

## 5

### Resultados e conclusões

As conclusões alcançadas neste trabalho serão analisadas separadamente a fim de proporcionar maior clareza e entendimento facilitando identificar o cumprimento dos objetivos propostos no início deste trabalho.

#### ➤ Estacionariedade

Neste trabalho foi possível fazer uma primeira investigação no espaço paramétrico para o qual os modelos GARMA-Poisson e GARMA-NB geram séries estacionárias. Apesar de empíricas e limitadas as análises indicam as possíveis condições de estacionariedade para os modelos em estudo.

Nos modelos GARMA-Poisson foi possível verificar algumas características empíricas bem definidas listadas abaixo:

- ✓ A não evidência de não estacionariedade para os casos puramente autoregressivos e puramente médias móveis salvo para o caso GARMA(2,0)-Poisson onde  $\phi_1=0,6$  e  $\phi_2=0,2$  onde o teste utilizado acusou presença de não estacionariedade.
- ✓ A evidência de não estacionariedade para o caso GARMA(1,1) onde  $\phi_1=\theta_1=0,6$  foi uma surpresa visto que nos resultados encontrados por Benjamin, Rigby e Stasinopoulos (2003) [1] todas as combinações paramétricas em estudo geraram séries estacionárias. Faz-se necessário salientar que os valores paramétricos utilizados por Benjamin, Rigby e Stasinopoulos (2003) [1] são diferentes dos utilizados no presente trabalho o que pode levar à resultados diferentes pois as condições de estacionariedade estudadas empiricamente mostraram-se bastante não convencionais.

- ✓ Há fortes evidências de não estacionariedade para as estruturas GARMA(2,1) onde  $\phi_1 + \phi_2 = 1$  seja qual for o valor utilizado para  $\theta_1$  mas infelizmente não foram encontradas explicações para esse comportamento. Interessante também é observar que o fenômeno descrito ocorre apenas para essa combinação paramétrica, não ocorrendo para valores onde  $\phi_1 + \phi_2 > 1$
- ✓ No caso onde a estrutura geradora das séries utilizada foi o GARMA(1,2) não houve evidência de não estacionariedade para qualquer uma das combinações paramétricas utilizadas.
- ✓ Para os modelos GARMA(2,2) houve evidência de não estacionariedade para os casos onde  $\phi_1 + \phi_2 = 1$  sejam qual forem os valores utilizados para  $\theta_1$  e  $\theta_2$ . O teste utilizado também acusou não estacionariedade para as séries geradas pela estrutura  $\phi_1 = \phi_2 = 0,2$  e  $\theta_1 = \theta_2 = 0,6$ .

Para o caso GARMA-NB com  $k=3$  a análise foi mais difícil, quase não havendo padrões explícitos que auxiliassem na caracterização de um espaço paramétrico gerador de séries estacionárias. Abaixo estão listadas as principais características encontradas.

- ✓ Não há evidência de não estacionariedade para as séries geradas por estruturas puramente autoregressivas e estruturas puramente médias móveis salvo para a estrutura GARMA(2,1) onde  $\phi_1 + \phi_2 = 1$ .
- ✓ As séries geradas pela estrutura GARMA(1,1) foram consideradas estacionárias para qualquer combinação dos valores paramétricos utilizados.
- ✓ Para a estrutura GARMA(2,1) as evidências de não estacionariedade ocorreram quando a combinação paramétrica da parte autoregressiva foi  $\phi_1 + \phi_2 = 1$ .
- ✓ Não houve evidência de não estacionariedade para as séries geradas pelos modelos GARMA(1,2).
- ✓ Houve evidência de não estacionariedade para as séries geradas por algumas das estruturas GARMA(2,2) mas não foi possível identificar

padrões ou características marcantes a fim de explicar o resultado empírico encontrado.

Análise igual foi feita para o caso GARMA-NB com  $k=8$  obtendo-se resultados muito semelhantes aos encontrados em  $k=3$ . Para os modelos GARMA-NB com  $k=20$  os resultados encontrados foram praticamente os mesmos do caso GARMA-Poisson, o que era esperado visto que a distribuição Binomial Negativa converge para a distribuição Poisson para valores grandes de  $k$ .

A presença do hiperparâmetro  $k$ , especialmente quando de pequeno módulo, parece contribuir de forma a gerar séries estacionárias. Este fenômeno provavelmente se dá pelo fato de que o hiperparâmetro  $k$  (parâmetro de dispersão) aumenta a variância das séries geradas aumentando a probabilidade de séries ligeiramente diferentes serem identificadas como tendo a mesma estrutura geradora ou seja possuam a mesma distribuição condicional.

### ➤ Identificação

Verificou-se que a inspeção visual da função de autocorrelação (FAC) e da função de autocorrelação parcial (FACP) pode ser usado como uma indicação da ordem da estrutura geradora das séries com dependência temporal.

As análises feitas neste trabalho mostraram que a identificação da ordem da estrutura geradora das séries analisadas foi bem sucedida nos casos puramente autoregressivos e nos casos puramente médias móveis. Para os casos de estruturas mistas como GARMA(1,1), GARMA(2,1), GARMA(1,2) e GARMA(2,2) a identificação via inspeção da FAC e FACP se mostrou bastante complicada devido à sobreposição dos padrões referentes aos termos autoregressivos e médias móveis. Essa dificuldade é similar à enfrentada ao se analisar, pelos mesmos meios, séries geradas pelas tradicionais estruturas ARMA.

Os critérios de informação BIC, AIC e Hanna-Quinn se mostraram eficazes na identificação da grande maioria dos casos em estudo. Algumas estruturas foram identificadas corretamente pelos três critérios simultaneamente o

que mostra uma consistência no uso dessas ferramentas de identificação. Nenhum dos três critérios utilizados obteve evidente melhor desempenho em relação aos outros. Muitas vezes a diferença entre as porcentagens de êxito na primeira e na segunda opção (os dois melhores modelos identificados) foi praticamente insignificante o que nos leva a acreditar que, em alguns casos, os critérios acertaram com uma “margem de segurança” pouco significativa.

Nos casos onde os hiperparâmetros possuíam maiores módulos, reforçando a dependência temporal e tornando-as de mais fácil identificação, foi onde ocorreram as maiores contagens de êxito na identificação.

### ➤ **Aplicação em séries reais**

Os modelos se mostraram eficientes ao se modelar séries reais como no caso das séries de poliomielite no Estados Unidos da América e no caso dos números de enfartos no município do Rio de Janeiro. Em ambos os casos os modelos GARMA-Poisson e GARMA-NB se apresentaram resultados consistentes.

No caso da série de casos de poliomielite nos EUA o modelo GARMA-Poisson escolhido pelos critérios de identificação AIC, BIC e Hanna-Quinn foi o mesmo, o modelo de estrutura GARMA(1,2), Já no caso dos modelo GARMA\_NB a estrutura escolhida foi a GARMA(1,1) (pelos critérios BIC e Hanna-Quinn) pois esta é mais parcimoniosa. Observa-se que a estrutura GARMA(1,2)-NB apontada pelo critério AIC está de acordo com a estrutura GARMA(1,2)-Poisson encontrada no caso Poisson.

Os modelos encontrados para a série de casos de infarto no município do Rio de Janeiro analisando os três critérios foram os modelos GARMA(1,1)-Poisson e GARMA(1,1)-NB. Vê-se que possuem a mesma estrutura de dependência temporal.

Pelo teste da razão de verossimilhança foi possível identificar uma tendência decrescente nos números de casos de infarto observados. Não foi encontrado na literatura um motivo para esse decréscimo.

A inclusão de novas variáveis explicativas indicou a existência de uma relação estatisticamente significativa entre os poluentes,  $PM_{10}$  e CO, e a série de números infartos no município do Rio de Janeiro. O número de casos de infarto está diretamente relacionado aos níveis de poluentes o que indica que um aumento da poluição aumenta a probabilidade de casos de infarto na região em estudo.

As idéias propostas no início desse trabalho foram exploradas e os resultados encontrados foram interessantes na medida que adicionaram mais conhecimentos aos estudos de modelagens não lineares de séries temporais para dados de contagem. Os resultados encontrados abrem algumas questões a serem respondidas e motivam o estudo mais profundo dos modelos GARMA. Como possibilidade de trabalhos futuros temos:

- ✓ Analisar mais profundamente as condições de estacionariedade dos modelos GARMA, principalmente na região paramétrica dos modelos mistos (com componentes autoregressivas e médias móveis) onde  $\phi_1 + \phi_2 = 1$ . Os limites superiores e inferiores dos valores dos parâmetros utilizados também constituem um objeto interessante para futuros estudos;
- ✓ Comparar o desempenho dos modelos GARMA-Poisson e GARMA-NB com o desempenho de outros modelos não lineares e não gaussianos;
- ✓ Implementar outros modelos GARMA com diferentes distribuições condicionais para a média;
- ✓ Analisar outros modelos GARMA com a estrutura de dependência temporal diferente da utilizada neste trabalho;
- ✓ Inferir um intervalo de confiança para a estimativa da média encontrada.