação baseadas em regras de taxa de juros, sendo mais freqüente a investigação de regras baseadas no controle do estoque de moeda; tendo em vista que, de acordo com a prática corrente na condução da política monetária, o principal instrumento de política é a taxa de juros básica,<sup>3</sup> essa opção metodológica limita consideravelmente a aplicação dos resultados para fins de recomendações de política. Este artigo procura avançar em todas essas direções, analisando a questão da desinflação ótima no contexto do modelo monetário Novo-Keynesiano – que vem se tornando, nos últimos anos, o ‘modelo padrão’ na análise de política monetária e permite considerar todos os aspectos anteriores.

Deve-se ressaltar que a presente análise restringe-se a uma economia fechada e trata apenas de políticas de desinflação anunciadas inesperadamente e que sejam vistas como críveis e permanentes. Logo, desconsideram-se questões como o papel da taxa de câmbio e a evolução das expectativas dos agentes privados com relação à condução da política monetária, em um contexto de informação imperfeita e aprendizado, que podem proporcionar explicações pertinentes para certos fatos estilizados associados aos processos de desinflação, bem como análises interessantes das estratégias ótimas de desinflação.<sup>4</sup>

O trabalho está organizado em quatro seções, além desta introdução. A Seção 2.2 apresenta o modelo. As Seções 2.3 e 2.4 discutem as características das trajetórias de desinflação sob políticas monetárias ‘arbitrárias’ e políticas ‘ótimas’, respectivamente. Por fim, a Seção 2.5 resume os principais resultados da análise e tece as considerações finais.

## 2.2

### O Modelo

#### 2.2.1

##### Visão Geral

A estrutura do modelo é importada diretamente da literatura ‘novo-keynesiana’ sistematizada em Woodford (2003), que assenta em três pilares básicos: (i) comportamento otimizador por parte de agentes com vida

---

<sup>3</sup>Ver a discussão a esse respeito em Woodford (2003, cap.1).

<sup>4</sup>Calvo et al. (2003) e Fender e Rankin (2004), dentre outros, analisam o papel da taxa de câmbio em processos de desinflação. Para algumas análises que abordam a questão da desinflação na presença de informação imperfeita, ver Ball (1995), King (1996), Huh e Lansing (1999), Erceg e Levin (2003) e Bonomo e Carvalho (2005).

infinita; (ii) oferta de produtos diferenciados sob competição monopolística; (iii) rigidez nominal de preços. A combinação desses elementos gera modelos intertemporais de equilíbrio geral com efeitos reais da política monetária no curto prazo, revelando-se, assim, úteis para a discussão de diversas questões de interesse na condução da política monetária.

O modelo novo-keynesiano ‘básico’, apresentado por exemplo em Clarida et al. (1999) e Woodford (2003), é composto das duas equações a seguir (log-linearizadas em torno do equilíbrio em estado estacionário com inflação zero):

$$y_t = E_t y_{t+1} - \sigma(r_t - E_t \pi_{t+1}) + (\xi_t - E_t \xi_{t+1}) \quad (2-1)$$

$$\pi_t = \kappa(y_t - y_t^n) + \beta E_t \pi_{t+1} \quad (2-2)$$

onde  $y$  é o nível de produto na economia,  $y^n$  o nível de produto ‘natural’ (isto é, o produto que seria observado no equilíbrio com flexibilidade perfeita de preços),  $\pi$  a taxa de inflação,  $r$  a taxa de juros nominal e  $\xi$  um agregado de ‘choques de demanda’. Todos os parâmetros são positivos, sendo  $\sigma$  a elasticidade de substituição intertemporal no dispêndio privado,  $\beta$  o fator de desconto intertemporal e  $\kappa$  um parâmetro que depende da frequência dos reajustes de preços na economia e da elasticidade do custo marginal real em relação ao produto.

A equação (2-1), que relaciona o produto da economia em cada momento aos níveis correntes e esperados para o futuro da taxa de juros e dos choques, é a equação de demanda agregada. Essa equação é usualmente denominada ‘curva IS intertemporal’ por analogia com a curva IS tradicional. A equação (2-2), que explica a inflação corrente pelos níveis esperados do hiato do produto corrente e futuro, é a curva de oferta agregada. Essa equação é conhecida como ‘Curva de Phillips Novo-Keynesiana’. A derivação dessas equações baseia-se, respectivamente, em problemas de otimização intertemporal por parte de um consumidor e um produtor representativo.

Devido à sua simplicidade, esse modelo não é capaz de reproduzir diversas características comumente observadas em economias reais, tais como as respostas defasadas e graduais da inflação e do produto a choques monetários.<sup>5</sup> De fato, resolvendo as equações ‘para a frente’, é fácil ver que, nesse modelo, a inflação e o produto são variáveis puramente ‘prospectivas’ (*‘forward-looking’*), pois dependem exclusivamente de variáveis correntes e

<sup>5</sup>Para uma resenha da literatura empírica relativa aos efeitos da política monetária, ver Christiano et al. (1999).

expectativas correntes de variáveis futuras:<sup>6</sup>

$$y_t = \xi_t - \sigma \sum_{j=0}^{\infty} E_t (r_{t+j} - \pi_{t+j+1}) \quad (2-3)$$

$$\pi_t = \kappa \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t (y_{t+j} - y_{t+j}^n) \quad (2-4)$$

Logo, a inflação e o produto devem ajustar-se imediatamente a qualquer choque exógeno - e, em particular, a um choque de política monetária -, apresentando persistência somente na medida em que o próprio choque tenha um componente inercial.

Essa limitação do modelo novo-keynesiano básico inspirou várias extensões com o objetivo de tornar a análise mais 'realista', adequando-a aos fatos estilizados relativos aos efeitos da política monetária. No modelo apresentado a seguir, adotam-se duas dessas extensões: a presença de formação (ou persistência) de hábito no consumo, que introduz certo grau de persistência endógena no produto, e a indexação de preços não-otimizados à inflação passada, que gera inércia no processo inflacionário.

Desde o trabalho de Abel (1990), a hipótese de formação de hábito no consumo tem sido usada na explicação de vários resultados empíricos que se mostram incompatíveis com especificações 'separáveis no tempo' da função utilidade, em particular na análise de problemas de precificação de ativos e de crescimento. As aplicações dessa hipótese à análise de política monetária são, porém, relativamente recentes, destacando-se as contribuições de Fuhrer (2000), Amato e Laubach (2002) e Boivin e Giannoni (2003). A formação de hábito caracteriza-se pelo fato de que a utilidade gerada pelo consumo corrente depende do nível deste em relação a um 'nível de referência' dado pelo consumo observado no passado. Isso implica que o consumidor deve tentar suavizar não apenas o nível do consumo em cada período, mas também as variações do consumo ao longo do tempo. Em comparação com o modelo básico, a introdução de formação de hábito faz surgir nas equações (2-1) e (2-2) termos adicionais, referentes a valores futuros esperados e valores defasados do produto, fazendo com que a inflação e o produto deixem de ser variáveis puramente prospectivas. Dadas essas mudanças no modelo, a resposta do produto a choques monetários torna-se persistente e apresenta

<sup>6</sup>Supõe-se, na derivação de (2-3), que os choques tenham média condicional nula e, por simplicidade, que o valor esperado da inflação no longo prazo seja zero, o que garante, pela curva de Phillips, que também o valor esperado do produto no longo prazo deva ser zero.

trajetória em forma de ‘U’, em conformidade com as evidências empíricas.<sup>7</sup>

A hipótese de indexação de preços não-otimizados à inflação passada, adotada por exemplo em Christiano et al. (2001), Boivin e Giannoni (2003) e Woodford (2003), é uma extensão natural do modelo básico. Neste, a derivação da curva de Phillips (2-2) baseia-se no esquema de fixação de preços de Calvo (1983), segundo o qual, em cada momento, apenas uma fração das firmas (‘sorteada’ aleatoriamente) tem a possibilidade de fixar um novo preço, enquanto as firmas restantes devem manter seus preços inalterados. Conforme notam Christiano et al. (2001), esse esquema reflete a existência de custos associados à reotimização de preços - por exemplo, custos referentes à obtenção e processamento de informações e ao processo de tomada de decisão -, que implicam que as firmas devem escolher preços ótimos apenas em alguns momentos, seguindo regras simples de fixação de preço, cuja implementação não imponha custos significativos, nos demais momentos. No modelo novo-keynesiano básico, a regra simples seguida pelas firmas nos momentos em que não estão reotimizando é a mera manutenção dos preços fixados no período anterior. É razoável, porém, supor que as firmas adotem regras menos triviais do que essa; e uma possibilidade bastante plausível face à evidência empírica internacional é a indexação de preços não-otimizados à inflação passada. Sob tal hipótese, a curva de Phillips é modificada pela introdução do valor defasado da inflação na equação (2-2), bem como pela redefinição dos parâmetros da equação; alternativamente, a curva de Phillips com indexação pode ser escrita exatamente na forma dada pela equação (2-2), mas com a variável  $\pi_t$  substituída pela ‘quase-diferença’  $\pi_t - \gamma\pi_{t-1}$ , onde  $\gamma \in (0, 1)$  representa o grau de indexação dos preços não-otimizados. Essa modificação deixa claro que a inflação ganha um componente inercial e, portanto, passa a responder gradualmente a choques monetários.

Existem, evidentemente, formas alternativas de gerar a inércia desejada no produto e na inflação. No que se refere ao produto, uma possibilidade seria supor que parte dos consumidores toma suas decisões de consumo através de ‘regras de bolso’ (*‘rules of thumb’*). Uma regra de bolso capaz de gerar persistência no produto seria, por exemplo, a determinação do consumo corrente por parte dos consumidores ‘não-otimizadores’ com base no

<sup>7</sup>A resposta da inflação a um choque monetário, porém, não muda significativamente em relação ao caso básico. Conforme notam Amato e Laubach (2002), a resposta mais branda do produto corrente ao choque, que tenderia a reduzir a variação da inflação corrente através do termo correspondente na curva de Phillips, é compensada pelo aumento do valor futuro esperado do produto, de modo que a função de resposta a impulso da inflação se mantém praticamente inalterada.

consumo agregado do período anterior [cf. Amato e Laubach (2003)]. Outra possibilidade seria considerar explicitamente a demanda de bens de investimento e o processo de acumulação de capital na presença de custos de ajustamento, que naturalmente geraria inércia na dinâmica do produto pelos efeitos do ajustamento gradual do estoque de capital sobre a capacidade produtiva da economia [cf. Groth e Vestin (2002) e Woodford (2003, cap.5)]. Essa extensão implicaria modificações mais profundas na estrutura do modelo, introduzindo um canal adicional de transmissão da política monetária para o lado real da economia - e, portanto, captando relações possivelmente relevantes do ponto de vista empírico entre as variáveis monetárias e reais que modelos com capital ‘exógeno’ ou constante não são capazes de considerar.

No que diz respeito ao processo inflacionário, as formas alternativas de gerar inércia encontradas na literatura também se baseiam na idéia de que alguns agentes usam ‘regras de bolso’, em vez de escolhas ótimas, na fixação de seus preços. Em Gali e Gertler (1999) e Amato e Laubach (2003), por exemplo, a regra adotada estabelece que os preços dos agentes não-otimizadores no período  $t$  são dados pelo preço agregado vigente no período  $t - 1$ , corrigido pela inflação entre os períodos  $t - 2$  e  $t - 1$ . Steinsson (2003) apresenta uma generalização dessa regra, que leva em consideração também condições de demanda, captadas pelo hiato do produto em  $t - 1$ . Apesar de conceitualmente distintas da hipótese de indexação dos preços não-otimizados - pois, ao contrário desta, se apóiam na existência de agentes ‘irracionais’ -, essas abordagens levam a equações de oferta agregada praticamente idênticas à curva de Phillips do modelo com indexação, apresentando, conseqüentemente, as mesmas implicações para a resposta da inflação a choques monetários.

O presente trabalho também generaliza o modelo novo-keynesiano básico pela consideração explícita do papel da moeda na presença de fricções transacionais, conforme feito, por exemplo, em Ireland (2001) e Woodford (2003, cap.4). A relevância dessa modificação do modelo básico reside no fato de que, conforme mostra Woodford (2003, cap.6), a presença de fricções monetárias gera um motivo para a estabilização da taxa de juros - pois desvios da taxa de juros em relação a um nível crítico afetam negativamente o bem estar -, introduzindo, na discussão das trajetórias ótimas de desinflação, um dilema adicional a ser resolvido pelas autoridades monetárias: estabilizar a inflação ou a taxa de juros.<sup>8</sup> No modelo a ser apresentado a

<sup>8</sup>Rotemberg e Woodford (1997) e Woodford (2003, cap.6) consideram uma razão adicional para a existência do dilema entre estabilização da inflação e da taxa de juros:

seguir, supõe-se que, dada a ocorrência de fricções nas transações, a posse de moeda gere utilidade devido à sua função facilitadora das transações, o que motiva a inclusão dos saldos monetários reais diretamente na função utilidade.<sup>9</sup> Em geral, a inclusão da moeda na função utilidade afeta a especificação das equações estruturais, que passam a conter termos adicionais em relação às equações (2-1) e (2-2); esses termos refletem a existência de ‘efeitos dos saldos reais’ sobre o produto e a inflação. De acordo com os resultados de Ireland (2001) e Woodford (2003), porém, esses efeitos parecem ser pouco significativos do ponto de vista quantitativo, o que fornece justificativa para o uso do modelo básico como aproximação razoável de uma economia monetária. Por outro lado, simplesmente abandonar a hipótese de fricções transacionais não parece ser uma boa opção, pois tal hipótese tem implicações não-triviais para o critério de avaliação do bem-estar do consumidor representativo, introduzindo um motivo para a estabilização da taxa de juros e, conseqüentemente, afetando a derivação de políticas monetárias ótimas. A solução aqui adotada reside em supor que a economia esteja suficientemente próxima do ponto de saciedade em termos de saldos monetários, o que, como será visto a seguir, permite ignorar os efeitos dos saldos reais nas equações estruturais do modelo e, ao mesmo tempo, levar explicitamente em consideração as implicações das fricções monetárias para a análise de bem-estar.

Vale ressaltar, por fim, que o trabalho visa analisar apenas trajetórias determinísticas de desinflação. Por essa razão, desconsidera-se a ocorrência de distúrbios estocásticos de qualquer natureza, de modo a simplificar a análise. Em conseqüência dessa opção e da hipótese (discutida mais à frente) de eficiência do nível de produto em equilíbrio estacionário, a apresentação a seguir não faz distinção entre os conceitos de produto e hiato do produto (pois o produto natural log-linearizado é sempre zero). É imediata, porém, a extensão dos resultados aqui obtidos para o caso mais geral em que o produto natural (log-linearizado) representa choques de oferta estocásticos.

As próximas subseções descrevem o modelo, apresentando e discutindo suas principais hipóteses e equações. Para simplificar a exposição, omitem-se

---

tendo em vista que a taxa de juros nominal não pode ser negativa, a política monetária ótima deveria tentar minimizar seus desvios em torno de um nível positivo suficientemente elevado, de modo a evitar sua aproximação ao limite inferior dado por zero – reduzindo, assim, a probabilidade de ocorrerem estados da natureza em que a política ótima não fosse factível, por exigir taxas de juros negativas. Essa questão, porém, parece pouco relevante para a análise de processos de desinflação, caracterizados por níveis iniciais de taxas de juros elevados e, portanto, naturalmente distantes do limite teórico inferior dado por zero – o que explica a opção pelas fricções transacionais como forma de introduzir o dilema entre estabilizar a inflação ou a taxa de juros.

<sup>9</sup>Ver, por exemplo, Walsh (1998, cap.3) e as referências ali citadas.

alguns detalhes da derivação dessas equações.

### 2.2.2

#### Demanda

Supõe-se um contínuo de consumidores/produtores indexados por  $i \in (0, 1)$ . O consumidor  $i$  maximiza a seguinte função de bem-estar:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ u \left( C_t^i, C_{t-1}^i, \tilde{M}_t^i \right) - v(y_t(i)) \right] \right\} \quad (2-5)$$

onde  $C_t^i$  e  $C_{t-1}^i$  são os índices de consumo agregado (*à la* Dixit-Stiglitz) do consumidor  $i$  nos períodos  $t$  e  $t-1$  respectivamente,  $\tilde{M}_t^i = M_t^i/P_t$  representa seus saldos monetários reais no período  $t$ ,  $y_t(i)$  é a quantidade do produto diferenciado ofertado pelo consumidor  $i$  no período  $t$ ,  $\beta \in (0, 1)$  é o fator de desconto intertemporal e  $E_0$  denota expectativas formadas racionalmente no período 0.

Vale notar que, assim como em grande parte da literatura, supõe-se que os consumidores ofertem produtos (diferenciados) diretamente. Uma abordagem alternativa, que permitiria modelar explicitamente o mercado de trabalho, seria postular que os consumidores ofertassem tipos especializados de trabalho, que seriam então contratados pelas firmas como insumos na produção dos bens diferenciados. Mas, conforme ressalta Woodford (2003, cap.3), as duas abordagens apresentam implicações idênticas para as equações estruturais a serem derivadas. Tendo em vista que não há, no presente trabalho, interesse em analisar o mercado de trabalho, opta-se pela abordagem mais simples.<sup>10</sup>

Como de costume, o consumidor deriva utilidade do consumo e do lazer - e, portanto, desutilidade da oferta de bens. A inclusão do argumento  $C_{t-1}^i$  na função de utilidade instantânea  $u(\cdot)$  está associada à hipótese de formação de hábito no consumo; supõe-se, por simplicidade, que o nível de referência para a formação de hábito seja dado pelo consumo no período anterior.<sup>11</sup> Por sua vez, a inclusão do argumento  $\tilde{M}_t^i$  reflete a ocorrência de

<sup>10</sup>Alguns trabalhos em que os consumidores ofertam produtos diferenciados diretamente são, *inter alia*, Rotemberg e Woodford (1997, 1999), Amato e Laubach (2002, 2003) e Boivin e Giannoni (2003). Para exemplos da abordagem alternativa, em que os consumidores ofertam tipos diferenciados de trabalho, ver Erceg et al. (2000), Giannoni e Woodford (2004) e Erceg e Levin (2003).

<sup>11</sup>Esta é a especificação do fenômeno de formação de hábito mais comum na literatura sobre política monetária [Amato e Laubach (2002), Bouakez et al. (2002), Boivin e Giannoni (2003), Woodford (2003)]. Vale notar que, em uma formulação mais geral, o 'nível de referência' relevante poderia incluir também os níveis de consumo observados

fricções nas transações - que, conforme discutido anteriormente, implica que o consumidor deriva utilidade diretamente da posse de moeda. As seguintes restrições são impostas às funções  $u(\cdot)$  e  $v(\cdot)$ :

$$u_1 = \frac{\partial u}{\partial C_t} > 0; \quad u_{11} = \frac{\partial^2 u}{\partial C_t^2} < 0 \quad (2-6a)$$

$$u_3 = \frac{\partial u}{\partial \tilde{M}_t} > 0; \quad u_{33} = \frac{\partial^2 u}{\partial \tilde{M}_t^2} < 0 \quad (2-6b)$$

$$u_{12} = \frac{\partial^2 u}{\partial C_t \partial C_{t-1}} > 0 \quad (2-6c)$$

$$u_{13} = \frac{\partial^2 u}{\partial C_t \partial \tilde{M}_t} > 0 \quad (2-6d)$$

$$v_1 = \frac{\partial v}{\partial y_t} > 0; \quad v_{11} = \frac{\partial^2 v}{\partial y_t^2} > 0 \quad (2-6e)$$

As condições (2-6a) e (2-6b) correspondem às hipóteses usuais relativas à função de utilidade instantânea, suposta estritamente crescente e côncava nos argumentos  $C_t$  e  $\tilde{M}_t$ . Nenhuma condição é imposta às derivadas de  $u(\cdot)$  em relação a  $C_{t-1}$ , pois estas não são necessárias para os resultados a serem obtidos.<sup>12</sup> As condições (2-6e) também são convencionais, não requerendo comentários adicionais.

As hipóteses cruciais referem-se às condições (2-6c) e (2-6d). A condição (2-6c) reflete a não-separabilidade temporal da função utilidade associada à existência de formação de hábito, que determina que a utilidade marginal do consumo corrente deve depender positivamente do nível do consumo passado. A condição (2-6d), por sua vez, implica a não-separabilidade da função utilidade entre consumo e moeda, sendo a utilidade marginal do consumo (corrente) uma função positiva dos saldos monetários reais. Conforme ressalta Woodford (2003, cap.4), é razoável supor que essa condição seja válida na presença de fricções nas transações, pois os benefícios marginais da posse de moeda devem aumentar com o volume real de transações, de modo que devemos ter  $u_{31} > 0$  e, portanto,  $u_{13} > 0$ .<sup>13</sup>

em períodos anteriores a  $t-1$ . Como a essência do argumento não mudaria, e não há interesse, no momento, em encontrar a especificação com o melhor ajuste aos dados de uma economia real, opta-se pela especificação mais simples. De qualquer forma, cabe ressaltar que, pelo menos para os EUA, estimativas empíricas sugerem que o consumo no período imediatamente anterior constitui aproximação razoável para o nível de referência relevante [Fuhrer (2000)].

<sup>12</sup>É interessante observar, porém, que as formas funcionais mais comuns na literatura recente sobre formação de hábito implicam utilidade decrescente no consumo passado. Ver, a este respeito, Carroll (2000).

<sup>13</sup>No contexto de um modelo simples em que a realização de compras de bens requer tempo, Walsh (1998, cap.3) mostra que para que essa condição seja válida, é suficiente que o aumento do consumo eleve a produtividade marginal da moeda na redução do

Na formulação da restrição orçamentária do consumidor, adotam-se duas hipóteses simplificadoras:<sup>14</sup> (i) a alocação inicial de riqueza financeira garante que todos os consumidores se defrontam com a mesma restrição orçamentária inicial; (ii) os mercados financeiros são completos, de modo que os consumidores podem proteger-se contra seus riscos idiossincráticos – em particular, contra os riscos de renda associados à dispersão de preços entre os agentes. Sob tais hipóteses, todos os consumidores se deparam com restrições orçamentárias intertemporais idênticas em todos os períodos e escolhem planos contingentes de consumo e detenção de saldos monetários também idênticos – sendo possível, portanto, trabalhar com a noção de um ‘consumidor representativo’ e omitir os sobrescritos  $i$  nos termos  $C_t^i$  e  $\tilde{M}_t^i$ .

Em cada período  $t$ , o consumidor está sujeito à seguinte restrição orçamentária:

$$M_t + B_t + \int_0^1 p_t(i)c_t(i)di \leq P_t Y_t + T_t + M_{t-1}R_{t-1}^m + B_{t-1}R_{t-1} \quad (2-7)$$

onde  $M_t$  e  $B_t$  são, respectivamente, os estoques nominais de moeda e títulos do governo detidos ao final do período  $t$ ,  $R_{t-1}$  é a taxa de juros nominal (bruta) dos títulos entre os períodos  $t-1$  e  $t$ ,  $R_{t-1}^m$  é a taxa de juros nominal (bruta) incidente sobre os saldos monetários detidos ao final do período  $t-1$ ,  $P_t$  é o índice de preço agregado,  $Y_t$  é o índice agregado das quantidades ofertadas dos bens diferenciados,  $T_t$  é o valor nominal das transferências líquidas recebidas do governo e o termo  $\int_0^1 p_t(i)c_t(i)di$  designa o dispêndio nominal total no consumo dos bens diferenciados. Usando o fato de que  $\int_0^1 p_t(i)c_t(i)di = P_t C_t$ <sup>15</sup> e reescrevendo a restrição orçamentária em termos reais, obtém-se

$$\tilde{M}_t + \tilde{B}_t + C_t \leq Y_t + \tilde{T}_t + \tilde{M}_{t-1} \left( \frac{R_{t-1}^m}{\Pi_t} \right) + \tilde{B}_{t-1} \left( \frac{R_{t-1}}{\Pi_t} \right) \quad (2-8)$$

tempo utilizado nas compras.

<sup>14</sup>Essas hipóteses são usuais na literatura. Para uma discussão mais detalhada de suas implicações, ver Woodford (2003, cap.3).

<sup>15</sup>Sob a especificação de Dixit-Stiglitz, os índices de consumo e preço agregados são dados por

$$C_t = \left[ \int_0^1 c_t(i)^{(\theta-1)/\theta} di \right]^{\theta/(\theta-1)}$$

$$P_t = \left[ \int_0^1 p_t(i)^{1-\theta} di \right]^{1/(1-\theta)}$$

e a demanda de cada bem diferenciado deve satisfazer

$$c_t(i) = C_t \left( \frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\theta}.$$

onde  $\tilde{M}_t$  e  $\tilde{B}_t$  são os estoques reais de moeda e títulos, e  $\Pi_t$  é a taxa de inflação (bruta) entre os períodos t-1 e t.

O problema do consumidor é, assim, escolher trajetórias  $\{C_t\}$ ,  $\{\tilde{M}_t\}$  e  $\{\tilde{B}_t\}$  para  $t \geq 0$  de modo a maximizar (2-5) sujeito a (2-8). Esse é um problema convencional de otimização, cujas condições de primeira ordem são:

$$u_1(C_t, C_{t-1}, \tilde{M}_t) + \beta E_t[u_2(C_{t+1}, C_t, \tilde{M}_{t+1})] - \Lambda_t = 0 \quad (2-9)$$

$$u_3(C_t, C_{t-1}, \tilde{M}_t) - \Lambda_t + \beta E_t \left[ \frac{R_t^m}{\Pi_{t+1}} \Lambda_{t+1} \right] = 0 \quad (2-10)$$

$$\Lambda_t - \beta E_t \left[ \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \Lambda_{t+1} \right] = 0 \quad (2-11)$$

onde  $\Lambda_t$  é o multiplicador de Lagrange associado à restrição orçamentária no período t – designando, assim, a utilidade marginal da renda – e, como definido antes,  $u_k(\cdot)$  é a derivada parcial de  $u(\cdot)$  em relação ao k-ésimo argumento. Além dessas condições, supõe-se que seja satisfeita a condição de transversalidade relevante.

Eliminando  $\Lambda_t$  desse sistema, obtém-se

$$E_t \left[ \frac{u_1(C_t, C_{t-1}, \tilde{M}_t) + \beta u_2(C_{t+1}, C_t, \tilde{M}_{t+1})}{u_1(C_{t+1}, C_t, \tilde{M}_{t+1}) + \beta u_2(C_{t+2}, C_{t+1}, \tilde{M}_{t+2})} \right] = \beta E_t \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \quad (2-12)$$

$$\frac{u_3(C_t, C_{t-1}, \tilde{M}_t)}{u_1(C_t, C_{t-1}, \tilde{M}_t) + \beta E_t u_2(C_{t+1}, C_t, \tilde{M}_{t+1})} = \frac{R_t - R_t^m}{R_t} \quad (2-13)$$

Impondo a condição de equilíbrio no mercado de bens, que requer  $C_t = Y_t$  para todo t, e log-linearizando (2-12) e (2-13) em torno do equilíbrio com inflação zero ( $\bar{\Pi} = 1$ ), chega-se ao bloco de demanda do modelo:

$$y_t = \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 E_t y_{t+1} + \delta_3 E_t y_{t+2} + \delta_4 (r_t - E_t \pi_{t+1}) + \delta_5 m_t + \delta_6 E_t m_{t+1} + \delta_7 E_t m_{t+2} \quad (2-14)$$

$$m_t = \eta_1 y_t + \eta_2 y_{t-1} + \eta_3 E_t y_{t+1} + \eta_4 r_t + \eta_5 E_t m_{t+1} \quad (2-15)$$

onde  $y_t$ ,  $r_t$ ,  $\pi_t$  e  $m_t$  representam os desvios de  $Y_t$ ,  $R_t$ ,  $\Pi_t$  e  $\tilde{M}_t$  em relação a

Logo,

$$\begin{aligned} \int_0^1 p_t(i) c_t(i) di &= \int_0^1 p_t(i) C_t \left( \frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\theta} di \\ &= C_t P_t^\theta \int_0^1 p_t(i)^{1-\theta} di \\ &= C_t P_t. \end{aligned}$$

seus valores no equilíbrio estacionário com inflação zero. Os coeficientes são dados por:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \frac{-\rho\epsilon_{12}}{A} & \eta_1 &= \frac{\rho\epsilon_{11}-\epsilon_{31}+(1-\rho)\epsilon_{22}}{B} \\ \delta_2 &= \frac{\rho\epsilon_{11}-(1-\rho)(\epsilon_{21}-\epsilon_{22})}{A} & \eta_2 &= \frac{\rho\epsilon_{12}-\epsilon_{32}}{B} \\ \delta_3 &= \frac{(1-\rho)\epsilon_{21}}{A} & \eta_3 &= \frac{(1-\rho)\epsilon_{21}}{B} \\ \delta_4 &= \frac{1}{A} & \eta_4 &= \left(\frac{\bar{R}^m}{\bar{R}-\bar{R}^m}\right) \frac{1}{B} \\ \delta_5 &= \frac{-\rho\epsilon_{13}}{A} & \eta_5 &= \frac{(1-\rho)\epsilon_{23}}{B} \\ \delta_6 &= \frac{\rho\epsilon_{13}-(1-\rho)\epsilon_{23}}{A} \\ \delta_7 &= \frac{(1-\rho)\epsilon_{23}}{A}\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}A &= (1-\rho)\epsilon_{22} + \rho(\epsilon_{11} - \epsilon_{12}) \\ B &= \epsilon_{33} - \rho\epsilon_{13} \\ \rho &= \frac{u_1(\bar{C}, \bar{C}, \bar{M})}{u_1(\bar{C}, \bar{C}, \bar{M}) + \beta u_2(\bar{C}, \bar{C}, \bar{M})}\end{aligned}$$

e  $\epsilon_{ij}$  é a elasticidade de  $u_i$  em relação ao  $j$ -ésimo argumento de  $u(\cdot)$ , avaliada no equilíbrio de estado estacionário.

As equações (2-14) e (2-15) podem ser interpretadas como equações IS e LM intertemporais. Vale destacar as diferenças entre a curva IS acima e a IS do modelo novo-keynesiano básico [equação (2-1)]: (i) a presença dos termos adicionais  $y_{t+2}$  e  $y_{t-1}$  – este último sendo responsável pela ‘inércia’ do produto; (ii) a presença dos saldos monetários reais (correntes e futuros), que implicam a ocorrência de ‘efeitos de saldos reais’ na demanda. Essas diferenças devem-se às hipóteses de formação de hábito e fricções transacionais adotadas no trabalho; evidentemente, na ausência desses fenômenos, a equação (2-14) se reduz à IS do modelo básico.<sup>16</sup>

Outra diferença importante em relação ao modelo básico diz respeito ao papel da curva LM. Na análise padrão, essa equação limita-se a determinar a quantidade de moeda implícita em uma regra monetária definida em termos do controle da taxa de juros - revelando-se, assim, desnecessária para determinar a evolução do produto e das taxas de inflação e juros. Aqui, não é possível desconsiderar a curva LM, devido aos efeitos cruzados decorrentes da não separabilidade da função utilidade entre consumo e moeda.

Para fins futuros, é interessante reescrever a equação de demanda de moeda explicitamente em função de elasticidades-renda e juros:

$$m_t = \eta_y(L)y_t - \eta_r(L)r_t \quad (2-16)$$

<sup>16</sup>Na ausência de formação de hábito,  $\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = 0$  e  $\rho = 1$ , de modo que  $\delta_1 = \delta_3 = 0$  e  $\delta_2 = 1$ ; e na ausência de fricções transacionais (ou sob separabilidade aditiva da função utilidade entre consumo e saldos reais),  $\epsilon_{13} = \epsilon_{23} = 0$ , de modo que  $\delta_5 = \delta_6 = \delta_7 = 0$ .

onde

$$\begin{aligned}\eta_y(L) &= \frac{\eta_1 + \eta_2 L + \eta_3 L^{-1}}{1 - \eta_5 L^{-1}} \\ \eta_r(L) &= \frac{-\eta_4}{1 - \eta_5 L^{-1}}\end{aligned}$$

sendo  $L$  o operador de defasagem (e  $L^{-1}$ , portanto, o operador de avanço).

### 2.2.3 Oferta

No seu papel de ofertante, cada agente deve escolher o preço a ser cobrado por seu produto em cada momento,  $p_t(i)$ ; a esse preço, ele deve satisfazer toda a demanda pelo produto, dada por

$$y_t(i) = \left( \frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\theta} Y_t \quad (2-17)$$

onde  $\theta > 1$ . Tendo em vista que os ofertantes operam em um ambiente de competição monopolística, eles tomam como dados os valores das variáveis agregadas  $P_t$  e  $Y_t$  ao escolher seus preços.

A escolha de  $p_t(i)$  deve procurar maximizar a contribuição líquida da receita de vendas para a utilidade do agente, descontada a desutilidade associada à oferta do produto, em conformidade com a função de bem-estar (2-5). Caso houvesse perfeita flexibilidade de preços, o problema do ofertante seria simplesmente maximizar, em cada período  $t$ , o ‘lucro instantâneo’

$$\begin{aligned}\Gamma_t &= \left( \frac{\Lambda_t}{P_t} \right) p_t(i) y_t(i) - v(y_t(i)) \\ &= \Lambda_t \left( \frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{1-\theta} Y_t - v \left[ \left( \frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\theta} Y_t \right]\end{aligned} \quad (2-18)$$

onde  $\Lambda_t/P_t$  denota a utilidade marginal da renda nominal e na segunda linha usou-se a equação de demanda (2-17). Supõe-se, porém, a existência de rigidez nominal de preços, de modo que nem todos os ofertantes têm a possibilidade de escolher preços ótimos em cada momento. Em particular, adota-se a versão discreta do mecanismo de Calvo (1983) modificada pela presença de indexação, conforme Christiano et al. (2001): em cada período  $t$ , uma fração  $1 - \alpha$  dos ofertantes, sorteada aleatoriamente, tem a possibilidade de escolher um novo preço ‘ótimo’, enquanto a fração  $\alpha$  restante deve cobrar o preço vigente no período  $t-1$ , ajustado por uma parcela  $\gamma$

da inflação observada em  $t-1$  (isto é, multiplicado por  $\Pi_{t-1}^\gamma$ ), independentemente do tempo transcorrido desde a última vez em que tais ofertantes foram sorteados para otimizar seus preços.

Os ofertantes sorteados no período  $t$  devem, portanto, escolher um preço  $P_t^*$  de modo a maximizar o valor esperado do fluxo descontado de lucros instantâneos:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left\{ \Lambda_{t+j} \left[ \frac{P_t^*}{P_{t+j}} \left( \frac{P_{t+j-1}}{P_{t-1}} \right)^\gamma \right]^{1-\theta} Y_{t+j} - v \left[ \left[ \frac{P_t^*}{P_{t+j}} \left( \frac{P_{t+j-1}}{P_{t-1}} \right)^\gamma \right]^{-\theta} Y_{t+j} \right] \right\} \quad (2-19)$$

onde a taxa de desconto utilizada nesse cálculo é  $\alpha\beta$ , em vez de simplesmente  $\beta$ , tendo em vista que a probabilidade do preço escolhido na data  $t$  continuar valendo no período  $t+j$  é igual a  $\alpha^j$ . A condição de primeira ordem desse problema conduz, após algumas manipulações algébricas, à seguinte expressão para o preço relativo ótimo  $\tilde{P}_t^* = P_t^*/P_t$ :

$$\tilde{P}_t^* = \frac{\theta}{\theta-1} \frac{E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j v_1 Y_{t+j} \left( \prod_{i=1}^j \Pi_{t+i-1} \right)^{-\gamma\theta} \left( \prod_{i=1}^j \Pi_{t+i} \right)^\theta}{E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \Lambda_{t+j} Y_{t+j} \left( \prod_{i=1}^j \Pi_{t+i-1} \right)^{\gamma-\gamma\theta} \left( \prod_{i=1}^j \Pi_{t+i} \right)^{\theta-1}} \quad (2-20)$$

A dinâmica do índice de preço agregado  $P_t$  pode ser facilmente derivada. Tendo em vista que todos os ofertantes sorteados na data  $t$  escolhem o mesmo preço ótimo  $P_t^*$ , pois se deparam com o mesmo fluxo de lucros instantâneos esperados, e a probabilidade  $\alpha$  de um ofertante não ser sorteado é constante no tempo e independente de seu histórico de ajuste de preços, o preço agregado na data  $t$  será dado por

$$P_t = \left\{ (1-\alpha) P_t^{*(1-\theta)} + \alpha \left[ P_{t-1} \left( \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^\gamma \right]^{(1-\theta)} \right\}^{1/(1-\theta)} \quad (2-21)$$

A log-linearização e manipulação das equações (2-20) e (2-21) conduzirá à equação de oferta agregada do modelo. Primeiro, log-linearizando a equação (2-20), obtém-se:

$$\tilde{p}_t^* = \left( \frac{1-\alpha\beta}{1+\theta\omega} \right) E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left[ (1+\theta\omega) \sum_{i=1}^j (\pi_{t+i} - \gamma\pi_{t+i-1}) + \omega y_{t+j} - \lambda_{t+j} \right] \quad (2-22)$$

onde  $\tilde{p}_t^*$  e  $\lambda_t$  são os desvios percentuais de  $\tilde{P}_t^*$  e  $\Lambda_t$  em relação a seus valores no equilíbrio estacionário, e  $\omega$  é a elasticidade de  $v_1$  em relação ao produto. A partir de (2-22), pode-se calcular a quase-diferença

$$\tilde{p}_t^* - \alpha\beta E_t \tilde{p}_{t+1}^* = \left( \frac{1 - \alpha\beta}{1 + \theta\omega} \right) (\omega y_t - \lambda_t) + \alpha\beta (E_t \pi_{t+1} - \gamma \pi_t) \quad (2-23)$$

que, combinada com a log-linearização de (2-21),

$$\tilde{p}_t^* = \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) (\pi_t - \gamma \pi_{t-1}), \quad (2-24)$$

e com a expressão para  $\lambda_t$  obtida a partir da log-linearização de (2-9),

$$\begin{aligned} \lambda_t = & [\rho\epsilon_{11} + (1 - \rho)\epsilon_{22}] y_t + \rho\epsilon_{12}y_{t-1} + (1 - \rho)\epsilon_{21}E_t y_{t+1} \\ & + \rho\epsilon_{13}m_t + (1 - \rho)\epsilon_{23}E_t m_{t+1} \end{aligned} \quad (2-25)$$

leva à curva de Phillips

$$\begin{aligned} \pi_t - \gamma \pi_{t-1} = & \mu_1 y_t + \mu_2 y_{t-1} + \mu_3 E_t y_{t+1} + \mu_4 m_t + \mu_5 E_t m_{t+1} \\ & + \beta (E_t \pi_{t+1} - \gamma \pi_t) \end{aligned} \quad (2-26)$$

onde

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \tilde{\kappa} [\omega - \rho\epsilon_{11} - (1 - \rho)\epsilon_{22}] \\ \mu_2 &= -\tilde{\kappa}\rho\epsilon_{12} \\ \mu_3 &= -\tilde{\kappa}(1 - \rho)\epsilon_{21} \\ \mu_4 &= -\tilde{\kappa}\rho\epsilon_{13} \\ \mu_5 &= -\tilde{\kappa}(1 - \rho)\epsilon_{23} \end{aligned}$$

e

$$\tilde{\kappa} = \frac{(1 - \alpha)(1 - \alpha\beta)}{\alpha(1 + \theta\omega)}.$$

A comparação entre a equação de oferta (2-26) e a curva de Phillips do modelo novo-keynesiano básico [equação (2-2)] aponta duas diferenças básicas: (i) a presença dos termos adicionais  $y_{t+1}$  e  $y_{t-1}$ ; (ii) a presença dos saldos monetários reais (correntes e futuros), que refletem a ocorrência de ‘efeitos de saldos reais’ na demanda. Essas diferenças devem-se às hipóteses de formação de hábito e fricções transacionais adotadas no trabalho; evidentemente, na ausência desses fenômenos, a equação se reduziria à equação 2-2.

A equação (2-26) compõe, junto com (2-14) e (2-15), o sistema de equações estruturais do modelo.

### 2.2.4 Bem-Estar

Uma das principais vantagens de trabalhar com um modelo micro-fundamentado diz respeito ao fato de que a função utilidade do agente representativo fornece um critério natural para a avaliação de políticas econômicas alternativas. Seguindo o método originalmente proposto por Rotemberg e Woodford (1997) e discutido em detalhe em Woodford (2003, cap.6), nesta subseção derivamos o critério de bem-estar relevante a partir de uma aproximação de Taylor de segunda ordem da utilidade esperada do agente representativo:

$$W = E \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U_t \right\} \quad (2-27)$$

onde

$$U_t = u(Y_t, Y_{t-1}, \tilde{M}_t) - \int_0^1 v(y_t(i)) di$$

Conforme notam Rotemberg e Woodford (1997), a inclusão da integral em  $i$  no objetivo acima permite tomar a média da desutilidade do trabalho entre os agentes em cada ponto do tempo e, assim, desconsiderar os efeitos de diferentes históricos de mudanças de preços sobre a oferta de cada agente.

A aproximação de Taylor de segunda ordem do objetivo (2-27) toma por base o mesmo equilíbrio de estado estacionário em torno do qual as equações estruturais foram log-linearizadas - isto é, o equilíbrio com inflação zero. Supõe-se, ademais, que: (i) as políticas consideradas gerem resultados ‘suficientemente próximos’ desse estado estacionário; (ii) a produção em estado estacionário receba um montante de subsídios suficiente para que o equilíbrio se caracterize por um nível eficiente de produto, apesar da existência de competição imperfeita no mercado de bens; (iii) no estado estacionário, a economia se encontre suficientemente próxima do nível (finito) de saciedade em termos de saldos monetários reais. Essas hipóteses são necessárias para garantir a validade da aproximação de segunda ordem da utilidade esperada (2-27) quando esta é avaliada a partir da solução do sistema de relações lineares (2-14), (2-15) e (2-26) - acrescidas de uma regra de política monetária – que são aproximações das equações estruturais exatas.<sup>17</sup>

A hipótese de ‘saciedade aproximada’ em relação a saldos monetários reais equivale a considerar uma série de economias que se aproximem

<sup>17</sup>Ver discussão detalhada a esse respeito em Woodford (2003, cap.6).

arbitrariamente do limite caracterizado pelas condições

$$u_3(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{M}) \longrightarrow 0 \quad (2-28a)$$

$$u_{13}(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{M}) \longrightarrow 0 \quad (2-28b)$$

$$u_{23}(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{M}) \longrightarrow 0 \quad (2-28c)$$

$$u_{33}(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{M}) \longrightarrow cte < 0 \quad (2-28d)$$

que, por sua vez, implicam

$$\begin{aligned} \epsilon_{13} &\longrightarrow 0 & \epsilon_{33} &\longrightarrow -\infty \\ \epsilon_{23} &\longrightarrow 0 & \eta_y &\longrightarrow 0 \\ \epsilon_{31} &\longrightarrow cte > 0 & \eta_r &\longrightarrow cte > 0 \\ \epsilon_{32} &\longrightarrow cte \end{aligned}$$

Alternativamente, a saciedade em saldos monetários pode ser retratada pela ‘regra de Friedman’

$$\bar{R} \longrightarrow \bar{R}^m. \quad (2-29)$$

Esses resultados são úteis na derivação do critério de bem-estar da economia, como será visto a seguir.

Com o objetivo de simplificar a exposição, omite-se a derivação detalhada da expansão de Taylor de segunda ordem da utilidade esperada; a seguir, são apresentados apenas os principais passos desse procedimento. O ponto de partida é a aproximação do primeiro termo de  $U_t$ , que leva a

$$\begin{aligned} u(Y_t, Y_{t-1}, \tilde{M}_t) &= \bar{u} + \bar{u}_1 \bar{Y} \left\{ y_t + \left( \frac{1 + \epsilon_{11}}{2} \right) y_t^2 + \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{21}} y_{t-1} \right. \\ &\quad + \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{21}} \left( \frac{1 + \epsilon_{22}}{2} \right) y_{t-1}^2 + \epsilon_{12} y_t y_{t-1} + \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{31}} m_t \\ &\quad \left. + \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{31}} \left( \frac{1 + \epsilon_{33}}{2} \right) m_t^2 + \epsilon_{13} y_t m_t + \frac{\epsilon_{13} \epsilon_{32}}{\epsilon_{31}} y_{t-1} m_t \right\} \\ &\quad + O(\|\hat{y}, \hat{m}\|^3) \end{aligned} \quad (2-30)$$

onde  $\bar{u} = u(\bar{Y}, \bar{Y}, \bar{M})$  e, como definido anteriormente, todas as elasticidades  $\epsilon_{ij}$  estão avaliadas no equilíbrio de estado estacionário. O resíduo dessa aproximação é de ordem  $O(\|\hat{y}, \hat{m}\|^3)$ , onde  $\|\hat{y}, \hat{m}\|$  designa o limite para as flutuações do produto e dos saldos reais em relação a seus valores em estado estacionário. Substituindo, em (2-30), os termos em  $m_t$  pela expressão dada em (2-16) e usando as condições (2-28a)-(2-28d) associadas à hipótese de

saciedade de saldos monetários, obtém-se

$$\begin{aligned}
 u(Y_t, Y_{t-1}, \bar{M}_t) &= \bar{u} + \bar{u}_1 \bar{Y} \left\{ y_t + \left( \frac{1 + \epsilon_{11}}{2} \right) y_t^2 \right. \\
 &\quad + \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{21}} y_{t-1} + \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{21}} \left( \frac{1 + \epsilon_{22}}{2} \right) y_{t-1}^2 + \epsilon_{12} y_t y_{t-1} \\
 &\quad \left. - \frac{\epsilon_{13}}{\epsilon_{31}} \eta_r r_t + \frac{\epsilon_{13} \epsilon_{33}}{\epsilon_{31}} \left( \frac{\eta_r^2}{2} \right) r_t^2 \right\} + O(\|\hat{y}, \hat{m}, \bar{\Delta}\|^3)
 \end{aligned} \tag{2-31}$$

onde o diferencial de juros  $\bar{\Delta} = (\bar{R} - \bar{R}^m)/\bar{R}$  aparece como parâmetro de expansão adicional.

A aproximação do segundo termo de  $U_t$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 \int_0^1 v(y_t(i)) di &= \bar{v} + \frac{\bar{u}_1 \bar{Y}}{\rho} \left\{ y_t + \left( \frac{1 + \omega}{2} \right) y_t^2 + \frac{\theta(1 + \theta\omega)}{2} var_i \log p_t^i \right\} \\
 &\quad + O(\|\hat{y}\|^3)
 \end{aligned} \tag{2-32}$$

onde  $\bar{v} = v(\bar{Y})$  e  $var_i \log p_t^i$  é a variância, em corte transversal, dos preços dos produtos diferenciados na data  $t$ . Essa expressão indica ser ótimo reduzir o grau de dispersão de preços na economia (medido pelo termo  $var_i \log p_t^i$ ); sob o mecanismo de ajustamento de preço de Calvo, pode-se mostrar que a dispersão de preços depende das variações no índice de preço agregado e que, portanto, a política ótima deve envolver a estabilização da taxa de inflação na economia. De fato, usando (2-31) e (2-32) é possível mostrar que a aproximação do critério de bem-estar (2-5) é dada por:

$$\begin{aligned}
 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U_t &= -\Omega \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [(\pi_t - \gamma\pi_{t-1})^2 + \lambda_y (y_t - \zeta y_{t-1})^2 + \lambda_r (r_t - r^*)^2] \\
 &\quad + tip + O(\|\hat{y}, \bar{\Delta}\|^3)
 \end{aligned} \tag{2-33}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \lambda_y &= \frac{\tilde{\kappa}}{\theta} \left( \frac{\rho \epsilon_{12}}{\zeta} \right) > 0 \\
 \lambda_r &= \frac{\tilde{\kappa} \bar{M}}{\theta \bar{Y}} \eta_r > 0 \\
 r^* &= - \left( \frac{1}{\epsilon_{33} \eta_A} \right) = \frac{\bar{R}^m - \bar{R}}{\bar{R}^m} < 0 \\
 \Omega &= \frac{\bar{u}_1 \bar{Y} \theta}{2\rho \tilde{\kappa}} > 0
 \end{aligned}$$

e  $\zeta$  é um parâmetro entre 0 e 1.<sup>18</sup> O termo *tip* refere-se a ‘termos inde-

<sup>18</sup>A derivação de  $\zeta$  segue procedimento semelhante ao adotado em Woodford (2003,

pendentes de política', isto é, termos cuja evolução não pode ser afetada pela política econômica – e que, portanto, podem ser desconsiderados no processo de avaliação de políticas alternativas.

Evidentemente, maximizar (2-33) é equivalente a minimizar

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [(\pi_t - \gamma\pi_{t-1})^2 + \lambda_y(y_t - \zeta y_{t-1})^2 + \lambda_r(r_t - r^*)^2] \quad (2-34)$$

que é a 'função perda' a ser usada na avaliação das regras 'arbitrárias' de desinflação consideradas na Seção 2.3 e na derivação da regra ótima na Seção 2.4.

## 2.2.5 Forma Funcional e Calibragem

Até o momento, todos os resultados foram obtidos para uma função de utilidade instantânea genérica  $u(\cdot)$ . Nas simulações a serem realizadas nas próximas seções, utiliza-se uma forma funcional específica para essa função, que satisfaça as condições (2-6a)-(2-6d):

$$u(C_t, C_{t-1}, \tilde{M}_t) = Z \left[ \left( \frac{C_t}{C_{t-1}^h} \right)^{1-\sigma} \right]^d \left[ (C_t \varphi(\tilde{M}_t))^{1-\tau} \right]^{1-d} \quad (2-35)$$

onde

$$\begin{aligned} \sigma &> 1 & 0 &\leq h \leq 1 \\ 0 &< \tau < 1 & 0 &\leq d \leq 1 \\ \varphi'(\tilde{M}_t) &> 0 & \varphi''(\tilde{M}_t) &< 0 \end{aligned}$$

Opta-se por não especificar a forma da função  $\varphi(\tilde{M}_t)$  pois, ao adotar a hipótese de saciedade em termos de saldos monetários, essa função deve simplesmente satisfazer  $\varphi'(\tilde{M}_t) \rightarrow 0$ . Apesar de pouco convencional, a

cap.5 e Apêndice E): primeiro, usando (2-31) e (2-31), escreve-se  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U_t$  em função de  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (a_1 y_t^2 + a_2 y_t y_{t-1})$ , onde  $a_1$  e  $a_2$  são funções dos parâmetros estruturais; segundo, igualando os coeficientes de  $y_t^2$  e  $y_t y_{t-1}$  nos dois lados da expressão abaixo,

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (a_1 y_t^2 + a_2 y_t y_{t-1}) &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t a_3 (y_t - a_4 y_{t-1})^2 \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t a_3 [(1 + a_4^2 \beta) y_t^2 - 2a_4 y_t y_{t-1}] \end{aligned}$$

obtém-se uma equação quadrática para  $a_4$ . O termo  $\zeta$  corresponde à menor raiz dessa equação.

especificação (2-35) é interessante por englobar como casos particulares a forma funcional multiplicativa comum na literatura sobre formação de hábito (que ocorre quando  $d = 1$  e  $Z = 1/(1 - \sigma)$ ) e a forma funcional tradicional em modelos com moeda na função de utilidade (que ocorre quando  $d = 0$ ,  $Z = 1/(1 - \tau)$  e  $\varphi(\tilde{M}_t) = \tilde{M}_t^b$ ).<sup>19</sup> O uso dessa especificação facilita, assim, a tarefa de calibragem do modelo a partir dos parâmetros usados em estudos anteriores.

Com base nas estimativas e calibrações para a economia norte-americana apresentadas em Rotemberg e Woodford (1997), Ireland (2000), Amato e Laubach (2002), Boivin e Giannoni (2003) e Woodford (2003), adota-se como ‘calibragem básica’ os seguintes valores para os parâmetros estruturais:

Tabela 2.1: Calibragem básica

Parâmetro	Valor
$\beta$	$0.96^{1/4}$
$\sigma$	1.5
$\alpha$	0.75
$\omega$	0.47
$\theta$	8
$\gamma$	0.9
$\nu$	0.36
$h$	0.5
$\eta_r$	7.8
$d$	0.6
$\tau$	0.2

Evidentemente, serão consideradas parametrizações alternativas para tais parâmetros, quando relevante.

Cabe notar que a hipótese de que a economia se encontra suficientemente próxima do nível de saciedade em termos de saldos monetários implica as seguintes restrições sobre os parâmetros da IS e da curva de Phillips derivadas acima:

$$\begin{aligned} \delta_5 &\longrightarrow 0 & \mu_4 &\longrightarrow 0 \\ \delta_6 &\longrightarrow 0 & \mu_5 &\longrightarrow 0 \\ \delta_7 &\longrightarrow 0 \end{aligned}$$

<sup>19</sup>Alguns artigos que utilizam essa forma funcional multiplicativa para retratar a formação de hábito são Abel (1990), Carrol et al. (2000), Fuhrer (2000) e Amato e Laubach (2002). Para uma discussão da abordagem da ‘moeda na função de utilidade’ e exemplos de formas funcionais, ver Walsh (1998, cap.2).

de modo que, para efeito dos exercícios a seguir, será possível efetivamente desconsiderar a existência dos efeitos dos saldos reais nessas equações e trabalhar com elas como se não houvesse fricções monetárias. Como mencionado anteriormente, esse procedimento parece razoável à luz dos resultados empíricos de, *inter alia*, Ireland (2000) e Woodford (2003, cap.4), que estimam, para a economia dos EUA, efeitos dos saldos reais pouco significativos do ponto de vista quantitativo. Para os propósitos deste trabalho, a função da introdução da moeda na função de utilidade se resume, assim, a gerar um motivo para o objetivo de estabilização da taxa de juros.

### 2.3

#### Desinflação sob Regras ‘Arbitrárias’ de Política Monetária

Esta seção analisa, no contexto do modelo desenvolvido acima, as características de políticas de desinflação implementadas a partir de regras ‘arbitrárias’ de política monetária - isto é, regras que não são especificadas com base em algum critério de otimização. Busca-se, em particular, determinar as condições sob as quais: (i) a política de desinflação envolve perdas substanciais de produto; (ii) uma estratégia de desinflação ‘rápida’ é preferível a uma desinflação ‘gradual’.

Supõe-se que a economia se encontre inicialmente em equilíbrio a uma taxa de inflação positiva mas moderada, de modo a garantir a validade das equações log-linearizadas em torno do estado estacionário com inflação zero. Em determinado período (definido como o período 0) as autoridades monetárias anunciam, de modo inesperado e crível, a adoção de uma nova regra de política monetária, que deverá conduzir a economia a um novo equilíbrio com inflação zero. Os motivos pelos quais ocorre essa mudança de postura no gerenciamento da política monetária não são importantes; uma interpretação plausível, porém, estaria associada à troca (súbita) de um banqueiro central ‘leniente’ com a inflação por um banqueiro central ‘conservador’.

O instrumento de política monetária é a taxa de juros básica,  $r_t$ .<sup>20</sup> A autoridade monetária anuncia que, a partir do período 0, a política de juros

<sup>20</sup>Essa hipótese parece ser corroborada pela prática corrente na administração da política monetária em diversos países e vem sendo crescentemente adotada na literatura teórica. Ver a discussão a esse respeito em Woodford (2003, cap.1).

será conduzida com base na seguinte regra (log-linearizada):

$$r_t = \tilde{r}_t + \pi_t^* + \psi (\pi_t - \pi_t^*) \quad (2-37a)$$

$$\pi_t^* = a\pi_{t-1}^* \quad (2-37b)$$

onde  $\tilde{r}_t$  é a taxa real de juros (suposta constante, por simplicidade),  $\pi_t^*$  é a ‘meta de inflação implícita’ e  $a$  e  $\psi$  são parâmetros tais que  $0 \leq a < 1$  e  $\psi > 1$ . Segundo essa regra: (i) a meta implícita deve convergir assintoticamente para o nível de inflação zero, a uma velocidade determinada pela magnitude do coeficiente  $a$ ; (ii) a taxa de juros nominal deve ser ajustada em função dos desvios entre a inflação observada e a meta implícita, sendo a sensibilidade a tais desvios dada pelo parâmetro  $\psi$ .

Evidentemente, (2-37a) poderia conter termos adicionais - relativos, por exemplo, ao produto, como na regra popularizada por Taylor (1993) -; mas se, por um lado, tais complicações devem ser fundamentais na formulação de uma regra de reação a distúrbios estocásticos, por outro lado sua utilidade é questionável quando o objetivo é determinar trajetórias determinísticas para as variáveis do sistema.<sup>21</sup> A partir do período 0, o funcionamento da economia passa a ser descrito pelo sistema de equações composto por (2-14), (2-26) e (2-37a)-(2-37b). Sujeito à restrição  $\psi > 1$  (necessária para satisfazer o ‘princípio de Taylor’), o sistema é localmente determinado para parametrizações convencionais das equações estruturais - e, em particular, para a calibragem ‘básica’ apresentada na seção anterior. O sistema é colocado na forma padrão de Blanchard-Kahn (1980) e resolvido através dos procedimentos numéricos descritos em King e Watson (1998).<sup>22</sup>

A seguir, discutem-se várias simulações do modelo. Em todas as simulações, parte-se de uma inflação de 10% ao ano e taxa de juros nominal de aproximadamente 14,5%a.a., correspondente a uma taxa real de 4%.<sup>23</sup> Pode-se argumentar que a magnitude da taxa de inflação inicial considerada seja excessivamente elevada, comprometendo os resultados obtidos a partir de um modelo log-linearizado em torno do equilíbrio com inflação zero; mas esse procedimento encontra respaldo em vários trabalhos anteriores.<sup>24</sup> Mais importante do que isso, porém, é o fato de que o nível de 10% encontra-se

<sup>21</sup>De fato, será visto na Seção 2.4 que a regra simples proposta acima consegue, sob certas parametrizações, aproximar-se arbitrariamente da regra ótima pela escolha adequada dos coeficientes  $a$  e  $\psi$ .

<sup>22</sup>Para resolver e analisar o modelo, usa-se o conjunto de rotinas ‘Reds-Solds’ (na página de Michael Woodford na internet: <http://www.columbia.edu/~mw2230/Tools/>), que implementa em Matlab os algoritmos de King e Watson (1998).

<sup>23</sup>O modelo foi calibrado em base trimestral, mas todos os gráficos mostram taxas anualizadas, de modo a facilitar a interpretação dos resultados.

<sup>24</sup>Por exemplo, Erceg e Levin (2003) e Woodford (2003).

dentro dos limites necessários para garantir a existência dos preços ótimos de equilíbrio definidos em (20) e, em última instância, a validade do modelo.<sup>25</sup>

O valor inicial do produto depende negativamente do grau de indexação dos preços não-otimizados. De fato, dado que a economia encontra-se inicialmente em um equilíbrio estacionário do modelo log-linearizado, o valor do produto no período -1 pode ser calculado pela curva de Phillips como:

$$\bar{y} = \left[ \frac{(1 - \gamma)(1 - \beta)}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} \right] \quad (2-38)$$

onde  $\bar{y}$  e  $\bar{\pi}$  denotam os valores constantes de  $y$  e  $\pi$  no equilíbrio inicial. Nos gráficos apresentados a seguir, o valor do produto no equilíbrio final (com inflação zero) é normalizado em 100.

Vale ressaltar outra implicação óbvia, mas importante, da relação de equilíbrio (37). Tal relação vale, evidentemente, para ambos equilíbrios inicial e final; dado que a taxa de inflação inicial é maior do que a inflação final, o mesmo deve ocorrer para o produto. Assim, o experimento de desinflação aqui analisado produz necessariamente, em algum momento, um efeito ‘recessivo’.<sup>26</sup> Resta investigar a magnitude e persistência dessa recessão.

A Figura 2.1 apresenta as trajetórias das variáveis endógenas do sistema sob a regra de desinflação (36a)-(36b), usando a calibragem ‘básica’ e os seguintes valores para os parâmetros da regra monetária:  $a = 0.841$  e  $\psi = 1.25$ . O valor do parâmetro  $a$  foi escolhido de modo que a meta de inflação implícita após 4 períodos (ou seja, 1 ano) corresponda a 50% da

<sup>25</sup>Conforme observado por Ascari (2004) e Bakhshi et al (2003), o equilíbrio de estado estacionário de um modelo à la Calvo só está definido (pela convergência dos somatórios na equação do preço relativo ótimo) para taxas de inflação relativamente baixas. No presente contexto, porém, pode-se mostrar que esse equilíbrio de fato existe para taxas de inflação de 10%a.a ou menos.

<sup>26</sup>Esse resultado depende crucialmente do fato de que estamos aproximando as variáveis sempre em torno do mesmo equilíbrio de estado estacionário do modelo exato – o equilíbrio com inflação zero. Esse procedimento justifica-se pela interpretação do equilíbrio inicial do modelo log-linearizado como um desvio em relação ao equilíbrio (com inflação zero) do modelo exato. Uma abordagem alternativa seria interpretar a desinflação como a passagem de um equilíbrio de estado estacionário (com inflação positiva) do modelo exato para outro equilíbrio de estado estacionário (com inflação zero) do modelo exato, conforme feito, por exemplo, por Ireland (1995), Calvo et al. (2003) e Fender e Rakin (2004). Nesse caso, o processo de desinflação poderia levar a um *ganho* de produto, tendo em vista que o nível de produto de equilíbrio do modelo exato depende negativamente da taxa de inflação de equilíbrio. Vale notar que a relação negativa entre produto e inflação de equilíbrio no modelo exato pode ser facilmente verificada a partir das equações (2-20) e (2-21): primeiro, obtém-se expressões para o preço relativo ótimo em estado estacionário a partir dessas equações: segundo, igualam-se essas expressões e resolve-se a equação resultante para  $\bar{Y}$  em função de  $\bar{\Pi}$ .

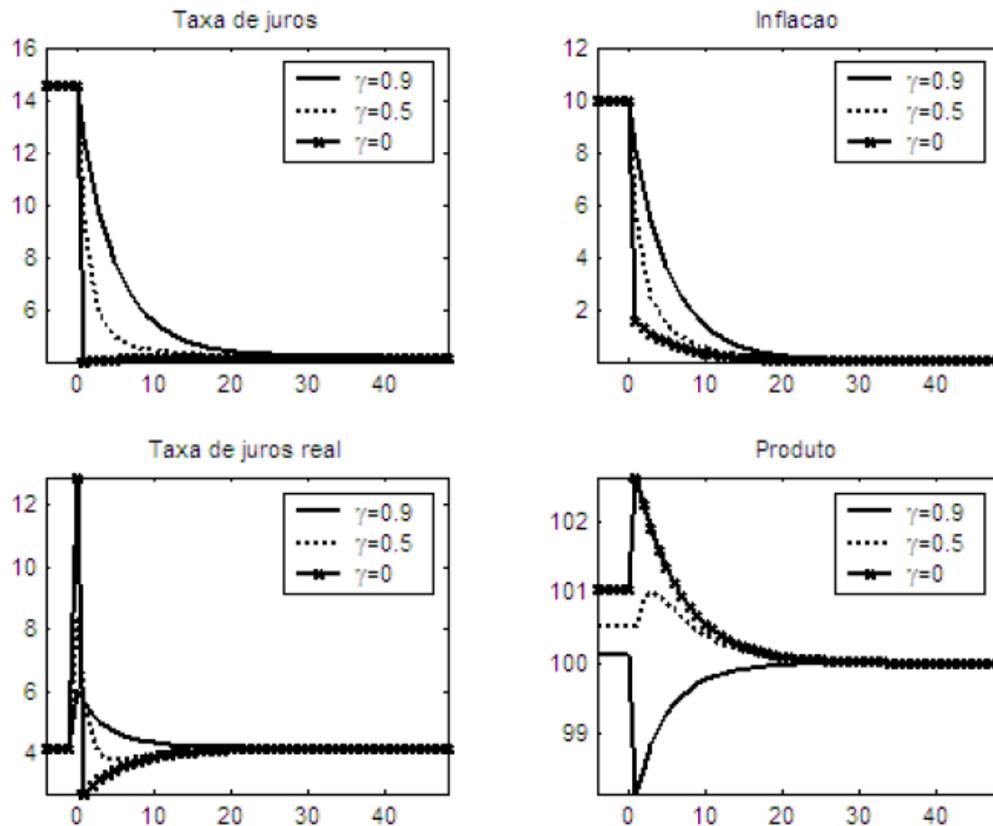


Figura 2.1: Trajetórias sob a regra ‘arbitrária’ de desinflação ( $a = 0.841$ ,  $\psi = 1.25$ ,  $h = 0.5$ )

taxa de inflação inicial; o valor de  $\psi$ , por sua vez, corresponde ao menor valor considerado que satisfaça o ‘princípio de Taylor’. O grau de formação de hábito na economia é dado por  $h = 0.5$ , e consideram-se três situações distintas no que se refere ao grau de indexação dos preços não-otimizados:  $\gamma = 0$ ,  $\gamma = 0.5$  e  $\gamma = 0.9$ .

Observa-se que, como seria razoável esperar, a velocidade de convergência da inflação para o nível zero varia inversamente com o grau de indexação. Dada a mesma trajetória para a meta implícita (definida pelo parâmetro  $a$ ), diferentes graus de indexação implicam diferentes requisitos de tempo para reduzir a inflação a níveis ‘aceitáveis’. Por exemplo, para que a inflação seja reduzida para 2% são necessários cerca de 8 períodos (dois anos) no caso  $\gamma = 0.9$ , entre 3 e 4 períodos (menos de um ano) no caso  $\gamma = 0.5$  e apenas 1 período (um trimestre) na ausência de indexação. Resultado análogo vale para a trajetória dos juros nominais, que se ajustam imediatamente a seu novo nível de equilíbrio (4%) na ausência de indexação, mas levam vários anos para fazê-lo nos demais casos.

O resultado mais interessante diz respeito à trajetória do produto. Em

todos os casos considerados, o nível final do produto está evidentemente abaixo do nível inicial, conforme discutido anteriormente; e, no caso de indexação ‘elevada’ ( $\gamma = 0.9$ ), a adoção da nova política gera uma forte recessão inicial, em conformidade com os fatos estilizados dos processos de desinflação. Entretanto, nos casos em que o grau de indexação é ‘baixo’ ou nulo, o início do processo é caracterizado por um boom, seguido de uma lenta convergência para o novo equilíbrio, o que se contrapõe aos fatos estilizados. É interessante verificar em maior detalhe, portanto, a partir de qual nível de indexação o modelo se comporta de acordo com os fatos estilizados, prevendo corretamente a ocorrência da recessão inicial. Isso é feito na Figura 2.2, que mostra a evolução do produto para vários graus de indexação no intervalo  $\gamma \in (0.5, 0.9)$ , mantendo as demais condições inalteradas em relação à Figura 2.1. Constata-se que: (i) para níveis elevados de indexação ( $\gamma \geq 0.8$ ), ocorre forte recessão inicial, seguida de lenta e monotônica recuperação até atingir o novo equilíbrio; (ii) para  $0.7 \leq \gamma \leq 0.8$ , a (menor) recessão inicial é seguida por uma gradual recuperação do produto que ultrapassa seu nível final, ocorrendo finalmente uma lenta queda até esse nível - mas em nenhum momento o produto se torna maior do que no equilíbrio inicial; (iii) para  $0.5 \leq \gamma \leq 0.7$ , a recuperação do produto após a (cada vez menor) recessão inicial ultrapassa, em algum momento, seu nível inicial; (iv) para  $\gamma \leq 0.5$ , há um boom inicial, em vez de recessão, seguido de gradual convergência para o novo equilíbrio.<sup>27</sup>

A Figura 2.3 compara o valor da perda de bem-estar (2-34), sob diferentes magnitudes da velocidade da moeda  $\nu = (\bar{Y}/\bar{M})$  - que assume os valores 0.36, 1 e 1000 nos gráficos da primeira, segunda e terceira coluna, respectivamente - e do grau de indexação da economia  $\gamma$  - que assume os valores 0.9, 0.5 e 0 nos gráficos da primeira, segunda e terceira linha, respectivamente -, para regras alternativas da classe (2-37a)-(2-37b), diferenciadas pelos valores dos coeficientes  $a$  e  $\psi$  - sendo considerados três valores para o parâmetro  $a$  (0.917, 0.841 e 0.5) e um contínuo de valores para  $\psi$  entre 1.25 e 26.<sup>28</sup> Os principais resultados são: (i) em geral, parece ser preferível escolher o menor valor possível para  $\psi$ ; (ii) quando o grau de indexação é ‘baixo’ ou nulo, as regras com  $a$  menor (isto é, as regras que determinam uma desinflação mais rápida) dominam as regras com  $a$  maior;

<sup>27</sup>Na verdade, a figura em questão não permite afirmar que o grau de indexação a partir do qual ocorre o *boom* seja exatamente 0.5; entretanto, simulações auxiliares (não reportadas) baseadas em intervalos mais finos para os valores de  $\gamma$  sugerem que esse grau de indexação ‘crítico’ realmente esteja muito próximo de 0.5.

<sup>28</sup>De acordo com os valores considerados para o parâmetro  $a$ , a meta de inflação implícita corresponde a 50% da taxa de inflação inicial após 8, 4 e 1 período, respectivamente.

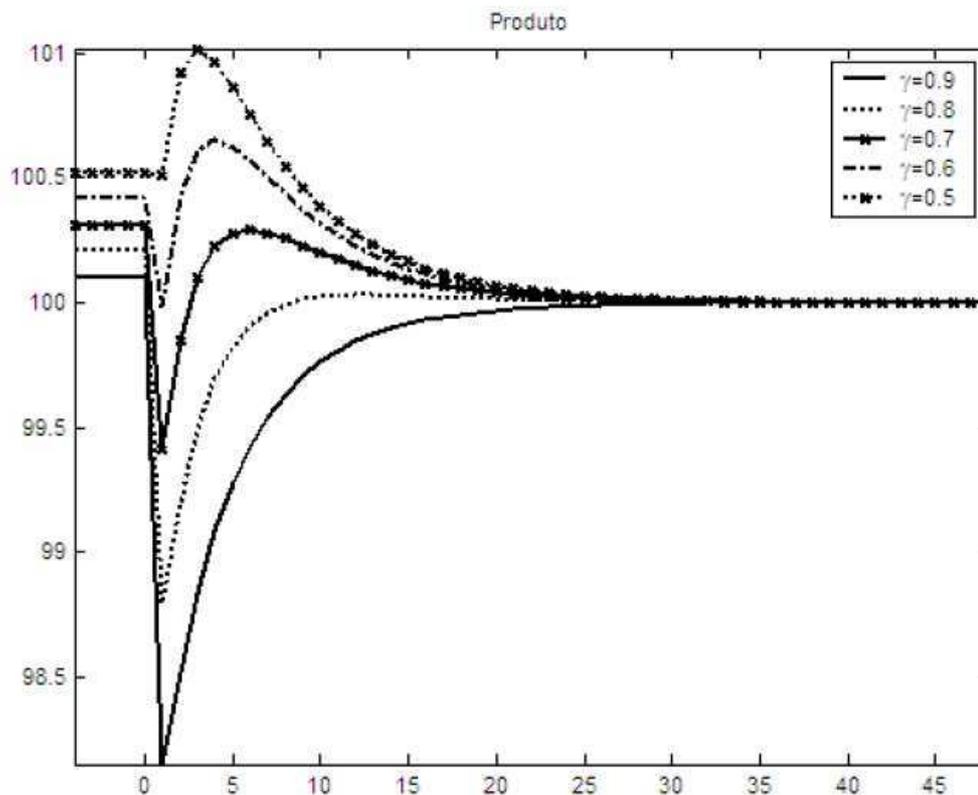


Figura 2.2: Trajetórias do produto sob a regra ‘arbitrária’ de desinflação ( $a = 0.841, \psi = 1.25, h = 0.5$ )

(iii) quando o grau de indexação é ‘alto’, a preferência por uma estratégia de desinflação ‘rápida’ (*cold turkey*) ou ‘lenta’ depende do valor de  $\nu$ : quanto maior o valor desse parâmetro, maior parece ser o  $a$  ‘ótimo’ – e, portanto, mais lenta deve ser a desinflação.

Os resultados (ii) e (iii) estão relacionados à possível existência de um dilema entre os objetivos de estabilização da inflação e dos juros. Em economias com alto grau de indexação, esse dilema existe e é significativo: por um lado, dado que o que importa para o bem-estar do consumidor representativo é a quase-diferença na taxa de inflação ( $\pi_t - \gamma\pi_{t-1}$ ), e não seu valor absoluto, seria ótimo desinflar lentamente; por outro lado, dado que na presença de fricções monetárias o ideal é seguir a ‘regra de Friedman’, seria ótimo desinflar rapidamente, pois isso permitiria reduzir rapidamente, para níveis próximos de zero, também a taxa de juros. Esse último efeito é mais significativo quando a velocidade da moeda é baixa (pois nesse caso o coeficiente  $\lambda_r$  da função perda aumenta), o que explica o resultado (iii) acima. Em economias sem indexação (ou com indexação baixa), por sua vez, o bem-estar do consumidor representativo aumenta com a estabilização do nível da inflação, de modo que não há qualquer dilema: a melhor política

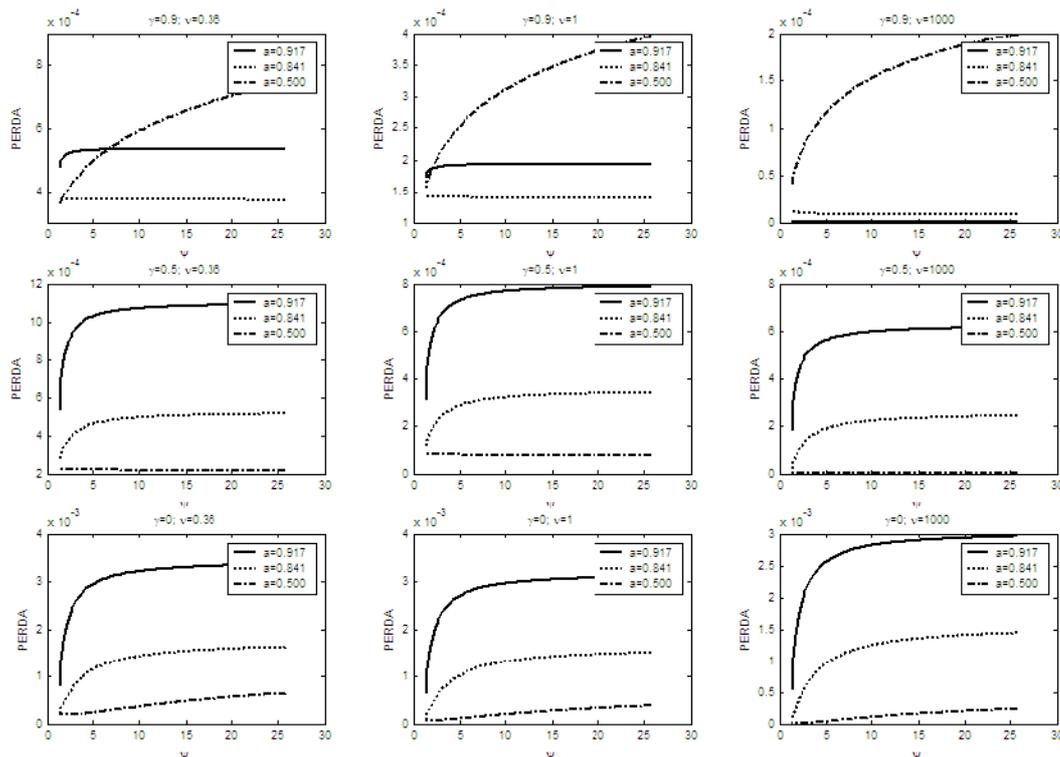


Figura 2.3: Perda de bem-estar sob regras ‘arbitrárias’ de desinflação (I)

deve ser desinflar rapidamente, de modo a trazer ambas as taxas de inflação e de juros para níveis mais baixos.

Esses resultados também aparecem com clareza na Figura 2.4, que compara a perda de bem-estar sob regras de política alternativas em que o parâmetro  $a$  varia continuamente, para três diferentes valores de  $\psi$  (1.25, 5 e 20). Mas essa figura apresenta um resultado adicional, indicando que a escolha de  $a$  parece ser relativamente mais importante do que a escolha de  $\psi$  na especificação da regra (2-37a)-(2-37b). De fato, nota-se que, para os diferentes valores de  $\psi$  considerados, o valor ótimo do parâmetro  $a$  é aproximadamente o mesmo e gera perdas aproximadamente equivalentes; logo, caso a autoridade monetária escolha adequadamente o valor de  $a$ , a escolha de  $\psi$  torna-se quase irrelevante.<sup>29</sup> Por outro lado, a figura mostra que, caso o valor escolhido de  $a$  não seja o ótimo, a escolha de  $\psi$  passa a ser muito importante, podendo gerar grandes diferenças em termos de bem-estar.

Até o momento, todos os resultados foram obtidos supondo um grau constante de formação de hábito ( $h = 0.5$ ). A Figura 2.5 mostra como mudam as trajetórias das variáveis endógenas quando o grau de formação

<sup>29</sup>Esse resultado é consistente com o princípio mais geral, discutido em Woodford (2003), segundo o qual, sob certas condições, os valores dos coeficientes de *feedback* da regra monetária ótima são irrelevantes, desde que satisfaçam o ‘princípio de Taylor’.

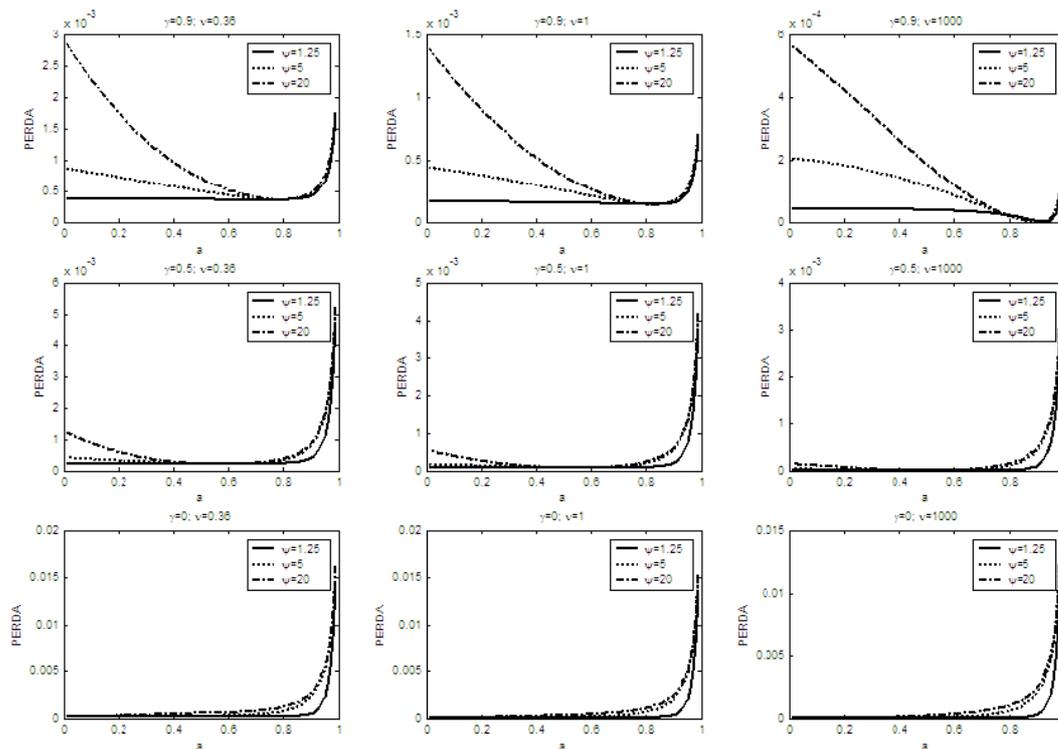


Figura 2.4: Perda de bem-estar sob regras ‘arbitrárias’ de desinflação (II)

de hábito varia. Com o objetivo de ressaltar ao máximo esse efeito, a figura apresenta as diferenças (absolutas) nos valores de cada variável ao longo do tempo sob duas hipóteses extremas:  $h = 1$  e  $h = 0$ ; mais especificamente, os valores nos graficos referem-se a  $\Delta_z(h) = z(h = 1) - z(h = 0)$ , onde  $z(h = j)$  é o valor da variável  $z$  quando  $h = j$ . Observa-se que o efeito da formação de hábito é quantitativamente pouco significativo no caso das taxas de juros e inflação, mas não desprezível no caso do produto, cujas variações chega a ampliar em mais de 0,5%.

Em resumo, os resultados desta seção sugerem que, sob uma regra simples de desinflação:

- i. a magnitude da recessão inicial associada ao processo de desinflação depende positivamente do grau de indexação da economia – sendo que, para níveis de indexação suficientemente baixos, pode ocorrer inicialmente um boom, em vez de recessão;
- ii. as variações (positivas ou negativas) do produto são amplificadas quando o grau de formação de hábito é elevado;
- iii. a velocidade ótima da desinflação depende negativamente do grau de indexação na economia;

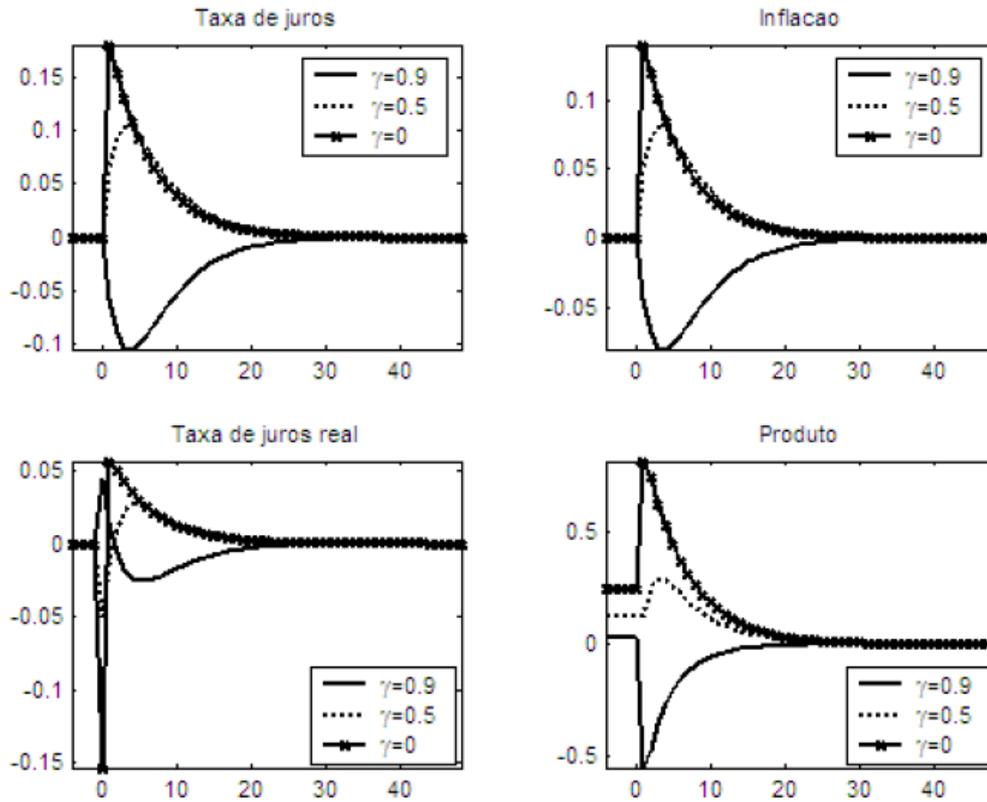


Figura 2.5: Efeito da formação de hábito (diferenças nas trajetórias sob  $h = 1$  e  $h = 0$ )

- iv. em economias altamente indexadas, a velocidade ótima da desinflação depende negativamente da velocidade da moeda (ou, em termos mais gerais, positivamente da magnitude das fricções monetárias).

## 2.4

### Desinflação Ótima

Esta seção deriva a política ótima de desinflação e analisa suas propriedades sob parametrizações alternativas das equações estruturais do modelo. Assim como na seção anterior, as principais questões a serem respondidas estão relacionadas à velocidade ótima do processo de desinflação e à magnitude e duração de eventuais recessões associadas a esse processo.

Novamente, supõe-se que as autoridades monetárias anunciem na data 0, de forma inesperada e crível, a adoção permanente de uma regra de política monetária visando conduzir a economia do equilíbrio inicial com inflação ‘alta’ ao novo equilíbrio com inflação ‘baixa’.

A política ótima de desinflação é derivada a partir da minimização da função de perda (34), sujeita às restrições impostas pela equações estruturais

(2-14) e (2-26). O Lagrangeano correspondente a esse problema é

$$\begin{aligned}
&= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \tilde{\pi}_t^2 + \lambda_y \tilde{y}_t^2 + \lambda_r (r_t - r^*)^2 \\
&\quad + 2\phi_{1,t} [\tilde{\pi}_t - \mu_1 y_t - \mu_2 y_{t-1} - \mu_3 y_{t+1} - \beta \tilde{\pi}_{t+1}] \\
&\quad + 2\phi_{2,t} [y_t - \delta_1 y_{t-1} - \delta_2 y_{t+1} - \delta_3 y_{t+2} - \delta_4 (r_t - \pi_{t+1})] \}
\end{aligned} \tag{2-39}$$

onde  $\tilde{\pi}_t = \pi_t - \gamma \pi_{t-1}$  e  $\tilde{y}_t = y_t - \zeta y_{t-1}$ .

As condições de primeira ordem desse problema são:

$$0 = (1 - \beta \gamma L^{-1}) (\tilde{\pi}_t + \phi_{1,t} - \phi_{1,t-1}) + \frac{\delta_4}{\beta} \phi_{2,t-1} \tag{2-40a}$$

$$\begin{aligned}
0 = & \lambda_y (1 - \beta \zeta L^{-1}) \tilde{y}_t - \left[ \mu_1 + \beta \mu_2 L^{-1} + \frac{\mu_3}{\beta} L \right] \phi_{1,t} \\
& - \left[ 1 + \beta \delta_1 L^{-1} + \frac{\delta_2}{\beta} L + \frac{\delta_3}{\beta^2} L^2 \right] \phi_{2,t}
\end{aligned} \tag{2-40b}$$

$$0 = \phi_{2,t} - \frac{\lambda_r}{\delta_4} (r_t - r^*) \tag{2-40c}$$

que valem para  $t \geq 0$ , sujeito às condições iniciais

$$\phi_{1,-1} = \phi_{2,-1} = \phi_{2,-2} = 0. \tag{2-41}$$

Consideram-se apenas soluções limitadas para essas equações, de modo que não é necessário levar em consideração as condições de transversalidade para esse problema. O plano ótimo é, assim, dado por trajetórias para as variáveis  $\pi_t, y_t, r_t, \phi_{1t}$  e  $\phi_{2t}$  para todo  $t \geq 0$ , tais que sejam satisfeitas as equações (2-14), (2-26), (2-40a), (2-40b) e (2-40c) e as condições iniciais (2-41).

A imposição dessas condições iniciais deve-se ao fato de que, sendo a política implementada a partir da data 0, a relação IS e a curva de Phillips nos períodos anteriores não impõem qualquer restrição ao problema de otimização. Evidentemente, isso implica, em geral, a inconsistência temporal da política considerada. Conforme nota Woodford (1999a) em um contexto semelhante, a solução do problema de otimização (2-39) em qualquer data  $t > 0$  envolveria escolher trajetórias que satisfizessem (2-14), (2-26), (2-40a), (2-40b) e (2-40c) e condições iniciais  $\phi_{1,t-1} = \phi_{2,t-1} = \phi_{2,t-2} = 0$ . Mas é fácil ver que essas condições iniciais não são satisfeitas pelo plano ótimo escolhido na data 0. Fica claro, assim, que a hipótese de que as autoridades monetárias são capazes de comprometer-se a seguir o plano ótimo nas datas futuras é crucial para os resultados derivados a seguir.

Cabe notar que as condições de primeira ordem acima dão origem à seguinte ‘regra instrumental implícita’, na terminologia de Giannoni e Woodford (2002a):

$$\tilde{\pi}_t + \Phi_y(L)\tilde{y}_t = \Phi_r(L)(r_t - r^*) \quad (2-42)$$

onde

$$\begin{aligned} \Phi_y(L) &= \lambda_y \left[ \frac{(1 - \beta\zeta L^{-1})(1 - L)}{\mu_1 + \beta\mu_2 L^{-1} + \beta^{-1}\mu_3} \right] \\ \Phi_r(L) &= \lambda_r \left[ \frac{(1 + \beta\delta_1 L^{-1} + \beta^{-1}\delta_2 L + \beta^{-2}\delta_3 L^2)(1 - L)}{\delta_4 (\mu_1 + \beta\mu_2 L^{-1} + \beta^{-1}\mu_3)} - \frac{\beta^{-1}L}{1 - \beta\gamma L^{-1}} \right] \end{aligned}$$

Essa regra resume o comportamento a ser adotado pelas autoridades monetárias em todos os períodos  $t \geq 2$ ; para os períodos  $t = 0, 1$  a regra deve ser modificada em função das condições iniciais (2-41).<sup>30</sup> É interessante observar que a regra (2-42) contém como casos particulares algumas das regras ótimas derivadas por Woodford (1999) e Giannoni e Woodford (2002b, 2004), sob especificações alternativas das equações estruturais. Em particular, supondo  $\zeta = 0, \gamma = 0$  e  $\lambda_r = 0$ , a regra acima se reduz a

$$\pi_t = -\frac{\lambda_y}{\tilde{\kappa}(\omega - \epsilon_{11})}(y_t - y_{t-1}) \quad (2-43)$$

que é a regra ótima no modelo novo-keynesiano básico na ausência de fricções monetárias.

É útil calcular, a partir do sistema dado por (2-14), (2-26), (2-40a), (2-40b) e (2-40c), os valores da inflação, da taxa de juros e do produto no equilíbrio em estado estacionário (do modelo log-linearizado):

$$\bar{\pi} = \bar{r} = \left[ \frac{\lambda_r}{\beta(1 - \beta\gamma)(1 - \gamma) + \lambda_r} \right] \quad (2-44)$$

$$\bar{y} = \left[ \frac{(1 - \gamma)(1 - \beta)}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} \right] \quad (2-45)$$

onde a expressão para  $\bar{y}$  acima é a mesma apresentada anteriormente [equação (2-38)]. Uma implicação importante de (2-44) é que, em geral,  $\bar{\pi} < 0$ , de modo que o plano ótimo envolve deflação, e não inflação zero – que só deve ocorrer se  $\lambda_r = 0$  (fricções monetárias irrelevantes) ou  $r^* = 0$  (taxa nominal de juros ótima igual à taxa real no equilíbrio estacionário com

<sup>30</sup>Caso a política ótima fosse derivada com base na ‘perspectiva atemporal’ sugerida por Woodford (1999b), essa regra valeria inalterada para todos os períodos  $t \geq 0$ .

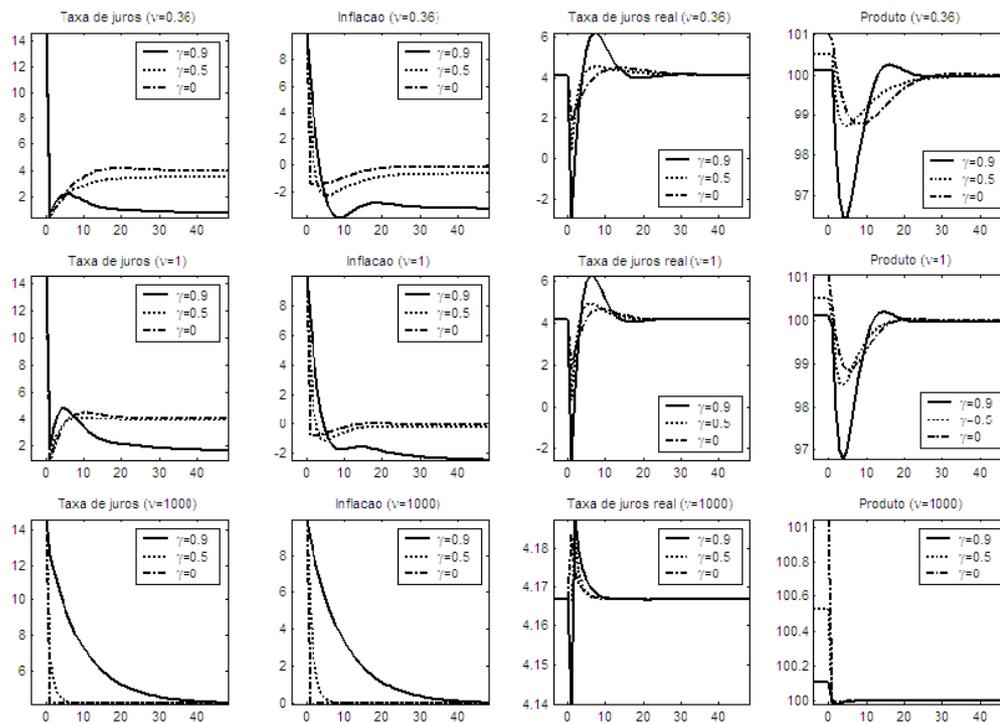


Figura 2.6: Trajetórias sob a regra ótima de desinflação ( $r^* < 0$ )

inflação zero). Por outro lado, conforme observado por Woodford (2003, cap.7), essa taxa de deflação é geralmente menos pronunciada do que a deflação preconizada pela regra de Friedman, que no presente contexto requer  $\bar{\pi} = r^*$ ; claramente, essa condição se verificaria apenas se houvesse plena indexação na economia ( $\gamma = 1$ ).

A Figura 2.6 apresenta as trajetórias das variáveis endógenas sob a regra ótima, para diferentes valores da velocidade da moeda  $\nu$  e do grau de indexação da economia  $\gamma$ . Cabe notar que o equilíbrio inicial é o mesmo considerado na seção anterior; isto é, inflação de 10%, taxa de juros de 14,5% e nível de produto dado por (2-45). Algumas observações merecem destaque. Primeiro, a desinflação ótima não gera um boom de atividade em nenhum dos casos considerados, ao contrário do que ocorre sob políticas ‘arbitrárias’ de desinflação. Observa-se, de fato, recessões significativas em todos os casos (principalmente quando a indexação é elevada) e trajetórias do produto em forma de ‘U’ invertido, em conformidade com os fatos estilizados mencionados anteriormente. Segundo, quando as fricções monetárias são irrelevantes (isto é, no caso  $\nu = 1000$ ) e não há indexação, a desinflação é imediata e apresenta custos mínimos em termos de perda de produto; com indexação, a convergência para a inflação zero é apenas gradual. Terceiro, quando as fricções monetárias são relevantes (isto é, nos casos  $\nu = 0.36$  e  $\nu = 1$ ), a taxa de inflação converge para valores negativos, em vez de zero –

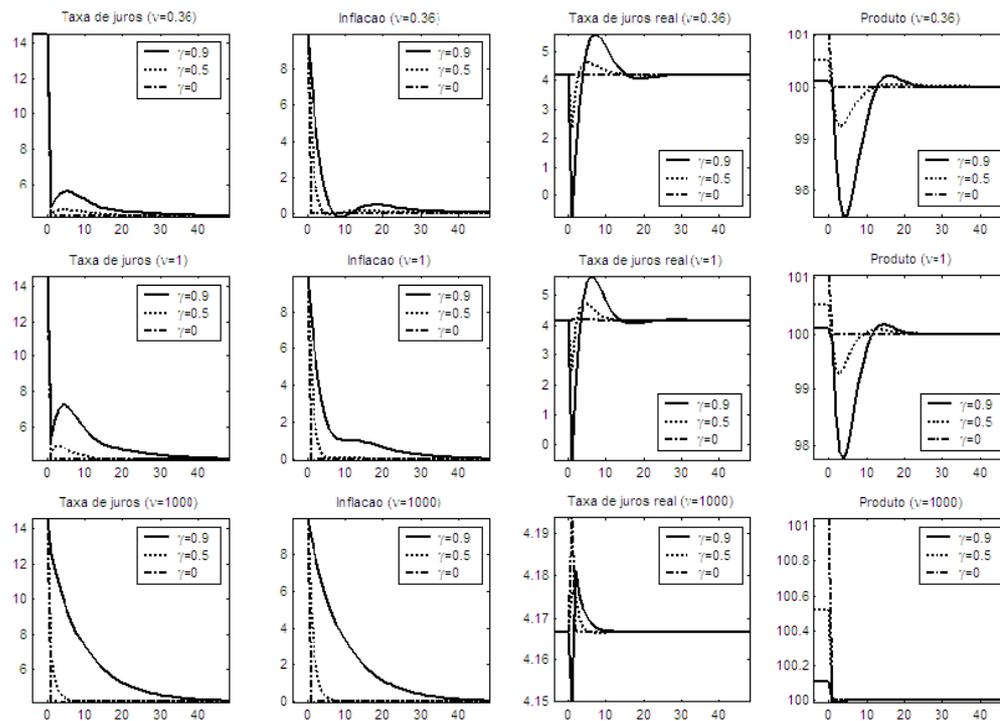


Figura 2.7: Trajetórias sob a regra ótima de desinflação ( $r^* = 0$ )

conforme previsto pela expressão (2-44). Por fim, a evolução da taxa de juros mostra-se não-monotônica, caracterizando-se por forte queda inicial, seguida de elevação e gradual convergência para o novo equilíbrio. Esse padrão parece estar associado ao princípio geral de que, sob uma política ótima com comprometimento adotada na data 0, as autoridades monetárias podem partir de condições iniciais que, por definição, não afetam as expectativas formadas antes dessa data – obtendo, assim um ‘ganho’ instantâneo.<sup>31</sup> No caso em questão, a forte redução inicial da taxa de juros visa: (i) reduzir ao máximo as distorções causadas pela existência de fricções monetárias na data 0; e, ao mesmo tempo, (ii) criar expectativas de aumento da taxa de juros (nominal e real) nos períodos subsequentes, gerando recessão e abrindo caminho para a redução da taxa de inflação. Evidentemente, caso uma redução dessa magnitude na taxa de juros tivesse sido antecipada no período  $-1$ , o produto teria subido fortemente, inviabilizando a redução da inflação.

Para fins de comparação, apresentam-se na Figura 2.7 as trajetórias obtidas nas mesmas condições da Figura 2.6, exceto pelo valor de  $r^*$ , suposto igual a zero. Notam-se duas diferenças significativas entre essas figuras: (i) a inflação converge, agora, para zero; (ii) na ausência de indexação, a inflação é estabilizada imediatamente e não há recessão, independentemente

<sup>31</sup>Ver, por exemplo, a discussão em Woodford (2003, caps. 6 e 7).

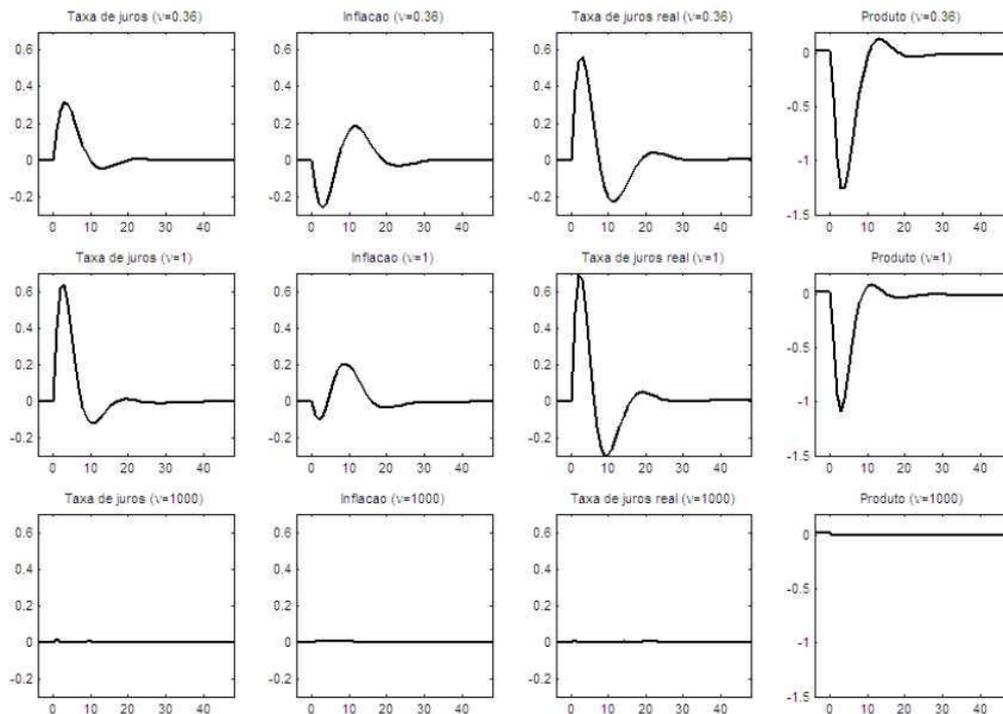


Figura 2.8: Efeito da formação de hábito sob a regra ótima (diferenças nas trajetórias sob  $h = 1$  e  $h = 0$ )

da magnitude das fricções monetárias. O primeiro resultado é óbvio pela discussão anterior. Quanto ao segundo, a explicação baseia-se na ausência de dilema entre os objetivos de estabilização da inflação e dos juros.

A Figura 2.8 resume os efeitos da formação de hábito sobre as trajetórias de cada variável, apresentando, como na Figura 2.5, as diferenças (absolutas)  $\Delta_z(h) = z(h = 1) - z(h = 0)$ , onde  $z(h = j)$  é o valor da variável  $z$  quando  $h = j$ . Observa-se inicialmente que a formação de hábito não tem efeito relevante sobre o plano ótimo no caso em que as fricções monetárias são irrelevantes, conforme demonstrado anteriormente por Giannoni e Woodford (2004). No caso em que tais fricções são relevantes, porém, a introdução de formação de hábito pode gerar perdas adicionais de mais de 1% do produto, além de exacerbar o padrão cíclico do produto. Cabe ressaltar que os efeitos da formação de hábito revelam-se aqui consideravelmente mais significativos do que sob as regras arbitrárias da seção anterior.

Por fim, a Figura 2.9 compara a perda de bem-estar derivada sob a regra ótima com as perdas obtidas sob regras arbitrárias da classe (2-37a)-(2-37b), para valores de  $a$  entre 0 e 0.99 e dois valores possíveis de  $\psi$  (um valor ‘alto’ e um valor ‘baixo’). O principal ponto a ser observado é que, em geral, o desempenho das regras arbitrárias pode aproximar-se

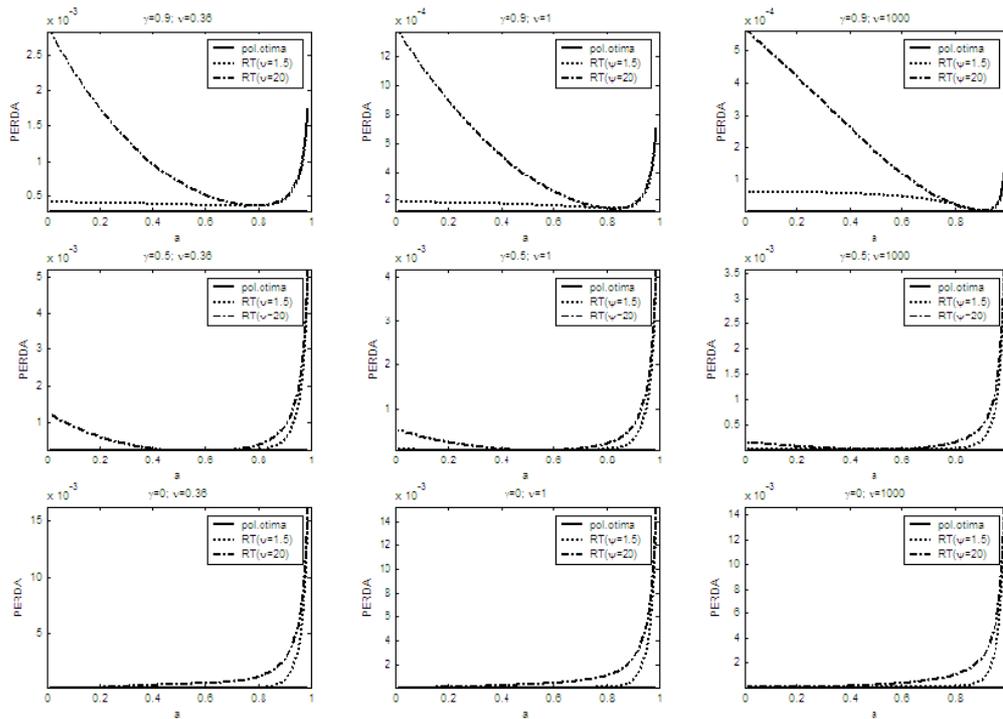


Figura 2.9: Perda de bem-estar: comparação entre a regra ótima e regras ‘arbitrárias’

arbitrariamente do desempenho da regra ótima pela escolha adequada do valor do parâmetro  $a$ . As exceções parecem ser os casos caracterizados por alto grau de indexação e fricções monetárias relevantes, em que as diferenças de desempenho revelam-se mais significativas.<sup>32</sup> A explicação para esse fenômeno está relacionada, conforme discutido anteriormente, ao fato de que, em economias com tais características, o dilema entre os vários objetivos de estabilização é particularmente significativo: de um lado, quanto maiores as fricções monetárias, maiores os custos da manutenção de níveis elevados de inflação e juros e, portanto, maior o incentivo a desinflar *rapidamente*; de outro lado, quanto mais indexada a economia, maior a perda de bem-estar associada a mudanças bruscas na taxa de inflação e, conseqüentemente, melhor uma estratégia de desinflação *gradual*. De qualquer forma, é interessante notar que, sob diversas circunstâncias, uma trajetória de desinflação ‘quase tão boa como a ótima’ poderia ser obtida pela implementação de uma regra muito simples – com todos os benefícios associados ao uso de regras simples, como transparência, facilidade de comunicação etc.

<sup>32</sup>Ainda que, mesmo nesse caso, as diferenças possam parecer quantitativamente pequenas.

Os principais resultados desta seção podem ser assim resumidos:

- i. a política ótima de desinflação nunca gera um *boom* e, em geral, envolve uma recessão inicial;
- ii. o grau de indexação na economia afeta positivamente o tamanho da recessão inicial e negativamente a velocidade ótima de desinflação;
- iii. à medida que a magnitude das fricções monetárias se eleva, aumentam o tamanho da recessão inicial requerida para desinflar a economia e a velocidade ótima de desinflação;
- iv. quando as fricções monetárias são irrelevantes e não há indexação, a desinflação ótima é imediata e apresenta custos mínimos em termos de perda de produto;
- v. sob fricções monetárias relevantes, a introdução de formação de hábito gera perdas adicionais de produto significativas;
- vi. a trajetória ótima das taxas de inflação e juros não é monotonicamente decrescente durante o processo de desinflação quando as fricções monetárias são relevantes;
- vii. exceto em economias com elevados níveis de indexação e fricções monetárias, o desempenho de regras arbitrárias de desinflação parece razoavelmente próximo do desempenho da regra ótima.

## 2.5 Conclusão

Este capítulo analisou as propriedades das políticas ótimas de desinflação no contexto de um modelo monetário de equilíbrio geral ‘novo-keynesiano’ em economia fechada, buscando responder a duas perguntas em particular: (i) A política ótima envolve uma desinflação ‘rápida’ ou ‘gradual’? (ii) A desinflação ótima requer uma recessão significativa?

De acordo com os resultados obtidos, a existência de diferentes graus de fricções monetárias e de inércia no produto e na inflação permite justificar diferentes trajetórias ótimas de desinflação, algumas envolvendo queda rápida e relativamente indolor da inflação, outras associadas à lenta redução das taxas inflacionárias acompanhada de forte recessão. Mais especificamente, constatou-se que o tamanho da recessão inicial requerida para desinflar a economia aumenta com as fricções monetárias e com os

graus de inércia no produto e na inflação, ao passo que a velocidade ótima de desinflação diminui com o grau de indexação na economia, mas aumenta com a magnitude das fricções monetárias.

O trabalho tem três contribuições importantes. Primeiro, foram abordados aspectos relativamente inexplorados na literatura sobre desinflação, como o papel das fricções monetárias, e da interação destas com o grau de indexação da economia, na determinação da velocidade ótima de desinflação. Segundo, a análise de bem-estar esteve calcada nos mesmos microfundamentos subjacentes às equações estruturais do modelo, e não em critérios relativamente arbitrários usados na maioria dos outros estudos – como, por exemplo, a ‘taxa de sacrifício’. Terceiro, a questão da desinflação foi analisada a partir de regras baseadas no controle da taxa de juros pelo Banco Central, e não simplesmente na determinação de trajetórias para a evolução do estoque de moeda na economia, como feito na maioria dos trabalhos sobre o tema. Tendo em vista que, de acordo com a prática corrente na condução da política monetária, o principal instrumento de política é a taxa de juros básica, essa opção metodológica revela-se importante na aplicação dos resultados para fins de recomendações de política.

Dentre as principais limitações do estudo, cabe citar que o modelo é construído para uma economia fechada e pressupõe credibilidade perfeita das autoridades monetárias – o que impede a consideração de aspectos importantes dos processos de desinflação em economias reais, associados, respectivamente, à evolução da taxa de câmbio e das expectativas dos agentes privados com relação à condução da política monetária. Pretende-se, no futuro, estender o modelo de modo a incorporar essas questões.