1
Introdução

Nesta dissertação estudaremos dinâmicas simbólicas associadas a alfabetos finitos. Consideraremos seqüências bi-infinitas e estudaremos espaços com memória finita. Estudaremos propriedades invariantes por conjugação, como entropia e a existência de órbitas periódicas. Analisaremos a relação entre estes espaços de seqüências e certas propriedades elementares de álgebra linear. O principal exemplo desta correlação é o Teorema de Perron-Frobenius, que relaciona a entropia de um espaço de seqüências e os autovalores de uma matriz. Neste contexto, certos grafos e suas propriedades aparecem de forma natural.

Um *alfabeto* $\mathcal{A}$ é um conjunto finito de símbolos. As seqüências bi-infinitas de símbolos do alfabeto $\mathcal{A}$ são representadas por $x = (x_i)_{i\in\mathbb{Z}}$ ou por

$$x = \ldots\, x_{-2}\, x_{-1}\, x_0\, x_1\, x_2\, \ldots,$$

onde cada $x_i \in \mathcal{A}$.

O conjunto de todas as funções de $\mathbb{Z}$ no alfabeto $\mathcal{A}$ é representado por $\mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$. Tais funções são de fato as seqüências bi-infinitas de elementos do alfabeto finito $\mathcal{A}$. A coleção de todas as seqüências bi-infinitas de $\mathcal{A}$ é denominada $\mathcal{A}$-*seqüência completa.*

Um *espaço de seqüências* é um subconjunto com restrições do espaço de seqüências completas $\mathcal{A}^{Z}$. Apresentaremos classes especiais de espaços de seqüências, denominadas *shifts*, e estudaremos propriedades invariantes por conjugação, com destaque para a *entropia.*

O Capítulo 1 é dedicado à caracterização dos espaços de seqüências e suas linguagens. Nesse capítulo, introduziremos os objetos principais e as definições básicas desta dissertação, começando pela aplicação shift do espaço de seqüências completas $\mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$. Estudaremos também o conceito de blocos de símbolos consecutivos, os espaços de seqüências de blocos com sobreposição e sem sobreposição. Veremos, por exemplo, que tais espaços são de fato um espaço de seqüências. Finalmente, estudaremos códigos de translação de blocos. Estas aplicações transformam seqüências de um determinado alfabeto finito em novas seqüências em um novo alfabeto.

O Capítulo 2 tem como objetivo estudar os shifts de tipo finito, que são espaços de seqüências descritos por um conjunto finito de blocos proibidos. Introduziremos também neste capítulo o estudo de grafos (isto é, um conjunto finito de vértices e arestas) e seus shifts assim como a representação de grafos de shifts de tipo finito.

No Capítulo 3, veremos os grafos cujas arestas são denominadas por símbolos de um alfabeto finito. As trajetórias bi-infinitas no grafo fornecem pontos na seqüência completa $\mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$ que armazenam as denominações de suas arestas. O conjunto de todos esses pontos recebe o nome de *shift sófico.*

Finalmente, o último capítulo do texto destina-se ao estudo da entropia de um espaço de seqüências e apresenta a teoria de Perron-Frobenius de matrizes não-negativas. O principal resultado relaciona a entropia de um espaço de seqüências com o maior autovalor de uma matriz não negativa naturalmente associada ao shift.