Referências bibliográficas

[1] Benjamin, M. A, Rigby, R. A. e Stasinopolos, D. M. (2003). “Generalized Autorregressive Moving Average Models”. Journal of the American Statistical Association.

[2] Braga, A. L. F., Zanobetti, A., and Schwartz, J. (2001). The lag structure between particulate air pollution and respiratory and cardiovascular deaths in 10 US cities. J. Occup. Environ. Med. 43, 927–933.

[3] Campos, E. L., Ponce, A. C, . Fernandes C.A. Modelo Poisson-Gama para Séries Temporais de Dados de Contagem – Teoria e Aplicações. Apostila.

[4] Cox, D. R. (1981), “Statistical Analysis of Time Series: Some Recent Developments,” Scandinavian Journal of Statistics, 8, 93-115.

[5] Brumback, B. A., Ryan, L. M., Schwartz, J. D., Neas, L. M., Spark, P. C., and Burgue, H. A. (2000), “Transitional Regression Models With Application to Environmental Time Series,” Journal of de American Statistical Association, 95. 16-27.

[6] Davis, R. A., Dunsmuir, W. T. M., and Wang, Y. (1999), “Modelling Time Series of Count Data.” In Asymptotics, Nonparametrics and Time Series, ed. S. Ghosh, New York: Marcel Dekker, pp. 63-113.

[7] Durbin, J. e Koopman, S. J. (2001) “Time Séries Analysis by State Space Methodsl, Oxford University Press Inc., New York.

[8] Feigin, P. D. (1981), “Conditional Exponential Families and a Representation Theorem for Asymptotic Inference,” The Annals of Statistics, 9, 597-603

[9] Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princenton University Press, New Jersey.

[10] Harvey, A. C. (1989). Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter. Cambridge: Cambridge University Press.

[11] Harvey, A.C. e Fernandes, C. (1989). "Time Series Models for Count or Qualitatrive Observations". Journal of business and Economic Statistics, No. 7, 407-422.

[12] Kolmogorov, A. N. 1933. Sulla determinazione empírica di uma legge di distribuizione. Giorn. Ist. Ital. Attuari.

[13] Li, W. K. (1994), "Time Series Models Base don Generalized Linear Models: Some Further Results," Biométrics, 50, 506-511.

[14] McCullagh, P. e Nelder, J.A. (1980). Generalized Linear Models. New York Chapman & Hall.

[15] Neave, H. R. & Worthington P. L. B. (1988). Distribution free statistical methods, Acadêmic Division of Unwin Hyman Ltd.

[16] Paula, G. A. (2004). Modelos de Regressão com apoio computacional. São Paulo.

[17] Rivero, D. H. R. F. (2005) Acute Cardiopulmonary Alterations Induced by Fine Particulate Matter of São Paulo, Brazil. São Paulo

[18] Siegel, S. and Dastellan, N. J. (1988). Nonparametric statstics for the behavioral sciences.

[19] Smirnov, N. V. 1939. Estimate of deviation between empirical distribution functions in two independent samples. Bull. Moscow Univ.

[20] Souza, Reinaldo Castro e Camargo, Maria Emilia, (2004). Análise e previsão se séries temporais: Os Modelos ARIMA. Rio de Janeiro. Gráfica e Editora Regional.

[21] West, M., Harrison, P. J., and Migon, H. S. (1985), "Dynamic Generalized Linear Models and Bayesian Forecasting." Journal of the American Statistical Association, 80, 73-96.

[22] Zeger, S, L. (1988)," A Regression Model for Time Series of Counts," Biometrika, 75, 822-835.

[23] Zeger, S. L., and Qaqish, B. (1988), "Markov Regression Models, for Time Series: A Quase-Likelihood Aproach," Biometrics, 44, 1019-1032.

Apêndices

I. Apêndice (I)

- Cálculo de $E\left[y_t / \underline{H}_t\right]$

Aplicando à função densidade ao já conhecido resultado e considerando a seguinte notação:

$$\dot{b}(\vartheta_t) = \frac{\partial b(\vartheta_t)}{\partial \vartheta_t} \qquad \text{e} \qquad \ddot{b}(\vartheta_t) = \frac{\partial^2 b(\vartheta_t)}{\partial \vartheta_t^2} \tag{60}$$

Temos que:

$$E\left[\frac{\partial \log f\left(y_t / \underline{H}_t\right)}{\partial \vartheta_t}\right] = 0 \tag{61}$$

$$E\left[\frac{\partial}{\partial \vartheta_t}\left(\frac{y_t \vartheta_t - b(\vartheta_t)}{\varphi} + d\left(y_t, \varphi\right)\right)\right] = 0 \tag{62}$$

$$E\left[\frac{y_t - \dot{b}(\vartheta_t)}{\varphi}\right] = 0 \tag{63}$$

$$E[y_t] = \dot{b}(\vartheta_t) \tag{64}$$

- Cálculo de $Var\left(y_t / \underline{H}_t\right)$

Aplicando à função densidade ao seguinte resultado também conhecido temos que:

$$E\left[\frac{\partial^2 \log f\left(y_t / \underline{H}_t\right)}{\partial \vartheta_t^2}\right] + E\left[\left(\frac{\partial \log f\left(y_t / \underline{H}_t\right)}{\partial \vartheta_t}\right)^2\right] = 0 \qquad \textbf{(65)}$$

$$E\left[\frac{\partial^2}{\partial \vartheta_t^2}\left(\frac{y_t \vartheta_t - b(\vartheta_t)}{\varphi} + d(y_t, \varphi)\right)\right] + E\left[\left(\frac{\partial}{\partial \vartheta_t}\left(\frac{y_t \vartheta_t - b(\vartheta_t)}{\varphi} + d(y_t, \varphi)\right)\right)^2\right] = 0 \quad \textbf{(66)}$$

$$\frac{\ddot{b}(\vartheta_t)}{\varphi} = E\left[\frac{\left(y_t - \dot{b}(\vartheta_t)\right)^2}{\varphi^2}\right] \qquad \textbf{(67)}$$

$$Var(y_t) = \varphi \ddot{b}(\vartheta_t) \qquad \textbf{(68)}$$

II. Apêndice (II)

Colocando a expressão de $f\left(y_t / \underline{H}_t\right)$ para o caso GARMA-Negativa Binomial na forma padrão da família exponencial em questão:

Tendo em mãos a expressão da distribuição Binomial Negativa utilizada:

$$f\left(y_t / \underline{H}_t\right) = \frac{\Gamma(y_t + k)}{\Gamma(k)\Gamma(y_t + 1)} \left\{\frac{\mu_t}{\mu_t + k}\right\}^{y_t} \left\{\frac{k}{\mu_t + k}\right\}^{k}; \qquad \textbf{(69)}$$

Forma da família exponencial padrão utilizada:

$$f\left(y_t / \underline{H}_t\right) = \exp\left\{\frac{y_t \vartheta_t - b(\vartheta_t)}{\varphi} + d\left(y_t, \varphi\right)\right\}; \qquad \textbf{(70)}$$

aplica-se o logaritmo a ambos os lados da expressão da distribuição Negativa Binomial:

$$\log\left[f\left(y_t / \underline{H}_t\right)\right] = \log\left[\frac{\Gamma(y_t + k)}{\Gamma(k)\Gamma(y_t + 1)}\right] + y_t \log\left(\frac{\mu_t}{\mu_t + k}\right) + k \log\left(\frac{k}{\mu_t + k}\right); \qquad \textbf{(71)}$$

fazendo:

$$\varphi = 1; \qquad \textbf{(72)}$$

$$\vartheta_t = \log\left(\frac{\mu_t}{\mu_t + k}\right); \qquad \textbf{(73)}$$

$$b(\vartheta_t) = -k\left[\log\left(1 - e^{\vartheta_t}\right)\right]\ ; \qquad \textbf{(74)}$$

chega-se a forma padrão para a expressão da distribuição Binomial Negativa:

$$f\left(y_t / \underline{H}_t\right) = \exp\left\{y_t \vartheta_t + k\left[\log\left(1 - e^{\vartheta_t}\right)\right] + \log\left[\frac{\Gamma\left(y_t + k\right)}{\Gamma(k)\Gamma\left(y_t + 1\right)}\right]\right\}; \qquad \textbf{(75)}$$

- Verificando a média condicional e a variância condicional para o caso GARMA-NEGATIVA BINOMIAL:

\- Média condicional:

$$E\left[y_t / H_t\right] = \dot{b}(\vartheta_t) = \frac{\partial}{\partial \vartheta_t}\left\{-k\left[\ln\left(1 - e^{\vartheta_t}\right)\right]\right\}; \qquad \textbf{(76)}$$

$$E\left[y_t / H_t\right] = -k\left(\frac{-e^{\vartheta_t}}{1 - e^{\vartheta_t}}\right); \qquad \textbf{(77)}$$

$$E\left[y_t / H_t\right] = -k\left(\frac{-\dfrac{\mu_t}{\mu_t + k}}{1 - \dfrac{\mu_t}{\mu_t + k}}\right)\ ; \qquad \textbf{(78)}$$

$$E\left[y_t / H_t\right] = \mu_t\ . \qquad \textbf{(79)}$$

- Variância condicional:

$$\operatorname{var}[y_t / H_t] = \varphi \ddot{b}(\vartheta_t) = \frac{\partial}{\partial \vartheta_t} \dot{b}(\vartheta_t); \tag{80}$$

$$\operatorname{var}[y_t / H_t] = -k \left[\frac{-e^{\vartheta_t}}{1 - e^{\vartheta_t}} - \frac{-e^{2\vartheta_t}}{\left(1 - e^{\vartheta_t}\right)^2} \right]; \tag{81}$$

$$\operatorname{var}[y_t / H_t] = -k \left[\frac{-e^{\vartheta_t}}{\left(1 - e^{\vartheta_t}\right)^2} \right]; \tag{82}$$

$$\operatorname{var}[y_t / H_t] = -k \left(\frac{-\dfrac{\mu_t}{\mu_t + k}}{\left(1 - \dfrac{\mu_t}{\mu_t + k}\right)^2} \right); \tag{83}$$

$$\operatorname{var}[y_t / H_t] = \mu_t + \frac{\mu_t^2}{k} \ . \tag{84}$$

III. Apêndice (III)

Teste Qui-quadrado de estacionariedade:

Primeiro faz-se a seguinte organização matricial onde cada coluna representa um instante analisado e cada linha uma categoria utilizada na divisão do espaço para o histograma.

$$\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & \cdots & n_{1k} \\ n_{21} & n_{22} & \cdots & n_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{R1} & n_{R11} & \cdots & n_{Rk} \end{bmatrix} & \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_R \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_1 & C_2 & \cdots & C_k \end{matrix} & \end{array} \qquad n_{ij} \begin{cases} i = 1, \cdots, R \\ j = 1, \cdots, K \end{cases} \qquad \textbf{(85)}$$

onde:

$$N = \sum_{j=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} n_{i,j} \qquad \textbf{(86)}$$

temos que:

$$\chi^2_{(R-1)\cdot(K-1)} \sim \sum_{j=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \frac{\left(n_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \qquad \textbf{(87)}$$

onde:

$$R_i = \sum_{j=1}^{K} n_{i,j} \qquad \textbf{(88)}$$

$$C_i = \sum_{i=1}^{R} n_{i,j} \qquad \textbf{(89)}$$

$$E_{ij} = \frac{R_i C_i}{N} \qquad \textbf{(90)}$$