

## 5

### Exemplos numéricos

Neste trabalho, foram realizados 5 (cinco) estudos de caso, com intuito de validar o modelo implementado na presente pesquisa na análise mecânica de dutos e avaliar os efeitos das solicitações comumente presentes numa linha de duto - interação solo-estrutura, pressão interna e variação térmica – sob três classes distintas de materiais, a saber: os materiais homogêneos, os materiais compósitos convencionais e os materiais com gradação funcional.

Para os exemplos onde é contemplada a não-linearidade, física e/ou geométrica, emprega-se o método de Newton-Raphson modificado. Tais soluções são obtidas por meio de um processo iterativo e incremental, convergindo ao equilíbrio à medida que se avança em cada passo.

No primeiro exemplo, retirado da dissertação de mestrado de SOUZA (2005), realizam-se duas análises a partir da metodologia desenvolvida, nas quais o duto é considerado ora com comportamento elástico, ora elasto-plástico.

Já o segundo estudo de caso trata dos efeitos da pressão interna, da variação da temperatura e de sobrecarga externa sob uma linha de dutos (SOUZA, 2005).

A terceira análise numérica consiste do emprego de três classes de material compósito constituído de matriz polimérica e reforço sob a forma de fibras como reparo de um trecho de duto danificado submetido à pressão interna e carregamento do solo (TOUTANJI, 2001).

As respostas na aplicação de camada reparadora de um duto sob corrosão externa (CÔRTEZ, 2001), para duas categorias distintas de material compósito – convencional e *FGM* – estão presentes no quarto exemplo.

O último estudo, em que se reveste com camada de reforço um duto submetido à pressão interna, consiste do exame dos efeitos da funcionalidade graduada aplicada ao material do referido reforço, com a conseqüente comparação dos resultados para diversos materiais utilizados.

## 5.1 Exemplo 1

Este exemplo analisa o comportamento do duto composto de material homogêneo elástico e alternativamente elasto-plástico.

O modelo de análise consiste de um duto biapoiado com momentos aplicados em torno do eixo  $x_3$  sobre os apoios (Fig. 5-1).

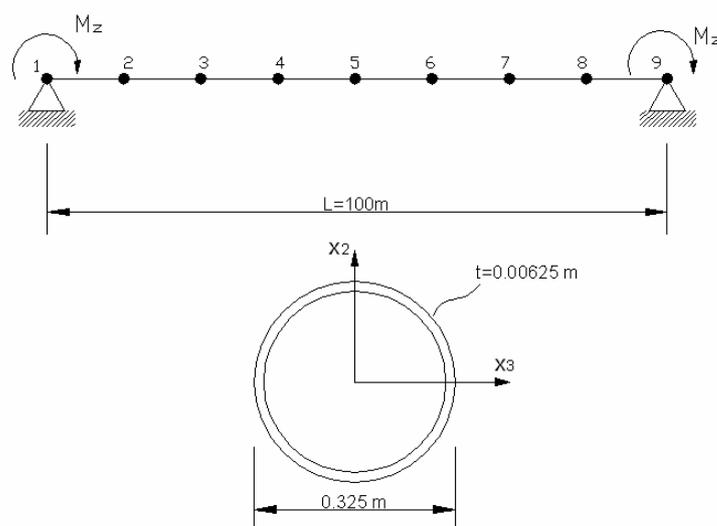


Figura 5-1 - Modelo do duto (SOUZA, 2005).

A Tabela 5-1 apresenta as características geométricas do referido duto.

Tabela 5-1 – Propriedades da seção do duto

<b><i>Propriedades geométricas do duto</i></b>	
<b>Diâmetro interno (m)</b>	0.3125
<b>Diâmetro externo (m)</b>	0.3250
<b>Área da seção transversal (m<sup>2</sup>)</b>	$6.2586416 \cdot 10^{-3}$
<b>Momento de Inércia (m<sup>4</sup>)</b>	$7.9516531 \cdot 10^{-5}$
<b>Espessura (m)</b>	0.00625

O material do duto tem comportamento elastoplástico com endurecimento isotrópico linear, cujas propriedades estão contidas na Tabela 5-2.

Tabela 5-2 – Propriedades do material do duto

<b>Propriedades materiais do duto</b>	
<b>Tensão de escoamento (MPa)</b>	420
<b>Módulo de elasticidade (GPa)</b>	205
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.25
<b>Módulo tangente (GPa)</b>	75
<b>Módulo transversal (GPa)</b>	82

A partir da equação elástica de viga biapoiada com momento concentrado ( $M_z$ ) na suas extremidades, obtêm-se as seguintes expressões analíticas da deflexão vertical ( $v$ ), rotação em torno do eixo  $z$  ( $\theta_z$ ) e tensão axial ( $\sigma_x$ ):

$$v(x) = -\frac{M_z}{EI} \left( -\frac{x^3}{3L} + \frac{x^2}{2} - \frac{Lx}{6} \right) \quad 0 \leq x \leq L \quad (5.1a)$$

$$\theta_z(x) = -\frac{M_z}{EI} \left( -\frac{x^2}{L} + x - \frac{L}{6} \right) \quad 0 \leq x \leq L \quad (5.1b)$$

$$\sigma_x(x) = \frac{M_z}{I} \left( -\frac{2x}{L} + 1 \right) y \quad 0 \leq x \leq L, r_i \leq y \leq r_e \quad (5.1c)$$

A tensão axial máxima no comportamento elástico ( $\sigma_{m\acute{a}x}$ ) do duto é admitida igual à tensão de escoamento do material ( $\sigma_Y$ ), no que resulta na seguinte equação para o momento de plastificação ( $M_p$ ):

$$M_p = \frac{\sigma_Y I}{r_e} \quad (5.2)$$

No presente caso, o referido momento plástico assume o valor de 205.000 N.m. Desta forma, com intuito de avaliar as deformações axiais elásticas, adota-se o momento aplicado às extremidades de intensidade igual a 100.000 N.m, em 20 incrementos de carga.

Na Tabela 5-3, estão presentes os resultados para o deslocamento vertical ( $v$ ) e rotações ( $\theta_z$ ), obtidos analítica e numericamente; esta última análise, realizada através dos programas REDUCT (REpair DUCT), elaborado no contexto da presente pesquisa, com a consideração ou não dos efeitos da não-linearidade geométrica. A seção transversal é formada inicialmente por 32 elementos (Fig. 5-2).

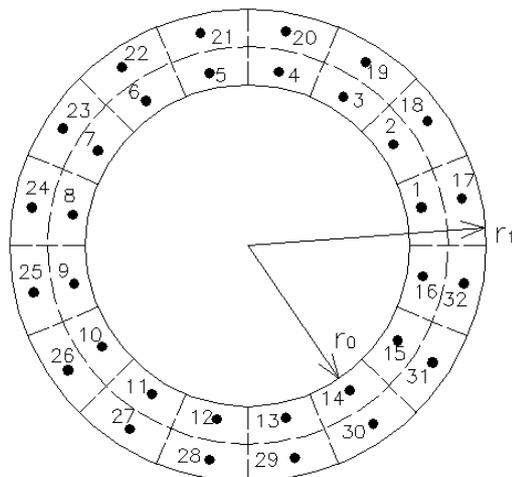


Figura 5-2 – Discretização da seção transversal do duto em 32 segmentos de área.

Tabela 5-3 – Valores dos deslocamentos e rotações nodais para o duto submetido a um momento aplicado de 100.000 N.m nas extremidades.

Nó (j)	REDUCT				ANALÍTICO		DIFERENÇA PERCENTUAL (%)			
	Linear elástico		Não-linear elástico				$v^j$		$\theta^j$	
	$v^j$ (m)	$\theta^j$ (rad)	$v^j$ (m)	$\theta^j$ (rad)	$v^j$ (m)	$\theta^j$ (rad)	LE	NLE	LE	NLE
1	0.000	-0.104	0.000	-0.061	0.000	-0.102	0.00	0.00	1.96	40.20
2	-0.856	-0.036	-0.356	-0.032	0.839	0.035	2.02	57.56	2.86	8.57
3	-0.978	0.013	-0.252	-0.013	0.959	-0.013	1.98	73.72	0.00	0.00
4	-0.611	0.042	-0.112	-0.010	0.599	-0.042	2.00	81.30	0.00	76.19
5	0.000	0.052	0.000	0.009	0.000	-0.051	0.00	0.00	1.96	82.35
6	0.611	0.042	0.112	0.010	-0.599	-0.042	2.00	81.30	0.00	76.19
7	0.978	0.013	0.252	-0.013	-0.959	-0.013	1.98	73.72	0.00	0.00
8	0.856	-0.036	0.356	-0.104	0.839	0.036	2.02	57.56	2.86	8.57
9	0.000	-0.104	0.000	-0.061	0.000	0.103	0.00	0.00	1.96	40.20

A Tabela 5.4 mostra os valores de momento fletor ( $M$ ), na seção correspondente ao deslocamento vertical máximo, ou seja, a um quarto do vão ( $x_2 = 25$  m), segundo a análise teórica, e a rotina REDUCT. Nas simulações numéricas, a fim de avaliar a influência do refinamento da discretização da seção nos resultados, adotou-se a discretização longitudinal em quatro elementos de mesmo comprimento

e uma variação do número de elementos na seção transversal, de acordo com a tabela a seguir:

Tabela 5-4 – Momento fletor na seção de deslocamento vertical máximo ( $x_2 = 25$  m)

	$M_{eq2}$ , em Nm
<b>ANALÍTICO</b>	50,000
<b>REDUCT (4 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	27,120
<b>REDUCT (16 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	37,710
<b>REDUCT (32 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	44,920
<b>REDUCT (128 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	49,970

Na Fig. 5-3 são apresentados os diagramas de deslocamento vertical para o duto submetido à carga de momento ( $M_z$ ) nos apoios igual a  $100.000$  N.m, considerando a linearidade geométrica (SNLG) e não (CNLG).

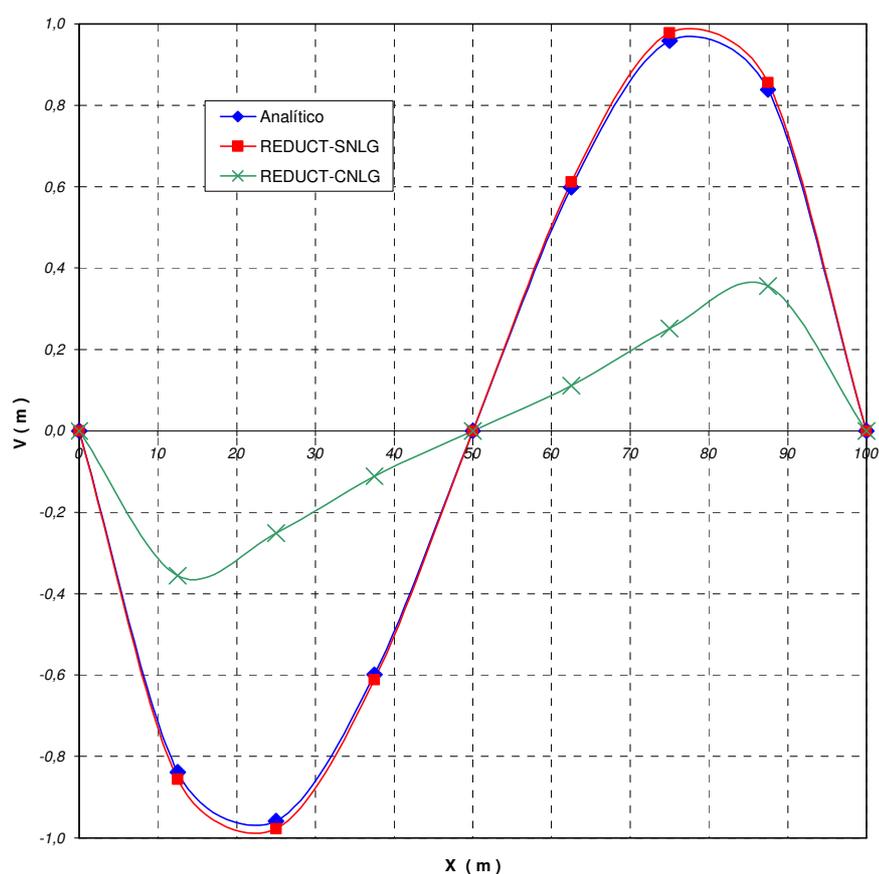


Figura 5-3 – Diagrama de deslocamento vertical ao longo do duto ( $M_z = 100.000$  N.m).

Na situação a seguir, aplica-se um momento às extremidades de valor  $250.000 \text{ N.m.}$ , resultando assim em deformações axiais plásticas na estrutura.

O material do duto apresenta comportamento elastoplástico com endurecimento isotrópico linear, ou seja, o diagrama de tensão-deformação do material é bi-linear, constituído assim de uma zona linear elástica e outra zona linear plástica, esta última de inclinação  $E_T$ .

A tolerância de convergência adotada na solução da análise não-linear é igual a  $10^{-4}$ , e o carregamento atuante total foi dividido em 20 incrementos de carga. As forças internas na seção transversal foram obtidas com a divisão da mesma em 40 elementos de área.

Tal como na análise elástica, são examinados numericamente as rotações e os deslocamentos ao longo do referido duto para 32 elementos na seção transversal (Tabela 5.5); e o momento fletor ( $M$ ) na seção referente ao deslocamento vertical máximo (Tabela 5-6). No caso das soluções numéricas, são empregados o *software* comercial ANSYS – elemento 2-D Plastic Beam (BEAM23) - e a rotina REDUCT.

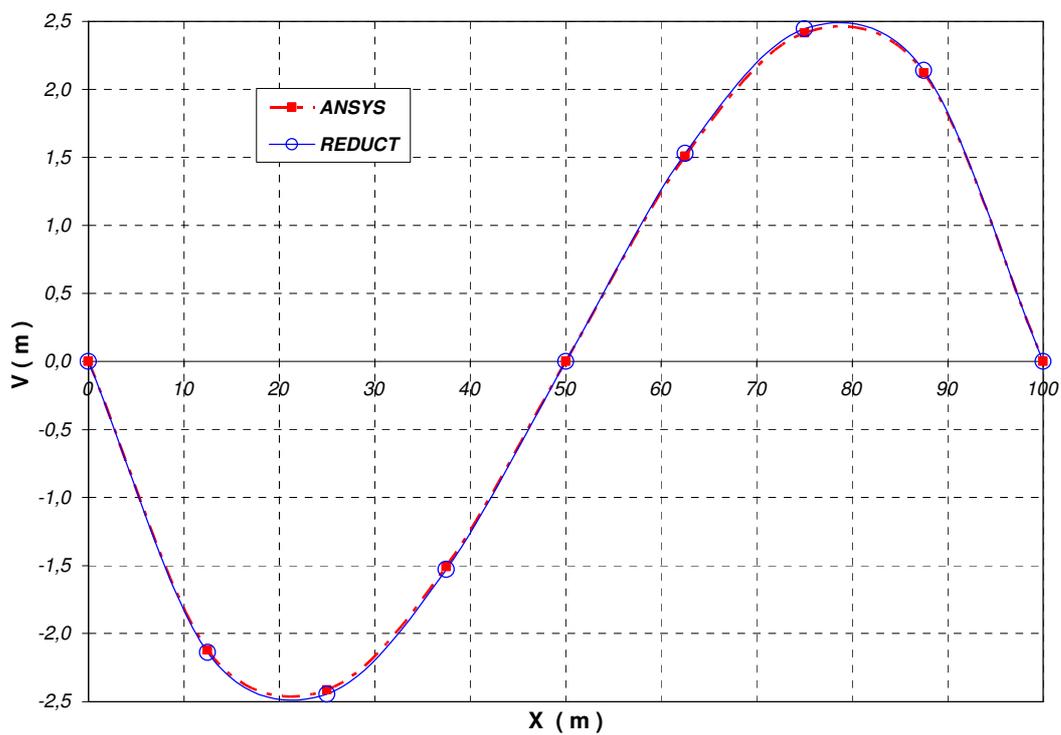
Tabela 5-5 – Valores dos deslocamentos e rotações nodais para o duto submetido a um momento aplicado de  $250.000 \text{ N.m}$  nas extremidades.

Nó (j)	ANSYS		REDUCT		Erro relativo (%)	
	$v^j$ (m)	$\theta^j$ (rad)	$v^j$ (m)	$\theta^j$ (rad)	$v^j$ (m)	$\theta^j$ (rad)
1	0.00000	-0.26908	0.00000	-0.26080	0,00	0,00
2	-2.12240	-0.08674	-2.13929	-0.08963	0,38	3,35
3	-2.41388	0.03286	-2.44494	0.03257	1,08	0,79
4	-1.50650	0.10474	-1.52813	0.10596	1,27	1,16
5	0.00000	0.12870	0.00000	0.13041	0,00	1,31
6	1.50650	0.10474	1.52813	0.10596	1,27	1,16
7	2.41388	0.03286	2.44494	0.03257	1,08	0,79
8	2.12240	-0.08674	2.13929	-0.08963	0,38	3,35
9	0.00000	-0.26908	0.00000	-0.26080	0,00	3,07

De maneira análoga ao caso elástico, anteriormente tratado, apresenta-se a Tabela 5-6, indicando a influência do refinamento da discretização da seção do duto nos valores de momento fletor ( $M$ ), na seção correspondente ao deslocamento vertical máximo ( $x_2 = 25 \text{ m}$ ).

Tabela 5-6 – Momento fletor na seção de deslocamento vertical máximo ( $x_2 = 25$  m)

	$M_{eq2}$ , em Nm
<b>ANALÍTICO</b>	125,000
<b>REDUCT (4 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	111,240
<b>REDUCT (16 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	119,750
<b>REDUCT (32 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	122,160
<b>REDUCT (128 SEGMENTOS TRANSVERSAIS)</b>	124,990

Figura 5-4 – Diagrama da deformação vertical ao longo do duto ( $M_z = 250.000$  N.m).

A Fig. 5-5 ilustra os resultados obtidos pelo REDUCT quanto da variação do momento fletor máximo na viga ( $x_2 = 25$  m) com o número de elementos axiais arbitrados na discretização da referida estrutura, tanto para o comportamento elástico, como para o regime elasto-plástico.

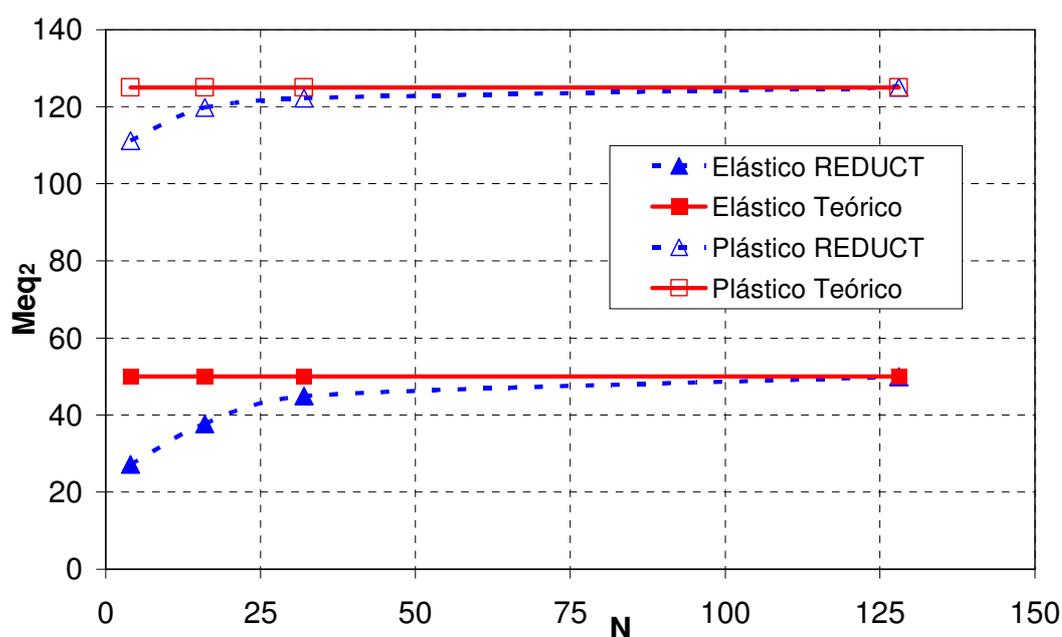


Figura 5-5 – Gráfico Momento fletor máximo X N° de elementos axiais.

Na análise mecânica da viga sob comportamento elástico, o resultado numérico, desconsiderando a não-linearidade geométrica e obtido a partir do programa REDUCT, aproximou-se da solução teórica. Ao contemplar os efeitos da não-linearidade geométrica, observou-se uma redução dos deslocamentos verticais ao longo da linha do duto (Fig. 5-3), devido à influência da geometria do duto em grandezas relevantes, tais como a matriz de rigidez do elemento. Para o regime plástico, é verificada a convergência entre os resultados numéricos fornecidos por duas rotinas computacionais: REDUCT, desenvolvida pela presente pesquisa, e o programa comercial ANSYS 8.0 (Fig 5-4). Em ambas as análises, constatou-se a tendência da solução numérica de se aproximar dos resultados analíticos com o refinamento da malha em questão, conforme pode ser concluído do caráter assintótico das curvas presentes na Fig. 5-5. Neste caso, a discretização da seção transversal entre 64 e 128 segmentos na análise numérica reflete uma resposta satisfatória do programa

## 5.2 Exemplo 2

Este exemplo analisa o comportamento de uma linha de duto enterrado numa encosta, submetida a carregamentos externos, à pressão interna e a diferença de temperatura nas paredes do mesmo (SOUZA, 2005), conforme ilustra a Fig. 5-6.

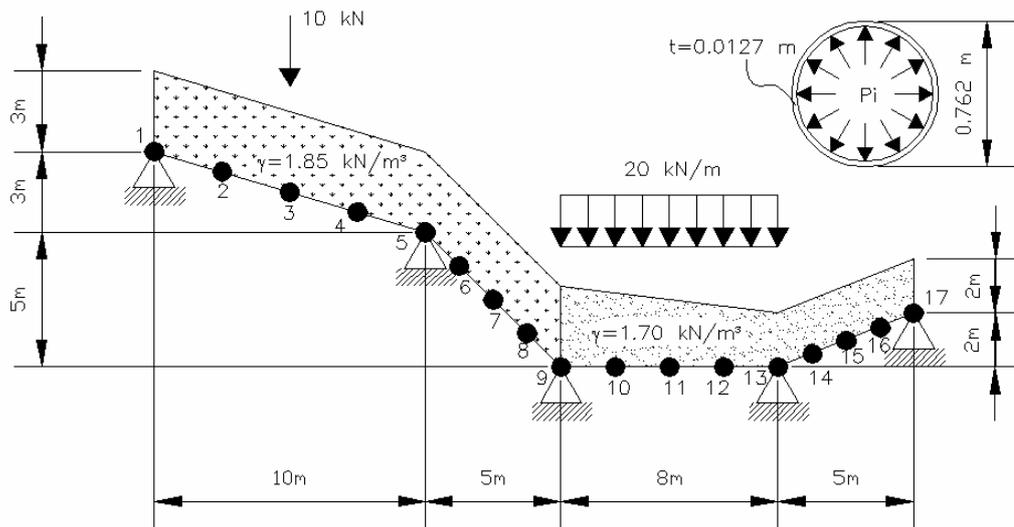


Figura 5-6 – Perfil longitudinal do duto sob carregamento externo, pressão interna e variação de temperatura (SOUZA, 2005).

As propriedades geométricas do duto estão presentes na Tabela 5-7, e as propriedades do material do duto são mostradas na Tabela 5-8.

Tabela 5-7 – Propriedades da seção do duto

<b><i>Propriedades geométricas do duto</i></b>	
<b>Diâmetro interno (m)</b>	0.7366
<b>Diâmetro interno (m)</b>	0.7620
<b>Área da seção transversal (m<sup>2</sup>)</b>	$2.9895741 \cdot 10^{-2}$
<b>Momento de Inércia (m<sup>4</sup>)</b>	$2.098725 \cdot 10^{-3}$
<b>Espessura (m)</b>	0.0127

Tabela 5-8 – Propriedades do material do duto

<b>Propriedades materiais do duto</b>	
<b>Tensão de escoamento (MPa)</b>	420
<b>Módulo de elasticidade (GPa)</b>	205.00
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.25
<b>Módulo tangente (MPa)</b>	75.00
<b>Módulo transversal (MPa)</b>	82.00

Na Tabela 5-9, são apresentados os valores dos carregamentos externos devido à pressão do solo e sobrecarga, e à diferença de temperatura em cada tramo ao longo da linha de duto. A pressão interna tem valor igual a 12 MPa.

Tabela 5-9 – Carregamentos externos sob o duto

<b>Tramo</b>	<b>Pressão do solo na direção <math>x_2</math> (<math>\gamma = 1.85 \text{ kN/m}^3</math>) (N/m)</b>	<b>Pressão do solo na direção <math>x_2</math> (<math>\gamma = 1.70 \text{ kN/m}^3</math>) (N/m)</b>	<b>Carga distribuída na direção <math>x_1</math> (N/m)</b>	<b>Sobrecarga na direção <math>x_2</math> (N/m)</b>	<b><math>\Delta T</math> (°C)</b>
1	-4229.1	-	-	-	20
2	-4229.1	-	-	-	20
3	-	-3886.2 a -2590.8	1000	-20000	25
4	-	-2590.8	-	-	30

Os valores das constantes de molas do solo ao longo da linha de duto são apresentados na Tabela 5-10, de acordo com SOUZA (2005).

Tabela 5-10 – Constantes da mola do solo (SOUZA, 2005)

<b>Tramo</b>	<b><math>K_{AS}</math> (N/m)</b>	<b><math>K_{BS}=K_{US}</math> (N/m)</b>
1	0	$1000 \frac{EI}{L^4}$
2	0	$700 \frac{EI}{L^4}$
3	0	$500 \frac{EI}{L^4}$
4	0	$500 \frac{EI}{L^4}$

A Tabela 5-11 exibe os valores dos deslocamentos transversais e longitudinais para análise linear realizada através dos programas *ANSYS* e *REDUCT*, sem considerar os efeitos da interação solo-duto. No programa *ANSYS 8.0*, o elemento utilizado foi a viga tridimensional BEAM 44 (3-D Elastic Tapered Unsymmetric Beam), conforme SOUZA (2005). O duto foi discretizado em 8 elementos axiais, em ambas as análises, tendo 8 elementos na seção transversal, para o caso do *REDUCT*.

Tabela 5-11 – Valores dos deslocamentos nas direções axial ( $x_1$ ) e transversal vertical ( $x_2$ ) obtidos da análise sem mola do solo.

Nó (j)	<i>ANSYS</i>		<i>REDUCT</i>		<i>Diferença Percentual (%)</i>	
	$U^j$ (mm)	$V^j$ (mm)	$U^j$ (mm)	$V^j$ (mm)	$U^j$	$V^j$
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	-0.440	-0.011	-0.360	-0.012	0.378	0.083
3	-0.670	-0.015	-0.490	-0.016	0.367	0.063
4	-0.630	-0.980	-0.330	-0.990	0.909	0.010
5	-0.450	0.000	-0.040	0.000	0.940	0.000
6	0.040	-0.260	0.260	-0.320	0.846	0.188
7	0.390	-0.390	0.360	-0.450	0.077	0.133
8	0.570	-0.340	0.260	-0.370	0.344	0.081
9	-0.460	0.000	-0.130	0.000	0.717	0.000
10	-0.370	-0.820	-0.110	-0.011	0.702	0.986
11	-0.270	-0.012	-0.100	-0.016	0.630	0.250
12	-0.180	-0.820	-0.080	-1.02	0.555	0.180
13	-0.090	0.000	-0.060	0.000	0.333	0.000
14	-0.040	0.260	-0.180	0.326	0.778	0.202
15	-0.070	0.280	-0.170	0.360	0.588	0.222
16	-0.050	0.170	-0.100	0.220	0.500	0.227
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

A influência das molas do solo sobre os deslocamentos transversais e longitudinais, segundo análise dos programas *ANSYS* e *REDUCT*, estão apresentadas na Tabela 5-12.

Tabela 5-12 – Valores dos deslocamentos nas direções radial ( $x_1$ ) e transversal vertical ( $x_2$ ) obtidos da análise com mola do solo.

Nó (i)	ANSYS		ANSYS		Diferença	
	$U^i$ (mm)	$V^i$ (mm)	$U^i$ (mm)	$V^i$ (mm)	$U^i$	$V^i$
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	-0.410	-0.990	-0.320	-1.050	0.220	0.057
3	-0.630	-1.360	-0.440	-1.420	0.302	0.042
4	-0.600	-0.890	-0.290	-0.890	0.517	0.000
5	-0.450	0.000	-0.040	0.000	0.911	0.000
6	0.100	0.240	0.230	0.290	0.565	0.172
7	0.360	0.360	0.330	0.410	0.083	0.122
8	0.550	0.320	0.240	0.350	0.564	0.086
9	-0.460	0.000	-0.130	0.000	0.717	0.000
10	-0.370	-0.800	-0.110	-1.040	0.700	0.231
11	-0.270	-1.210	-0.100	-1.520	0.630	0.204
12	-0.180	-0.810	-0.080	-0.990	0.556	0.182
13	-0.090	0.000	-0.060	0.000	0.333	0.000
14	-0.300	0.250	-0.170	0.310	0.433	0.194
15	-0.700	0.270	-0.170	0.350	0.757	0.229
16	-1.000	0.170	-0.100	0.210	0.900	0.190
17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

A Fig 5-7 representa o gráfico dos deslocamentos verticais (V) ao longo do duto, em duas situações distintas: considerando os efeitos da interação solo-estrutura e desprezando sua influência na referida análise.

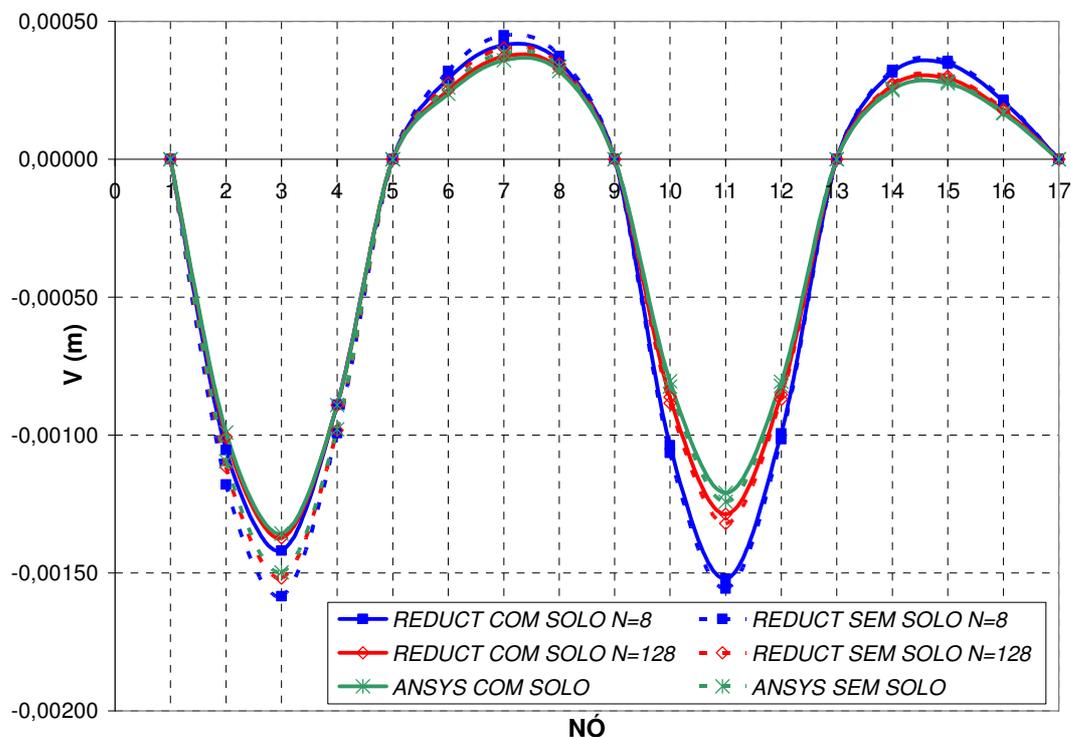


Figura 5-7 – Diagrama do deslocamento vertical ao longo do duto, com e sem o efeito da interação solo-duto.

Neste caso, os valores dos deslocamentos verticais ao longo do duto, obtidos numericamente através do REDUCT e do software comercial ANSYS se aproximaram, tanto com a consideração quanto à desconsideração dos efeitos do solo, particularmente com o aumento do número de elementos da seção transversal na entrada de dados do REDUCT, conforme evidenciado na Fig. 5-7.

### 5.3

#### Exemplo 3

Este estudo de caso ilustra a aplicação e avaliação do referido modelo, em relação aos resultados obtidos analiticamente para um duto enterrado, considerando três situações distintas: sem defeito, danificado e revestido de uma camada de reforço em material compósito (Fig. 5-8). Em ambas as análises, as solicitações consideradas são a pressão de operação do duto e o carregamento devido ao peso próprio do solo (TOUTANJI & DEMPSEY, 2001).

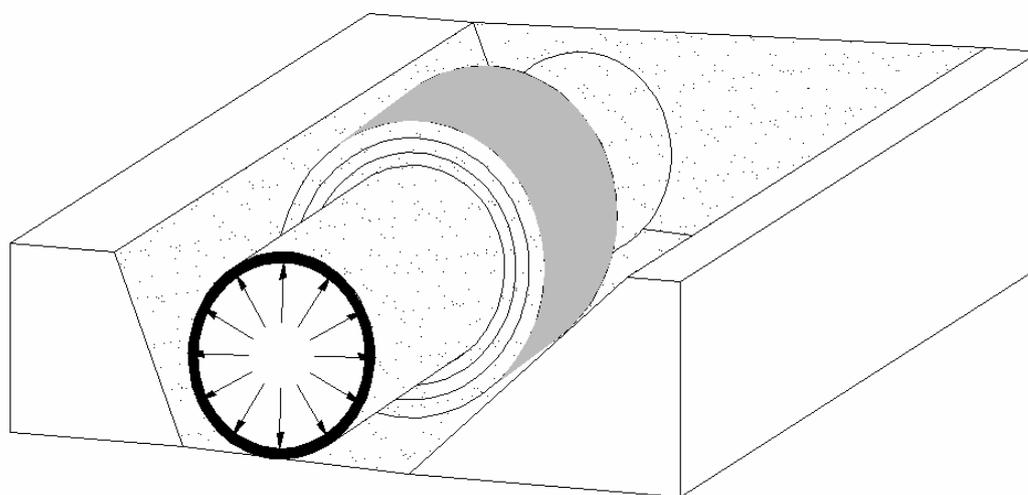


Figura 5-8 – Linha de duto enterrado, submetida à pressão interna (DEMPSEY, 2001).

A Tabela 5-13 apresenta as propriedades relativas à geometria e ao material do duto.

Tabela 5-13 – Propriedades geométricas e materiais do duto e solicitações.

<b>Diâmetro externo (mm)</b>	456.00
<b>Espessura nominal (mm)</b>	5.00
<b>Espessura residual (mm)</b>	2.00
<b>Tensão de escoamento (MPa)</b>	480.0
<b>Tensão última (MPa)</b>	692.0
<b>Tensão de ruptura (MPa)</b>	300.0
<b>Módulo de elasticidade (GPa)</b>	200.0
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.28

A Tabela 5-14 apresenta as propriedades mecânicas verificadas por TOUTANJI & DEMPSEY (2001) para três classes de materiais compósitos com matriz polimérica e reforço: em fibras de vidro, em fibras de aramida e em fibras de carbono.

Tabela 5-14 – Propriedades dos materiais do reparo.

<b>Fibra</b>	<b>Espessura (mm)</b>	<b>Tensão última (MPa)</b>	<b>Módulo de elasticidade (GPa)</b>
Vidro	0.118	1500	74
Aramida	0.193	2100	120
Carbono	0.165	300	400

De acordo com TOUTANJI & DEMPSEY (2001), em um duto de raio interno  $r_0$  e espessura  $t_d$ , constituído de um material com módulo de elasticidade  $E_d$ , as tensões circunferenciais devidas à pressão interna  $P_0$  ( $\sigma_{pi}$ ) e ao carregamento externo do solo ( $\sigma_s$ ) são expressas respectivamente por:

$$\sigma_{pi} = \frac{P_0 r_0}{t_d} \quad (5.3a)$$

$$\sigma_s = \frac{6k_m C_d \gamma B_d E_d t_d r_0}{E_d t_d^3 + 24k_d P_0 r_0^3} \quad (5.3b)$$

onde  $k_m$  é o coeficiente do momento fletor,  $C_d$  é o coeficiente do empuxo de terra,  $\gamma$  é o peso próprio unitário do solo,  $B_d$  é a largura da vala de topo do duto, e  $k_d$  é o coeficiente de deflexão. Os valores adotados para os referidos coeficientes estão apresentados na Tabela 5-15.

Tabela 5-15 – Propriedades mecânicas na linha do duto.

<b>Coeficiente do momento fletor</b>	0.235
<b>Coeficiente do empuxo de terra</b>	1.32
<b>Peso unitário do solo (N/mm<sup>3</sup>/m)</b>	18.85 x 10 <sup>-6</sup>
<b>Largura da vala no topo (mm)</b>	762
<b>Coeficiente de deflexão</b>	0.108

Para o caso de dutos danificados, com profundidade do dano  $d$ , tais tensões são dadas por:

$$\sigma_{pi} = \frac{P_0 r_0}{(t_d - d)} \quad (5.4a)$$

$$\sigma_s = \frac{6k_m C_d \gamma B_d E (t_d - d) r_0}{E_d (t_d - d)^3 + 24k_d P_0 r_0^3} \quad (5.4b)$$

Com aplicação de uma camada de material compósito de resina polimérica com reforço em fibra de espessura  $t_r$  sobre o duto com avaria, chegam-se às seguintes equações relativas às tensões circunferenciais devidas à pressão interna e ao carregamento do solo:

$$\sigma_{pi} = \frac{P_0 r_0}{t_t} \quad (5.5a)$$

$$\sigma_s = \frac{6k_m C_d \gamma B_d E t_r r_0}{E_d t_t^3 + 24k_d P_0 r_0^3} \quad (5.5b)$$

no qual:

$$t_t = (t_d - d) \left[ 1 + \frac{E_r t_r}{E_d (t_d - d)} \right] \quad (5.5c)$$

Para efeitos de consideração do *REDUCT*, adota-se a discretização do conjunto duto-reforço em 32 segmentos na seção transversal e 3 elementos axiais.

Assim, a Fig. 5-9 descreve o comportamento mecânico do duto, representando a variação da tensão circunferencial total da estrutura para os valores possíveis de pressão interna.

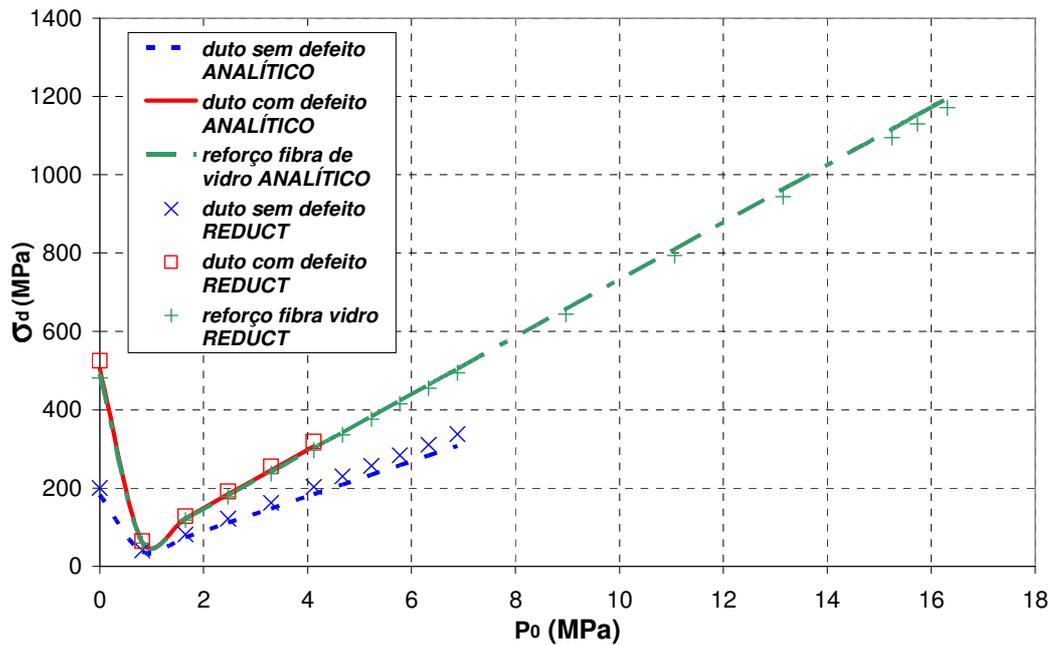


Figura 5-9 – Gráfico Tensão circunferencial total máxima no duto ( $\sigma_d$ ) X Pressão interna admissível ao duto ( $P_0$ ).

Nota-se a convergência dos resultados numéricos para a tensão circunferencial total em todas as etapas: duto sem defeito; duto com defeito; duto reforçado; tendo inclusive, para tanto, a influência da pressão interna do duto com relação à resposta analítica, apesar do arbitramento do tipo de restrição nos apoios do duto – neste caso, optou-se por considerá-lo uma viga biapoiada - pela ausência de tal informação, necessária à entrada de dados do REDUCT, na fonte deste exemplo.

## 5.4 Exemplo 4

Seja um trecho de duto corroído submetido à pressão interna (Fig. 5-10), a ser analisado com emprego da metodologia desenvolvida por esta pesquisa, para efeitos de validação.

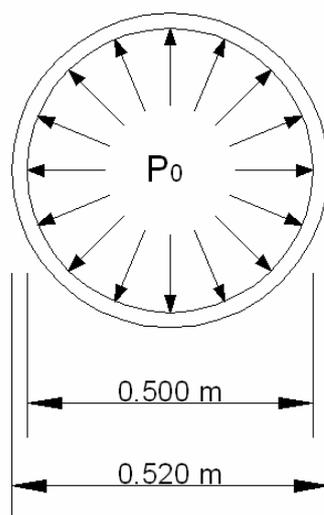


Figura 5-10 – Seção do duto submetido à pressão interna e à variação térmica.

Os dados referentes ao carregamento, à geometria e às propriedades do material do duto estão indicados na Tabela 5-16.

Tabela 5-16 – Propriedades geométricas e materiais do duto – API 5L-X70.

<b>Diâmetro externo (em mm)</b>	520.00
<b>Espessura nominal (em mm)</b>	10.00
<b>Espessura residual (em mm)</b>	9.000
<b>Pressão interna (em MPa)</b>	3.0
<b>Tensão de escoamento (em MPa)</b>	480.0
<b>Tensão última (em MPa)</b>	892.0
<b>Módulo de elasticidade (em GPa)</b>	207.0
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.28

A Tabela 5-17 apresenta as propriedades dos materiais componentes de um material compósito convencional em fibra de vidro com resina polimérica (CÔRTEZ, 2001).

Tabela 5-17 – Propriedades dos materiais do reparo.

<b>Coefficiente de Poisson da Fibra</b>	0,25
<b>Coefficiente de Poisson da Matriz</b>	0,37
<b>Módulo de Elasticidade da Fibra (GPa)</b>	74
<b>Módulo de Elasticidade da Matriz (GPa)</b>	3,0

O projeto se dá considerando o mesmo como um tubo de paredes finas. Para a obtenção das propriedades em cada elemento da seção, emprega-se a Regra das Misturas, conforme apresentada no Capítulo 2 (Tabela 5-18)

Tabela 5-18 – Propriedades do material compósito empregado no reparo.

<b>Módulo de elasticidade circunferencial (GPa)</b>	16,00
<b>Módulo de elasticidade radial (GPa)</b>	3,60
<b>Coefficiente de Poisson radial</b>	0,34
<b>Coefficiente de Poisson circunferencial</b>	0,35
<b>Fração Volumétrica da Fibra (%)</b>	17
<b>Fração Volumétrica da Matriz (%)</b>	83

Alternativamente, projeta-se o reparo, também de paredes finas, com material com gradação funcional produzido a partir do Titânio (*Ti*) e Titânio Monobórico (*TiB*), cujas propriedades forma apresentadas na Tabela 2-1.

Através de fórmulas semi-empíricas (CÔRTEZ, 2001) e da norma *DNV-RP-F101* (Capítulo 3), obtêm-se os valores de tensão de ruptura em duto com corrosão, para a metodologia desenvolvida por CORTÊS (2001) ( $\sigma'_p$ ) e o critério estabelecido nesta pesquisa ( $\sigma''_p$ ), iguais a *357,00 MPa* e *34,68 MPa*, respectivamente.

Com intuito de se determinarem os limites dos parâmetros de projeto, a saber: a pressão de contato entre o duto e o reparo para o compósito convencional ( $P'_1$ ); e o raio externo do reparo, utilizando o material compósito em fibra de vidro ( $r'_2$ ), são estabelecidas as seguintes expressões, a partir das Eqs. 3.35 a 3.41 :

$$P'_{1\min} = \frac{P_0 r_0 - \sigma'_p (r_1 - r_0)}{r_1} \quad (5.6a)$$

$$P'_{1\max} = \frac{E_r \sigma'_p}{9E_d} \quad (5.6b)$$

$$r'_{2\text{mín}} = r_1 + \frac{P'_{1\text{mín}} r_1 E_d}{E_r \sigma'_p} \quad (5.6c)$$

$$r'_{2\text{máx}} = r_1 + \frac{P'_{1\text{máx}} r_1 E_d}{E_r \sigma'_p} \quad (5.6d)$$

De maneira análoga, para o caso do FGM em *Ti-TiB*:

$$P''_{1\text{mín}} = \frac{P_0 r_0 - \sigma''_p (r_1 - r_0)}{r_1} \quad (5.7a)$$

$$P''_{1\text{máx}} = \frac{P_0 E_r r_0}{9 E_d (r_1 - r_0) + E_r r_1} \quad (5.7b)$$

$$r''_{2\text{mín}} = r_1 + \frac{P''_{1\text{mín}} r_1 E_d (r_1 - r_0)}{E_2 (P_0 r_0 - P''_{1\text{mín}} r_1)} \quad (5.7c)$$

$$r''_{2\text{máx}} = r_1 + \frac{P''_{1\text{máx}} r_1 E_d (r_1 - r_0)}{E_2 (P_0 r_0 - P''_{1\text{máx}} r_1)} \quad (5.7d)$$

Nas expressões acima  $r_0$ ,  $r_1$  e  $r_2$  denotam os raios interno e externo do duto (ou interno do reforço) e externo do reforço;  $E_d$ ,  $E_r$  e  $E_2$  indicam os módulos de elasticidade do duto, do reforço em compósito de fibra de vidro e da fase 2 do FGM.

A partir das expressões acima e dos dados fornecidos neste exemplo, obtêm-se os seguintes valores:

1ª Alternativa (compósito em fibra de vidro com resina polimérica):

$$P'_{1\text{mín}} = 0; P'_{1\text{máx}} = 0,68 \text{MPa}; r'_{2\text{mín}} = 0,2600; r'_{2\text{máx}} = 0,2889 \text{m};$$

Através da Eq. (3.3), determinam-se os valores da tensão circunferencial no duto reparado com material compósito convencional e na própria estrutura do reparo, para os quais foram obtidos os valores 57,32 MPa e 6,10 MPa, nesta ordem.

2ª Alternativa (material com gradação funcional em *Ti-TiB*):

$$P'_{1\text{mín}} = 1,55 \text{MPa}; P'_{1\text{máx}} = 1,73 \text{MPa}; r'_{2\text{mín}} = 0,2825; r'_{2\text{máx}} = 0,2889 \text{m};$$

Os valores admissíveis para as variáveis de projeto no caso do material com gradação funcional, pressão de contato e raio externo do reparo, estão indicados na Fig. 5-11.

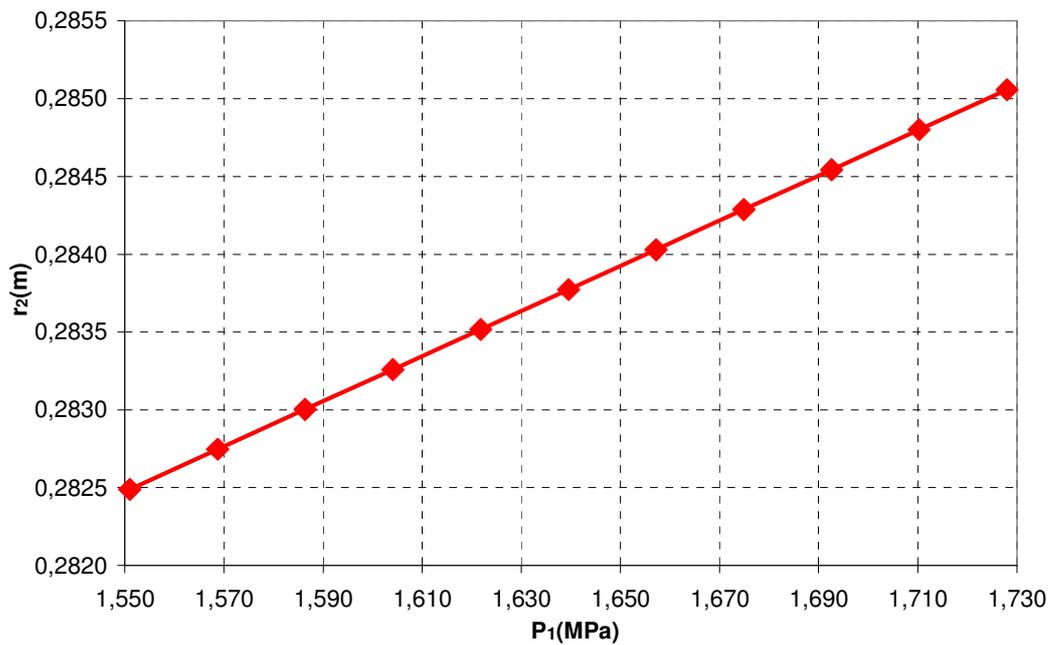


Figura 5-11 – Gráfico Pressão de contato X Raio externo necessário ao reparo (FGM).

A Fig. 5-12 apresenta um gráfico com os valores assumidos pela tensão do duto para diferentes espessuras do reparo, em FGM *Ti-TiB* e em material compósito convencional, dentro do limite exequível. Os valores limites da distribuição da tensão circunferencial no reparo em FGM estão contidos na Fig. 5-13.

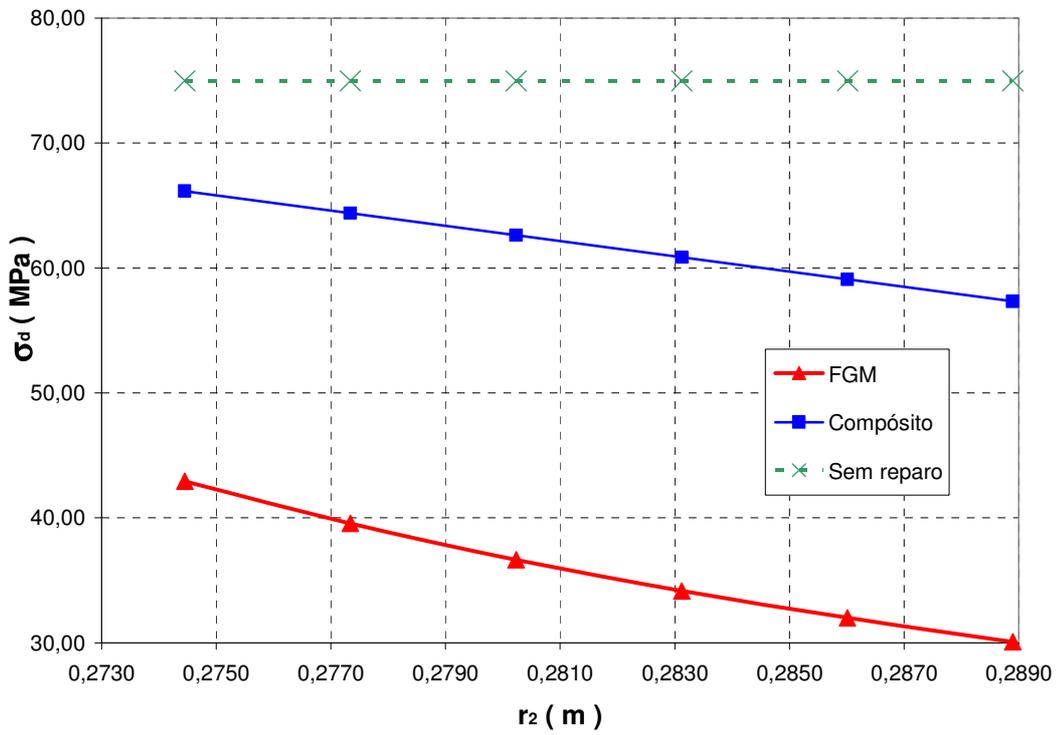


Figura 5-12 – Gráfico Tensão circunferencial do duto X Raio externo do reparo.

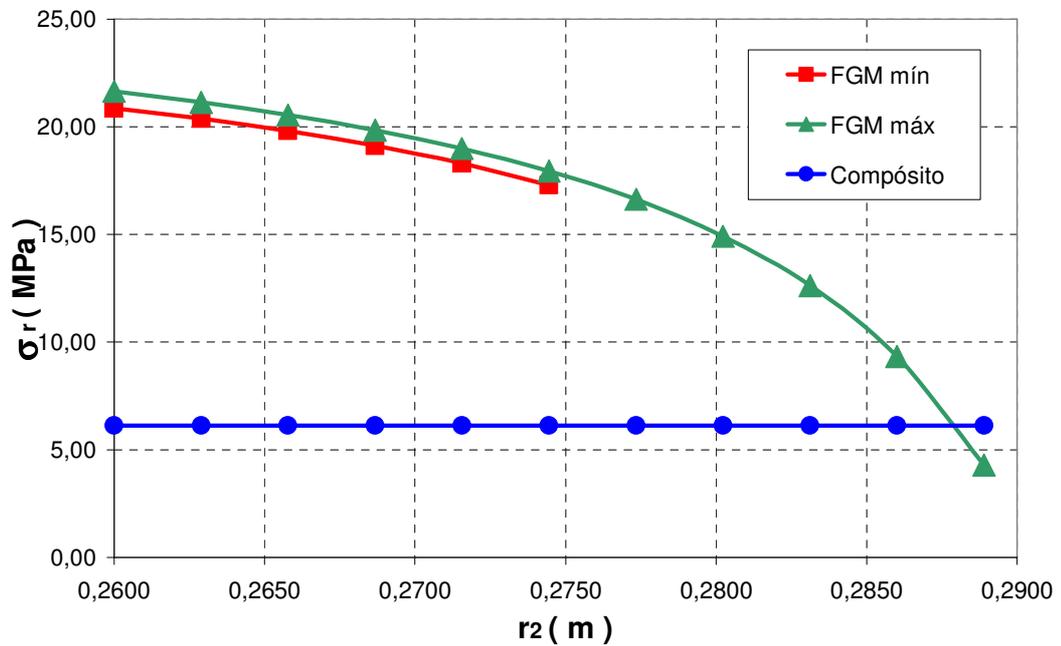


Figura 5-13 – Gráfico Tensão circunferencial no reparo X Raio externo do reparo (FGM).

Com intuito de avaliar a influência dos coeficientes de não-homogeneidade ( $p$ ) e de transferência ( $q$ ) no comportamento mecânico do reparo com material com gradação funcional, são calculadas as tensões circunferenciais na espessura do reparo, para um conjunto de valores distintos de  $p$  e de  $q$ , conforme está ilustrado na Fig. 5-14:

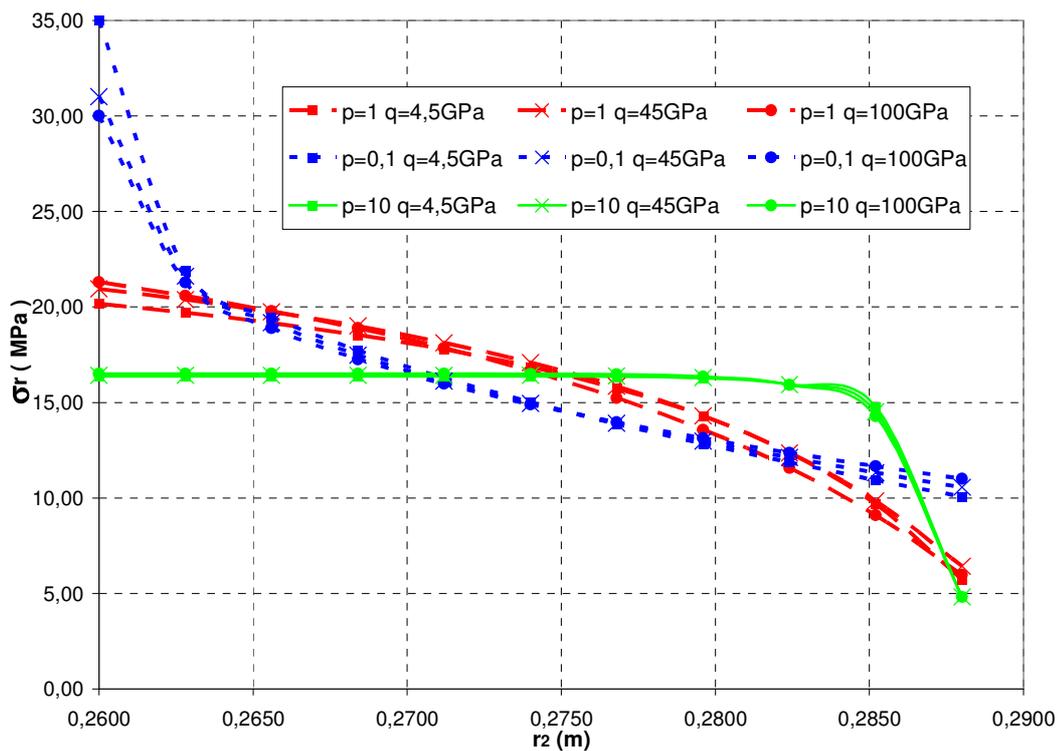


Figura 5-14 – Gráfico Tensão circunferencial no reparo X Raio admissível ao reparo para  $p=0,1; 1,0; 10,0$  /  $q=4,5; 45,0; 100$  GPa.

O reparo em FGM tendo como fase 1 (cerâmica) o monoboreto de titânio ( $TiB$ ) e fase 2 (liga metálica) o titânio ( $Ti$ ) levou a uma melhor resposta mecânica, se comparado com a alternativa em material compósito convencional (fibra de vidro com resina polimérica) proposta por CORTÊS (2001), como pode ser constatado no gráfico contido na Fig. 5-12, uma vez que as tensões circunferenciais presentes no duto reparado são expressivamente menores para a primeira opção. Cabe ressaltar que, embora a Fig. 5-13 indique que as tensões no reparo em material com gradação funcional em questão são, em geral, elevadas em relação aos resultados obtidos com o referido material compósito convencional, estes últimos apresentam menor resistência mecânica. A Fig. 5-14 aponta o comportamento assintótico da curva de distribuição da tensão circunferencial da camada de reparo para valores

elevados ( $p=10$ ) do coeficiente de não-homogeneidade do FGM em *Ti-TiB*, e a pouca influência exercida pelo coeficiente de transferência ( $q$ ) do material com gradação funcional neste caso, sendo este comportamento verificado na variação das propriedades materiais de um FGM, conforme as Figuras 2-11 e 2-12.

## 5.5 Exemplo 5

Neste estudo de caso, a fim de avaliar a influência da funcionalidade graduada dos FGMs no comportamento mecânico de reforço de dutos, propõe-se a análise de uma classe de material com gradação funcional, estabelecido a partir dos constituintes do material compósito convencional. Para tanto, investiga-se uma linha de duto (Tabela 5-19) sujeita à pressão interna e reforçada originalmente com material compósito em fibras de vidro com resina polimérica, de acordo com exemplo contido na dissertação de SILVA (2002) e que resultou na implementação do programa de análise de reforços chamado *DRE 2002*.

Tabela 5-19 – Propriedades e solicitações no duto

<b>Raio externo (em <i>m</i>)</b>	0.25
<b>Raio interno (em <i>m</i>)</b>	0.24
<b>Módulo de elasticidade (em <i>GPa</i>)</b>	200
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.3
<b>Tensão de escoamento (em <i>MPa</i>)</b>	133
<b>Tensão última (em <i>MPa</i>)</b>	146.3
<b>Pressão interna (em <i>MPa</i>)</b>	8.3

Na Tabela 5-20 são apresentadas as propriedades do compósito convencional, comumente empregado em reparo e reforço de dutos.

Tabela 5-20 – Propriedades do material compósito (SILVA, 2002).

<b>Módulo de elasticidade circunferencial (<i>GPa</i>)</b>	34.3
<b>Módulo de elasticidade radial (<i>GPa</i>)</b>	9.66
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,30
<b>Tensão de escoamento (<i>MPa</i>)</b>	325

A partir das conclusões obtidas do exemplo anterior optou-se por adotar os seguintes valores para os coeficientes de transferência e de não-homogeneidade, para ambos os materiais com gradação funcional considerados:

$$q = 4.5GPa \quad (5.8a)$$

$$p = 10 \quad (5.8b)$$

A pressão de operação limite entre os regimes elástico e plástico ( $P_{0p}$ ) para o duto sem reforço é obtida através da expressão:

$$P_{0p} = \frac{\sigma_y(r_1 - r_0)}{r_0} = \frac{133 \times 0.01}{0.24} \therefore P_{0p} = 5.54 \text{ MPa} \quad (5.9)$$

Assim, como a pressão de operação ( $P_0$ ) no presente estudo é maior do que este limite, conclui-se que o duto está sujeito a deformações plásticas. Com emprego de uma camada de reforço sobre o duto, há a conseqüente aplicação de pressão na interface, ou de contato, ( $P_1$ ) entre os dois materiais, reduzindo a tensão circunferencial no duto, conforme pode ser verificado pela inspeção da Eq. 3.3.

Para o caso em que a camada de reforço é constituída de material compósito convencional, em fibra de vidro, têm-se os seguintes valores de pressão máxima, função dos limites mecânicos dos materiais envolvidos, e mínima, devidas a restrições geométricas do duto de paredes finas, no contato entre o duto e o reforço:

$$P'_{1\text{mín}} = \frac{P_0 r_0 - \sigma_{\text{máx}}(r_1 - r_0)}{r_1} = \frac{8.3 \times 0.24 - 146.3 \times 0.01}{0.25} \therefore P'_{1\text{mín}} = 2.116 \text{ MPa} \quad (5.10a)$$

$$P'_{1\text{máx}} = \frac{E_r \sigma_{\text{máx}}}{9E_d} = \frac{34.4 \times 146.3}{9 \times 200} \therefore P'_{1\text{máx}} = 2.790 \text{ MPa} \quad (5.10b)$$

Conseqüentemente, obtêm-se os valores limites do raio externo do referido reforço, conforme segue:

$$r'_{2\text{mín}} = r_1 + \frac{P'_{1\text{mín}} r_1 E_d}{E_r \sigma_{\text{máx}}} \therefore r'_{2\text{mín}} = 0.271 \text{ m} \quad (5.11a)$$

$$r'_{2\text{máx}} = r_1 + \frac{P'_{1\text{máx}} r_1 E_d}{E_r \sigma_{\text{máx}}} \therefore r'_{2\text{máx}} = 0.277 \text{ m} \quad (5.11b)$$

Empregando-se o reforço do referido material compósito com a variação contínua da composição dos seus constituintes, chegam-se aos seguintes valores admissíveis para a pressão de contato:

$$P''_{1\text{mín}} = 2.116 \text{ MPa} \quad (5.12a)$$

$$P''_{1\text{máx}} = \frac{E_2 \sigma_{\text{máx}}}{9E_d} = \frac{74 \times 146.3}{9 \times 200} = 6.015 \text{ MPa} \quad (5.12b)$$

$$P''_{1m\acute{a}x2} = \frac{P_0 r_0}{r_1} = \frac{8.3 \times 0.24}{0.25} = 7.968 \text{MPa} \quad (5.12c)$$

$$\therefore P''_{1m\acute{a}x} = 6.015 \text{MPa} \quad (5.12d)$$

O raio externo do reforço assume neste caso os seguintes valores limites:

$$r''_{2m\grave{i}n} = 0.259 \text{m} \quad (5.13a)$$

$$r''_{2m\acute{a}x} = 0.277 \text{m} \quad (5.13b)$$

A pressão de operação limite em regime elástico para o duto reforçado é expressa por:

$$P_{0lim} = \frac{\sigma_y (r_1 - r_0) + \frac{E_r \sigma_p r_1}{9E_d}}{r_0} \quad (5.14)$$

Para o compósito convencional e o FGM, ambos em fibra de vidro com resina polimérica, têm-se, respectivamente:

$$P'_{0lim} = 8.44 \text{MPa} \quad (5.15a)$$

$$P''_{0lim} = 11.88 \text{MPa} \quad (5.15b)$$

A relação entre a tensão circunferencial no duto com e sem reforço em material compósito convencional e a pressão de operação (interna) admissível ao duto está descrito está presente na Fig. 5-15:

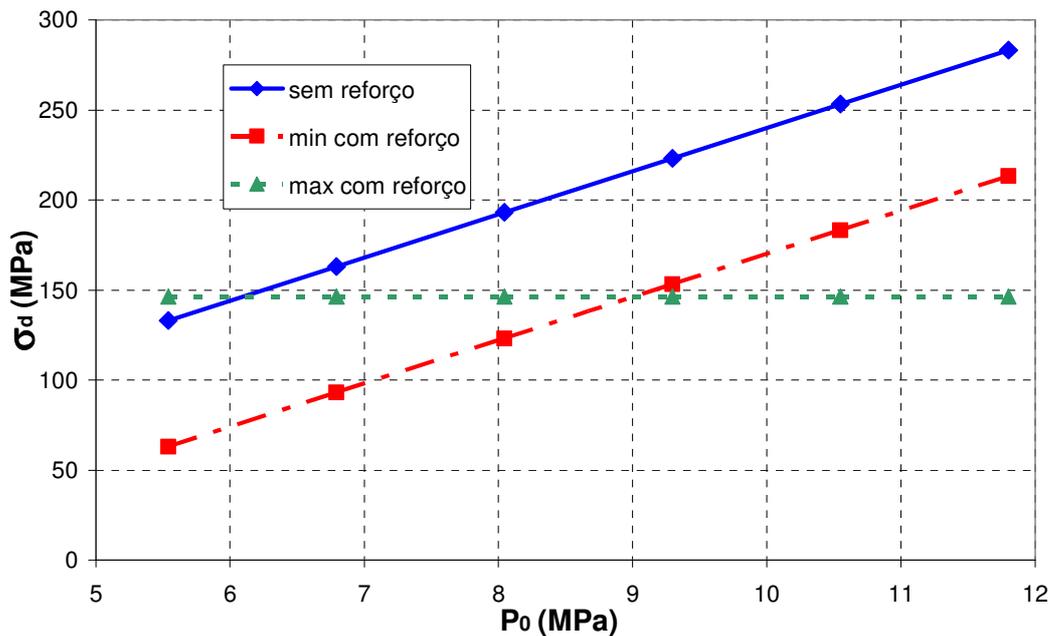


Figura 5-15 – Gráfico Tensão circunferencial no duto X pressão de operação no duto.

A Fig. 5-16 ilustra a relação entre a tensão circunferencial no duto reforçado e o raio externo adotado ao reforço, tanto para o material compósito convencional quanto para os com gradação funcional, dentro dos limites admissíveis a um reforço de paredes finas.

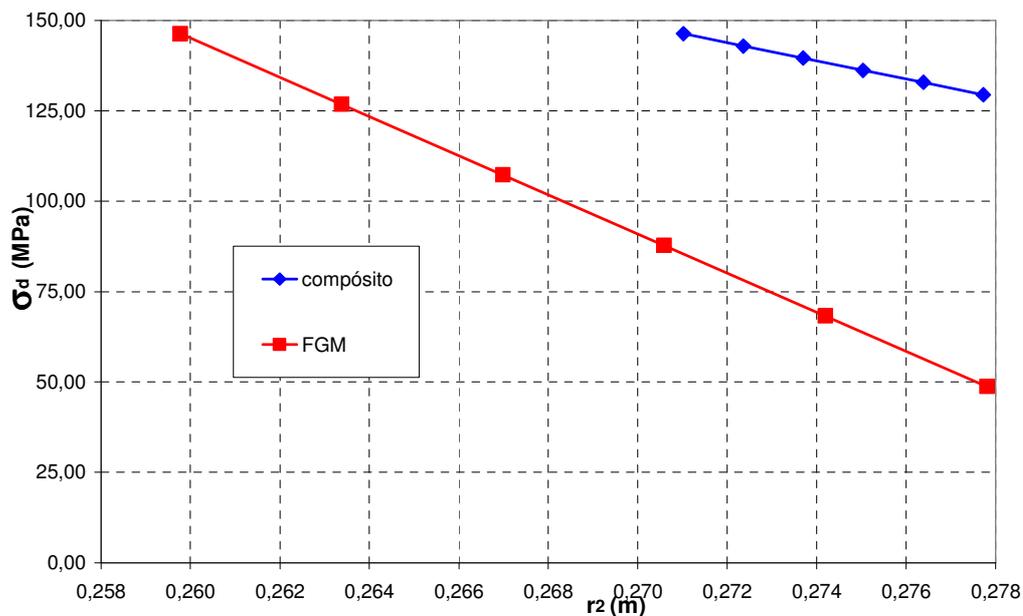


Figura 5-16 – Gráfico Tensão circunferencial no duto reforçado X raio externo do reforço.

Em termos do comportamento mecânico do reforço, a tensão circunferencial máxima com emprego de material compósito convencional é igual a  $25.16 \text{ MPa}$ . Já a Fig. 5-17 apresenta a tensão circunferencial máxima no reforço, dentro dos valores admissíveis ao raio externo do reforço, para os dois materiais com graduação funcional, com os coeficientes de não-homogeneidade e de transferência previamente definidos ( $p=10$ ;  $q=4.5 \text{ GPa}$ ).

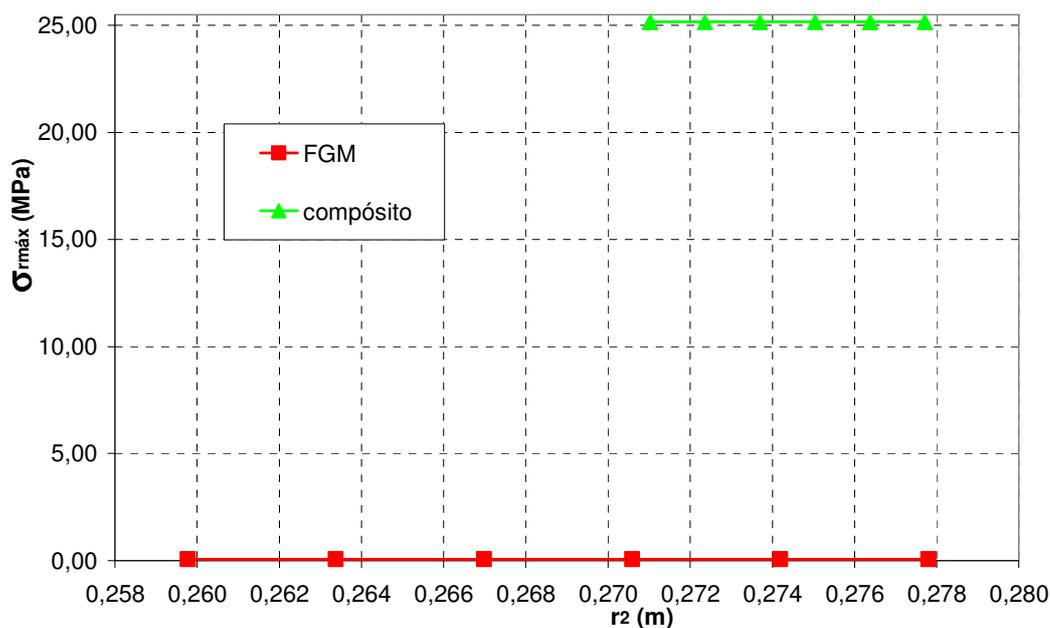


Figura 5-17 – Gráfico Tensão circunferencial máxima no reforço X raio externo do reforço ( $p=10$ ;  $q=4.5 \text{ GPa}$ ).

Neste exemplo, em que se comparou o comportamento de um duto reforçado com duas categorias distintas de reforço, em material compósito convencional e em FGM, a partir dos mesmos constituintes, foi constatado o caráter uniforme dos resultados, sendo que a segunda alternativa conduziu a menores tensões, tanto no duto (Fig. 5-16), quanto na camada do reforço (Fig. 5-17), o que indica o nível de excelência da funcionalidade graduada no desempenho mecânico das estruturas reforçadas.