

4

Análise Empírica

4.1

Estatísticas Descritivas e Testes

Neste estudo usaremos séries de preços de índices de bolsas de 4 países de economias emergentes - Argentina, Brasil, Chile e México - e a série de preços do índice norte americano S&P 500. Apresentamos breves definições e descrições de cada um desses índices financeiros.

MERVAL - Argentina

Lançado em 30 de junho de 1986, o Índice Merval é uma média do valor de mercado de uma carteira de ações selecionadas de acordo com sua negociação na Bolsa de Comércio de Buenos Aires. A atualização das ações que compõem o índice é feita trimestralmente de acordo com sua participação no mercado nos últimos seis meses. Compõem o MERVAL, hoje, 11 ações.

iBOV - Brasil

O índice da bolsa de valores de São Paulo (iBOVESPA) é um índice de retorno ponderado pelo volume negociado e é constituído das ações de maior liquidez da bolsa. O iBOV já foi dividido dez vezes por um fator de 10, desde 1º de janeiro de 1985. Atualmente é composto por 55 ações.

IGPA - Chile

O Índice Geral de Preços de Ações (IGPA) é um índice ponderado de capitalização da maioria das companhias negociadas na bolsa de valores de Santiago. Foi desenvolvido com nível base de 100 em 30 de dezembro de 1980 e é revisado uma vez por ano, todo ano.

IPC - México

O Índice de Preços e Cotações (IPC) é considerado o indicador do desempenho do mercado acionário em seu conjunto, em função das variações de preços de uma seleção de ações cotadas na Bolsa Mexicana de Ações. Lançado em 30 de outubro de 1978, o índice é composto das 36 ações mais negociadas do mercado.

S&P 500 - EUA

O S&P 500 - STANDARD & POOR's 500 - é um índice que consiste em 500 ações escolhidas por tamanho de mercado, liquidez e representação de grupo industrial. Ele é um índice ponderado de valor de mercado (preço da ação vezes número de ações em circulação) com o peso de cada ação no índice proporcional a seu valor de mercado. O "500" é uma das marcas mais amplamente usadas do desempenho patrimonial norte-americano.

As séries de preços (de fechamento) vão de 31 de dezembro de 1993 até 31 de janeiro de 2005, num total de 2892 observações cada. Serão separados, no entanto, como amostra, as primeiras 2110 observações. A amostra, portanto, vai de 31 de dezembro de 1993 a 31 de janeiro de 2002, deixando de fora exatos 3 anos para testarmos a eficácia dos métodos aqui implementados. Assim, as séries amostrais de retornos logarítmicos terão 2109 dados.

Estatísticas descritivas e resultados dos testes estatísticos de normalidade, estacionaridade (Augmented Dickey-Fuller), correlação serial, correlação da série da série ao quadrado e do teste de independência podem ser vistos nas tabelas 4.1 a 4.10.

	mín.	máx.	mediana	média	e. padrão	assimetria	curtose
Argentina	-14,765	16,117	0,000	-0,013	2,420	-0,001	8,046
Brasil	-17,229	28,818	0,063	0,167	2,875	0,618	12,706
Chile	-4,402	5,169	0,000	0,014	0,808	0,121	7,608
México	-14,314	12,154	0,000	0,046	1,856	0,052	8,212
EUA	-3,089	2,167	0,012	0,018	0,458	-0,302	7,321

Tabela 4.1: *Estatísticas descritivas.*

	Normalidade (Jarque-Bera)	Raiz Unitária (ADF-I) t-Stat.
Argentina	2237,428 (0,0000)	-41,712 (0,0000)
Brasil	8412,279 (0,0000)	-42,367 (0,0000)
Chile	1871,034 (0,0000)	-34,959 (0,0000)
México	2391,318 (0,0000)	-41,058 (0,0000)
EUA	1673,120 (0,0000)	-45,644 (0,0001)

Tabela 4.2: *Testes de normalidade e estacionaridade.*

	Q-Stat. (ordem 15) série	Q-Stat. (ordem 15) série ao quadrado
Argentina	73,561 (0,000)	571,983 (0,000)
Brasil	64,782 (0,000)	424,891 (0,000)
Chile	254,94 (0,000)	730,942 (0,000)
México	42,746 (0,000)	330,360 (0,000)
EUA	29,820 (0,013)	316,000 (0,000)

Tabela 4.3: *Ljung-Box - Correlação serial da série e série ao quadrado.*

	r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)
Argentina	0,097 (0,000)	-0,028 (0,000)	-0,033 (0,000)	0,004 (0,000)	-0,006 (0,000)
Brasil	0,080 (0,000)	0,005 (0,001)	-0,026 (0,002)	-0,004 (0,004)	-0,045 (0,002)
Chile	0,267 (0,000)	0,132 (0,000)	0,060 (0,000)	0,036 (0,000)	0,057 (0,000)
México	0,112 (0,000)	-0,041 (0,000)	-0,007 (0,000)	0,035 (0,000)	0,007 (0,000)
EUA	0,004 (0,819)	-0,033 (0,274)	-0,049 (0,049)	0,004 (0,097)	-0,034 (0,067)

Tabela 4.4: *Coefficientes de correlação serial estimados.*

	r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)
Argentina	0,243 (0,000)	0,163 (0,000)	0,183 (0,000)	0,091 (0,000)	0,100 (0,000)
Brasil	0,194 (0,000)	0,205 (0,000)	0,173 (0,000)	0,087 (0,000)	0,099 (0,000)
Chile	0,310 (0,000)	0,277 (0,000)	0,223 (0,000)	0,117 (0,000)	0,124 (0,000)
México	0,239 (0,000)	0,098 (0,000)	0,177 (0,000)	0,033 (0,000)	0,043 (0,000)
EUA	0,194 (0,000)	0,149 (0,000)	0,082 (0,000)	0,061 (0,000)	0,118 (0,000)

Tabela 4.5: *Coefficientes de correlação serial das séries ao quadrado.*

	z-Stat. (Argentina)			
	m=2	m=3	m=4	m=5
$\varepsilon = 0,5 \cdot \sigma$	8,925 (0,0000)	12,047 (0,0000)	14,462 (0,0000)	16,484 (0,0000)
$\varepsilon = 1,0 \cdot \sigma$	10,885 (0,0000)	14,021 (0,0000)	16,100 (0,0000)	17,792 (0,0000)
$\varepsilon = 1,5 \cdot \sigma$	12,266 (0,0000)	14,893 (0,0000)	16,542 (0,0000)	17,785 (0,0000)
$\varepsilon = 2,0 \cdot \sigma$	12,648 (0,0000)	14,951 (0,0000)	16,382 (0,0000)	17,307 (0,0000)

Tabela 4.6: *Teste BDS feito sobre os resíduos de um modelo auto regressivo de ordem 5 aplicado à série de retornos da Argentina.*

	z-Stat. (Brasil)			
	m=2	m=3	m=4	m=5
$\varepsilon = 0,5 \cdot \sigma$	11,658 (0,0000)	14,428 (0,0000)	17,049 (0,0000)	20,326 (0,0000)
$\varepsilon = 1,0 \cdot \sigma$	14,490 (0,0000)	17,461 (0,0000)	20,178 (0,0000)	22,977 (0,0000)
$\varepsilon = 1,5 \cdot \sigma$	16,627 (0,0000)	20,020 (0,0000)	22,447 (0,0000)	24,482 (0,0000)
$\varepsilon = 2,0 \cdot \sigma$	17,185 (0,0000)	20,814 (0,0000)	22,660 (0,0000)	23,913 (0,0000)

Tabela 4.7: *Teste BDS feito sobre os resíduos de um modelo auto regressivo de ordem 5 aplicado à série de retornos do Brasil.*

	z-Stat. (Chile)			
	m=2	m=3	m=4	m=5
$\varepsilon = 0,5 \cdot \sigma$	15,791 (0,0000)	18,604 (0,0000)	21,542 (0,0000)	24,504 (0,0000)
$\varepsilon = 1,0 \cdot \sigma$	17,797 (0,0000)	19,704 (0,0000)	21,711 (0,0000)	23,459 (0,0000)
$\varepsilon = 1,5 \cdot \sigma$	18,759 (0,0000)	20,290 (0,0000)	21,677 (0,0000)	22,676 (0,0000)
$\varepsilon = 2,0 \cdot \sigma$	19,400 (0,0000)	20,592 (0,0000)	21,631 (0,0000)	22,160 (0,0000)

Tabela 4.8: *Teste BDS feito sobre os resíduos de um modelo auto regressivo de ordem 5 aplicado à série de retornos do Chile.*

	z-Stat. (México)			
	m=2	m=3	m=4	m=5
$\varepsilon = 0,5 \cdot \sigma$	10,390 (0,0000)	12,040 (0,0000)	14,016 (0,0000)	16,140 (0,0000)
$\varepsilon = 1,0 \cdot \sigma$	11,716 (0,0000)	13,728 (0,0000)	15,760 (0,0000)	17,745 (0,0000)
$\varepsilon = 1,5 \cdot \sigma$	11,607 (0,0000)	13,615 (0,0000)	15,446 (0,0000)	16,867 (0,0000)
$\varepsilon = 2,0 \cdot \sigma$	11,410 (0,0000)	13,434 (0,0000)	14,988 (0,0000)	15,905 (0,0000)

Tabela 4.9: *Teste BDS feito sobre os resíduos de um modelo auto regressivo de ordem 5 aplicado à série de retornos do México.*

	z-Stat. (EUA)			
	m=2	m=3	m=4	m=5
$\varepsilon = 0,5 \cdot \sigma$	6,548 (0,0000)	10,748 (0,0000)	14,017 (0,0000)	18,109 (0,0000)
$\varepsilon = 1,0 \cdot \sigma$	7,118 (0,0000)	11,453 (0,0000)	14,164 (0,0000)	17,242 (0,0000)
$\varepsilon = 1,5 \cdot \sigma$	8,265 (0,0000)	12,212 (0,0000)	14,429 (0,0000)	16,728 (0,0000)
$\varepsilon = 2,0 \cdot \sigma$	9,644 (0,0000)	13,039 (0,0000)	14,871 (0,0000)	16,672 (0,0000)

Tabela 4.10: *Teste BDS feito sobre os resíduos de um modelo auto regressivo de ordem 5 aplicado à série de retornos dos Estados Unidos.*

Os resultados dos testes realizados deixam transparecer os fatos estilizados de séries de retornos financeiros.

As distribuições não condicionais das séries não são normais como era de se esperar; os retornos têm caudas pesadas (excesso de curtose). As séries são estacionárias e apresentam correlação serial¹. Os testes da tabela 4.3 rejeitam fortemente a hipótese de ausência de dependência linear e não linear.

O teste de BDS² feito sobre resíduos de modelos auto regressivos, de ordem 5, aplicados às series de retornos, rejeitou fortemente a hipótese nula de que as séries são independentes e identicamente distribuídas. O resultado é coerente com um outro fato estilizado conhecido de séries financeiras, que é o efeito GARCH, ou seja, a série apresenta dependência temporal na variância.

4.2

Escolha da Carteira via Estimação das Cópulas

Nesta seção vamos apresentar um exercício empírico de construção de portfólios utilizando ativos de mercados emergentes, a partir da teoria de cópulas para valores extremos, vista no capítulo 2.

Estamos interessados em diversificar ao máximo o risco de nossa carteira financeira otimizando a alocação de recursos nos ativos que a compõem. Com isso pretende-se aproveitar os movimentos do mercado lucrando o máximo possível com suas altas e perdendo o mínimo possível quando o mercado apresentar desempenho ruim. Baixas e altas dos mercados são,

¹Por vezes, as séries de retornos financeiros apresentam alguma correlação serial em suas primeiras defasagens. O que, às vezes, pode ser resultado de uma distorção provocada pelo tamanho da amostra.

²No teste BDS, a hipótese nula é que a série temporal é independente e identicamente distribuída, sendo a hipótese alternativa do tipo composta: a série é não estacionária; a série apresenta dependência linear; a série tem dependência não linear ou a série apresenta caos determinístico.

então, os eventos extremos dos quais queremos nos prevenir e aproveitar, respectivamente.

Para definir um evento extremo precisamos definir um limiar, ou seja, um valor a partir do qual os retornos nos pareçam altos ou baixos demais. Desta forma, os eventos extremos serão os retornos que excedem esses limiares.

O limiar, no entanto, influencia na qualidade do ajuste de uma densidade de probabilidade aos excessos. A escolha do limiar pode ser vista como um gerenciamento do viés e da eficiência das estimativas dos parâmetros. Quando este não é alto o suficiente, as estimativas dos parâmetros serão viesadas. Por outro lado, se for alto demais, haverá poucos excessos a serem usados para estimar os parâmetros, o que implicará que as estimativas terão grande variância.

Os limiares escolhidos foram tais que separam 10% dos dados em cada cauda da série de retornos. Desta forma, teremos limiares diferentes para cada série e para cada cauda, o que melhor adapta as diferenças de escala e forma das séries dos mercados. Os limiares estão mostrados na tabela 4.11.

	Limiares (90%)	
	cauda superior	cauda inferior
Argentina	2,37	-2,58
Brasil	3,13	-2,88
Chile	0,94	-0,82
México	2,08	-2,00
EUA	0,52	-0,49

Tabela 4.11: *Limiares (em %).*

Combinamos as séries duas a duas e coletamos retornos excedentes conjuntos, ou seja, o par excedente será formado por observações que, em mesma data, excedem seus limiares individuais. Desta forma, em média, tivemos como pares excedentes 3,04% do número total de observações. Em seguida subtraímos dos limiares os vetores excedentes, ficando então com vetores de excessos conjuntos das séries combinadas duas a duas.

Ajustou-se, por máxima verossimilhança, a distribuição MGPD³ para os vetores de excessos e pôde-se perceber que quase todos os ajustes apre-

³A densidade MGPD é:

$$p_{\xi,\psi}(y) = 1 - \exp\left[\frac{-y^\gamma}{\psi}\right], \quad \text{se } \xi = 0$$

ou

$$p_{\xi,\psi}(y) = 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{y^\gamma}{\psi}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}, \quad \text{caso contrário.}$$

sentaram parâmetro '*gama*' igual a 1, ou seja, eram GPD's⁴ simplesmente. Em seguida, testou-se os descolamentos das distribuições ajustada em relação às distribuições empíricas dos vetores. O teste de Kolmogorov-Smirnoff⁵ a 5% de significância diagnosticou que, para os pares cujos ajustes MGPD apresentaram parâmetro '*gama*' maior que 1, o descolamento da distribuição ajustada da distribuição empírica não era desprezível. Como, nesses casos, os histogramas dos excessos eram estritamente decrescentes substituiu-se os ajustes MGPD por ajustes GPD para cada componente do par de excessos. Novo teste de Kolmogorov-Smirnoff sobre os ajustes GPD aceitou as distribuições ajustadas.

No entanto, as GPD's encontradas apresentavam parâmetro ξ muito próximo de zero (negativo ou positivo). Aplicamos o teste de razão de verossimilhança generalizado (conforme apresentado em Bolfarine e Sandoval [10]) para testar a significância do parâmetro e, em todos os casos, o parâmetro foi considerado estatisticamente insignificante. Assim, as GPD's ajustada se transformaram em densidades exponenciais. Outra vez recorreu-se ao teste de Kolmogorov-Smirnoff para investigar a qualidade do ajuste exponencial e, a 5%, todos os ajustes foram aceitos.

Ajustadas distribuições marginais, aplicamos a transformação integral para "uniformizar" os vetores de excessos e daí podermos ajustar as cópulas para cada par. As cópulas ajustadas foram aquelas citadas na seção 2.2. São elas as cópulas *Joe*, *Joe-Clayton*, *Galambos*, *AKS* e *ALM*. Na rotina de ajuste das cópulas também era calculado o coeficiente de dependência de cauda entre cada par. Os principais resultados destes ajustes - parâmetros e respectivos desvios padrões - são mostrados abaixo nas tabelas 4.12 a 4.14, onde AB = Argentina e Brasil, AC = Argentina e Chile, AM = Argentina e México, AE = Argentina e EUA, BC = Brasil e Chile, BM = Brasil e México, BE = Brasil e EUA, CM = Chile e México, CE = Chile e EUA, ME = México e EUA.

⁴A densidade GPD é:

$$p_{\xi, \psi}(y) = \frac{1}{\psi} \left[1 + \xi \frac{(y - \theta)}{\psi} \right]^{-(1 + \frac{1}{\xi})}$$

para $\theta < y$, quando $\xi > 0$ ou para $\theta < y < \frac{-\psi}{\xi}$, quando $\xi < 0$.

⁵O teste de qualidade de ajuste de Kolmogorov-Smirnoff pode ser melhor explicado em Bickel e Doksum [2].

	Cauda inferior					Cauda superior				
	Arg	Bra	EUA	Chi	Mex	Arg	Bra	EUA	Chi	Mex
Arg	1	0,584	0,321	0,553	0,300	1	0,181	0,177	0,161	0,280
Bra	0,584	1	0,059	0,486	0,407	0,181	1	0	0,107	0,015
EUA	0,321	0,059	1	0,207	0,321	0,177	0	1	0,010	0,327
Chi	0,553	0,486	0,207	1	0,361	0,161	0,107	0,010	1	0,059
Mex	0,300	0,407	0,321	0,361	1	0,280	0,015	0,327	0,059	1

Tabela 4.12: *Matriz dos coeficientes de dependência de cauda*

Par	Cópula	δ	e. padrão(δ)	λ	e. padrão(λ)
BE	AKS	0,245	0,205	0,059	0,116
CE	AKS	0,440	0,234	0,207	0,139
AM	AKS	0,575	0,143	0,300	0,085
AE	AKS	0,610	0,234	0,321	0,128
ME	AKS	0,610	0,196	0,321	0,102
CM	AKS	0,680	0,280	0,361	0,130
BM	AKS	0,770	0,160	0,407	0,077
BC	AKS	0,960	0,249	0,486	0,094
AC	AKS	1,170	0,302	0,553	0,084
AB	AKS	1,290	0,295	0,584	0,077

Tabela 4.13: *Ajustes das cópulas - cauda inferior.*

Par	Cópula	δ	e. padrão(δ)	λ	e. padrão(λ)
ME	AKS	0,620	0,200	0,327	0,102
AM	AKS	0,545	0,181	0,280	0,106
AB	AKS	0,405	0,126	0,181	0,086
AE	AKS	0,400	0,242	0,177	0,145
AC	AKS	0,380	0,130	0,161	0,090
BC	AKS	0,310	0,124	0,107	0,084
CM	AKS	0,245	0,161	0,059	0,093
BM	AKS	0,165	0,156	0,015	0,092
CE	AKS	0,150	0,166	0,010	0,086
BE	AKS	0,005	0,118	0,000	0,053

Tabela 4.14: *Ajustes das cópulas - cauda superior.*

A eleição da cópula que melhor ajustava cada dupla de excessos foi feita através dos critérios AIC, L2Norm e Log Verossimilhança.

As tabelas 4.13 e 4.14 apresentam suas linhas ordenadas de maneira crescente e decrescente, respectivamente, em relação ao coeficiente de dependência de cauda. Foram feitas assim a fim de tornar mais fácil a escolha da melhor carteira em termos de dependência extrema. Tentou-se conciliar, em um único par, o maior valor de λ para a cauda superior e o menor valor de λ para a cauda inferior e, desta forma, escolheu-se o par Argentina (MERVAL) e México (IPC).

Por fim mostramos o gráfico de dispersão dos mínimos e máximos bivariados do par escolhido:

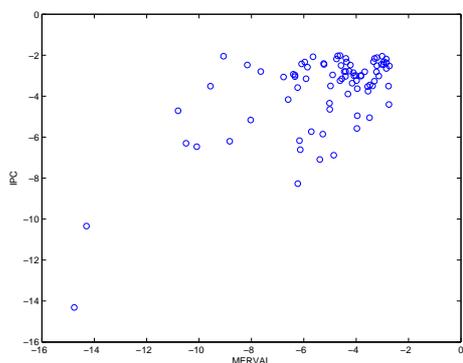


Figura 4.1: *Excessos bivariados negativos.*

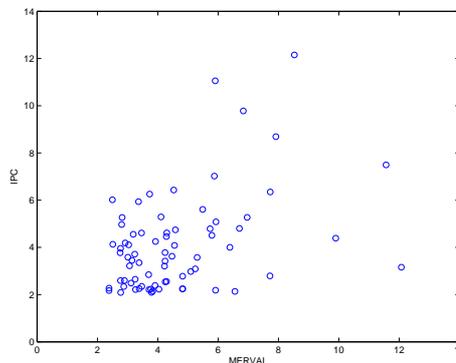


Figura 4.2: *Excessos bivariados positivos.*

4.3 Escolha da Carteira via Cópulas e Contágio

No mercado de ações, é notória a presença do fenômeno de co-movimentos. A força da relação existente entre mercados, ou mesmo entre ativos, é uma importante questão a ser considerada. Interessa-nos portanto, saber se esta relação, presente durante períodos de estabilidade, permanece inabalada depois de um choque econômico em um dos países. Uma mudança nessa relação caracteriza o contágio, que não necessariamente precisa de uma explicação econômica. O contágio pode surgir entre mercados com fracas ligações comerciais mas com economias, posição geográfica ou condição política similares.

Com o objetivo de nos anteciparmos a tais co-movimentos, vamos repetir a análise feita na seção 4.2 levando em conta possíveis relações de causalidade entre os mercados estudados. Para tanto, concatenamos pares de retorno tomando o cuidado de sempre atrasarmos um deles. O vetor a ser atrasado é aquele que corresponde a um mercado localizado mais a leste que o outro (por questões de fuso-horário), ou então àquele que propaga um choque acontecido alhures.

As combinações experimentadas foram as seguintes:

Argentina(t) e Brasil(t+1)	Brasil(t) e Chile(t+1)	Chile(t+1) e EUA(t)
Argentina(t+1) e Brasil(t)	Brasil(t+1) e EUA(t)	Chile(t) e México(t+1)
Argentina(t) e Chile(t+1)	Brasil(t) e México(t+1)	Chile(t+1) e México(t)
Argentina(t+1) e Chile(t)	Brasil(t+1) e México(t)	
Argentina(t+1) e EUA(t)		EUA(t) e México(t+1)
Argentina(t) e México(t+1)		
Argentina(t+1) e México(t)		

“Atrasar um vetor de retornos” significa suprimir sua primeira entrada e deslocar todas as outras para cima a fim de emparelhá-las com a primeira entrada de seu par. O par, por sua vez, deverá ter sua última entrada também descartada para que, desta forma, um número igual de observações em ambos os elementos do conjunto seja mantido. As duplas terão, daí por diante, 2108 observações.

A partir daí, o exercício empírico para a escolha da melhor carteira é o mesmo daquele da seção 4.2 . Foram usadas como limiares as observações que destacavam 10% dos dados em ambas as caudas dos vetores de retornos e os pares de excessos conjuntos foram achados da mesma maneira como descrita na seção anterior. Alguns limiares se repetiram, mas o número de excessos conjuntos foi bem menor. Em média, 1,66% dos retornos formou os vetores de excessos conjuntos.

	Limiares (90%)	
	cauda superior	cauda inferior
Argentina(t)	2.37	-2.56
Argentina(t+1)	2.36	-2.58
Brasil(t)	3.13	-2.88
Brasil(t+1)	3.13	-2.88
Chile(t)	0.94	-0.82
Chile(t+1)	0.94	-0.82
México(t)	2.07	-2.00
México(t+1)	2.08	-2.00
EUA(t)	0.51	-0.49
EUA(t+1)	0.52	-0.49

Tabela 4.15: *Limiares (em %).*

Estimou-se distribuições MGPD para as margens do par, sempre testando a qualidade do ajuste através do teste de Kolmogorov-Smirnoff. A seqüência de procedimentos foi rigorosamente a mesma daquela da seção 4.2 e, as margens MGPD se reduziram a densidades exponenciais.

Finalmente, os vetores de excessos foram “uniformizados” e as mesmas cinco cópulas da seção 2.2 foram testadas para cada par. Aconteceu porém, em algumas das vezes, que as cópulas *Joe*, *Joe-Clayton* e *Galambos* não conseguiam ajustar os dados, como consequência de uma fraca dependência entre os vetores. As tabelas 4.16 a 4.19 apresentam os λ 's, as cópulas, seus parâmetros e desvios padrões ajustados. Os resultados estão expostos de maneira crescente com λ para a cauda negativa, e de forma decrescente com λ para a cauda positiva.

As colunas de nome 'Par' das tabelas têm a seguinte codificação: AT, BT1 = Argentina(t) com Brasil(t+1); CT1, MT = Chile(t+1) com México(t); BT1, ET = Brasil(t+1) com EUA(t), e assim por diante.

	Cauda inferior									
	AT	AT1	BT	BT1	CT	CT1	ET	ET1	MT	MT1
AT	1			0,020		0,315				0
AT1		1	0		0,372		0,006		0,120	
BT		0	1			0,239				0
BT1	0,020			1			0		0,004	
CT		0,372			1					0,160
CT1	0,315		0,239			1	0		0	
ET		0,006		0		0	1			0
ET1								1		
MT		0,120		0,004		0			1	
MT1	0		0		0,160		0			1

Tabela 4.16: *Matriz dos coeficientes de dependência de cauda*

Par	Cópula	δ	ep(δ)	p1; p2(ALM)	ep(p1); ep(p2)	λ	ep(λ)
A(t+1)B(t)	AKS	0,005	0,238	-	-	0,000	0,115
A(t)M(t+1)	AKS	0,005	0,128	-	-	0,000	0,059
B(t+1)E(t)	AKS	0,005	0,117	-	-	0,000	0,054
B(t)M(t+1)	AKS	0,005	0,048	-	-	0,000	0,012
C(t+1)E(t)	AKS	0,005	0,074	-	-	0,000	0,035
C(t+1)M(t)	AKS	0,060	0,148	-	-	0,000	0,066
E(t)M(t+1)	AKS	0,005	0,227	-	-	0,000	0,105
B(t+1)M(t)	AKS	0,125	0,206	-	-	0,004	0,109
A(t+1)E(t)	AKS	0,135	0,732	-	-	0,006	0,249
A(t)B(t+1)	ALM	5,900	1,220	(0,020 ; 0,980)	(0,122 ; 0,269)	0,020	0,075
A(t+1)M(t)	ALM	5,900	0,547	(0,120 ; 0,980)	(0,098 ; 0,125)	0,120	0,047
C(t)M(t+1)	ALM	5,900	0,658	(0,160 ; 0,760)	(0,136 ; 0,199)	0,160	0,070
B(t)C(t+1)	ALM	5,900	1,127	(0,480 ; 0,240)	(0,195 ; 0,127)	0,239	0,088
A(t)C(t+1)	ALM	5,900	0,140	(0,360 ; 0,360)	(0,166 ; 0,184)	0,315	0,132
A(t+1)C(t)	AKS	0,700	0,612	-	-	0,372	0,146

Tabela 4.17: *Ajustes das cópulas - cauda inferior.*

	Cauda superior									
	AT	AT1	BT	BT1	CT	CT1	ET	ET1	MT	MT1
AT	1			0,060		0,001				0
AT1		1	0,017		0,318		0,122		0	
BT		0,017	1			0,080				0,043
BT1	0,060			1			0		0	
CT		0,318			1					0,115
CT1	0,001		0,080			1	0		0	
ET		0,122		0		0	1			0,002
ET1								1		
MT		0		0		0			1	
MT1	0		0,043		0,115		0,002			1

Tabela 4.18: *Matriz dos coeficientes de dependência de cauda*

Par	Cópula	δ	$ep(\delta)$	$p1; p2(ALM)$	$ep(p1); ep(p2)$	λ	$ep(\lambda)$
AT1, CT	AKS	0,605	0,291	-	-	0,318	0,156
AT1, ET	AKS	0,330	0,319	-	-	0,122	0,177
CT, MT1	AKS	0,320	0,199	-	-	0,115	0,119
BT, CT1	AKS	0,275	0,127	-	-	0,080	0,073
AT, BT1	ALM	5,900	1,117	(0,060 ; 0,960)	(0,168 ; 0,260)	0,060	0,091
BT, MT1	AKS	0,220	0,242	-	-	0,043	0,132
AT1, BT	AKS	0,170	0,169	-	-	0,017	0,092
ET, MT1	AKS	0,095	0,301	-	-	0,002	0,150
AT, CT1	AKS	0,085	0,055	-	-	0,001	0,008
AT, MT1	AKS	0,030	0,145	-	-	0,000	0,070
AT1, MT	AKS	0,005	0,082	-	-	0,000	0,032
BT1, ET	AKS	0,005	0,168	-	-	0,000	0,083
BT1, MT	AKS	0,005	0,113	-	-	0,000	0,052
CT1, ET	AKS	0,005	0,037	-	-	0,000	0,013
CT1, MT	AKS	0,005	0,000	-	-	0,000	0,001

Tabela 4.19: *Ajustes das cópulas - cauda superior.*

O par escolhido, novamente buscando conciliar um alto valor de λ para a cauda superior e um baixo valor de λ para a cauda inferior, foi Argentina(t+1) com Estados Unidos(t). No entanto, pode-se notar que, para este par, não se rejeita a hipótese de que seu coeficiente de dependência assintótica da cauda superior seja zero.

A medida usada para mudar esse diagnóstico foi, para as séries defasadas de Argentina e EUA, repetir todos as estimações e testes usando um limiar maior (15%). Com isso o tamanho da amostra aumentou (de 22 para 48 amostras, na cauda positiva - por exemplo) e pôde-se ter uma melhor estimativa dos parâmetros envolvidos, de forma que a hipótese da insignificância estatística do λ da cauda superior foi rejeitada.

A tabela 4.20 traz os resultados desta reestimação.

Cauda	Cópula	δ	e. padrão(δ)	λ	e. padrão(λ)
-	AKS	0,243	0,473	0,103	0,157
+	AKS	0,421	0,298	0,221	0,103

Tabela 4.20: Reestimação do par Argentina($t+1$) e EUA(t).

Por fim mostramos o gráfico de dispersão dos mínimos e máximos do par escolhido:

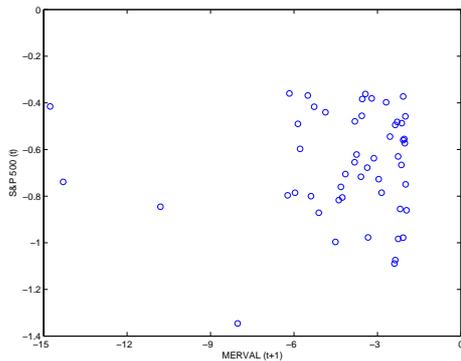


Figura 4.3: Excessos bivariados negativos.

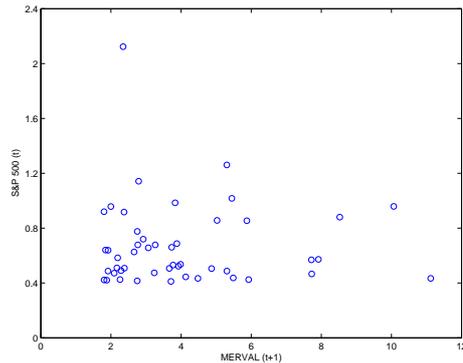


Figura 4.4: Excessos bivariados positivos.

4.4

Escolha da Carteira via Markowitz e Comparação dos Resultados

Para testarmos se o procedimento usado nas seções 4.2 e 4.3 na formação de “carteiras” com dois ativos é eficiente realizamos os seguintes procedimentos:

1. Traçar as fronteiras eficientes (Markowitz), dentro da amostra, para todas as duplas de ativos e escolher o par que apresente o menor nível de risco (menor desvio padrão) para o retorno diário alvo de 0,12%.
2. Observar a relação entre os V@R's⁶ empíricos de 2,5% e 97,5% das carteiras, dentro da amostra.
3. Verificar qual das carteiras montadas teria o melhor desempenho, em termos de retorno acumulado, nas épocas de crise ou recessão nos mercados mundiais.

⁶Mais detalhes a respeito do cálculo do V@R podem ser vistos em DOWD [8]

O gráfico com as curvas de risco-retorno encontradas⁷ dos portfólios é mostrado na figura 4.5.

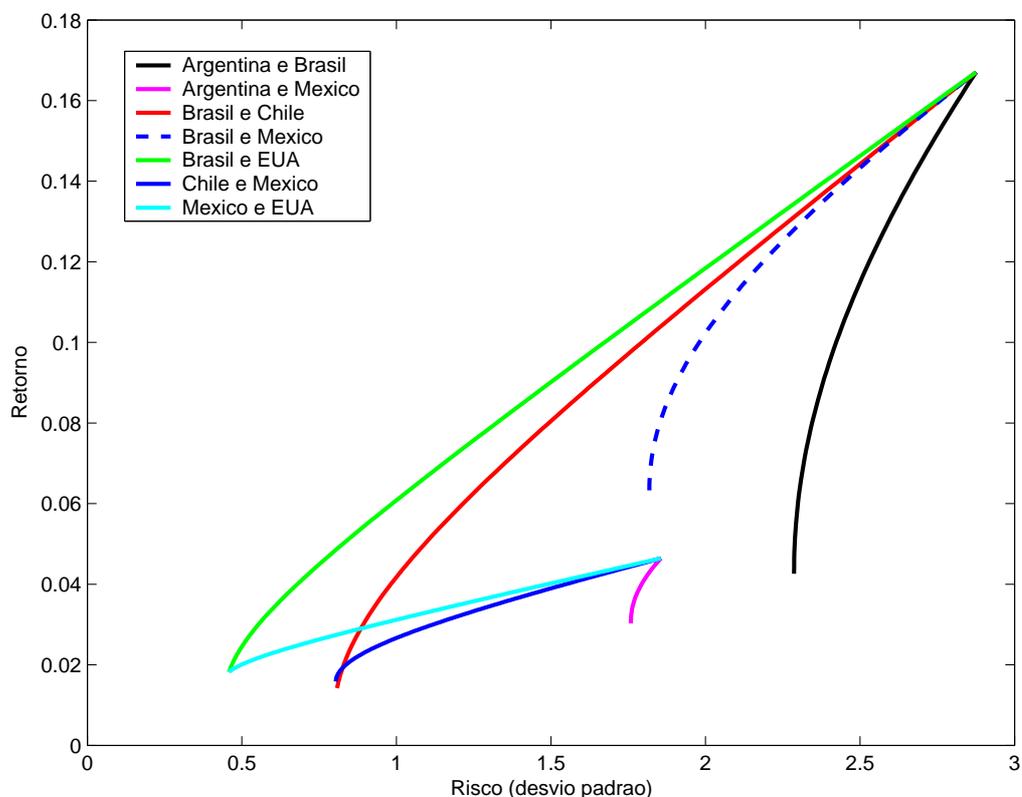


Figura 4.5: *Curvas de utilidade das carteiras de índices*

A carteira que alcança o retorno pretendido e apresenta o menor desvio padrão é aquela formada pela combinação de Brasil (iBovespa) e Estados Unidos (S&P 500). Esta, portanto, seria a carteira escolhida pelo método das fronteiras eficientes.

É interessante ressaltar que, procurar o menor nível de risco para um dado retorno é o mesmo que apontar um ponto sobre uma das curvas representadas. Isto determina por completo a carteira a ser escolhida, revelando seus ativos constituintes e a alocação de recursos em cada um deles. Desta forma, para se conseguir um retorno médio diário de 0,12% devemos colocar 68,4% dos recursos no iBOVESPA e 31,6% no S&P500.

Verificando os retornos acumulados das carteiras fora da amostra, ou seja, entre 1 de fevereiro de 2002 e 31 de janeiro de 2005, percebemos que a carteira montada a partir da modelagem da seção 4.2, Argentina e

⁷Alguns dos portfólios - Argentina e Chile, Argentina e EUA e Chile e EUA - não apresentaram combinações eficientes (há uma diminuição do retorno médio esperado com o aumento do risco da carteira) e, por isso, não aparecem no gráfico.

México, apresenta um retorno acumulado de 190,8% nesses 3 anos, número este que representa um crescimento de 24,0% ao ano. Já a combinação de Argentina e Estados Unidos, resultado da seção 4.3, teve um retorno acumulado de 241,7% em 3 anos, um crescimento equivalente a 34,2% ao ano. Por último, a carteira determinada a partir do gráfico da figura 4.5, têm retorno acumulado de 155,3%, isto é, 15,8% ao ano nos 3 anos do período considerado.

A tabela 4.21 traz um resumo dos resultados encontrados e também os retornos acumulados das carteiras para o período amostral. Mais abaixo, a tabela 4.22 mostra as médias e desvios padrões dos índices utilizados, dividindo as estatísticas em dentro e fora da amostra.

Método	Carteira	Retorno observado (na amostra)	Retorno observado (fora da amostra)
Cópulas	Arg, Mex	140,0%	190,8%
Cópulas + Contágio	Arg, EUA	122,3%	241,7%
Markowitz	Bra, EUA	217,4%	155,3%

Tabela 4.21: *Rendimentos das carteiras escolhidas*

	Na amostra		Fora da amostra	
	média	desvio padrão	média	desvio padrão
Argentina	-0.013	2.420	0.146	2.188
Brasil	0.167	2.875	0.083	1.762
Chile	0.014	0.808	0.066	0.534
México	0.046	1.856	0.081	1.084
EUA	0.018	0.458	0.003	0.510

Tabela 4.22: *Média e desvio padrão dos índices dentro e fora de amostra*

A figura 4.6 apresenta o gráfico contendo as fronteiras eficientes dos portfólios para os 3 anos que não estão na amostra. A nova configuração das curvas mostra a carteira formada por Argentina (Merval) e México (IPC) como aquela de menor risco para um retorno pretendido.

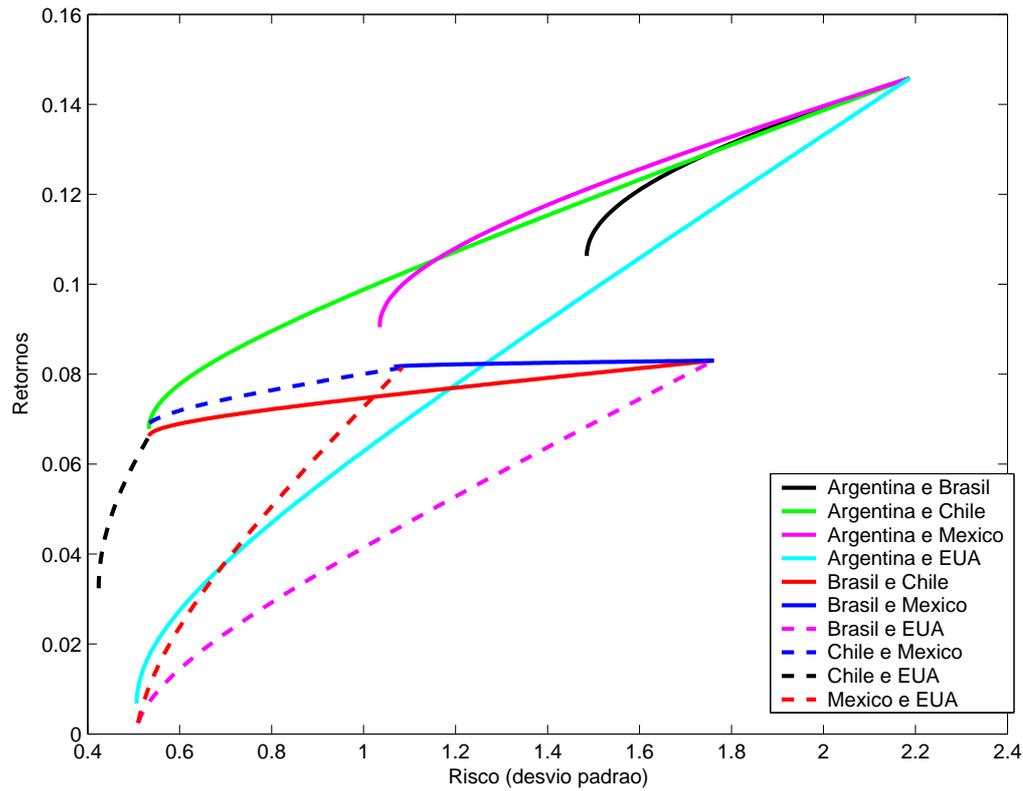


Figura 4.6: *Curvas de utilidade das carteiras de índices*

Agora que já definimos as nossas carteiras por três métodos diferentes vamos compará-las usando como critério os seus V@R's empíricos de 2,5% e 97,5%.

Como apenas o portfólio escolhido via Markowitz tem sua divisão de recursos conhecida, vamos propor, para os outros dois portfólios, duas formas de alocação de recursos entre seus ativos. A primeira delas será uma divisão igual dos recursos em cada um dos ativos constituintes e, em seguida, refaremos o mesmo teste supondo alocação de recursos tal que aproxime o máximo possível o retorno médio da carteira do retorno alvo. A comparação entre as sugestões de portfólios criados pode ser vista nas tabelas 4.23 e 4.24.

	$\alpha = 2,5\%$	$\alpha = 97,5\%$
V@R(Arg, EUA)	-2,837	2,757
V@R(Arg, Mex)	-3,712	3,801
V@R(Bra, EUA)	-3,023	3,274

Tabela 4.23: *Comparação dos V@R's das carteiras propostas - divisão igual de recursos entre os ativos das carteiras 'AM' e 'AE'*

	$\alpha = 2,5\%$	$\alpha = 97,5\%$
V@R(Arg, EUA)	-0,947	0,942
V@R(Arg, Mex)	-3,578	3,987
V@R(Bra, EUA)	-3,838	4,343

Tabela 4.24: *Comparação dos V@R's das carteiras propostas*

A carteira que leva em conta o contágio entre os mercado é a mais conservadora de todas as carteiras elencadas. É aquela que, nos dois casos analisados, apresenta o maior evento extremo negativo e o menor evento extremo positivo. No caso da tabela 4.23, a carteira escolhida via cópulas é, como se pode perceber, a mais arrojada delas. Apresenta o maior evento extremo positivo e o menor evento extremo negativo, o que significa dizer que suas perdas e ganhos extremos (com 2,5% de probabilidade) serão maiores. Nesta mesma situação, a carteira de Markowitz apresenta-se como um portfólio de desempenho intermediário. Já sob as condições da tabela 4.24, os papéis das carteiras de cópulas e Markowitz se invertem.

Por fim, verifica-se como seriam as performances das carteiras propostas durante alguns dos mais conhecidos e impactantes períodos de crises mundiais. Para tanto, calcula-se seus retornos acumulados durante os anos das crises. Serão vistos os resultados para as mesmas formas de alocação de recursos feita no cálculo do V@R.

	Arg, Mex	Arg, EUA	Bra, EUA
Crise mexicana (1994)	-16,26%	-12,04%	167,42%
Crise asiática (1997)	24,74%	8,73%	29,05%
Crise russa (1998)	-37,35%	-18,28%	-24,59%
Desvalorização do real (1999)	41,75%	16,14%	35,60%
Crise argentina (2001)	-10,50%	-20,03%	-11,26%

Tabela 4.25: *Retornos acumulados das carteiras - divisão igual de recursos*

	Arg, Mex	Arg, EUA	Bra, EUA
Crise mexicana (1994)	-9,12%	-0,67%	167,42%
Crise asiática (1997)	44,20%	11,73%	29,05%
Crise russa (1998)	-27,81%	10,27%	-24,59%
Desvalorização do real (1999)	58,81%	7,75%	35,60%
Crise argentina (2001)	11,99%	-6,07%	-11,26%

Tabela 4.26: *Retornos acumulados das carteiras*

Os retornos das tabelas 4.25 e 4.26 e os demais resultados apresentados deixam claro que os métodos utilizados são bastante parelhos. Pode-se

perceber também, que a formas com que os recursos são dispostos nos ativos das carteiras tem bastante influência no rendimento final do portfólio.

4.5

Discussão dos Resultados

Quatro dos cinco índices de mercados utilizados para formar as carteiras de investimentos são de países de economias em crescimento. São mercados de vida política mais turbulenta e economias menos estáveis. São países com máquinas administrativas menos previsíveis e cujos retornos de seus índices de mercado apresentam, portanto, uma maior amplitude de variação (maior volatilidade). Sendo assim, não é surpresa que, uma análise levando em consideração a dependência extrema entre seus retornos seja relevante a ponto de resultar em ganhos para o investidor.

A determinação de um par de índices que combine dependência extrema positiva alta e dependência extrema negativa baixa, a partir das tabelas 4.13, 4.14, 4.17 e 4.19, é uma escolha subjetiva baseada não apenas nos valores de ' λ ' estimados. Leva-se em consideração também o tipo de relação econômica entre os países envolvidos e o tamanho de suas economias. Por exemplo, sabe-se que Brasil e Argentina possuem laços econômicos muito mais estreitos que aqueles existentes entre Argentina e Chile e que, ademais, seria improvável que um mercado não tão expressivo em magnitude como o chileno pudesse provocar reações fortes na economia Argentina.

Montar carteiras fundamentando a escolha dos ativos no coeficiente de dependência de cauda, derivado da modelagem por cópulas, é também uma escolha baseada no risco da carteira. As diferenças entre o processo tradicional, feito por meio das covariâncias, e as cópulas de valores extremos são as seguintes: além de o coeficiente de dependência de cauda - a medida de risco - também medir a associação não linear entre as variáveis, na estimação das cópulas são estimados coeficientes de dependência de cauda para as duas caudas dos excessos bivariados. Tem-se assim, medidas de risco para cada um dos dois eventos extremos possíveis.

Na etapa em que se leva em consideração o efeito do contágio econômico, pôde-se notar que muitas das carteiras experimentadas apresentaram-se assintoticamente independentes. Uma possível explicação pode ser o fato de a informação ser perfeita, ou seja, não há arbitragem (privilégio de informações ou atraso na informação). Isto implica dizer que a hipótese de que, depois de um intervalo de um dia ainda se possa perceber contágio entre os mercados é um pouco forte. Outra explicação para a pouca dependência

extrema detectada pode ter sido o fato de que um número baixo de excessos (em média 1,66% do número de retornos) foi usados na estimação das cópulas.

O gráfico da figura 4.5 dá suporte à carteira formada por Brasil (iBOVESPA) e Estados Unidos (S&P500) como sendo o par que deve apresentar o melhor retorno médio ao longo do tempo. Interessante observar que, de acordo com os resultados expressos na tabela 4.14, esse par têm caudas superiores assintoticamente independentes ($\lambda_U = 0$) e, ao mesmo tempo, têm levíssima dependência assintótica entre suas caudas inferiores ($\lambda_L = 0,059$). De fato, dentro da amostra, é essa carteira que tem o melhor retorno médio, conforme expresso na tabela 4.21. Todavia, esse resultado não se mantém para fora da amostra.

A primeira comparação feita (através das fronteiras eficientes) é mais tendenciosa para o lado de Markowitz, uma vez que o método resolve problema de otimização de maximizar o retorno de uma carteira com 'n' ativos sujeito ao risco associado. Seria de se esperar, no entanto, que o critério do V@R desse suporte às carteiras escolhidas através das metodologias de cópulas. Isto porque o V@R já é uma medida extrema.

Quanto maior o V@R, tanto na cauda positiva quanto na cauda negativa, melhor. Na cauda negativa significa dizer que seu evento extremo de $x\%$ de probabilidade é menos impactante, ou seja, a perda não é tão grande. Na cauda positiva, quanto maior o evento extremo de $(1-x)\%$ de probabilidade, maior o ganho incorrido. Desta forma, dá-se preferência por carteiras que reúnam essas duas características.

O rearranjo das curvas do gráfico 4.5 para o gráfico 4.6 acontece por mudanças econômicas tais como a que sofreu a Argentina. Em apenas quatro anos, entre 1999 e 2002, a economia argentina teve retração de quase 20%. Só em 2002, a queda do PIB foi de 10,9%, reflexo da grave crise política, econômica e social vivida pelo país. O peso argentino, que ficou atrelado ao dólar por quase dez anos, foi depreciado em janeiro de 2002. A moeda chegou a bater a cotação recorde de 4 pesos por dólar no meio daquele ano. A reativação argentina começou no terceiro trimestre de 2002, estimulada pelo aumento das exportações e pela substituição de importações depois do fim da conversibilidade cambial. A economia argentina cresceu 9,8% no terceiro trimestre de 2003 em relação ao mesmo período de 2002. Essa foi a maior expansão da última década, segundo o Indec (órgão de estatísticas do governo).