

2

Revisão da Literatura

Apesar da aparente simplicidade, sugerida pela geometria trivial, a simulação de escoamentos sobre placas finas a pequenos ângulos de incidência representa um enorme desafio para qualquer modelagem turbulenta. Vários regimes de escoamento, também encontrados em outras aplicações de interesse industrial, estão presentes, tais como formação de uma bolha de recirculação após a separação da camada limite, desenvolvimento turbulento de uma camada de mistura formada logo após a separação, recolamento, relaminarização da camada limite, formação de bolhas de recirculação secundárias, e outros.

As seções seguintes desse capítulo apresentam em mais detalhes a física do problema, os principais desafios, e as tentativas anteriores de compreender os fenômenos envolvidos, tanto experimentalmente, quanto numericamente.

2.1

Física do Problema

Conforme já mencionado no Capítulo 1, as bolhas de recirculação que se formam após a separação da camada limite dividem-se em dois grandes tipos: bolhas curtas, também chamadas laminares, que se encontram comumente na superfície superior de aerofólios; e bolhas finas e longas, ou bolhas achatadas, observadas em escoamentos sobre aerofólios finos, com bordo de ataque agudo, ou mesmo sobre membranas (placas finas) a pequeno ângulo de ataque. Apesar do presente trabalho se concentrar no entendimento do segundo tipo de bolha, considera-se importante a compreensão das diferenças de comportamento entre as duas, de modo que uma rápida apresentação do primeiro tipo também se julga necessária.

2.1.1

Aerofólios Convencionais e as Bolhas Curtas Laminares

Em aerofólios convencionais, a camada limite, inicialmente laminar, experimenta um gradiente de pressão contrário à direção do escoamento, após passar pelo ponto de mínima pressão. A camada de fluido próxima à parede, que apresenta velocidades baixas, é desacelerada até mudar de direção, quando se dá o fenômeno da separação. Dependendo do número de Reynolds, essa camada separada, agora sob a forma de uma camada de mistura livre, pode transicionar de regime laminar para turbulento. Se isso ocorrer, a elevada taxa de engrossamento desta camada de mistura, aumentada devido às atividades turbulentas que propiciam a dispersão, faz com que a tal camada de fluido atinja novamente a superfície do aerofólio, num fenômeno conhecido como recolamento. O fluido que atinge o ponto de recolamento se divide em duas correntes: uma camada limite, que segue em direção ao bordo de fuga, e herda os níveis de turbulência da camada de mistura – a qual já havia sofrido transição para o regime turbulento; e uma segunda vertente, que é desviada de volta, em direção ao bordo de ataque, para completar a recirculação.

À medida que se aumenta o número de Reynolds, a energia da camada de fluido começa a ser suficiente para vencer o aumento adverso de pressão, e a extensão da bolha diminui até um determinado ponto a partir do qual não mais ocorre o fenômeno da separação.

Se, por outro lado, o número de Reynolds é diminuído, o fluido pode não ser mais capaz de recolar, resultando no fenômeno de desprendimento (*burst*), no qual a bolha se expande rapidamente para além do bordo de fuga, e o escoamento se encontra completamente descolado.

Outra forma de se obter o mesmo fenômeno é aumentando-se o ângulo de ataque (AOA). Inicialmente, a bolha sofre uma contração, devido ao aumento do gradiente de pressão adverso (GPA), mas a partir de um certo ponto, este gradiente é tão intenso que a bolha "explode", não sendo mais capaz de recolar.

Enquanto o desprendimento não ocorre, a forma da bolha pouco influencia a distribuição de pressão, mas uma vez que o descolamento total ocorre, há uma grande alteração de pressão sobre as superfícies, levando a uma deficiência de sustentação, mudança no centro de pressão, e a um aumento de arrasto, normalmente críticos para a segurança de aeronaves, ou para a operação de máquinas.

A bolha de separação laminar pode ser evitada através de uma escolha cuidadosa da geometria, ou de artifícios que provoquem uma transição para

regime turbulento um pouco antes do ponto de separação.

As primeiras observações sobre tais bolhas de recirculação foram feitas por Jones em 1934, enquanto as primeiras medições de velocidade e intensidades turbulentas para uma faixa de números de Reynolds e ângulos de incidência tiveram que esperar até 1954, com Mc Gregor, quando foi identificada a estrutura da bolha curta, com as regiões de escoamento reverso e de "fluido morto", conforme mostradas nas Figuras 2.1 e 2.2, que se encontram fora de escala.

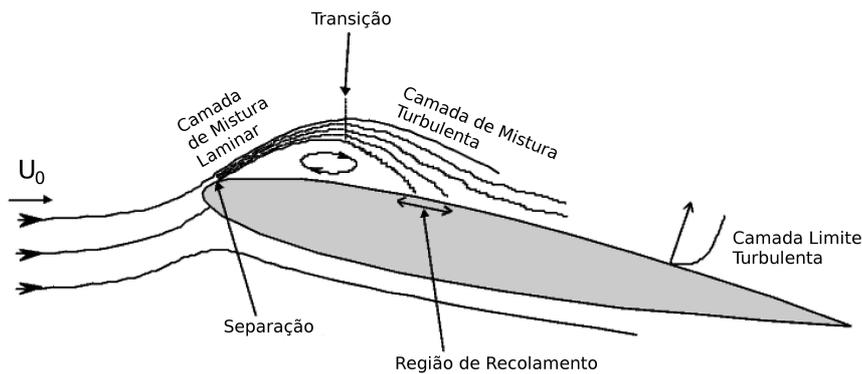


Figura 2.1: Representação esquemática da bolha curta (Crompton, 2001).

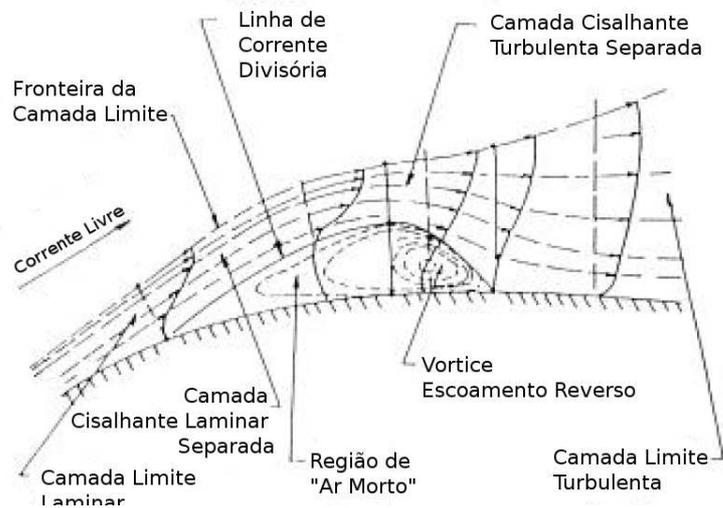


Figura 2.2: Estrutura da bolha curta. (Horton 1969)

Crabtree observou em 1957 algumas características comuns entre bolhas deste tipo, encontradas em diversos escoamentos sobre aerofólios:

- Uma linha de corrente, que termina no ponto de recolamento, circunda a bolha de recirculação, separando-a do restante do escoamento, externo à mesma.
- A região frontal da bolha apresenta pressão aproximadamente constante, e é cercada por uma camada de mistura ainda laminar.
- Por apresentar pressão constante, essa região frontal possui velocidade praticamente nula, sendo as correntes externas à bolha obrigadas a adaptar suas curvaturas, de forma condizente com os gradientes de pressão e velocidades nulos.
- Uma transição para regime turbulento na camada de mistura que separa a bolha do escoamento externo à mesma, a partir do qual a pressão, que anteriormente permanecia constante, sofre um aumento considerável, fruto do desenvolvimento completo da turbulência.
- Após essa região de aumento de pressão as linhas de corrente externas tornam-se mais retilíneas.
- Um intenso turbilhão na parte posterior da bolha.

Crabtree (1957) e Ward (1963) constataram que a distribuição de pressão à jusante da bolha e, conseqüentemente, a camada limite nesta região, não são significativamente alteradas pela presença da bolha, por ser esta normalmente curta em comparação com a corda do aerofólio. A espessura da camada limite apresenta-se levemente aumentada em relação à esperada na ausência da bolha, mas sem grandes repercussões para o escoamento. Conforme evidenciado na Figura 2.3 e discutido na seção 2.1.2, o mesmo não ocorre para as bolhas longas.

Owen e Klanfer (1953) determinaram um critério (critério de O-K) para distinguir bolhas longas de bolhas curtas, a partir de um número de Reynolds $Re_s = \delta_s^* U_s / \nu$, baseado no deslocamento da camada limite no ponto de separação δ_s^* e na velocidade imediatamente fora da camada limite neste mesmo ponto U_s . Segundo o critério dos autores, para Re_s menores que 300-400, só é possível a formação de bolhas longas, enquanto para Re_s acima desses valores, ocorrem apenas bolhas curtas.

Sendo o Re_s dependente do número de Reynolds da corrente livre (Re_∞), é possível observar, para um mesmo aerofólio, os dois tipos de bolha, bastando para isso, operar-se em velocidades suficientemente diferentes, de tal forma que o Re_s ora seja maior que 300-400 e ora seja menor. Tal fato foi comprovado experimentalmente por Crabtree em 1957.

O fenômeno de desprendimento (*bursting*), em muitos casos, pode ser explicado por uma mudança de regime, onde uma bolha, inicialmente curta,

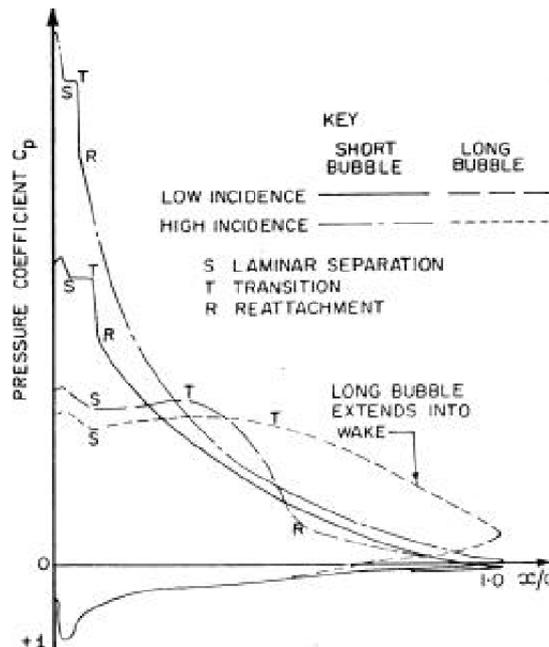


Figura 2.3: Efeito das bolhas curtas e longas sobre a distribuição de pressão. (Ward, 1963)

atravessa a fronteira do critério de O-K, tornando-se uma bolha longa, às vezes incapaz de se recolar no aerofólio devido à sua extensão. Mesmo que a extensão da bolha longa seja pequena quando comparada com a corda, um aumento do ângulo de incidência pode provocar um rápido alongamento da mesma, fazendo com que o ponto de recolamento passe a cair fora do aerofólio, o que provoca a indesejável situação de completa perda de sustentação (*stall*) do mesmo.

Outra possível explicação para o fenômeno, de acordo com McGregor (1954), baseia-se no balanço de energia do turbilhão estacionário que se forma na parte posterior da bolha. O suprimento de energia cinética, dissipada pelas ações viscosas, é feito pela camada de mistura que cerca externamente a bolha, através da transferência de quantidade de movimento. Segundo o autor, o *bursting* ocorre quando há um desequilíbrio, de tal forma que a estrutura vortical não comporta um aumento tão rápido de energia, e, ao procurar se expandir na tentativa de recuperar o equilíbrio, desintegra-se.

A crítica que alguns autores (Gault, 1955; Gaster, 1996 e Horton, 1996) fazem ao critério de O-K é que, na verdade, não existe uma universalidade para o número de Reynolds crítico, mas uma dependência com outros fatores tais como o gradiente de pressão pode também ser notada. Assim, mesmo que Re_s esteja acima do valor crítico de O-K, se a geometria apresentar uma curvatura acentuada, e portanto se o gradiente de pressão for muito grande,

é de se esperar que ocorra uma separação da camada limite, e possivelmente, um *stall* completo do aerofólio. Tal fato pode ser reinterpretado como se a turbulência presente na bolha fosse incapaz de prover a recuperação de pressão exigida pela geometria, num espaço tão curto quanto o que se estende do ponto de separação até o de recolamento da camada limite.

Os trabalhos de Gault (1955) e Mc Gregor (1954) sugerem que existe um limite para o coeficiente de recuperação de pressão que a turbulência consegue prover. Este coeficiente é definido por:

$$\sigma = \frac{P_R - P_S}{1/2 \rho U_\infty^2}, \quad (2-1)$$

onde P é a pressão, U_∞ , a velocidade do campo distante, ρ , a densidade do fluido, e os sub-índices R e S referem-se às posições de recolamento e separação, respectivamente.

Dos experimentos, conclui-se que o valor máximo suportado pela turbulência para este coeficiente de recuperação de pressão, medido em regimes próximos à ocorrência do *burst*, é de $\sigma_{max} = 0,35$.

Assim, tomando-se por base os trabalhos de McGregor (1954), Gault (1955), Crabtree (1957), Liebeck (1992), O'Meara e Muller (1987), os efeitos de uma variação do número de Reynolds (Re_∞), ou do ângulo de incidência, na forma bolha curta podem, em geral, ser resumidos da seguinte forma:

- Um aumento do ângulo de incidência acentua o gradiente de pressão desfavorável, encurtando a bolha, desde que o coeficiente de recuperação de pressão σ não ultrapasse o valor crítico. Caso o valor de σ , que aumenta com o ângulo de incidência, atinja esse valor crítico, observa-se a transformação de bolhas curtas em bolhas longas, e, em alguns casos, ocorre o fenômeno de *bursting*.
- Da mesma forma, um aumento do número de Reynolds também provoca uma diminuição do comprimento da bolha.
- Um aumento do ângulo de incidência ou do número de Reynolds provoca um aumento da altura da bolha.
- Uma diminuição do número de Reynolds Re_∞ faz com que a camada de mistura livre que cerca a bolha fique mais tempo em regime laminar, antes de transicionar para a turbulência. Conforme mostra a Fig. 2.4, o coeficiente de recuperação de pressão σ sofre um aumento, com a redução do número de Reynolds, podendo atingir o valor crítico. Na mesma figura, são ilustrados os comportamentos para três ângulos de ataque diferentes (3° ; $4,2^\circ$; $7,6^\circ$).

- Um aumento do número de Reynolds Re_∞ provoca também um avanço do ponto de separação em direção ao bordo de ataque; porém, se este aumento for suficientemente grande, é possível que ocorra uma transição da camada limite para regime turbulento, antes mesmo de se atingir o ponto de separação, o que pode, por sua vez, levar ao desaparecimento da bolha, já que a presença de turbulência reduz as possibilidades de separação da camada limite.
- Um avanço do ponto de separação, de acordo com o ítem acima, provoca uma diminuição no valor de Re_s , podendo este atingir o valor crítico, levando à transformação da bolha curta em bolha longa.
- O ponto da camada de mistura que separa a bolha do escoamento externo onde essa transiciona de laminar para regime turbulento é de difícil previsão, sendo um dos grandes desafios atuais para qualquer método numérico.

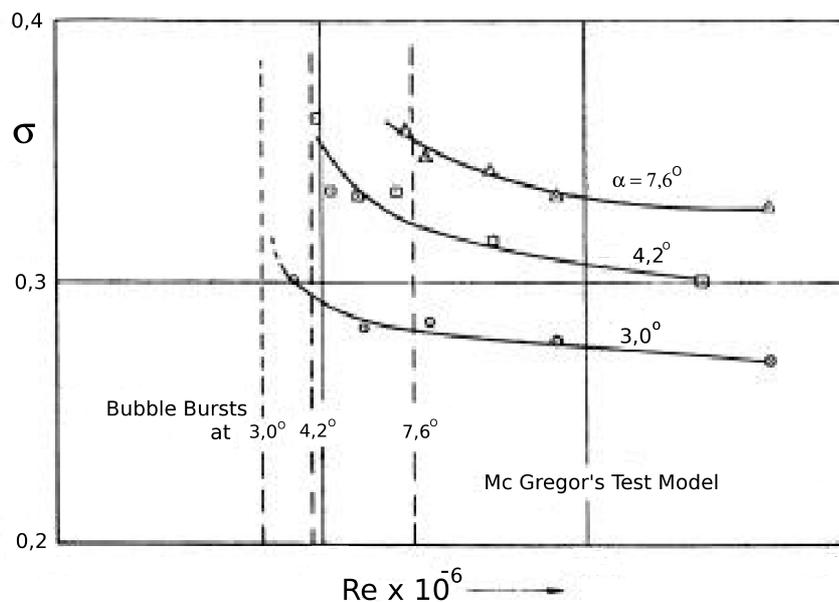


Figura 2.4: Efeito do número de Reynolds no coeficiente de recuperação. (McGregor, 1954)

Recentemente, mais atenção tem sido dada aos aspectos transitórios da bolha de separação, que obviamente não aparecem quando se utiliza média temporal num experimento ou numa análise numérica. Em particular, verificou-se a presença de componentes de baixa frequência. Estudos numéricos de Pauley et al. (1990), mostraram que, para um forte gradiente de pressão adverso, são desprendidas estruturas vorticiais da bolha, fenômeno conhecido como *vortex shedding*. Observa-se que as condições para

os desprendimentos de vórtices, previstos por Pauley et al. (1990), apresentam forte correlação com as condições para ocorrência do *bursting* verificada nos trabalhos de Gaster (1996), sugerindo que este último pode ter sido simplesmente o efeito da realização de uma média temporal sobre estruturas transientes de baixa frequência. Segundo Pauley et al. (1990), as bolhas longas e curtas, na verdade, corresponderiam, respectivamente, a recirculações estacionárias e transientes, sendo que nenhum desprendimento periódico de vórtices seria observado nas bolhas longas, devido ao gradiente de pressão mais suave nelas encontrado. A frequência de desprendimento não varia com o número de Reynolds, mas depende fortemente do gradiente de pressão.

2.1.2

Aerofólios Finos e as Bolhas Longas

Mais do que simplesmente uma diferença no comprimento, as bolhas longas apresentam características completamente diferentes das bolhas curtas, conforme observado por Crabtree (1957). Por normalmente estarem associadas a escoamentos sobre aerofólios finos, com um bordo de ataque pontudo, ou sobre placas finas, essas bolhas longas costumam ser chamadas na literatura de "bolhas de aerofólios finos", denominação esta, introduzida por Gault (1957).

Talvez uma das diferenças mais notáveis entre os dois tipos de bolhas discutidas até então seja que, enquanto as bolhas curtas praticamente não alteram a distribuição de pressão na região à jusante das mesmas, as bolhas longas exercem uma forte influência sobre a distribuição de pressão, a ponto de mudar inclusive, segundo Cromptom (2001), o mecanismo pelo qual a força de sustentação é produzida, em relação ao observado em aerofólios convencionais. A aceleração do fluido sobre a superfície, a curvatura das linhas de corrente e a distribuição de pressão não são mais ditadas apenas pela forma do aerofólio ou da placa fina. São mais importantes, por exemplo, o estado energético da turbulência na camada limite momentos antes da separação, e a rapidez com que a turbulência se desenvolve na camada de mistura que cerca a bolha após a separação.

Enquanto num aerofólio fino ou placa fina plana com incidência nula a camada limite permanece colada às superfícies superiores e inferiores da mesma, à medida que se aumenta o ângulo de ataque, o ponto de estagnação se move para a superfície inferior, em direção ao bordo de fuga. A partir do ponto de estagnação, o fluido se divide: uma parte segue em direção ao bordo de fuga, enquanto a outra é impulsionada pela alta pressão da

estagnação em direção ao bordo de ataque. Esta última, ao chegar ao ponto extremo do referido bordo de ataque, sofre uma mudança brusca de direção da velocidade, devido à curvatura acentuada da placa nessa região. Incapaz de acompanhar essa mudança, a camada limite descola, gerando uma região de separação. É de se esperar que a camada limite próxima ao ponto de separação seja bem fina, uma vez que a distância entre o ponto de estagnação e o de separação tende a ser pequena, e que a localização do ponto de separação seja bem determinada e não dependa do número de Reynolds ou outros fatores, dada a geometria abrupta. Além disso, por ter percorrido uma curta distância, é também de se esperar que a camada limite esteja sob regime laminar no momento da separação.

Após o desprendimento da camada limite da superfície do aerofólio (ou placa fina) tornando-se uma camada livre de mistura (ou camada cisalhante livre), esta se desenvolve até sofrer a transição para regime turbulento. Uma vez atingido o regime turbulento, ocorre um aumento da taxa de mistura (diminuição do tempo característico) e, conseqüentemente, um incremento da taxa de engrossamento dessa camada cisalhante, propiciando o recolamento. Para ângulos de ataque não muito grandes (menores que 5-7 graus), a camada cisalhante livre reencontra a superfície do aerofólio fino, dividindo-se em duas vertentes: uma que segue rumo ao bordo de fuga, assumindo sua forma original de camada limite; e outra que vai em direção ao bordo de ataque, de forma a completar a região de recirculação. Para ângulos de ataque maiores que esses valores, no entanto, o processo de mistura não é rápido o bastante para que as linhas de corrente externas à bolha sejam suficientemente curvadas, de forma a atingir a superfície antes do bordo de fuga. O escoamento fica então, neste caso, completamente separado, formando-se uma grande esteira a jusante do aerofólio.

A camada limite formada após o recolamento, que segue para o bordo de fuga, encontra-se em regime turbulento, devido à transição ocorrida enquanto a mesma se encontrava desprendida, na forma de camada cisalhante livre. O mesmo ocorre com a vertente que segue para o bordo de ataque, que se afasta do ponto de separação, inicialmente sob regime turbulento. Porém, neste caso, a camada limite enfrenta um gradiente de pressão favorável – pois a pressão é máxima no ponto de estagnação e mínima na região central da bolha – podendo, assim, sofrer um processo de relaminarização.

Na região central da bolha de recirculação estabelece-se uma zona de pressão mínima, formada de maneira a suprir a força centrípeta necessária para manter a recirculação do fluido. Entre o ponto de mínima pressão da superfície e o bordo de ataque, a camada limite enfrenta novamente um

gradiente de pressão adverso, que se for grande o suficiente, pode levar a uma separação e à formação de uma bolha de recirculação secundária. Isto ocorre porque, após essa separação, o fluido deve recolar antes de reencontrar as linhas de corrente oriundas da primeira separação, de forma a não violar a conservação de massa.

Este escoamento complexo, conforme descrito acima, está simplificada-mente esquematizado na Figura 2.5.

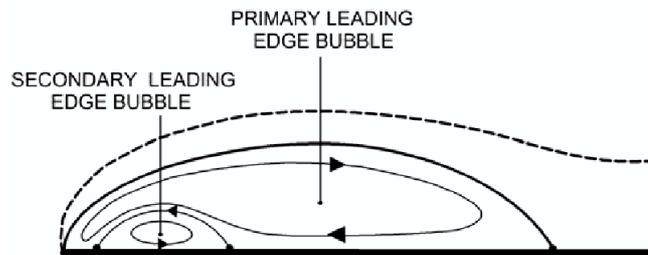


Figura 2.5: Representação esquemática da estrutura interna da bolha (Col-
lie, 2003).

É importante entender que, devido à forma pontuda do bordo de ataque, a ausência de uma bolha de recirculação levaria a um ponto de singularidade na pressão, o que causaria uma região de sucção infinita, fisicamente inadmissível. Assim, a bolha pode ser interpretada como uma forma de acomodação do escoamento, de maneira a se evitar valores de energia infinitos. Como resultado, a distribuição de pressão na região próxima ao bordo de ataque assume formas jamais vistas em escoamentos sobre aerofólios convencionais, com bordo de ataque arredondado.

Além disso, é de se esperar que todos esses aspectos – tais como distribuição de pressão, desenvolvimento e transição para regime turbulento – de fundamental importância para o restante do escoamento, sejam fortemente influenciados pela forma geométrica do bordo de ataque. Em suma, esta ínfima região influencia de maneira significativa o restante do escoamento.

Os trabalhos citados na literatura, relativos a esse tipo de bolha, são bem menos numerosos do que os que tratam de bolhas curtas.

Uma das grandes diferenças entre os dois tipos de bolha de recirculação encontra-se no mecanismo de separação: enquanto nas bolhas curtas o principal responsável é um gradiente de pressão adverso (GPA), nas bolhas longas, observadas em aerofólios finos ou placas finas, a variação abrupta da direção do escoamento – que em última análise é o que leva à separação – é ditada pela própria curvatura geométrica da superfície. Assim, distinguem-se separações induzidas por GPA, das separações induzidas pela geometria

do corpo imerso. Embora no segundo caso, também se possa explicar esta separação à luz de um GPA extremamente intenso, formado devido à geometria abrupta, reconhece-se, nesse caso, a importância didática da distinção feita, uma vez que as estruturas geradas a partir da separação têm características completamente diferentes. O critério de O-K por exemplo, não é mais válido em aerofólios finos, o que pode ser facilmente explicado pela mudança nos mecanismos que regem o fenômeno da separação, isto é, de GPA para induzido pela geometria.

Apesar do bordo de ataque das seções em questão (aerofólios finos e placas finas) serem nominalmente considerados como pontudos, na realidade, sempre existe uma curvatura, uma espessura, ou alguma forma geométrica, que se constatou, no trabalho de McCullough e Gault (1951), de fundamental importância para o desenvolvimento da separação e da camada cisalhante livre (CCL), e conseqüentemente, para o restante do escoamento. Em particular, McCullough e Gault (1951) mostraram que para aerofólios ultra-finos, virtualmente pontudos, em ângulos de ataque extremamente pequenos, as propriedades da separação se assemelham às observadas sobre aerofólios convencionais com incidências entre 4° e 5° . Isto foi atribuído ao fato de que, apesar de virtualmente pontudo, o bordo de ataque apresentava uma curvatura, ainda que de raio muito pequeno. Tanto assim, que para ângulos de ataque ligeiramente superiores, o escoamento recuperava as características esperadas em placas infinitamente finas. Os autores ainda testaram experimentalmente uma série de aerofólios finos, de diferentes espessuras, Figura 2.6, utilizando diferentes ângulos de ataque (AOA) e compararam-nos com uma geometria de “faca de dois gumes” (ou “asa diamante”), conforme ilustrado na Figura 2.7.

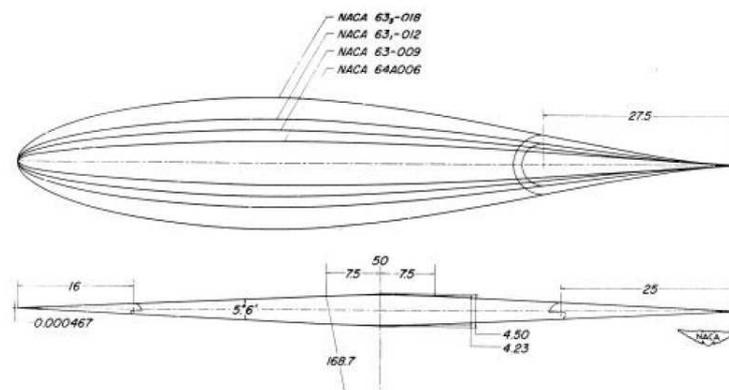


Figura 2.6: Geometrias utilizadas por McCullough e Gault (1951).

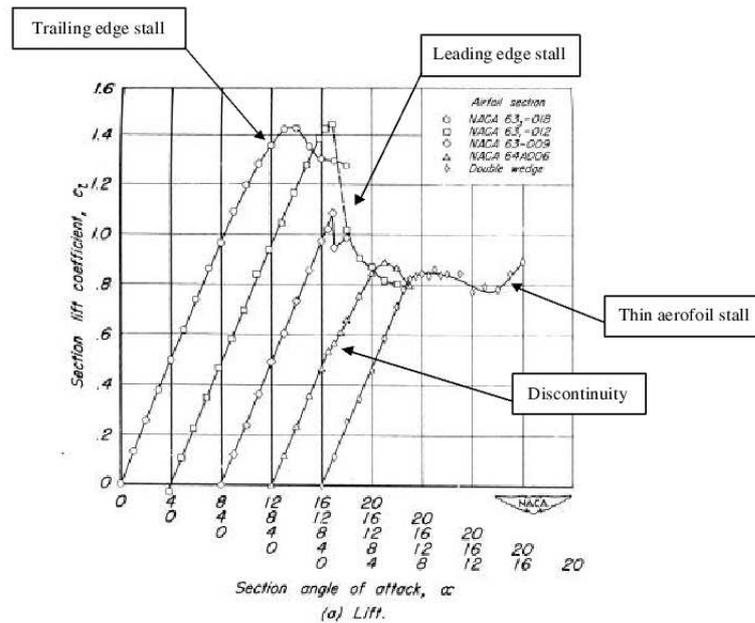


Figura 2.7: Sustentação em função do AOA para uma série de aerofólios finos. (Mc Cullough e Gault, 1951)

É interessante observar, na Figura 2.7, que a curva de sustentação do mais fino dos aerofólios (NACA 64A006) apresenta uma descontinuidade por volta dos 4° de AOA, não constatada nas outras geometrias. Os autores atribuem este fato a uma transição de regime, de bolha curta, onde o escoamento não é muito afetado, para um regime de bolha longa, onde a sustentação cresce menos rápido com o AOA. Nota-se ainda que a "faca de dois gumes" não apresenta tal comportamento, por não permitir a existência de bolhas curtas, nem mesmo nos menores AOA.

Os mesmos autores (McCullough e Gault, 1951) fizeram também medições da variação da pressão no interior da bolha, na direção perpendicular à superfície do aerofólio. Constataram que a pressão inicialmente tende a diminuir na direção do núcleo da bolha, onde atinge um mínimo, a partir do qual, cresce até atingir os valores do campo externo à recirculação. Observou-se ainda, experimentalmente, que a variação de pressão ao longo da camada cisalhante não é desprezível; portanto, as hipóteses costumeiras de pressão constante falham para bolhas longas.

Newman e Tse (1992) verificaram que, apesar da camada cisalhante livre, descolada, inicialmente se encontrar em regime laminar, logo transiciona para regime turbulento. O número de Reynolds crítico que rege essa transição baseia-se na espessura da camada cisalhante, e seu valor é de aproximadamente 100. Assim, a camada cisalhante se torna turbulenta ainda

muito próximo do bordo de ataque, e, segundo Gault (1957), a distância necessária para a transição é virtualmente zero. Contrariamente, um valor típico para a distância necessária para a transição turbulenta em bolhas curtas é de 80% do comprimento das mesmas, ou seja, enquanto as bolhas curtas são laminares na maior parte de sua extensão, as bolhas longas são virtualmente 100% turbulentas.

O primeiro autor a medir com precisão os perfis de velocidade no interior de bolhas sobre aerofólios finos, de forma a confirmar a presença das estruturas acima descritas, foi Gault em 1957. Gault (1957) constatou que as velocidades encontradas na região de fluxo reverso eram bem maiores do que as presentes em bolhas curtas, o que constitui mais uma diferença marcante entre os dois tipos de bolhas. Geralmente, valores maiores que $0,2 U_\infty$ são encontrados, embora valores típicos estejam na faixa de $0,35 - 0,4 U_\infty$.

As conseqüências práticas da formação de uma bolha de recirculação longa no arrasto e sustentação do aerofólio ou placa, são facilmente entendidas a partir da observação de que o interior da bolha é uma região de baixa pressão. Como a bolha se alonga com o aumento de incidência, é de se esperar que a sustentação e o arrasto também aumentem, até atingirem um valor máximo, que coincide com o AOA para o qual o recolamento se dá exatamente na extremidade do bordo de fuga do aerofólio.

Em 2001, Crompton utilizou-se de modernas técnicas de velocimetria a laser (LDV), dentre outras, para medir detalhes do escoamento sobre placas planas finas, com bordo de ataque em faca, tais como perfis de velocidade média, pressão, e momentos estatísticos de segunda ordem (tensores turbulentos). Os dados experimentais de Crompton (2001) servem, então, como base de referência para o presente estudo, onde são comparados com os dados obtidos por simulações de grandes escalas. Em particular, são de interesse para o corrente trabalho os resultados para número de Reynolds $Re = 2,13 \times 10^5$, baseado na corda da placa e na velocidade da corrente livre, para ângulos de ataque variando de 1 a 5 graus. As mesmas estruturas de bolhas longas mencionadas acima foram encontradas, e constatou-se que, para números de Reynolds maiores que 10^5 , a forma da bolha, o ponto de recolamento e a distribuição de pressão passam a ser independentes deste parâmetro.

2.2

Modelos de Turbulência

Os escoamentos estudados experimentalmente por Crompton (2001) foram analisados numericamente, por Collie et al. (2003) utilizando modelos de média de Reynolds (RANS). A fim de avaliar a adequação da metodologia a esta classe de problemas, realizou-se a previsão numérica de escoamentos sobre a mesma placa plana e fina utilizada por Crompton (2001), com os modelos SST (Menter, 1994) e $\kappa - \omega$ (Wilcox, 1988). Em particular, são apresentados em Collie et al. (2003) resultados para Reynolds $Re = 2,13 \times 10^5$, baseado na corda da placa e na velocidade da corrente livre, para ângulos de ataque variando de 1 a 5 graus. Os resultados mostram que os modelos testados são incapazes de prever corretamente esse tipo de escoamento. Além de erros da ordem de 6 a 30% na previsão do comprimento de recolamento para ângulo de ataque de 1 grau, também os perfis de velocidade, pressão, e energia cinética turbulenta, apresentam comportamentos que não reproduzem os dados experimentais, nem mesmo em termos qualitativos. Collie et al. (2003) sugerem, então, que a razão do fracasso de metodologias baseadas em médias de Reynolds (RANS) pode ser intrínseca às mesmas, possivelmente agravadas pela forte anisotropia das estruturas turbulentas. De acordo com os autores, investigações envolvendo metodologias mais precisas, e que disponibilizem informações da evolução temporal das complexas estruturas, podem auxiliar no aprimoramento futuro ou mesmo adaptação de modelos RANS, especificamente para esta classe de problemas.

Seguindo-se a sugestão de Collie et al. (2003), é então empregada, no presente trabalho, a metodologia LES para melhor compreender os fenômenos físicos do escoamento envolvendo bolhas longas. Nesta seção é feita uma breve revisão geral da extensa literatura relacionada às simulações de grandes escalas, que têm sido alvo de numerosos estudos ao longo das últimas décadas. Mais adiante, no item 2.2.3, os aspectos mais relevantes ao presente trabalho são apresentados em maiores detalhes.

Uma excelente referência relativa à apresentação geral da metodologia LES para escoamentos incompressíveis pode ser encontrada em Sagaut (2002).

Spalart (2000) apresenta uma análise comparativa de diversos modelos de turbulência. São discutidos os limites esperados de cada um dos modelos, bem como a complexidade envolvida. Discriminam-se dois principais desafios na predição de escoamentos turbulentos: I) determinação do cres-

cimento e separação da camada limite; e II) transferência de quantidade de movimento depois da separação. É importante salientar que, apesar de modelos RANS terem sido fundamentais para o avanço da engenharia nas últimas décadas, são deficientes no que diz respeito a escoamentos com separação (desafio II). Yule et al. (1992) analisam escoamentos para os quais tais modelos não apresentam bons resultados, mas se tenta contornar as deficiências através de novos termos nas equações que descrevem o transporte de quantidades turbulentas. Spalart (2000) examina novas alternativas que abrangem uma classe maior de problemas e que apresentam melhores resultados com relação ao desafio II. Estas novas alternativas invariavelmente recaem na necessidade de resolver uma versão transiente das equações de Navier-Stokes. Variam de simples URANS (Unsteady RANS) até LES, passando por modelos híbridos (LES/RANS).

O estado da arte, bem como os desafios que ainda restam ser resolvidos nas Simulações de Grandes Escalas são apresentados em Piomelli (1999). Dentre os avanços mais urgentes na LES, o autor destaca a modelagem física das estruturas turbulentas sub-malha, e o desenvolvimento de leis de parede, além de outros não relacionados ao presente trabalho (escoamento compressível e acústica).

Moin (2002) faz um resumo dos últimos avanços obtidos em simulações de grandes escalas, no que diz respeito à derivação de equações constitutivas, modelagem sub-malha, leis de parede e aplicações de LES em combustão turbulenta. Detalha, também, dois métodos numéricos diferentes visando aplicações em geometrias complexas: fronteiras imersas e malhas não-estruturadas.

De uma forma geral, os principais desafios da metodologia de grandes escalas, nos quais se concentra a maior parte dos estudos da comunidade científica, podem ser didaticamente classificados em quatro grupos, que refletem, de certa forma, as etapas envolvidas nos processos de filtragem, discretização e a modelagem de termos sem fechamento e da região da parede. Apresenta-se a seguir, um breve levantamento dos trabalhos realizados ao longo das últimas décadas, relativos a cada um desses aspectos da metodologia.

2.2.1

Processo de Filtragem e Discretização

A fim de identificar os aspectos relacionados a metodologias LES que carecem de maior desenvolvimento, Kravchenko e Moin (1997) e,

posteriormente, Chow et Moin (2003) realizaram uma análise dos efeitos dos diversos erros envolvidos, os quais podem ser duas espécies: erros numéricos, e erros de modelagem sub-malha. Os erros numéricos podem ter suas origens no processo de *aliasing*, no processo de discretização, e na comutação entre o operador de filtragem e de derivadas espaciais, aplicados às equações de Navier-Stokes. Os autores concluem que, apesar dos imensos esforços concentrados pela comunidade científica na modelagem sub-malha, se não forem tomados cuidados especiais na escolha da largura do filtro, método de discretização, e outros aspectos da metodologia, corre-se um enorme risco de que os erros numéricos sobrepujem os efeitos dos termos modelados. Em termos práticos, sugere-se que, para esquemas de diferenças finitas de segunda ordem, utilize-se filtros de largura equivalente a quatro vezes o espaçamento da malha.

Além dos efeitos do esquema de diferenciação e da razão filtro-malha (FGR) nos erros de *aliasing*, Blaisdell et al. (1996) mostram que a forma empregada nos termos não lineares também afeta tais erros. São apontadas quatro maneiras analiticamente equivalentes de escrever o termo não-linear, cujas versões discretas, no entanto, exibem comportamentos completamente díspares, tanto em termos de estabilidade numérica, quanto em termos de precisão. Em geral, os autores consideram a forma *skew-symmetric* a mais adequada para LES.

Quanto aos esquemas numéricos, vários trabalhos (Piomelli, 1999; Moin, 2002 ; Mittal e Moin, 1997) apontam métodos *upwind*, ou descentralizados, como inapropriados para a LES, por serem dissipativos e afetarem o espectro final ao amortecerem estruturas pequenas, porém importantes para o escoamento.

Nagarajan et al. (2003) identificam quatro principais requisitos para o sucesso de um método numérico: i) ser de alta ordem; ii) possuir boa resolução em altos números de onda; iii) não ser muito sensível aos erros de *aliasing*; e iv) conservar massa, quantidade de movimento, e energia total. Propõem, então, um esquema numérico compacto e de alta ordem, eficiente e robusto, conforme mostram suas análises de erro e seus resultados.

Como, a princípio, a operação de filtragem não comuta com as derivações espaciais presentes nas equações de N-S, é fundamental garantir que o erro cometido ao se assumir comutatividade esteja em patamares aceitáveis. A questão da comutatividade do filtro é examinada em Vasilyev et al. (1998), onde também é estudado o problema das condições de contorno para as variáveis filtradas. De uma forma geral, pode-se mostrar que esse erro é tanto maior quanto maior a taxa de variação espacial da largura do

filtro. Para o caso de largura de filtro uniforme em todo o domínio, esse erro de comutatividade é nulo, embora esta seja uma situação rara, uma vez que, geralmente, a simples presença de uma fronteira já implica numa variação da banda desse filtro. Quando se adota uma estratégia de filtragem implícita à discretização espacial do Método de Volumes Finitos (FVM), a exigência de filtragem o mais uniforme possível implica, automaticamente, numa diminuição de versatilidade de malha.

2.2.2

Versatilidade da Malha

A fim de simular problemas complexos, é imperativo que o esquema da malha seja flexível, a fim de que esta possa se adaptar aos diversos requisitos de espaçamento presentes em diferentes pontos do domínio. Encontram-se na literatura disponível diversas opções interessantes, as quais, basicamente, resumem-se a: malhas estruturadas que acompanham as paredes sólidas; métodos de fronteiras imersas; e malhas não estruturadas.

Esquemas de fronteiras imersas vêm sendo explorados desde a década de 70 (Peskin, 1972, 1977; Lima e Silva et al., 2003; Grigoriadis et al., 2004, Tseng e Ferziger, 2003; Balaras, 2004), mostrando-se especialmente adequados a escoamentos envolvendo fronteiras móveis ou interação fluido-estrutura.

Muitas vezes, pode ser interessante também a divisão do domínio em zonas, de modo a facilitar a adaptação da malha aos diferentes regimes de escoamentos. Isto torna possível a adoção de diferentes esquemas de malha nas várias zonas pré-estabelecidas. Em alguns casos, inclusive, é vantajoso adotar-se malha não-estruturada para uma dada região e estruturada para outra (Moin, 2002). Assim sendo, desenvolvimento de algoritmos como em Kravchenko et al. (1996) e (1999), e Shariff e Moser (1998) confere uma flexibilidade ainda maior ao tratamento de escoamentos complexos.

2.2.3

Modelagem Sub-malha

Em Sagaut (2002) encontra-se uma revisão do estado da arte dos modelos sub-malha. São classificados em dois grandes grupos: Modelagem Funcional e Modelagem Estrutural.

Os modelos funcionais baseiam-se na hipótese de que a interação entre escalas resolvidas e não-resolvidas é de caráter unicamente energético,

ou seja, um balanço da transferência de energia entre estas é suficiente para descrever os fenômenos. Assim, informações sobre a estrutura do escoamento (por exemplo, presença de anisotropia) não são consideradas por tais modelos. Essa transferência de energia entre escalas pode ocorrer nos dois sentidos: 1) *forward*, das escalas resolvidas para as não-resolvidas – a bem conhecida cascata de energia, que termina dissipando a energia das grandes escalas; e 2) *backward*, das escalas não-resolvidas (ou pequenas escalas) para as resolvidas, também chamada cascata retrógrada de energia, muito menos intensa e freqüente que a primeira, a ponto de ser descartada pela maioria dos modelos.

Uma vez assumida a hipótese anteriormente mencionada e a predominância da cascata de energia no sentido das grandes escalas para as pequenas, pode-se modelar o termo sub-malha de duas maneiras: 1) explicitamente, onde os efeitos da dissipação da energia são representados por novos termos adicionados nas equações; e 2) implicitamente, onde tais efeitos são obtidos através dos próprios métodos numéricos, que neste caso são escolhidos de forma a apresentar dissipação intrínseca (oriunda dos erros de discretização).

Neste contexto de modelos funcionais, com cascata de energia unidirecional, consideram-se as seguintes hipóteses simplificadoras: i) o mecanismo de transferência de energia é análogo aos mecanismos de difusão molecular, e pode ser representado de acordo com a hipótese de Boussinesq, com a ajuda de uma "viscosidade sub-malha" (ν_{SGS}); ii) um único comprimento característico e uma única escala de tempo podem ser usados para descrever as escalas sub-malha; iii) o espectro das grandes escalas é totalmente separado do das pequenas, isto é, existe uma região nula do espectro entre as duas faixas de freqüência. Com base nessas hipóteses, pode-se ter: A) modelos baseados nas escalas resolvidas, onde a viscosidade sub-malha é avaliada em função de grandezas resolvidas; o mais conhecido representante desta classe é o modelo de Smagorinsky; B) modelos baseados na energia da freqüência de corte, onde a viscosidade é calculada a partir da maior freqüência resolvida; e C) modelos baseados nas escalas não-resolvidas (sub-malha), que usam informações diretamente relacionadas às escalas sub-malha, como por exemplo, a energia cinética e a taxa de dissipação contidas nas pequenas escalas – isso torna esta classe mais rica em informações do que as duas anteriores, já que se pode facilmente modelar situações de desequilíbrio entre produção e dissipação de energia. Essa classificação não é, obviamente, mutuamente exclusiva, podendo-se propor modelos baseados em escalas mistas (como, por exemplo, os sugeridos por Sagaut, 1996, Tsubokura, 2001, e

Yoshizawa et al., 2000).

A experiência mostra que vários desses modelos fornecem bons resultados se aplicados a regimes homogêneos de turbulência, quando a frequência de corte está suficientemente elevada e as distâncias para as paredes são grandes. No entanto fora dessas condições, como em regimes transitórios, escoamentos altamente anisotrópicos, ou com alto desequilíbrio energético, os resultados podem não ser satisfatórios. Além dos erros advindos dos métodos numéricos, as falhas dos modelos podem ser atribuídas a inconsistências nas hipóteses levantadas (i, ii, iii).

Comum a modelos baseados na frequência de corte e em escalas sub-malha é o problema trazido pelo princípio da incerteza generalizado de Gabor-Heisenberg (Ducros, 1995), segundo o qual não se pode obter simultaneamente precisão em frequência e localização espacial. Precisão de frequência (inevitável nessas duas classes de modelos) implica em espalhamento (não-localidade) espacial, o que reduz as possibilidades de se levar em conta efeitos de intermitência e dificulta o tratamento de escoamentos não homogêneos. Por outro lado, muita localização de informação espacial leva à falta de resolução espectral, o que dificulta avaliação de grandezas como, por exemplo, energia (rigorosamente, densidade de energia, ou espectro) na frequência de corte.

Duas soluções são possíveis: aumentar-se a gama de escalas resolvidas, o que eleva o número de graus de liberdade e conseqüentemente o custo computacional; e buscar uma relação de compromisso entre precisões espectral e espacial.

No sentido de se evitar aumento do custo computacional, a segunda alternativa acima admite uma série de opções interessantes: 1) Procedimentos dinâmicos para o cálculo das constantes envolvidas no modelo sub-malha; 2) Sensores estruturais, que condicionam a existência das escalas sub-malha (SGS) à verificação de certas restrições impostas às maiores frequências resolvidas – só se admite presença de SGS se as frequências resolvidas apresentarem certas características topológicas também observadas em turbulência homogênea e isotrópica; 3) Técnicas de acentuação, onde se aumenta artificialmente a contribuição da maior frequência resolvida na estimativa da viscosidade sub-malha – permite uma melhor localização da informação de frequência e, portanto, um melhor tratamento do fenômeno da intermitência, já que o modelo é sensível apenas às altas frequências (resolvidas); 4) Funções de amortecimento, empregadas em regiões próximas a paredes.

Contrastando com as abordagens citadas até então, onde um termo modelado é explicitamente adicionado às equações de N-S, outra alternativa

para se captar os efeitos das escalas não-resolvidas consiste em se adotar um método numérico que, embutido nos esquemas de discretização, apresente uma dissipação de energia. Tais métodos, chamados métodos implícitos, baseiam-se na hipótese de que o efeito das escalas sub-malha no escoamento resolvido é puramente dissipativo. São mais usados quando não se consegue modelar os fenômenos físicos adequadamente por serem muito complexos, como por exemplo, combustão e interações de ondas de choque com turbulência. Entre os mais famosos, destacam-se: 1) MILES (Monotone Integrated Large Eddy Simulation), que se enquadra no contexto de métodos de volume finito (MVF) com fluxo limitado (Fureby e Grinstein, 1999 e 2002); 2) Reconstrução de Fluxo Adaptativo (Adams, 2001), que se enquadra nos Método dos Volumes Finitos não-limitados; e 3) Método dos Elementos Finitos (MEF) com estabilização sub-malha embutida (Codina, 2000, Guermond, 1999, Roy e Baker, 1997).

Os métodos de modelagem sub-malha citados até então tentam representar apenas a cascata de energia no sentido normal (das grandes para as pequenas escalas). Existe, salvo em casos especiais, pouco interesse em se modelar a cascata retrógrada, por dois motivos principais: normalmente não é significativa quando comparada à cascata no sentido comum; e sua modelagem requer a adição de um termo de fonte de energia que é um gerador de problemas numéricos em potencial. Sagaut (2002) apresenta modelos de dois tipos: 1) aqueles baseados na adição de um termo estocástico de forçamento, construído a partir de variáveis aleatórias e de informações contidas no campo resolvido – isso confere ao modelo sub-malha uma característica aleatória; 2) modelos que modificam a viscosidade sub-malha calculada a partir da cascata progressiva (no sentido comum), subtraindo um valor correspondente ao fluxo reverso de energia – tudo se passa como se a cascata reversa fosse representada por uma viscosidade negativa, e a viscosidade resultante corresponderia a um balanço de fluxo de energia.

Também são apresentados em Sagaut (2002) modelos funcionais anisotrópicos dentre os quais os mais famosos são o de Aupoix (1985) (o único que leva em conta a cascata inversa de energia) e o de Horiuti (1993), no qual o tensor sub-malha é avaliado com base no tensor calculado na frequência de corte.

Contrastando com os modelos funcionais, os modelos estruturais não dependem de conhecimento a priori da natureza da interação entre as escalas. Agrupam-se nas seguintes categorias:

- Modelos derivados por expansões em séries formais. Não levam em conta a física das escalas resolvidas, mas são como uma extensão

matemática do que nelas ocorreu.

- Modelos que usam a hipótese física da similaridade de escalas, que estabelece uma correspondência entre estruturas estatísticas de diferentes níveis de filtragem.
- Modelos misturados, que são baseados em combinações lineares de modelos funcionais e estruturais. São teoricamente equivalentes a modelos de "desconvolução" completa.
- Modelos baseados em equações de transporte para o tensor sub-malha.
- Modelos construídos com base no conhecimento das direções preferenciais do alongamento das estruturas vorticiais. A determinação dessas direções é feita a partir das grandezas resolvidas.
- Modelos baseados na reconstrução explícita da flutuação da velocidade sub-malha, calculada numa malha auxiliar (mais refinada).
- Modelos baseados na identificação direta dos termos sub-malha, via ferramentas de matemática avançadas, tais como teoria estocástica linear, rede neural, etc.
- Modelos baseados em esquemas numéricos, cujos erros são projetados de forma a englobar (de forma implícita) os efeitos sub-malha. Diferem dos modelos funcionais implícitos por não induzirem dissipação numérica.

2.2.4

Modelagem de Regiões Próximas às Paredes

Segundo Schmidt et al. (2003), para escoamentos turbulentos na presença de paredes, o problema de fechamento do termo sub-malha torna-se ainda mais desafiador por diversas razões: 1) primeiramente, a filtragem das equações torna-se mais complexa – para caso de filtragem uniforme, por exemplo, esta se torna mal definida na superfície da parede; 2) o escoamento na região vizinha à parede torna-se extremamente anisotrópico e a produção de energia turbulenta supera a dissipação, invertendo o sentido natural da cascata de energia; 3) o tamanho das estruturas energéticas, que precisam ser capturadas pela malha, diminui à medida que se aproxima da parede, exigindo passos de tempo e espaçamentos de malha proibitivamente pequenos; isso torna o custo computacional inviável – para o caso de camadas limites aerodinâmicas (Chapman, 1979) e para escoamentos turbulentos em canais (Baggett, 1998), se o intuito for realmente o de se obter uma LES genuína e precisa.

Visando uma diminuição do custo computacional, várias opções para a modelagem da região da parede são apresentadas na literatura (Cabot, 1995; Cabot e Moin, 1999; Ciofalo, 1994; Piomelli e Balaras, 2002 e Sagaut, 2002).

O primeiro modelo de parede para LES foi proposto por Deardorff (1970), e impunha condições de contorno na segunda derivada da velocidade no primeiro ponto da malha (a partir da superfície da parede), de forma que os perfis de velocidade neste mesmo ponto satisfizessem a lei logarítmica na média. Os resultados não foram particularmente bons mas, na avaliação de Piomelli e Balaras (2002), isso se deveu mais a falta de resolução da malha do que ao modelo em si.

Em 1975, Schumann introduziu uma nova família de abordagens, as chamadas metodologias das tensões de parede (*wall-stress models*), que já apresentavam muitas das características dos modelos atuais. Ao invés de impor condições na velocidade como Deardorff, Schumann assumiu tensão de parede conhecida na superfície, a partir da pressão externa forçante. Desta forma, a tensão cisalhante vista pelo LES em qualquer ponto e instante de tempo podia ser calculada em função das tensões médias de parede, e das velocidades instantâneas e médias do primeiro ponto da malha, de acordo com

$$\tau_{w,yx}(x, z) = \frac{\langle \tau_w \rangle}{\langle \bar{u}(x, Y_m, z) \rangle} \bar{u}(x, Y_m, z), \quad (2-2a)$$

$$\tau_{w,yz}(x, z) = \frac{\nu}{Y_m} \bar{w}(x, Y_m, z), \quad (2-2b)$$

onde Y_m é a distância do primeiro ponto da malha à parede, \bar{u} e \bar{w} são os componentes de velocidade resolvidas nas direções x e z , $\tau_{w,yx}$ e $\tau_{w,yz}$ são as tensões cisalhante na parede (plano xy) divididas pela densidade (ρ), nas direções x e z , respectivamente. ν é a viscosidade cinemática, e o símbolo $\langle \rangle$ denota média temporal.

Uma séria restrição do modelo de Schumann era a necessidade de se conhecer a tensão cisalhante média a priori. O primeiro a superar esse problema foi Grotzbach (1987), que assumiu que a velocidade média entre a parede e o primeiro ponto da malha obedecia a uma lei logarítmica, dependente da velocidade de fricção, que por sua vez dependia da tensão cisalhante na parede,

$$\langle \bar{u}(x, Y_m, z) \rangle = u_\tau \left(\frac{1}{\kappa} \ln(Y_m u_\tau / \nu) + B \right), \quad (2-3)$$

onde $u_\tau = \sqrt{\tau_{w,yy}}$ é a velocidade de fricção, κ é a constante de von Karman, e B é um valor de ajuste para a lei logarítmica.

A partir da velocidade média (oriunda da LES), e utilizando a lei dada pela Eq. (2-3), calculava-se, iterativamente, a velocidade de fricção u_τ e a tensão de parede ($\tau_w = \tau_{w,yy} = u_\tau^2$). Conhecendo-se a tensão de parede, podia-se então aplicar a Eq. 2-2a, fechando-se assim o sistema de equações a ser resolvido e suas condições de contorno. Variações subseqüentes desta idéia foram desenvolvidas por Mason e Callen (1986), Piomelli et al. (1989), e Hoffman e Benocci (1995).

Balaras e Benocci (1994) e Balaras et al. (1996), sugeriram um modelo mais sofisticado, no qual a Eq. 2-3 é substituída por uma forma transiente da equação de camada limite fina, que ficou conhecido como modelo de duas camadas. De acordo com Cabot e Moin (1999), os componentes da velocidade tangenciais à parede poderiam ser obtidos pela equação:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial y}[(\nu + \nu_t) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial y}] \quad \text{para } i = 1, 3, \quad (2-4)$$

e o componente normal pela continuidade,

$$\tilde{u}_2 = - \int_0^y \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial x_3} \right) dx_2, \quad (2-5)$$

onde o til denota variáveis calculadas das equações de camada-limite, e \bar{P}_m , a pressão vizinha à parede (ponto da malha da LES mais próximo da parede) computada das equações das grandes escalas (LES) e considerada independente de y na região em questão.

As condições de contorno são impostas sobre a parede (velocidades nulas) e sobre o primeiro ponto da malha LES. As velocidades calculadas pelas LES devem ser idênticas às calculadas das equações de camada-limite, ou seja $\tilde{u}_i(Y_m) = \bar{u}_i(Y_m)$. A viscosidade turbulenta pode ser calculada algebricamente a partir de funções de amortecimento baseadas na teoria de comprimento de mistura, com diversas alternativas disponíveis na literatura (Cabot, 1995 e Balaras et al., 1996).

No que diz respeito à implementação, cria-se uma malha embutida, unidimensional, da parede até o primeiro ponto da malha LES. Para cada passo de tempo da LES, a Eq. 2-4 é resolvida, a tensão cisalhante na parede é calculada, e seu valor especificado como condição de contorno do primeiro ponto da malha LES.

Outra abordagem, mais recente, consiste numa combinação de RANS e LES (Baggett, 1998, Nikitin et al, 2000), na qual, ao invés de utilizar uma

viscosidade turbulenta baseada num simples comprimento de mistura, são usados procedimentos mais sofisticados para o cálculo desta viscosidade, cujo efeito é o de reduzir o modelo na região da parede a um modelo tipo RANS transiente. Longe da parede, no entanto, as equações tomam a forma da LES tradicional, com os modelos sub-malha comumente empregados. A mais conhecida dentre estas abordagens que combinam RANS com LES é a chamada Detached Eddy Simulation (DES), atribuída a Spalart (1997).

Esta última modelagem apresenta grandes semelhanças com o modelo de duas camadas de Balaras et al. (1996), uma vez que, em ambos, a região bem próxima à parede é modelada por um conjunto de equações do tipo RANS transiente. Na abordagem DES, no entanto, a transição do domínio onde impera o RANS para o domínio da LES é contínua, enquanto no caso do modelo da tensão de parede, ocorre um salto.

Numa revisão do estado da arte dos modelos de parede, Piomelli e Balaras (2002) identificaram que, apesar da evolução significativa, existe ainda uma constante necessidade de melhorias nessa área.