

5

Heurísticas construtivas para AGMD

Neste capítulo, são propostas duas variantes da heurística OTT e duas variantes da heurística RGH. Essas variantes contêm uma lista restrita de candidatos (LRC). Inicialmente, são descritos os aspectos de heurísticas semi-gulosas que utilizam LRC. Em seguida, são apresentadas as heurísticas propostas.

5.1

Heurísticas construtivas semi-gulosas

Em um problema de minimização, heurísticas construtivas gulosas são aquelas em que a escolha do próximo elemento a ser incorporado à solução é realizada através de uma função que minimize o incremento do valor da função objetivo. Em heurísticas construtivas semi-gulosas, bons elementos, não necessariamente o melhor, podem ser incluídos na solução a cada iteração. Hart e Shogan em [38] apresentam uma estratégia semi-gulosa baseada na construção de uma lista restrita de candidatos (LRC). Nesta estratégia, os candidatos selecionados, de acordo com os valores de uma função pré-estabelecida, são armazenados em uma LRC. O elemento a entrar na solução é escolhido aleatoriamente dentre aqueles que se encontram na LRC. A quantidade de elementos ou a qualidade dos mesmos são exemplos de condições que limitam o tamanho de uma LRC.

Em cada iteração das heurísticas OTT e RGH apresentadas na Seção 2.4, um nó j fora da solução é escolhido para conectar-se a algum nó i já pertencente à solução, através da aresta $[i, j]$ que é incluída na árvore. O custo da aresta determina o candidato que entrará na solução e deve ser mínimo, observando-se ainda se a solução permanece viável. Nas variantes propostas neste capítulo, uma LRC é incluída nas heurísticas OTT e RGH.

Dois critérios de inclusão de elementos na LRC são utilizados. Pelo primeiro critério, é avaliado se a inclusão de um nó j fora da solução, conectado ao nó i pertencente à solução através da aresta $[i, j]$ mantém a solução viável e se $c_{ij} \leq f_{lim}$, onde

$$f_{lim} = f_{min} + \alpha(f_{max} - f_{min}). \quad (5-1)$$

Para o primeiro critério de seleção, f_{min} e f_{max} correspondem, respectivamente, aos valores mínimo e máximo dos custos das arestas que possuem uma extremidade em um nó i já pertencente à solução e um nó j fora dela.

O segundo critério difere do primeiro apenas pelo critério de escolha dos candidatos a entrarem na LRC. Neste caso, uma aresta candidata a entrar na LRC é avaliada pelo produto entre seu custo e a quantidade de aresta no maior caminho que será gerado, caso ela seja incluída na solução. Se este produto satisfaz a equação (5-1) e não viola a restrição de diâmetro, então esta aresta candidata é incluída na LRC. Neste segundo critério, f_{min} e f_{max} correspondem respectivamente aos valores mínimo e máximo de todos os produtos calculados para todas as arestas candidatas a entrarem na solução.

O parâmetro α da equação (5-1) é um valor escolhido no intervalo $[0, 1]$. Se $\alpha = 0$, então o critério de seleção dos elementos da LRC é puramente guloso. Se $\alpha = 1$, a escolha dos elementos da LRC é realizada aleatoriamente.

Nas variantes das heurísticas OTT e RGH, utiliza-se também um mecanismo de aprendizagem e ajuste automático do parâmetro α proposto por Prais e Ribeiro em [55]. O parâmetro α é selecionado de um conjunto discreto de valores $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n'}\}$. Probabilidades p_i são associadas a cada α_i com valores iniciais iguais a $p_i = 1/n'$ ($i = 1, \dots, n'$). Em seguida, avaliam-se periodicamente essas probabilidades a partir da equação (5-2):

$$p_i = q_i / \sum_{j=1}^{j=n'} q_j. \quad (5-2)$$

onde

$$q_i = (1/A_i)^\delta. \quad (5-3)$$

A_i é a média dos valores das soluções encontradas utilizando α_i . O fator $\delta > 0$ é utilizado para penalizar os menores valores das probabilidades e valorizar os maiores. Observa-se que quanto maior for o valor de q_i , maior será a probabilidade associada ao valor α_i . Conseqüentemente, mais chances este α_i terá de ser escolhido. Esta idéia originou a técnica conhecida como GRASP Reativo.

5.2

Variantes da heurística OTT

A modificação realizada na heurística OTT consiste no critério de seleção semi-guloso baseado na construção da LRC. As variantes da heurística OTT que utilizam o primeiro e segundo critérios de inclusão de candidatos na LRC são chamadas respectivamente de OTT-M1 e OTT-M2.

Os pseudos-códigos de OTT-M1 e OTT-M2 são similares, diferindo apenas no critério de seleção dos elementos da LRC. Por isto, optou-se por

apresentar apenas o pseudo-código para OTT-M1 no Algoritmo 7. Neste algoritmo, os nós que já se encontram na solução são guardados em T^v . O conjunto de arestas pertencentes à árvore é representado por T^a . Q contém os nós que ainda estão fora da solução. Para cada nó $j \in Q$, chama-se de $chave[j]$ o índice do nó $i \in T^v$, cuja aresta $[i, j]$ é aquela de menor custo cuja inclusão não viola a restrição de diâmetro, dentre todas as arestas com extremidade em j . Se $chave[j]$ tiver valor igual a -1, então não se pode incluir o nó j na solução na iteração considerada. A matriz *distância* contém a distância entre cada par de nós de T^a . O vetor auxiliar *max_distância* é utilizado para guardar a quantidade de arestas no maior caminho de $i \in T^v$ para algum outro nó pertencente à solução. Se *max_distância* $[i]$ é igual ao diâmetro, nenhum nó pode ser conectado a i porque violaria a restrição de diâmetro. As variáveis f_{min} e f_{max} guardam respectivamente os valores do menor e do maior custo dentre todas as arestas que podem entrar na solução.

As estruturas *distância* e *max_distância* são inicializadas respectivamente nas linhas 1 e 2. Na linha 3, um nó $i \in V$ é escolhido aleatoriamente. O conjunto T^v recebe o primeiro nó da árvore na linha 4. Na linha 5, Q recebe os nós que encontram-se fora da árvore. T^a é inicializado na linha 6. O laço das linhas de 7 a 31 é repetido até que todos os nós sejam incluídos na solução. Os mesmos cuidados com instâncias de grafos esparsos citados anteriormente para a heurística OTT devem ser tomados nas duas variantes OTT-M1 e OTT-M2. Os limites f_{min} e f_{max} são inicializados, respectivamente, nas linhas 8 e 9.

No laço das linhas de 10 a 24, são determinados os valores $chave[j]$ para cada nó $j \in Q$ e são obtidos os valores f_{min} e f_{max} . Nas linhas 11 e 12, $chave[j]$ e *melhor* são inicializadas. O laço das linhas 13 a 18 é repetido para cada nó que já está na solução. No teste da linha 14, é averiguado se o custo da aresta $[i, j]$ é menor do que o custo da aresta de custo mínimo encontrada até o estado corrente e se a inclusão de $[i, j]$ mantém a viabilidade da solução. Satisfeitas estas condições, $chave[j]$ e *melhor* são atualizadas respectivamente nas linhas 15 e 16. Nas linhas 19 a 23, os valores de f_{min} e f_{max} são atualizados. Inicialmente, na linha 19, i recebe o valor armazenado em $chave[j]$. Se foi encontrada anteriormente uma aresta $[i, j]$ tal que seu custo seja mínimo dentre todos os custos das arestas com extremidade em j e a inclusão de $[i, j]$ na solução mantém a sua viabilidade, então i é diferente de -1. Satisfeita esta condição (linha 10), procede-se então à atualização dos limites f_{min} e f_{max} . Na linha 21, é averiguado se c_{ij} é menor do que f_{min} . Se for, então f_{min} é atualizado. Na linha 22, é testado se c_{ij} é maior do que f_{max} . Se for, então f_{max} é atualizado.

A LRC é construída na linha 25. O procedimento *Constrói_LRC* examina quais nós atendem o primeiro critério de inclusão de um elemento na LRC

Algoritmo: OTT-M1()
Entrada: $G = (V, E), \alpha$
Saída: T^a

```

1   $distância[i][j] \leftarrow 0 \quad \forall i, j \in V;$ 
2   $max\_distância[i] \leftarrow 0 \quad \forall i \in V;$ 
3  Selecionar aleatoriamente um nó  $i \in V;$ 
4   $T^v \leftarrow \{i\};$ 
5   $Q \leftarrow V - \{i\};$ 
6   $T^a \leftarrow \emptyset;$ 
7  enquanto ( $Q \neq \emptyset$ ) faça
8       $f_{min} \leftarrow \infty;$ 
9       $f_{max} \leftarrow 0;$ 
10     para todo ( $j \in Q$ ) faça
11          $chave[j] \leftarrow -1;$ 
12          $melhor \leftarrow \infty;$ 
13         para todo ( $i \in T^v$ ) faça
14             se ( $c_{ij} < melhor$ ) e ( $max\_distância[i] + 1 \leq D$ ) então
15                  $chave[j] \leftarrow i;$ 
16                  $melhor \leftarrow c_{ij};$ 
17         fim
18     fim
19      $i \leftarrow chave[j];$ 
20     se ( $i \neq -1$ ) então
21         se ( $c_{ij} < f_{min}$ ) então  $f_{min} \leftarrow c_{ij};$ 
22         se ( $c_{ij} > f_{max}$ ) então  $f_{max} \leftarrow c_{ij};$ 
23     fim
24 fim
25  $v \leftarrow Constrói\_LRC(\alpha, f_{min}, f_{max}, chave, Q);$ 
26  $u \leftarrow chave[v];$ 
27  $T^v \leftarrow T^v \cup \{v\};$ 
28  $Q \leftarrow Q - \{v\};$ 
29  $T^a \leftarrow T^a \cup \{[u, v]\};$ 
30 Atualizar  $distância$  e  $max\_distância$  de  $v$  em relação a todos
    os nós na solução;
31 fim
32 retorna  $T^a;$ 

```

Algoritmo 7: Pseudo-código para OTT-M1.

utilizando a equação (5-1), adicionando-os à LRC. Em seguida, um deles é escolhido aleatoriamente. O índice deste nó é retornado pelo procedimento *Constrói_LRC* e armazenado em v na linha 25. Na linha 26, u recebe o valor da $chave[v]$.

O nó v é incluído em T^v na linha 27 e excluído de Q na linha 28. O conjunto de arestas da árvore T^a é atualizado na linha 29. As estruturas *distância* e *max_distância* relativas ao nó v que entrará na árvore são atualizadas na

linha 30. O procedimento retorna T^a na linha 32.

A complexidade de pior caso das variantes OTT-M1 e OTT-M2 é a mesma da OTT, ou seja, $O(|V|^3)$.

5.3

Variantes da heurística RGH

A modificação realizada na heurística RGH consiste no critério de seleção semi-guloso baseado na construção da LRC. RGH-M1 e RGH-M2 correspondem, respectivamente, às variantes da heurística RGH que utilizam o primeiro e o segundo critérios de inclusão de candidatos na LRC.

O diâmetro da árvore construída pela heurística RGH é controlado através da profundidade dos nós em relação à raiz da árvore. Neste caso, o segundo critério difere ligeiramente daquele usado na variante OTT-M2, porque d' passa a ser a quantidade de arestas do nó j fora da solução até o nó central da árvore no caso par (ou até a extremidade mais próxima da aresta central no caso ímpar), caso o nó j entre na solução.

RGH-M1 e RGH-M2 têm códigos similares. Optou-se então por apresentar o pseudo-código da heurística RGH-M2. No Algoritmo 8, T^v contém os nós que já entraram na solução, T^a é o conjunto de arestas pertencentes à árvore e Q contém os nós que ainda estão fora da solução. O vetor p guarda a profundidade de cada nó de T^v em relação ao nó central no caso par ou a extremidade mais próxima da aresta central no caso ímpar.

Na linha 1, o vetor p é inicializado. Se o diâmetro requerido é par (linha 2), então um nó v é escolhido aleatoriamente para ser o centro da árvore na linha 3. A profundidade deste nó é atualizada na linha 4. O nó v é incluído em T^v na linha 5. Q recebe todos os nós fora da solução na linha 6. Caso o diâmetro requerido seja ímpar (linha 7), então uma aresta $[u, v]$ é escolhida aleatoriamente para ser o centro da árvore na linha 8. A profundidade das extremidades da aresta central são atualizadas respectivamente nas linhas 9 e 10. Os nós u e v são incluídos em T^v na linha 11. Q recebe os nós fora da solução na linha 12. A solução recebe a primeira aresta $[u, v]$ na linha 13.

O laço das linhas de 15 a 40 é repetido enquanto existirem nós a serem incluídos na solução. Também não existe garantia de que RGH-M1 e RGH-M2 encontrem soluções viáveis em instâncias de grafos esparsos, sendo necessário portanto, um tratamento cuidadoso no uso deste tipo de instâncias. Os limites f_{min} e f_{max} são inicializados respectivamente nas linhas 16 e 17.

O laço das linhas de 18 a 33 é repetido para cada nó j fora da solução. Nas linhas 19 e 20, $chave[j]$ e $melhor$ são inicializadas. Para cada nó i pertencente à solução, realiza-se uma busca no laço das linhas de 21 a 26 para encontrar o menor produto $c_{ij} \cdot (p[i] + 1)$, $\forall i \in T^v$, $\forall j \in Q$. Na linha 22, testa-se

Algoritmo: RGH-M2()**Entrada:** $G = (V, E), \alpha$ **Saída:** T^a

```

1   $p[v] \leftarrow \infty \quad \forall v \in V;$ 
2  se ( $D$  é par) então
3      Selecionar aleatoriamente um nó  $v \in V;$ 
4       $p[v] \leftarrow 0;$ 
5       $T^v \leftarrow \{v\};$ 
6       $Q \leftarrow V - \{v\};$ 
7  senão
8      Selecionar aleatoriamente uma aresta  $[u, v] \in E;$ 
9       $p[u] \leftarrow 0;$ 
10      $p[v] \leftarrow 0;$ 
11      $T^v \leftarrow \{u, v\};$ 
12      $Q \leftarrow V - \{u, v\};$ 
13      $T^a \leftarrow \{[u, v]\};$ 
14 fim
15 enquanto ( $Q \neq \emptyset$ ) faça
16      $f_{min} \leftarrow \infty;$ 
17      $f_{max} \leftarrow 0;$ 
18     para todo ( $j \in Q$ ) faça
19          $chave[j] \leftarrow -1;$ 
20          $melhor \leftarrow \infty;$ 
21         para todo ( $i \in T^v$ ) faça
22             se ( $c_{ij} \cdot (p[i] + 1) < melhor$ ) e ( $p[i] + 1 \leq D/2$ ) então
23                  $chave[j] \leftarrow i;$ 
24                  $melhor \leftarrow c_{ij} \cdot (p[i] + 1);$ 
25             fim
26         fim
27          $i \leftarrow chave[j];$ 
28         se ( $i \neq -1$ ) então
29              $critério \leftarrow c_{ij} \cdot (p[i] + 1);$ 
30             se ( $critério < f_{min}$ ) então  $f_{min} \leftarrow critério;$ 
31             se ( $critério > f_{max}$ ) então  $f_{max} \leftarrow critério;$ 
32         fim
33     fim
34      $v \leftarrow Constrói\_LRC(\alpha, f_{min}, f_{max}, chave, Q);$ 
35      $u \leftarrow chave[v];$ 
36      $T^v \leftarrow T^v \cup \{v\};$ 
37      $Q \leftarrow Q - \{v\};$ 
38      $T^a \leftarrow T^a \cup \{[u, v]\};$ 
39      $p[v] \leftarrow p[u] + 1;$ 
40 fim
41 retorna  $T^a;$ 

```

Algoritmo 8: Pseudo-código da heurística RGH-M2.

se um menor produto foi encontrado e se a solução seria viável se a aresta $[i, j]$ for incluída na mesma. Satisfeitas estas condições, $chave[j]$ e $melhor$ são atualizadas respectivamente nas linhas 23 e 24. Nas linhas 27 a 32, os valores de f_{min} e f_{max} são atualizados. Inicialmente, na linha 27, i recebe o valor armazenado em $chave[j]$. Na linha 28, é averiguado se o nó j pode entrar na solução na iteração corrente, o que ocorre quando $i \neq -1$. Satisfeita esta condição, a variável auxiliar $critério$ recebe o valor do produto $c_{ij} \cdot (p[i] + 1)$ na linha 29 e os limites f_{min} e f_{max} são atualizados nas linhas 30 e 31, respectivamente.

A LRC é construída na linha 34. O procedimento *Constrói_LRC* examina e inclui na LRC os nós que atendem o segundo critério de inclusão de elementos na LRC. Um nó é escolhido aleatoriamente e seu índice é retornado e armazenado em v na linha 34. Na linha 35, u recebe o valor de $chave[v]$. O nó v é incluído em T^v na linha 36 e excluído de Q na linha 38. O conjunto de arestas T^a da árvore é atualizado na linha 39 e a profundidade de v é atualizada na linha 39. O procedimento retorna T^a na linha 41.

A complexidade de pior caso das variantes RGH-M1 e RGH-M2 é $O(|V|^3)$.

5.4

Experimentos computacionais

O objetivo desses experimentos é comparar a qualidade das soluções produzidas pelas heurísticas OTT, RGH, OTT-M1, OTT-M2, RGH-M1 e RGH-M2. Diferentes aspectos são utilizados para avaliar as heurísticas testadas. São observados os melhores valores e as médias aritméticas dos valores das soluções, assim como os tempos de processamento obtidos utilizando-se as heurísticas citadas acima para cada grupo de instância. As métricas “classificação média” ($Cmed$), “classificação absoluta” ($Cabs$), “média das diferenças relativas percentuais dos valores ótimos” (Dro) e “média das diferenças relativas percentuais dos melhores limites superiores conhecidos” (Drl) são também utilizadas.

- (1) A classificação média é calculada para cada grupo de instâncias e cada heurística testada da seguinte forma: uma heurística recebe classificação 1 para uma determinada instância se ela obtém a melhor solução para esta instância em relação a todas as heurísticas comparadas. Ela recebe classificação 2 se obtém a segunda melhor solução dentre aquelas obtidas por todas as heurísticas, e assim sucessivamente. O valor de $Cmed$ é igual a média das classificações obtidas para todas as instâncias de um grupo. Se duas ou mais heurísticas encontram resultados iguais para uma determinada instância de um grupo, então os valores das classificações que deveriam ser atribuídos são somados e divididos pela quantidade de

soluções empatadas. Quanto menor for o valor da classificação média, melhor são os resultados obtidos por uma determinada heurística.

- (2) A classificação absoluta é a quantidade de instâncias em que uma heurística obteve a melhor solução dentre todas as heurísticas comparadas para cada grupo. Se duas ou mais heurísticas encontram resultados iguais para uma determinada instância de um grupo, então ambas serão pontuadas.
- (3) Dados o custo do melhor limite superior S' obtido por uma heurística e o valor ótimo O^* para uma determinada instância, a diferença relativa percentual entre S' e O^* é dada por $100 \cdot (S' - O^*)/O^*$. A média das diferenças relativas percentuais dos valores ótimos (Dro) é a média aritmética de todas as diferenças relativas percentuais para as instâncias de um grupo utilizando uma determinada heurística. Essa medida é utilizada para as instâncias dos Grupos 1 e 2 que possuem valores ótimos conhecidos.
- (4) Dados o custo do melhor limite superior S' obtido por uma heurística e o valor do melhor limite superior conhecido na literatura S^* para uma determinada instância, a diferença relativa percentual entre S' e S^* é dado por $100 \cdot (S' - S^*)/S^*$. A média aritmética de todos esses valores para as instâncias de um grupo, obtidos por uma determinada heurística, é chamada de média das diferenças relativas percentuais dos valores dos melhores limites superiores conhecidos (Drl). Esta métrica é usada para as instâncias do Grupo 3, onde os valores ótimos não são conhecidos.

Os testes computacionais foram realizados em um Pentium IV com relógio de 2 GHz e 512 Mbytes de memória RAM. Os algoritmos foram implementados no Visual Studio 6.0 e compilados utilizando a opção de otimização -O2. O gerador de números aleatórios usado é aquele apresentado em [61].

Foram realizados dois tipos de experimentos com as heurísticas OTT, RGH e suas versões semi-gulosas. O primeiro experimento foi realizado com os três grupos de instâncias. Para cada instância e para cada uma das heurísticas citadas acima, foram geradas 1000 soluções utilizando sementes diferentes. No segundo experimento, os tempos de processamentos foram fixados e uma única execução foi realizada com as instâncias do Grupo 3, por ser o único em que os tempos de processamento apresentam diferenças mais significativas entre as heurísticas testadas no primeiro experimento.

O parâmetro α é ajustado reativamente como apresentado na Seção 5.1 a cada 100 iterações. Os valores utilizados para este parâmetro estão no intervalo $(0, 1]$ com incrementos de 0,1. O valor do parâmetro δ usado é igual a 8.

5.4.1

Critério de parada: quantidade de iterações

Inicialmente, as métricas *Cmed*, *Cabs*, *Dro* e *Drl* são utilizadas para fornecer uma visão geral dos resultados obtidos a partir do primeiro experimento. Estes resultados são apresentados nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3.

	Heurísticas					
Métricas	OTT	OTT-M1	OTT-M2	RGH	RGH-M1	RGH-M2
<i>Cmed</i>	5,0	2,0	2,0	4,0	3,0	5,0
<i>Cabs</i>	6	25	26	3	9	2
<i>Dro</i>	18,26%	1,63%	1,47%	6,60%	4,10%	11,91%

Tabela 5.1: Resumo dos resultados obtidos para as instâncias do Grupo 1.

	Heurísticas					
Métricas	OTT	OTT-M1	OTT-M2	RGH	RGH-M1	RGH-M2
<i>Cmed</i>	4,50	2,25	2,04	5,13	3,63	3,46
<i>Cabs</i>	1	3	6	0	0	2
<i>Dro</i>	42,75%	18,54%	17,38%	38,92%	22,02%	21,97%

Tabela 5.2: Resumo dos resultados obtidos para as instâncias do Grupo 2.

	Heurísticas					
Métricas	OTT	OTT-M1	OTT-M2	RGH	RGH-M1	RGH-M2
<i>Cmed</i>	6,00	4,83	1,30	1,87	4,17	2,83
<i>Cabs</i>	0	0	22	7	0	1
<i>Drl</i>	267,22%	111,15%	17,20%	18,91%	88,90%	25,37%

Tabela 5.3: Resumo dos resultados obtidos para as instâncias do Grupo 3.

Na Tabela 5.1, observa-se que os melhores resultados das métricas *Cmed*, *Cabs* e *Dro* para as instâncias do Grupo 1 são obtidos pelas heurísticas OTT-M1 e OTT-M2. Os valores de *Dro* são menores que 19% para todas as heurísticas testadas com as instâncias do Grupo 1.

Os resultados para o Grupo 2, apresentados na Tabela 5.2, mostram que a heurística OTT-M2 obteve os melhores resultados pelas três métricas *Cmed*, *Cabs* e *Dro*. Os valores das métricas *Cmed* e *Dro* para a heurística OTT-M1 estão próximos dos resultados para a OTT-M2, mas OTT-M1 é pior pela métrica *Cabs*. Observa-se que os valores de *Dro* são mais elevados que os obtidos para as instâncias do Grupo 1. Isto reflete a dificuldade imposta pela estrutura dessas instâncias.

A heurística RGH é apresentada em [56] como a mais indicada para ser utilizada com as instâncias do Grupo 3. Também é relatada em [56]

a inadequação da utilização da OTT para as instâncias do Grupo 3. A dificuldade da heurística OTT em encontrar boas soluções para as instâncias do Grupo 3 também ocorreu nos experimentos realizados nesta tese. Na Tabela 5.3, observa-se que a heurística OTT apresenta valores muito altos de Drl . Entretanto, as variantes da heurística OTT desenvolvidas nesta tese possibilitaram melhorar os resultados obtidos a partir dessa heurística para o Grupo 3. As heurísticas OTT-M1 e OTT-M2 produzem melhores resultados que os obtidos pela OTT. RGH-M2 apresenta resultados próximos aos de RGH para as métricas $Cmed$ e Drl . Dentre todas as heurísticas testadas, os melhores resultados para o Grupo 3 foram produzidos por OTT-M2.

Nas Tabelas 5.4 e 5.5 são apresentados os resultados numéricos obtidos para o Grupo 1. Os resultados numéricos para o Grupo 2 são apresentados nas Tabelas 5.6 e 5.7 e os relativos ao Grupo 3 estão nas Tabelas 5.8 e 5.9. Nessas tabelas, cada linha corresponde a uma instância diferente. São informados a quantidade $|V|$ de vértices, a quantidade $|E|$ de arestas, o diâmetro D , o valor ótimo O^* para os Grupos 1 e 2 e o melhor limite superior S^* para o Grupo 3. Os limites superiores utilizados nas tabelas de resultados do Grupo 3 são os melhores dentre aqueles disponíveis na literatura. São dados ainda os melhores valores e as médias dos custos das soluções encontrados nas 1000 execuções realizadas com cada instância. O símbolo “*” marca valores ótimos encontrados e o símbolo “#” indica que o algoritmo não foi capaz de produzir uma única solução viável ao final das 1000 execuções.

Os valores das melhores soluções encontradas por OTT não são iguais aos valores das médias, embora OTT seja uma heurística gulosa. Isto ocorre porque o nó de partida é escolhido aleatoriamente e esta construção é sensível ao nó de partida. Executar essa heurística para cada nó de partida significaria aumentar a complexidade de pior caso de $O(|V|^3)$ para $O(|V|^4)$. Por isto, optou-se pela escolha aleatória do nó de partida. Além disto, em 1000 iterações existe grande chance de todos os nós serem selecionados como ponto de partida para os Grupos 1 e 2 e para as instâncias pequenas do Grupo 3. Outro fator observado é que, mesmo fixando-se o nó de início e aplicando-se OTT para os Grupos 1 e 2, pode-se obter soluções finais diferentes, em razão das instâncias desses grupos possuírem várias arestas com custos iguais. Em uma dada iteração a escolha de uma das arestas de menor custo pode vir a gerar soluções finais diferentes.

Comparando-se os resultados obtidos para o Grupo 1 apresentados na Tabela 5.4, observa-se que OTT-M1 melhorou 36 dos melhores resultados obtidos por OTT para as 42 instâncias deste grupo e obteve 31 melhorias nas médias dos custos das soluções. OTT-M2 melhorou 36 dos melhores resultados obtidos por OTT e obteve 31 melhorias nas médias dos valores das soluções.

Em relação aos resultados obtidos por RGH apresentados na Tabela 5.5, RGH-M1 melhorou 30 dos melhores resultados para as 42 instâncias deste grupo e obteve 19 melhorias nas médias dos custos das soluções. RGH-M2 melhorou oito dos melhores resultados encontrados por RGH e obteve 15 melhorias nas médias dos valores das soluções.

Nos resultados obtidos para o Grupo 2 e apresentados na Tabela 5.6, observa-se que OTT-M1 melhorou nove dos melhores resultados obtidos por OTT das 12 instâncias deste grupo e obteve seis melhorias nas médias dos custos das soluções. Já a heurística OTT-M2 melhorou nove dos melhores resultados obtidos por OTT e obteve seis melhorias nas médias dos valores das soluções.

Em relação aos resultados da heurística RGH apresentados na Tabela 5.7 para o Grupo 2, RGH-M1 melhorou dez dos melhores resultados das 12 instâncias deste grupo e obteve cinco melhorias nas médias dos custos das soluções. RGH-M2 melhorou nove dos melhores resultados obtidos por RGH e obteve seis melhorias nas médias dos valores das soluções.

Nos resultados para o Grupo 3 apresentados na Tabela 5.8, tanto OTT-M1 como OTT-M2 geraram melhores soluções que as melhores obtidas por OTT e melhores valores médios para todas as instâncias deste grupo.

Na Tabela 5.9, RGH-M1 não obteve melhores resultados e melhores médias que os obtidos por RGH. Já RGH-M2 melhorou 5 dos melhores resultados obtidos com a RGH e obteve 11 melhorias nas médias dos valores das soluções.

Os tempos de processamento para as 1000 execuções realizadas, com as heurísticas testadas para os Grupos 1, 2 e 3, apresentaram diferenças mais significativas com o Grupo 3. Nas instâncias dos Grupos 1 e 2, o maior tempo consumido para gerar uma solução com as heurísticas testadas é de três milésimos de segundo. Na Tabela 5.10 são apresentados os tempos de processamento para o Grupo 3. A heurística RGH foi a que consumiu menores tempos de processamento para gerar as 1000 soluções dentre todos os métodos. Além disto, as heurísticas OTT-M1 e OTT-M2 consomem mais tempo de processamento do que as heurísticas RGH-M1 e RGH-M2.

V	E	D	O*	OTT		OTT-M1		OTT-M2	
				melhor	média	melhor	média	melhor	média
10	45	4	252	313	404,50	*252	318,31	*252	314,90
		5	230	235	250,20	*230	261,51	*230	266,33
		6	221	*221	221,00	*221	236,17	223	245,22
		7	203	242	246,52	*203	227,57	*203	224,71
		8	232	*232	232,00	*232	246,30	234	259,42
		9	254	*254	254,00	*254	267,15	*254	278,06
		10	254	*254	254,00	*254	267,15	*254	278,06
15	105	4	346	543	636,56	*346	518,38	*346	495,76
		5	331	505	586,70	332	444,15	332	428,83
		6	314	420	515,39	317	395,76	315	382,23
		7	303	387	479,18	305	368,16	306	360,45
		8	240	*240	240,00	*240	272,24	*240	280,15
		9	290	326	411,53	*290	336,82	294	335,94
		10	286	304	385,14	*286	322,94	291	329,86
20	190	4	349	540	679,31	354	502,34	351	493,32
		5	414	516	632,15	425	560,30	432	556,30
		6	298	355	493,73	299	390,36	302	384,33
		7	333	*333	387,56	*333	395,07	*333	400,59
		8	331	363	440,29	338	395,37	338	401,67
		9	327	493	561,79	335	400,95	333	391,52
		10	324	451	535,82	*324	388,55	*324	383,33
25	300	4	500	600	918,85	535	740,84	511	721,20
		5	429	717	972,81	451	675,80	450	651,66
		6	378	502	595,86	399	525,45	384	509,26
		7	408	486	631,15	425	517,03	419	513,53
		8	369	434	564,18	377	476,04	375	461,38
		9	336	364	385,77	339	421,25	341	405,15
		10	379	423	444,83	386	449,66	382	453,20
20	50	4	442	544	637,18	446	539,92	446	539,43
		5	381	451	576,24	392	518,43	387	510,99
		6	329	339	441,96	*329	411,44	*329	395,68
		7	362	374	504,08	*362	410,89	366	407,28
		8	366	392	431,19	*366	407,09	370	405,66
		9	362	369	401,06	363	395,58	363	397,34
		10	359	360	364,43	*359	391,40	*359	393,91
40	100	4	755	850	1204,17	763	1089,19	767	1122,24
		5	729	850	947,26	761	962,51	752	955,55
		6	599	662	1078,44	611	813,24	600	764,37
		7	667	707	887,08	674	813,65	686	801,83
		8	580	624	771,27	583	655,25	581	638,47
		9	552	625	848,80	584	705,66	580	685,77
60	150	5	968	1291	1977,92	1084	1429,10	1081	1458,96

Tabela 5.4: Resultados das heurísticas para as instâncias do Grupo 1.

V	E	D	O*	RGH		RGH-M1		RGH-M2	
				melhor	média	melhor	média	melhor	média
10	45	4	252	*252	326,46	*252	337,21	266	321,80
		5	230	249	321,65	249	323,06	258	323,13
		6	221	*221	289,80	*221	276,80	246	305,67
		7	203	216	262,87	213	252,40	228	263,26
		8	232	*232	289,39	*232	256,38	268	311,36
		9	254	256	313,19	*254	296,04	298	341,48
		10	254	256	302,71	*254	276,16	298	341,60
15	105	4	346	349	500,98	347	539,62	368	433,99
		5	331	337	431,04	337	430,19	362	423,19
		6	314	319	396,03	319	416,45	363	408,87
		7	303	308	380,09	307	370,47	348	405,04
		8	240	255	309,39	243	310,14	268	348,13
		9	290	294	366,88	299	353,08	348	401,11
		10	286	301	357,68	291	338,97	347	401,37
20	190	4	349	353	515,24	358	543,89	370	458,10
		5	414	475	607,49	471	619,29	480	580,20
		6	298	318	404,75	303	415,74	330	401,11
		7	333	383	467,49	369	467,02	424	491,46
		8	331	356	421,76	337	416,84	396	462,02
		9	327	372	439,83	361	429,31	391	457,89
		10	324	353	418,20	327	404,74	373	460,43
25	300	4	500	521	762,04	516	799,88	522	666,15
		5	429	475	669,66	480	721,58	483	595,25
		6	378	399	546,20	397	566,07	463	546,72
		7	408	472	581,41	465	588,61	498	580,42
		8	369	389	488,44	387	492,37	390	477,06
		9	336	392	482,25	381	500,01	416	502,32
		10	379	421	505,21	396	479,69	456	547,17
20	50	4	442	460	567,53	462	603,97	498	594,17
		5	381	398	449,94	397	457,17	402	460,48
		6	329	340	417,77	339	487,74	366	430,76
		7	362	375	440,49	362	415,25	388	444,27
		8	366	386	437,68	367	465,67	379	421,91
		9	362	368	433,40	364	406,44	383	437,92
		10	359	386	429,81	*359	421,21	369	416,70
40	100	4	755	811	1207,14	796	1420,55	761	1409,07
		5	729	749	868,44	741	871,89	762	883,20
		6	599	698	818,54	620	1025,31	607	867,06
		7	667	708	796,41	693	773,51	701	776,10
		8	580	668	760,79	587	815,14	594	702,00
		9	552	634	750,71	589	679,55	608	715,63
60	150	5	968	1086	1227,20	1104	1241,46	1073	1249,46

Tabela 5.5: Continuação dos resultados das heurísticas para as instâncias do Grupo 1.

V	E	D	O*	OTT		OTT-M1		OTT-M2	
				melhor	média	melhor	média	melhor	média
40	400	5	612	1053	1053,00	657	822,10	647	819,95
		7	527	933	933,00	557	693,68	554	686,88
		9	495	796	823,31	512	620,26	524	616,02
		5	253	346	395,25	300	454,85	306	453,56
		7	171	202	232,36	211	322,73	202	319,75
		9	154	181	194,46	188	284,02	169	284,08
60	600	5	965	#	#	1177	1247,20	1106	1222,78
		7	789	#	#	873	1053,13	848	1042,75
		9	738	#	#	802	954,98	809	937,62
		5	256	343	426,46	332	530,88	323	527,23
		7	150	214	249,21	208	338,46	216	334,31
		9	124	156	184,46	164	281,55	175	280,53

Tabela 5.6: Resultados das heurísticas para as instâncias do Grupo 2.

V	E	D	O*	RGH		RGH-M1		RGH-M2	
				melhor	média	melhor	média	melhor	média
40	400	5	612	743	881,74	722	883,52	726	905,23
		7	527	593	718,70	595	743,41	600	726,55
		9	495	563	645,15	533	647,95	566	674,30
		5	253	335	478,12	314	456,16	311	428,12
		7	171	234	353,26	215	314,15	195	311,74
		9	154	212	316,35	174	269,61	182	290,90
60	600	5	965	#	#	#	#	#	#
		7	789	1039	1116,00	966	1128,59	918	1132,80
		9	738	908	993,47	830	1020,71	856	1012,15
		5	256	400	515,67	348	524,49	340	485,43
		7	150	268	363,43	215	333,58	205	323,28
		9	124	228	313,75	157	274,15	171	284,01

Tabela 5.7: Continuação dos resultados das heurísticas para as instâncias do Grupo 2.

$ V $	$ E $	D	id	S^*	OTT		OTT-M1		OTT-M2	
					melhor	média	melhor	média	melhor	média
50	1225	5	1	7,60	13,84	21,10	13,55	20,40	8,50	11,55
			2	7,68	14,19	18,22	11,92	17,93	8,27	11,02
			3	7,24	12,53	18,17	11,59	17,55	8,03	10,80
			4	6,59	11,03	15,74	10,39	15,77	6,90	9,76
			5	7,32	13,04	17,64	12,16	17,40	7,87	10,62
70	2415	7	1	7,23	16,23	20,97	11,96	18,86	8,07	9,70
			2	7,12	15,96	25,14	12,51	21,96	8,01	9,78
			3	6,99	14,65	20,68	11,51	19,64	7,86	9,52
			4	7,52	15,31	24,60	13,50	21,87	8,39	10,10
			5	7,27	14,19	22,41	11,96	20,39	8,17	9,88
100	4950	10	1	7,76	18,79	29,14	13,65	23,70	8,96	10,04
			2	7,85	17,68	25,11	13,93	22,43	9,21	10,26
			3	7,90	20,16	24,06	14,41	23,60	9,29	10,45
			4	7,98	17,64	26,57	12,80	23,78	9,36	10,40
			5	8,16	16,63	28,72	13,87	23,90	9,47	10,66
250	31125	15	1	12,30	42,07	68,09	27,16	48,42	15,05	16,17
			2	12,02	52,37	71,86	25,37	52,51	14,89	15,96
			3	12,04	43,38	66,16	26,64	47,33	14,61	15,92
			4	12,51	46,74	71,50	29,15	53,49	15,04	16,42
			5	12,28	39,53	64,21	27,18	49,25	14,98	16,22
500	124750	20	1	16,97	90,65	146,87	44,76	78,19	21,56	22,85
			2	16,88	85,32	141,22	43,00	84,32	21,33	22,48
			3	16,98	69,34	146,94	44,99	84,54	21,46	22,74
			4	16,99	89,31	143,09	42,39	81,48	21,86	22,86
			5	16,57	85,32	146,35	46,46	81,71	21,27	22,49
1000	499500	25	1	25,18	184,42	320,22	77,65	131,96	30,90	32,37
			2	25,02	189,45	323,01	73,86	131,55	30,93	32,22
			3	24,82	184,19	298,70	71,44	125,90	30,70	31,98
			4	25,29	195,19	310,60	75,92	129,64	31,05	32,31
			5	25,03	192,97	311,87	65,53	132,22	30,84	32,12

Tabela 5.8: Resultados das heurísticas para as instâncias do Grupo 3.

$ V $	$ E $	D	id	S^*	RGH		RGH-M1		RGH-M2	
					melhor	média	melhor	média	melhor	média
50	1225	5	1	7,60	8,33	12,46	11,27	16,54	8,24	10,26
			2	7,68	8,46	12,21	10,98	16,23	8,45	10,19
			3	7,24	8,62	11,80	11,08	15,62	8,32	9,89
			4	6,59	7,67	11,04	9,33	13,79	7,43	9,33
			5	7,32	8,12	11,78	10,96	14,87	8,04	9,94
70	2415	7	1	7,23	8,27	10,62	10,95	15,92	8,38	9,72
			2	7,12	8,26	10,98	10,59	17,67	8,37	9,62
			3	6,99	8,05	10,25	10,09	16,18	8,52	9,55
			4	7,52	8,71	11,20	12,43	17,65	8,80	10,04
			5	7,27	8,25	10,50	10,66	15,30	8,46	9,74
100	4950	10	1	7,76	9,13	10,89	12,66	24,93	9,68	10,69
			2	7,85	9,39	10,91	13,16	24,20	9,79	11,15
			3	7,90	9,30	11,25	14,68	26,23	10,00	11,26
			4	7,98	9,24	11,07	13,43	25,54	10,03	11,12
			5	8,16	9,50	11,37	14,19	26,22	10,35	11,37
250	31125	15	1	12,30	15,32	16,64	21,71	42,27	16,42	18,13
			2	12,02	14,95	16,19	22,58	38,89	16,34	17,76
			3	12,04	15,13	16,45	21,94	40,59	16,10	17,77
			4	12,51	15,49	16,81	24,72	42,40	16,74	18,25
			5	12,28	15,22	16,47	22,88	39,05	16,58	18,06
500	124750	20	1	16,97	21,69	22,81	46,65	87,83	23,14	24,93
			2	16,88	21,32	22,45	44,95	91,33	22,66	24,49
			3	16,98	21,50	22,74	42,30	91,94	23,40	24,76
			4	16,99	21,61	22,82	42,23	89,06	23,30	24,94
			5	16,57	21,41	22,48	43,86	90,56	22,90	24,44
1000	499500	25	1	25,18	30,80	32,18	63,42	106,08	33,46	35,66
			2	25,02	30,85	31,96	56,97	106,23	33,55	35,43
			3	24,82	30,73	31,72	54,47	100,13	33,47	35,30
			4	25,29	30,67	32,10	53,71	102,04	33,74	35,69
			5	25,03	30,64	31,93	57,90	108,40	33,31	35,44

Tabela 5.9: Continuação dos resultados das heurísticas para as instâncias do Grupo 3.

$ V $	$ E $	D	id	Heurísticas					
				OTT	OTT-M1	OTT-M2	RGH	RGH-M1	RGH-M2
50	1225	5	1	0,14	0,15	0,18	0,04	0,09	0,12
			2	0,12	0,15	0,18	0,04	0,09	0,13
			3	0,13	0,15	0,18	0,04	0,09	0,12
			4	0,12	0,15	0,18	0,05	0,08	0,13
			5	0,12	0,16	0,18	0,03	0,09	0,12
70	2415	7	1	0,25	0,29	0,36	0,07	0,17	0,24
			2	0,24	0,28	0,34	0,07	0,18	0,25
			3	0,26	0,30	0,36	0,07	0,17	0,23
			4	0,24	0,29	0,35	0,07	0,17	0,24
			5	0,25	0,30	0,35	0,07	0,16	0,24
100	4950	10	1	0,49	0,57	0,68	0,14	0,32	0,49
			2	0,48	0,56	0,68	0,13	0,32	0,48
			3	0,49	0,57	0,68	0,14	0,32	0,48
			4	0,48	0,57	0,69	0,15	0,35	0,52
			5	0,51	0,60	0,73	0,15	0,33	0,51
250	31125	15	1	3,65	4,11	4,98	0,68	1,93	3,03
			2	3,58	4,15	5,01	0,69	1,97	3,08
			3	3,58	4,12	4,98	0,68	1,94	3,04
			4	3,62	4,13	4,98	0,68	1,95	3,05
			5	3,61	4,21	5,10	0,67	2,01	3,12
500	124750	20	1	22,48	28,28	41,13	6,48	10,98	19,44
			2	23,72	29,56	41,49	6,53	10,83	19,48
			3	23,71	29,57	41,62	6,69	10,97	19,55
			4	21,93	27,81	39,16	6,62	11,09	19,50
			5	24,88	32,27	43,42	6,81	11,11	19,60
1000	499500	25	1	138,51	178,18	229,14	45,59	65,79	119,78
			2	133,13	171,14	228,09	46,02	65,74	120,00
			3	137,16	176,22	232,45	46,21	67,93	121,07
			4	132,30	170,19	227,75	45,52	66,50	119,54
			5	129,69	167,25	224,86	45,78	66,48	120,05

Tabela 5.10: Tempos de processamento para as instâncias do Grupo 3.

5.4.2

Critério de parada: tempos de processamento

Em virtude das diferenças de tempo de processamento para as instâncias do Grupo 3, decidiu-se realizar este segundo experimento fixando os tempos de processamento. O objetivo é verificar se a heurística RGH produz melhores resultados do que as outras heurísticas, já que no primeiro experimento foi a heurística que encerrou as 1000 iterações em menores tempos de processamento.

Para cada heurística, foram dados para as instâncias de 50, 70, 100, 250, 500 e 1000 nós respectivamente 0,20, 0,40, 0,75, 5,50, 45 e 235 segundos de tempo de processamento. Esses valores foram estabelecidos a partir do primeiro experimento (Tabela 5.10) e fixados de acordo com o maior tempo consumido dentre as heurísticas testadas para gerar as 1000 soluções.

Os resultados obtidos por OTT, OTT-M1 e OTT-M2 são similares aos encontrados no primeiro experimento. Observa-se na Tabela 5.11 que OTT-M1 melhora os resultados obtidos por OTT. OTT-M2 apresenta melhores resultados e melhores valores nas médias dos custos das soluções que OTT e OTT-M1.

Na Tabela 5.12 encontram-se os resultados obtidos para as heurísticas RGH, RGH-M1 e RGH-M2. RGH-M1 obteve 15 melhorias nas melhores soluções e 12 aprimoramentos nas médias dos custos das soluções em relação a RGH. Já RGH-M2 obteve sete melhores soluções e 14 melhores médias dos custos das soluções que a RGH. Os resultados com as heurísticas RGH, RGH-M1 e RGH-M2 neste experimento indicam que as heurísticas RGH e RGH-M1 obtiveram desempenho próximo e foram melhores que RGH-M2, diferindo portanto do primeiro experimento, onde a RGH e RGH-M2 obtiveram melhor desempenho que a heurística RGH-M1. Comparando-se os resultados de OTT-M2 com os resultados de RGH apresentados na Tabela 5.12, OTT-M2 obteve melhores resultados e médias dos custos das soluções do que RGH para mais de 50% das instâncias (16 melhores resultados e 18 melhores médias dos custos das soluções).

O tempo fornecido neste segundo experimento para a heurística RGH possibilitou a geração de mais soluções que as demais heurísticas testadas. Comparando-se as heurísticas testadas, OTT-M2, RGH e RGH-M1 foram as que obtiveram os melhores desempenhos. Entretanto, mesmo fornecendo mais tempo de processamento para a heurística RGH, OTT-M2 ainda apresentou os melhores resultados.

$ V $	$ E $	D	id	S^*	OTT		OTT-M1		OTT-M2	
					melhor	média	melhor	média	melhor	média
50	1225	5	1	7,60	13,84	21,25	13,84	20,21	8,44	12,32
			2	7,68	14,19	18,17	12,19	17,91	8,50	11,18
			3	7,24	12,53	18,14	11,14	17,52	7,94	10,75
			4	6,59	11,03	15,73	10,52	15,79	8,08	11,51
			5	7,32	13,04	17,68	11,91	17,39	9,10	13,23
70	2415	7	1	7,23	16,23	20,98	12,61	18,79	8,05	9,64
			2	7,12	15,96	24,92	11,22	21,70	8,04	11,94
			3	6,99	14,65	20,56	11,41	19,87	7,94	9,50
			4	7,52	15,31	24,65	12,26	21,60	9,00	12,92
			5	7,27	14,19	22,40	12,12	20,61	8,25	10,06
100	4950	10	1	7,76	18,79	29,08	13,34	23,85	10,33	16,88
			2	7,85	17,68	25,16	13,30	22,42	8,91	10,21
			3	7,90	20,16	24,16	13,57	23,72	8,93	10,37
			4	7,98	17,64	26,44	13,32	23,49	9,32	10,40
			5	8,16	16,63	28,79	13,79	23,98	10,41	15,48
250	31125	15	1	12,30	42,07	68,36	27,75	49,77	21,38	36,46
			2	12,02	52,37	72,05	25,57	52,44	14,16	18,74
			3	12,04	43,38	65,60	27,67	47,48	20,29	35,14
			4	12,51	46,74	71,01	28,92	53,55	15,15	16,12
			5	12,28	39,53	64,16	26,93	49,30	15,43	16,42
500	124750	20	1	16,97	90,65	147,10	43,24	78,65	21,40	22,43
			2	16,88	85,32	140,87	45,72	83,49	20,91	22,05
			3	16,98	69,34	147,66	46,45	84,05	20,07	21,85
			4	16,99	89,31	143,83	44,86	81,43	21,43	31,12
			5	16,57	85,32	145,58	47,10	81,98	20,37	21,48
1000	499500	25	1	25,18	184,42	320,68	77,77	131,95	29,30	30,84
			2	25,02	189,45	322,25	59,56	131,84	29,06	30,62
			3	24,82	184,19	295,54	65,29	124,96	30,21	31,48
			4	25,29	195,19	312,16	70,19	128,14	31,05	32,33
			5	25,03	192,97	310,35	77,11	131,43	31,04	32,09

Tabela 5.11: Resultados do segundo experimento para as instâncias do Grupo 3.

$ V $	$ E $	D	id	S^*	RGH		RGH-M1		RGH-M2	
					melhor	média	melhor	média	melhor	média
50	1225	5	1	7,60	8,17	12,54	10,40	15,42	8,35	10,01
			2	7,68	8,51	12,21	9,77	14,02	8,60	10,18
			3	7,24	8,36	11,73	9,63	14,35	8,14	9,71
			4	6,59	7,78	10,98	7,44	10,95	7,40	9,32
			5	7,32	8,09	11,65	8,33	12,10	8,12	9,84
70	2415	7	1	7,23	8,08	10,65	8,09	10,65	8,45	9,61
			2	7,12	8,27	10,97	10,14	16,68	8,31	9,72
			3	6,99	7,74	10,23	9,29	14,81	8,47	9,56
			4	7,52	8,59	11,11	11,33	17,70	8,97	10,20
			5	7,27	8,22	10,55	9,91	14,50	8,61	9,76
100	4950	10	1	7,76	9,09	10,87	8,96	10,81	9,70	11,02
			2	7,85	9,29	10,93	9,24	10,85	9,48	10,99
			3	7,90	9,41	11,31	9,10	11,87	9,32	10,90
			4	7,98	9,35	11,09	9,00	12,41	9,57	10,99
			5	8,16	9,51	11,38	9,55	11,38	10,36	11,53
250	31125	15	1	12,30	14,76	16,68	19,87	42,41	15,03	16,75
			2	12,02	14,84	16,22	14,94	16,09	16,76	18,38
			3	12,04	14,93	16,42	14,25	18,26	16,48	18,02
			4	12,51	15,35	16,79	15,33	16,62	17,25	18,71
			5	12,28	15,15	16,46	14,75	16,35	14,60	16,05
500	124750	20	1	16,97	21,28	22,81	21,30	22,52	23,33	24,91
			2	16,88	21,03	22,46	20,70	22,13	23,87	25,41
			3	16,98	21,32	22,74	21,11	22,39	23,58	25,09
			4	16,99	21,56	22,83	20,27	23,69	20,92	23,06
			5	16,57	21,09	22,48	20,43	21,87	23,44	25,15
1000	499500	25	1	25,18	30,90	32,18	30,63	32,04	29,07	32,36
			2	25,02	30,38	31,97	55,08	105,34	31,34	34,20
			3	24,82	30,39	31,73	29,52	30,92	27,77	29,56
			4	25,29	30,78	32,08	53,44	102,26	34,37	36,23
			5	25,03	30,41	31,92	28,89	34,38	34,15	35,99

Tabela 5.12: Continuação dos resultados do segundo experimento para as instâncias do Grupo 3.

5.5

Conclusões

As variantes das heurísticas OTT e RGH propostas nesta tese melhoraram os resultados obtidos por elas para as instâncias dos Grupos 1, 2 e 3. Dentre as heurísticas testadas, OTT-M2 é a que apresenta os melhores resultados.

Observa-se que, dentre as variantes da OTT, OTT-M2 é a heurística que apresenta resultados substancialmente melhores que as outras heurísticas testadas. As variantes da RGH, apresentam, em geral, resultados ligeiramente melhores do que os da heurística RGH. Entretanto, a melhoria é menos significativa do que a obtida com as variantes da OTT em relação a OTT.

A heurística RGH é a mais rápida e pode gerar mais soluções no mesmo tempo consumido pelas outras heurísticas. Entretanto, mesmo assim, os resultados obtidos por esse método não foram os melhores. Vale ressaltar que nos trabalhos [42, 56] essa heurística é tida como a que apresenta melhores resultados na literatura para o Grupo 3. Nos testes realizados, OTT-M2 melhorou os resultados obtidos por RGH.

As variantes das heurísticas OTT e RGH são as principais contribuições deste capítulo.