7 Receptores com Posto Reduzido usando Filtros Interpolados e Interpoladores Adaptativos

Receptores lineares adaptativos [2, 3] são estruturas altamente eficazes para combater a interferência no enlace direto ou *downlink* de sistemas DS-CDMA, têm bom desempenho, simples implementação adaptativa e um excelente compromisso entre desempenho e complexidade. O receptor linear baseado no critério MMSE (*Minimum Mean Squared Error* - MMSE) [2, 4, 53] implementado com um filtro adaptativo [54, 55] é um dos métodos mais promissores para sistemas DS-CDMA. Esta técnica requer apenas o sincronismo da portadora e uma seqüência de treinamento para suprimir interferência. Recentemente, alguns trabalhos se voltaram para a investigação do receptor MMSE [137, 138], suas versões adaptativas [139, 142] em canais seletivos em freqüência sujeitos ao desvanecimento e abordagens específicas para o *downlink* [140, 141]. Alternativamente, os receptores lineares adaptativos podem ser operados em modo autodidata ou às cegas através de técnicas baseadas nas funções custo CM e MV, onde se necessita apenas do conhecimento da seqüência de assinatura e do sincronismo [79]-[115].

Entretanto, quando o ganho de processamento N usado no sistema é grande o receptor tem que lidar com dificuldades, como uma significativa complexidade computacional e baixo desempenho em termos de convergência. Em geral, quando um filtro FIR adaptativo com um grande número de elementos é usado para suprimir interferência, então isto implica em uma resposta lenta às mudanças na interferência e condições do canal de comunicações. Técnicas de supressão de interferência com posto reduzido para DS-CDMA foram originalmente motivadas para situações onde o número de elementos do receptor é muito grande e é desejável trabalhar com menos elementos por questões de convergência e complexidade. Isto é bastante relevante para algumas aplicações onde é desejado um ganho de processamento N grande por questões de camuflagem em sistemas militares ou sistemas com carga pequena (K/N pequeno) [3]. Recentemente, o interesse por métodos de filtragem com posto reduzido têm se voltado para aplicações em sistemas DS-CDMA de telefonia celular de terceira geração [7, 8], em função da necessidade de convergência rápida e baixa complexidade dos algoritmos.

Inicialmente, a atividade de pesquisa em supressão de interferência com posto-reduzido para DS-CDMA concentrava-se em métodos de decomposição em valores singulares (SVD) da matriz de autocorrelação da observação ou método dos componentes principais (*Principal Components* - PC), no qual o vetor recebido é projetado em uma estimativa do subespaço do sinal de menor dimensão. Essa técnica foi proposta pela primeira vez por Haimovich e Bar-Ness em [143] para receptores supervisionados e posteriormente estendida para receptores às cegas por Wang e Poor [144] e Song e Roy [145]. Em particular, o método PC é capaz de melhorar a rapidez na convergência e o desempenho no rastreamento quando N é muito maior do que o subespaço do sinal, que por sua vez deve ser pequeno para o bom funcionamento do método. Contudo, na prática essa suposição não é verdadeira já que para sistemas celulares comerciais com carregamento médio e alto, o subespaço do sinal e N são grandes. Posteriormente, uma melhoria para a técnica PC foi introduzida por Goldstein e Reed [146], onde escolhe-se os autovetores resultantes do SVD de modo a minimizar o erro médio quadrático (MSE). Uma outra abordagem de redução de posto, que será denominada nesse trabalho PD (*Partial Despreading*- PD), foi proposta por Singh e Milstein em [147, 148] e consiste no desespalhamento parcial do vetor recebido antes do processamento adaptativo. O método de projeção PD é bastante simples e permite ao projetista a escolha entre o desempenho do receptor MMSE com filtro inteiro e o do filtro casado. Uma técnica de redução de posto baseada na decomposição do filtro de Wiener em projeções ortogonais, denominado MWF (*Multistage Wiener Filter*-MWF) foi proposta recentemente por Goldstein *et al.* em [149]. Em seguida, foram desenvolvidas versões adaptativas do tipo SG e recursiva para implementação do MWF [156] na supressão de interferência em sistemas DS-CDMA. Uma outra técnica para convergência rápida dos parâmetros do receptor foi introduzida por Pados e Batalama [150, 151, 152], chama-se AVF (*Auxiliary Vector Filtering*- AVF), utiliza filtros auxiliares (AVs) ortogonais e obtém bons resultados na mitigação de interferência. Em um trabalho recente, Chen *et al.* demonstraram que a AVF é equivalente ao MWF [153]. Diferentemente do AVF original, que utilizava filtros ortogonais, Pados e Karystinos [154] e Karystinos *et al.* [155] propuseram uma extensão do AVF com AVs não ortogonais, que resulta em um desempenho ligeiramente superior ao MWF e AVF original. Estes últimos métodos, MWF e AVF com AVs não ortogonais, estão entre os mais promissores para projeto de receptores DS-CDMA porque apresentam baixa complexidade (quadrática com o número de elementos), são capazes de reduzir substancialmente a dimensão do filtro receptor com um desempenho próximo do filtro MMSE inteiro e o comprimento da seqüência de treinamento, pelo fato de terem convergência bastante rápida.

O filtro FIR interpolado (IFIR) é uma estrutura de taxa única que é matematicamente equivalente à decimação do sinal seguida de filtragem por um número reduzido de coeficientes [157],[158]. A idéia básica é explorar a redundância dos coeficientes de maneira a remover um determinado número de amostras da resposta ao impulso, que são recriadas usando-se um esquema de interpolação. A economia em termos de complexidade é obtida interpolando-se o sinal de entrada no receptor e decimando-se o sinal interpolado. Além disso, esta técnica exibe propriedades desejáveis, como por exemplo, garantia de estabilidade, ausência de ciclos limites e uma complexidade computacional inferior aos filtros FIR convencionais. Neste contexto, os filtros IFIR adaptativos (AIFIR) [159, 160, 161] representam um alternativa interessante para substituir filtros FIR adaptativos clássicos. Em algumas aplicações, as técnicas AIFIR mostram uma melhor taxa de convergência e podem reduzir o ônus computacional requerido para filtragem e atualização dos coeficientes, devido ao número reduzido de elementos adaptativos. Estas estruturas foram extensivamente aplicadas na literatura de filtragem digital, embora o seu uso para estimação de parâmetros em comunicações permaneça inexplorado.

Este capítulo é dedicado ao emprego de filtros IFIR e suas versões adaptativas (AIFIR) para supressão de interferência em sistemas DS-CDMA. A motivação para a nova estrutura é explorar a redundância encontrada em sinais DS-CDMA que operam em presença de multi-percurso, removendo-se um determinado número de amostras do sinal recebido e recuperando-as através de interpolação. Inicialmente, são propostos receptores com posto reduzido baseados em filtros IFIR e um novo esquema onde o interpolador torna-se variante no tempo é introduzido. São desenvolvidas as soluções MMSE e CMV para o receptor e o interpolador, de modo a mitigar a IMA e a IES no *downlink*. Esta abordagem de supressão de interferência com filtros IFIR e interpoladores variantes no tempo usando métodos iterativos, e que requerem inversão de matrizes, foi apresentada em [163]. Versões adaptativas das novas estruturas interpoladas onde o interpolador é também adaptativo, que são aplicáveis em um grande número de problemas, foram desenvolvidas em [164]. Especificamente, o trabalho em [164] introduz uma teoria sobre filtros AIFIR com interpoladores adaptativos e descreve algoritmos LMS normalizados (NLMS) e de projeções afins (*Affine Projection*- AP) [45, 46], com aplicações para equalização de canais e cancelamento de eco e comparações com os métodos MWF [149] e AVF [154, 155] com AVs não ortogonais.

Contudo, o enfoque desta tese é em receptores adaptativos para sistemas DS-CDMA e, por este motivo, as novas estruturas AIFIR são consideradas para supressão da IMA e da IES e algoritmos adaptativos são desenvolvidos para operação nos modos supervisionado e autodidata. O novo esquema de recepção AIFIR com interpoladores adaptativos para sistemas DS-CDMA é apresentado e projetado com os critérios MMSE e CMV. A nova estrutura, introduzida e publicada em [165, 166], resulta em um desempenho superior aos esquemas AIFIR convencionais [159, 160, 161, 162] (onde o interpolador é fixo) e um desempenho de convergência superior ao receptor com filtro inteiro e outras técnicas de redução de posto existentes. Em seguida, são desenvolvidos algoritmos adaptativos computacionalmente eficientes do tipo SG e RLS baseados nos critérios MMSE e MV com restrições apropriadas para combater a IMA, a IES e estimar conjuntamente o canal. Na seqüência, é apresentada uma análise de convergência para os algoritmos adaptativos e uma discussão das propriedades de convergência do método para ambientes estacionários e os modos de operação assistido e às cegas. Finalmente, são conduzidos experimentos por simulação que mostram o desempenho das novas estruturas e algoritmos em cenários dinâmicos típicos e comparações com outras técnicas de redução de posto existentes.

7.1 Receptores Lineares Interpolados

Os princípios básicos da estrutura de recepção interpolada para sistemas DS-CDMA são detalhados nesta seção. A Figura 7.1 mostra o diagrama em blocos de um receptor IFIR, onde um interpolador e um filtro com dimensão reduzida, variantes no tempo, são empregados. O vetor recebido $\mathbf{r}(i) = [r_0^{(i)} \ \ldots \ r_{M-1}^{(i)}]^T$ de dimensão $M \times 1$, onde $M = N + L_p - 1$, é filtrado por um interpolador $\mathbf{v}_k(i) = [v_{k,0}^{(i)} \ldots v_{k,N_I-1}^{(i)}]^T$ do usuário k, produzindo o vetor recebido interpolado $\mathbf{r}_k(i)$, que é projetado no vetor reduzido $\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ de dimensão $M/L \times 1$. Este procedimento corresponde à remoção de $L-1$ amostras do vetor $\mathbf{r}_k(i)$ de cada conjunto de L amostras consecutivas, e então calcula-se o produto interno de $\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ com o vetor de coeficientes do filtro $\mathbf{w}_k(i) = [w_{k,0}^{(i)} \; \ldots \; w_{k,M/L-1}^{(i)}]^T$ de dimensão M/L.

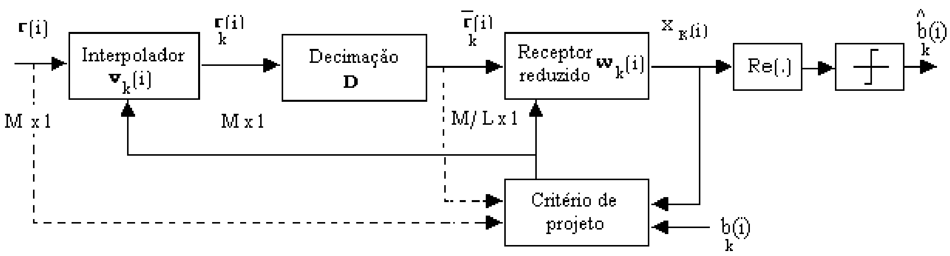

Figura 7.1: Diagrama em blocos da estrutura do receptor com posto reduzido.

O vetor de observações interpolado e projetado em uma dimensão reduzida $\bar{\mathbf{r}}_k(i) = \mathbf{D}\mathbf{r}_k(i)$ é obtido com a ajuda da matriz de projeção $\mathbf{D}$ de dimensão $M/L \times M$ que é matematicamente equivalente a uma decimação uniforme de sinais no vetor $\mathbf{r}_k(i)$ de dimensão $M \times 1$ vector. Um receptor interpolado com fator de interpolação L pode ser projetado escolhendo-se $\mathbf{D}$ de acordo com a seguinte estrutura:

$$\mathbf{D} = \left[\begin{array}{ccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \multicolumn{3}{c}{\underbrace{0 \;\; \ldots \;\; 0}_{(m-1)L \;\; zeros}} & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \multicolumn{7}{c}{\underbrace{0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; \ldots \;\; 0}_{(M/L-1)L \;\; zeros}} & 1 & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{0 \;\; \ldots \;\; 0}_{(L-1) \;\; zeros}} \end{array} \right] \quad (7\text{-}1)$$

onde m ($m = 1, 2, \ldots, M/L$) denota a m-ésima linha. A estratégia, que permite desenvolver soluções para o interpolador e o receptor com posto reduzido, é expressar o símbolo estimado $x_k(i) = \mathbf{w}_k^H(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ como uma função de $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$ (desconsidera-se o índice subscrito do usuário k e o índice de tempo (i) em algumas passagens para facilitar a apresentação):

$$x_k(i) = w_0^*(v_0^* r_0 + \ldots + v_{N_I-1}^* r_{N_I-1}) + w_1^*(v_0^* r_L + \ldots + v_{N_I-1}^* r_{L+N_I-1}) + \ldots$$

$$+ w_{M/L-1}^*(v_0^* r_{(M/L-1)L} + \ldots + v_{N_I-1}^* r_{(M/L-1)L+N_I-1}) =$$

$$= w_0^* \mathbf{v}_k^H \dot{\mathbf{r}}_0 + w_1^* \mathbf{v}_k^H \dot{\mathbf{r}}_1 + \ldots w_{M/L-1}^* \mathbf{v}_k^H \dot{\mathbf{r}}_{M/L-1}$$

$$x_k(i) = \mathbf{v}_k^H(i) \Big[\; \dot{\mathbf{r}}_0^{(i)} | \; \ldots \; | \; \dot{\mathbf{r}}_{M/L-1}^{(i)} \; \Big] \mathbf{w}_k^*(i) = \mathbf{v}_k^H(i) \boldsymbol{\Re}(i) \mathbf{w}_k^*(i) = \mathbf{v}_k^H(i) \mathbf{u}_k(i) \quad (7\text{-}2)$$

onde $\mathbf{u}_k(i) = \boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k^*(i)$ é um vetor de dimensão $N_I \times 1$, o asterisco denota conjugação complexa, os M/L coeficientes de $\mathbf{w}_k(i)$ e os N_I elementos de $\mathbf{v}_k(i)$ são supostos complexos, $\dot{\mathbf{r}}_s(i)$ é um segmento do vetor recebido $\mathbf{r}(i)$ de comprimento N_I com início em $r_{s\times L}(i)$ e

$$\boldsymbol{\Re}(i) = \begin{bmatrix} r_0^{(i)} & r_L^{(i)} & \dots & r_{(M/L-1)L}^{(i)} \\ r_1^{(i)} & r_{L+1}^{(i)} & \dots & r_{(M/L-1)L+1}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N_I-1}^{(i)} & r_{L+N_I}^{(i)} & \dots & r_{(M/L-1)L+N_I-1}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (7\text{-}3)$$

O projeto do receptor linear interpolado é equivalente à determinação de um filtro IFIR $\mathbf{w}_k(i)$ com M/L coeficientes que produz uma estimativa do símbolo desejado:

$$\hat{b}_k(i) = sgn\Big(Re\Big[\mathbf{w}_k^H(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)\Big]\Big) \quad (7\text{-}4)$$

onde o operador $(.)^H$ denota transposição Hermitiana, $Re(.)$ seleciona a parte real do argumento, $sgn(.)$ é a função sinal e o vetor de parâmetros do receptor $\mathbf{w}_k$ é otimizado de acordo com um critério de projeto selecionado.

7.1.1
Receptores MMSE Interpolados

As soluções MMSE para os vetores de parâmetro $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$ podem ser computadas considerando-se o problema de otimização cuja função custo é dada por:

$$J_{MSE}(\mathbf{w}_k(i), \mathbf{v}_k(i)) = E\Big[|b_k(i) - \mathbf{v}_k^H(i)\boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k^*(i)|^2\Big] \quad (7\text{-}5)$$

onde $b_k(i)$ é o símbolo desejado para o usuário k no instante de tempo (i). Fixando-se o filtro interpolador $\mathbf{v}_k(i)$ e minimizando-se (7-5) com respeito a $\mathbf{w}_k(i)$ obtém-se o vetor de parâmetros do filtro/receptor de Wiener interpolado:

$$\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{f}(\mathbf{v}_k) = \bar{\mathbf{R}}_k^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_k(i) \quad (7\text{-}6)$$

onde $\bar{\mathbf{R}}_k(i) = E[\bar{\mathbf{r}}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)]$, $\bar{\mathbf{p}}_k(i) = E[b_k^*(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)]$, $\bar{\mathbf{r}}_k(i) = \boldsymbol{\Re}^T(i)\mathbf{v}_k^*(i)$ e fixando-se $\mathbf{w}_k(i)$ e minimizando-se (7-5) com relação a $\mathbf{v}_k(i)$ pode-se chegar a uma expressão para o vetor de parâmetros do interpolador:

$$\mathbf{v}_k(i) = \mathbf{g}(\mathbf{w}_k) = \mathbf{R}_{u_k}^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_{u_k}(i) \quad (7\text{-}7)$$

onde $\mathbf{R}_{u_k}(i) = E[\mathbf{u}_k(i)\mathbf{u}_k^H(i)]$, $\bar{\mathbf{p}}_{u_k}(i) = E[b_k^*(i)\mathbf{u}_k(i)]$ e $\mathbf{u}_k(i) = \boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k^*(i)$. As expressões para o MSE associado são dadas por:

$$J_{MSE}(\mathbf{f}(\mathbf{v}_k), \mathbf{v}_k) = J(\mathbf{v}_k) = \sigma_b^2 - \bar{\mathbf{p}}_k^H(i)\bar{\mathbf{R}}_k^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_k(i) \tag{7-8}$$

$$J_{MSE}(\mathbf{w}_k, \mathbf{g}(\mathbf{w}_k)) = \sigma_b^2 - \bar{\mathbf{p}}_{u_k}^H(i)\bar{\mathbf{R}}_{u_k}^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_{u_k}(i) \tag{7-9}$$

onde $\sigma_b^2 = E[|b(i)|^2]$. Note que pontos de mínimo global de (7-5) podem ser obtidos por $\mathbf{v}_{k,opt} = \arg\min_{\mathbf{v}_k} J(\mathbf{v}_k)$ e $\mathbf{w}_{k,opt} = \mathbf{f}(\mathbf{v}_{k,opt})$ ou $\mathbf{w}_{k,opt} = \arg\min_{\mathbf{w}_k} J_{MSE}(\mathbf{w}_k, \mathbf{g}(\mathbf{w}_k))$ e $\mathbf{v}_{k,opt} = \mathbf{g}(\mathbf{w}_{k,opt})$. Em um ponto de mínimo (7-8) é igual a (7-9) e o MMSE para a estrutura proposta é alcançado. É importante ressaltar que (7-6) e (7-7) não são soluções de forma fechada para $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$ uma vez que (7-6) é uma função de $\mathbf{v}_k(i)$ e (7-7) depende de $\mathbf{w}_k(i)$ e, desta maneira, são necessárias iterações alternadas entre (7-6) e (7-7) com um valor inicial para obter a solução, como reportado em [163].

7.1.2 Receptores CMV Interpolados

O projeto do receptor CMV interpolado proposto requer a estimação dos vetores de parâmetros $\mathbf{w}_k$ do receptor com posto reduzido e $\mathbf{v}_k$ do interpolador de acordo com a minimização da seguinte função custo:

$$J_{MV}(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k) = E\Big[|x_k(i)|^2\Big] = E\Big[|\mathbf{v}_k^H(i)\boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k^*(i)|^2\Big] \tag{7-10}$$

sujeito às restrições propostas $\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{g}(i)$ e $||\mathbf{v}_k(i)|| = 1$, onde $\mathbf{C}_k$ é a matriz de restrições de dimensão $M \times L_p$ que contém versões deslocadas de um *chip* da seqüência de assinatura do usuário k, definida nos capítulos anteriores, e $\mathbf{g}(i)$ é um vetor de restrições com L_p elementos a ser determinado. Em particular, o vetor de restrições $\mathbf{g}(i)$ pode ser escolhido entre vários critérios [83, 85] embora neste trabalho adote-se $\mathbf{g}(i)$ como o vetor de parâmetros do canal ($\mathbf{g}$=$\mathbf{h}$) porque este fornece melhor desempenho que outros critério de acordo com [86]. Note que o conjunto de restrições proposto $||\mathbf{v}_k(i)|| = 1$ assegura valores adequados de projeto para o filtro interpolador $\mathbf{v}_k$, enquanto que $\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{g}(i)$ evita a supressão do sinal desejado. Fixando-se o vetor de parâmetros $\mathbf{v}_k$, calculando-se os termos do gradiente da função Lagrangeana $J_{MV}^l(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k) = E\Big[|\mathbf{v}_k^H(i)\boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k^*(i)|^2\Big] + Re\Big[(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{w}_k(i) - \mathbf{g}(i))^H\boldsymbol{\lambda}\Big] + Re\Big[(\mathbf{v}_k^H(i)\mathbf{v}_k(i) - 1)^H\rho\Big]$ com respeito a $\mathbf{w}_k$

e igualando-se o resultado a um vetor nulo tem-se:

$$E\Big[\bar{\mathbf{r}}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\Big]\mathbf{w}_k(i) + \mathbf{D}\mathbf{C}_k\boldsymbol{\lambda} = 0 \implies \mathbf{w}_k(i) = -\bar{\mathbf{R}}_k^{-1}(i)\mathbf{D}\mathbf{C}_k\boldsymbol{\lambda} \quad (7\text{-}11)$$

onde $\mathbf{R}_k(i) = E[\bar{\mathbf{r}}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)]$, $Re(.)$ seleciona a parte real e $\boldsymbol{\lambda}$ é um vetor com multiplicadores de Lagrange. Fixando-se o vetor de parâmetros $\mathbf{w}_k$, calculando-se os termos do gradiente da função Lagrangeana $J_{MV}^l(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k) = E\Big[|\mathbf{v}_k^H(i)\Re(i)\mathbf{w}_k^*(i)|^2\Big] + Re\Big[(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{w}_k(i) - \mathbf{g}(i))^H\boldsymbol{\lambda}\Big] + Re\Big[(\mathbf{v}_k^H(i)\mathbf{v}_k(i) - 1)^H\rho\Big]$ com relação a $\mathbf{v}_k$ e igualando-se os termos resultantes a um vetor nulo obtém-se:

$$E\Big[\mathbf{u}_k(i)\mathbf{u}_k^H(i)\Big]\mathbf{v}_k(i) + \rho\mathbf{v}_k(i) = 0 \implies (\mathbf{R}_{u_k}(i) + \rho\mathbf{I})\mathbf{v}_k(i) = 0 \quad (7\text{-}12)$$

onde $\bar{\mathbf{R}}_{u_k}(i) = E[\mathbf{u}_k(i)\mathbf{u}_k^H(i)]$ e ρ é um multiplicador de Lagrange escalar. Usando-se o conjunto de restrições $\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{g}(i)$ chega-se a $\boldsymbol{\lambda} = -(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{R}_k^{-1}(i)\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{g}(i)$. Utilizando-se (7-11), (7-12) e $\boldsymbol{\lambda}$ chega-se às expressões resultantes para o receptor e o interpolador:

$$\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{f}(\mathbf{v}_k) = \bar{\mathbf{R}}_k(i)^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\bar{\mathbf{R}}_k(i)^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{g}(i) \quad (7\text{-}13)$$

$$\mathbf{v}_k(i) = \mathbf{g}(\mathbf{w}_k) = \arg\min_{\mathbf{v}_k} \ \mathbf{v}_k^H\mathbf{R}_{u_k}(i)\mathbf{v}_k \quad (7\text{-}14)$$

A solução para $\mathbf{v}_k(i)$ é o autovetor de $\bar{\mathbf{R}}_{u_k}(i)$, que corresponde ao menor autovalor de $\bar{\mathbf{R}}_{u_k}(i)$, que pode ser obtido via SVD. A mínima variância pode ser expressa como uma função de $\mathbf{v}_k$:

$$J_{MV}(\mathbf{f}(\mathbf{v}_k), \mathbf{v}_k) = \mathbf{w}_k^H(i)\bar{\mathbf{R}}_k(i)\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{g}^H(i)(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\bar{\mathbf{R}}_k(i)^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{g}(i) \quad (7\text{-}15)$$

De maneira análoga ao projeto do receptor MMSE, são necessárias iterações alternadas entre (7-13) e (7-14) com um valor inicial para a obtenção da solução CMV interpolada. Note também que (7-13) supõe o conhecimento dos parâmetros do canal. Entretanto, em aplicações onde o multi-percurso está presente estes parâmetros não são conhecidos e, deste modo, um procedimento de estimação de canal é necessário. Para estimar o canal às cegas, adota-se o método de Doukopoulos e Moustakides [116, 117]:

$$\hat{\mathbf{g}}(i) = \arg\min_{\mathbf{g}} \ \mathbf{g}^H\mathbf{C}_k^H\mathbf{R}^{-p}(i)\mathbf{C}_k\mathbf{g} \quad (7\text{-}16)$$

sujeito a $||\hat{\mathbf{g}}|| = 1$, onde $\mathbf{R}(i) = E[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)]$, p uma potência finita e cuja solução é o autovetor correspondente ao menor autovalor da matriz $\mathbf{C}_k^H\mathbf{R}(i)^{-p}\mathbf{C}_k$ de dimensão $L_p \times L_p$ através de SVD. Nesta tese os valores de p são limitados a 1, ainda que o desempenho do estimador de canal e conseqüentemente do receptor possa ser melhorado aumentando-se p. Em seguida, são apresentadas soluções iterativas via algoritmos adaptativos.

7.2
Algoritmos Adaptativos

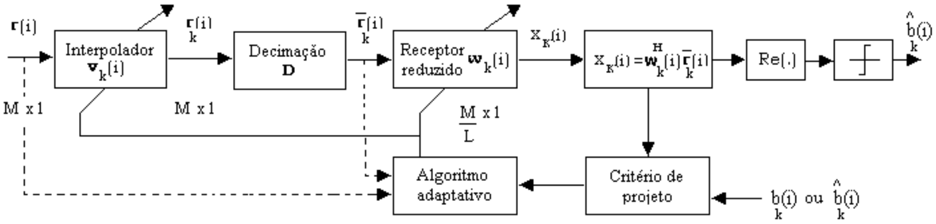

Figura 7.2: Diagrama em blocos da estrutura do receptor AIFIR.

Nesta seção são descritos algoritmos do tipo SG e RLS que ajustam os parâmetros do receptor com posto reduzido e do interpolador com base nos critérios MMSE e CMV. A nova estrutura para receptores, mostrada na Figura 7.2, reúne como atributos uma taxa de convergência rápida, baixa complexidade e flexibilidade adicional já que o engenheiro projetista pode ajustar o fator de interpolação L e o comprimento do interpolador N_I, dependendo dos requisitos da aplicação e da hostilidade do ambiente.

Baseado nos critérios MMSE e CMV, o esquema de recepção proposto tem os seguintes modos de operação: modo de treinamento, onde é usada uma seqüência de treinamento; modo de operação ou *decision-directed*, onde as decisões anteriores são utilizadas para estimar os parâmetros do receptor; e modo às cegas, que emprega o critério CMV e troca a necessidade de uma seqüência de treinamento pelo conhecimento da seqüência de assinatura do usuário de interesse.

7.2.1
Algoritmo LMS Interpolado

Dado o vetor de observação interpolado projetado em uma dimensão reduzida $\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ e o símbolo desejado $b_k(i)$, considere a seguinte função custo:

$$J_{MSE} = |b_k(i) - \mathbf{v}_k^H(i)\boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k^*(i)|^2 \tag{7-17}$$

Calculando-se os termos do gradiente de (7-17) com relação a $\mathbf{w}_k(i+1)$, $\mathbf{v}_k(i+1)$, e usando-se uma otimização do tipo gradiente descendente com os valores instantâneos tem-se:

$$\mathbf{v}_k(i+1) = \mathbf{v}_k(i) + \eta e_k^*(i)\mathbf{u}_k(i) \tag{7-18}$$

$$\mathbf{w}_k(i+1) = \mathbf{w}_k(i) + \mu e_k^*(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i) \tag{7-19}$$

onde $e_k(i) = b_k(i) - \mathbf{w}_k(i)^H\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ é o sinal de erro para o usuário k, $\mathbf{u}_k = \boldsymbol{\Re}(i)\mathbf{w}_k(i)$, μ e η são os passos dos algoritmos para $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$, respectivamente. O algoritmo ILMS descrito nesta parte tem uma complexidade computacional $O(M/L + N_I)$. De fato, a estrutura proposta, troca um algoritmo LMS com complexidade $O(M)$ por dois algoritmos LMS com complexidade $O(M/L)$ e $O(N_I)$, operando em paralelo. É importante ressaltar que, por estabilidade e para facilitar o ajuste dos parâmetros, é conveniente utilizar passos normalizados e conseqüentemente recursões do tipo NLMS [168] quando se opera em ambientes dinâmicos. Desta forma, tem-se $\mu(i) = \frac{\eta_0}{\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)}$ e $\eta(i) = \frac{\mu_0}{\mathbf{u}_k^H(i)\mathbf{u}_k(i)}$ como os passos do algoritmo para $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$, onde μ_0 e η_0 são os fatores de convergência.

7.2.2
Algoritmo RLS Interpolado

Quando os sinais recebidos são muito correlacionados e o sistema DS-CDMA não é capaz de prover um controle de potência eficiente sobre os usuários, o desempenho em termos de velocidade de adaptação e estimação dos receptores pode se deteriorar de forma significativa. Neste caso, uma técnica baseada no critério LS (*Least Squares* - LS) tem o potencial para alcançar um bom desempenho independentemente da dispersão dos autovalores da matriz covariância do vetor recebido [45, 46]. Considere uma estimativa do tipo média temporal da matriz $\bar{\mathbf{R}}_k$ dada por $\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k(i) = \sum_{l=1}^{i} \alpha^{i-l}\bar{\mathbf{r}}_k(l)\bar{\mathbf{r}}_k^H(l)$, onde α é o fator de esquecimento, que pode ser alternativamente expressa por $\hat{\bar{\mathbf{R}}}_\mathbf{k}(i) = \alpha\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k(i-1)+\bar{\mathbf{r}}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)$. Para evitar a inversão de $\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k(i)$ requerida em (7-6), utiliza-se o lema de inversão de matrizes [45, 46] e define-se $\mathbf{P}_k(i) = \hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i)$ e o vetor de ganhos de Kalman

$\mathbf{G}_k(i)$ de acordo com:

$$\mathbf{G}_k(i) = \frac{\alpha^{-1}\mathbf{P}_k(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i)}{1+\alpha^{-1}\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\mathbf{P}_k(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i)} \tag{7-20}$$

e desta forma pode-se reescrever $\mathbf{P}_k(i)$ como

$$\mathbf{P}_k(i) = \alpha^{-1}\mathbf{P}_k(i-1) - \alpha^{-1}\mathbf{G}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\mathbf{P}_k(i-1) \tag{7-21}$$

Rearrumando-se (7-20) tem-se $\mathbf{G}_k(i) = \alpha^{-1}\mathbf{P}_k(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i) - \alpha^{-1}\mathbf{G}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\mathbf{P}_k(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i) = \mathbf{P}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)$. Empregando-se a solução LS (equivalente a (7-6) com matrizes estimadas por médias temporais) e a recursão $\hat{\mathbf{p}}_k(i) = \alpha\hat{\mathbf{p}}_k(i-1) + \bar{\mathbf{r}}_k(i)b_k^*(i)$ obtém-se

$$\mathbf{w}_k(i) = \hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i)\hat{\mathbf{p}}_k(i) = \alpha\mathbf{P}_k(i)\hat{\mathbf{p}}_k(i-1) + \mathbf{P}_k(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)b_k^*(i) \tag{7-22}$$

Substituindo-se (7-21) em (7-22) chega-se a:

$$\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{w}_k(i-1) + \mathbf{G}_k(i)\xi_k^*(i) \tag{7-23}$$

onde o erro de estimação *a priori* é descrito por $\xi_k(i) = b_k(i) - \mathbf{w}_k^H(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i)$. Recursões similares para o interpolador são desenvolvidas usando-se (7-7). A estimativa da matriz $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}$ pode ser obtida através de $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}(i) = \sum_{l=1}^{i}\alpha^{i-l}\mathbf{u}_k(l)\mathbf{u}_k^H(l)$ e pode ser alternativamente reescrita como $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}(i) = \alpha\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}(i-1) + \mathbf{u}_k(i)\mathbf{u}_k^H(i)$. Para evitar a inversão da matriz $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}$ emprega-se o lema de inversão de matrizes novamente e por conveniência de cálculo define-se $\mathbf{P}_{\mathbf{u_k}}(i) = \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}^{-1}(i)$ e o vetor de ganhos de Kalman $\mathbf{G}_{\mathbf{u_k}}(i)$ [45, 46] conforme:

$$\mathbf{G}_{\mathbf{u_k}}(i) = \frac{\alpha^{-1}\mathbf{P}_{\mathbf{u_k}}(i-1)\mathbf{u}_k(i)}{1+\alpha^{-1}\mathbf{u}_k^H(i)\mathbf{P}_{\mathbf{u_k}}(i-1)\mathbf{u}_k(i)} \tag{7-24}$$

e desta maneira pode-se reescrever (7-24) como

$$\mathbf{P}_{\mathbf{u_k}}(i) = \alpha^{-1}\mathbf{P}_{\mathbf{u_k}}(i-1) - \alpha^{-1}\mathbf{G}_{\mathbf{u_k}}(i)\mathbf{u}_k^H(i)\mathbf{P}_{\mathbf{u_k}}(i-1) \tag{7-25}$$

Prosseguindo-se de modo similar à abordagem usada para obter (7-22), chega-se a:

$$\mathbf{v}_k(i) = \mathbf{v}_k(i-1) + \mathbf{G}_{\mathbf{v_k}}(i)\xi_k^*(i) \tag{7-26}$$

O algoritmo IRLS proposto aqui troca uma complexidade computacional $O(M^2)$, requerida pelo RLS convencional [45, 46], por dois algoritmos RLS operando em paralelo, com complexidade $O((M/L)^2)$ e $O(N_I^2)$, respectivamente. Devido ao fato de N_I ser pequeno ($N_I << M$), como será visto mais tarde, a vantagem computacional da técnica IRLS proposta nesta seção é bastante significativa.

7.2.3 Algoritmo CMV-SG Interpolado

Nesta parte, é desenvolvido um algoritmo do tipo SG com base na função custo MV descrita em (7-10) sujeito às restrições $\mathbf{C}_k^H \mathbf{D}^H \mathbf{w}_k(i) = \mathbf{g}(i)$ e $||\mathbf{v}_k(i)|| = 1$. Considere a seguinte função custo equivalente sem restrições:

$$J_{MV} = (\mathbf{v}_k^H(i)\mathbf{u}_k(i)\mathbf{u}_k^H(i)\mathbf{v}_k(i)) + \boldsymbol{\lambda}^H(\mathbf{C}_k^H \mathbf{D}^H \mathbf{w}_k(i) - \mathbf{g}(i)) + (\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{D}\mathbf{C}_k - \mathbf{g}^H(i))\boldsymbol{\lambda} \tag{7-27}$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é um vetor de multiplicadores de Lagrange. Uma solução SG pode ser obtida calculando-se os termos do gradiente de (7-27) com respeito a $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$. Substituindo-se os termos do gradiente nas equações $\mathbf{w}_k(i+1) = \mathbf{w}_k(i) - \mu(i)\nabla J_{\mathbf{w}_k(i)}$ e $\mathbf{v}_k(i+1) = \mathbf{v}_k(i) - \eta(i)\nabla J_{\mathbf{v}_k(i)}$ que minimizam de forma adaptativa J_{MV} com relação a $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{v}_k(i)$ tem-se:

$$\mathbf{w}_k(i+1) = \mathbf{w}_k(i) - \mu(i)(x_k^*(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i) + \mathbf{D}\mathbf{C}_k\boldsymbol{\lambda}(i)) \tag{7-28}$$

$$\mathbf{v}_k(i+1) = \mathbf{v}_k(i) - \eta(i)x_k^*(i)\mathbf{u}_k(i) \tag{7-29}$$

onde $x_k(i) = \mathbf{w}_k^H(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i) = \mathbf{v}_k^H(i)\mathbf{u}_k(i)$. Usando-se o conjunto de restrições $\mathbf{C}_k\mathbf{D}^H\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{g}(i)$ obtém-se o multiplicador de Lagrange

$$\boldsymbol{\lambda}(i) = (\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1} \times (\mathbf{C}^H\mathbf{D}\mathbf{w}_k(i) - \mu\mathbf{C}^H\mathbf{D}x_k^*(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i) - \mathbf{g}(i)) \tag{7-30}$$

Substituindo-se (7-30) em (7-28) chega-se à regra de atualização para estimação dos parâmetros do receptor $\mathbf{w}_k$:

$$\mathbf{w}_k(i+1) = \mathbf{P}_k(\mathbf{w}_k(i) - \mu(i)x_k^*(i)\bar{\mathbf{r}}_k(i)) + \mathbf{D}\mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{g}(i) \tag{7-31}$$

onde $\mathbf{P}_k = \mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H$ é uma matriz que projeta $\mathbf{w}_k$ em um outro hiperplano que leva em consideração as restrições. O uso de (7-29) pode ser acompanhado de uma normalização na qual faz-se $\mathbf{v}_k(i+1) \leftarrow \mathbf{v}_k(i+1)/||\mathbf{v}_k(i+1)||$ para atualizar o interpolador $\mathbf{v}_k$. Contudo, em nossos estudos a normalização do algoritmo SG que ajusta o vetor de parâmetros $\mathbf{v}_k$ não implica em resultados diferentes daqueles alcançados com a recursão sem normalização. A análise de convergência de (7-29) sem normalização é matematicamente mais simples e fornece a percepção necessária para entender o processo de convergência. Por este motivo, é preferível operar o algoritmo sem normalizar o vetor de parâmetros $\mathbf{v}_k$.

Versões normalizadas destes algoritmos podem ser desenvolvidas substituindo-se (7-29) e (7-31) na função custo MV, diferenciando-se a função custo com relação a $\mu(i)$ e $\eta(i)$, igualando-se os termos resultantes a zero e resolvendo as novas equações. Portanto, o algoritmo ICMV-SG descrito aqui pode adotar passos normalizados $\mu_w(i) = \frac{\mu_0}{\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\mathbf{P}_k\bar{\mathbf{r}}_k(i)}$ e $\eta(i) = \frac{\eta_0}{\mathbf{u}_k^H\mathbf{u}_k(i)}$ onde μ_0 e η_0 são os fatores de convergência para $\mathbf{w}_k$ e $\mathbf{v}_k$, respectivamente.

A estimativa do canal $\hat{\mathbf{g}}$ é baseada no método das potências e obtida pela técnica SG descrita em [117]. Esta técnica é uma versão SG do método não supervisionado de estimação de canal descrito em (7-16) e introduzido em [116] que requer apenas $O(L_p)$ operações aritméticas para estimar os parâmetros do multi-percurso contra $O(L_p^3)$ na versão que utiliza a SVD. O procedimento emprega as estimativas $\hat{\mathbf{W}}_k(i) = \mathbf{C}_k^H\hat{\mathbf{V}}_k(i)$, onde a matriz $\mathbf{R}^{-1}(i)\mathbf{C}_k$ é estimada usando-se a seguinte recursão:

$$\hat{\mathbf{V}}_k(i) = \alpha\hat{\mathbf{V}}_k(i-1) + \mu_g\Big(\hat{\mathbf{V}}_k(i-1) - \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)\hat{\mathbf{V}}_k(i-1)\Big) \qquad (7\text{-}32)$$

onde $\hat{\mathbf{V}}_k(0) = \mathbf{C}_k$ e $0 < \alpha < 1$. Para estimar o canal utiliza-se uma iteração de uma variante do método das potências [135] introduzida em [117]:

$$\hat{\mathbf{g}}(i) = (\mathbf{I} - \gamma(i)\hat{\mathbf{W}}_k(i))\hat{\mathbf{g}}(i-1) \qquad (7\text{-}33)$$

onde $\gamma(i) = 1/tr[\hat{\mathbf{W}}_k(i)]$ e $tr[.]$ denota a operação traço. Em seguida, faz-se $\hat{\mathbf{g}}(i) \leftarrow \hat{\mathbf{g}}(i)/||\hat{\mathbf{g}}(i)||$ para normalizar o canal.

Em termos de complexidade computacional, para rejeição da IMA e da IES, os algoritmos às cegas para o receptor interpolado trocam um algoritmo com complexidade $O(M)$ por dois algoritmos autodidatas com complexidade $O(M/L)$ e $O(N_I)$, operando em paralelo.

7.2.4 Algoritmo CMV-RLS Interpolado

Nesta seção descreve-se um algoritmo do tipo RLS baseado no critério CMV. As expressões para os parâmetros do receptor $\mathbf{w}_k$ e do interpolador $\mathbf{v}_k$ em (7-13) e (7-14), respectivamente, são utilizadas para desenvolver um algoritmo do tipo RLS computacionalmente eficiente que estima os parâmetros $\mathbf{w}_k$ e $\mathbf{v}_k$ do receptor interpolado às cegas.

O método iterativo das potências [135] é usado em análise numérica para calcular o autovetor correspondente ao maior valor singular de uma matriz. Neste contexto, para obter uma estimativa de $\mathbf{v}_k$ e evitar o SVD na estimativa da matriz $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}$, é proposta uma variação do método iterativo das potências para obter o autovetor de $\mathbf{R}_{u_k}$ que corresponde ao menor autovalor da matriz $\mathbf{R}_{u_k}$.

De forma similar a [117], aplica-se o método das potências à diferença entre $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}(i)$ e a matriz identidade $\mathbf{I}$, ao invés de aplicá-lo à inversa de $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}(i)$. Esta abordagem leva a uma economia computacional de uma ordem de magnitude já que o SVD requer $O(N_I^3)$, e a nova abordagem necessita de $O(N_I^2)$. Os estudos e simulações empreendidos revelam que este método não implica em perda de desempenho. Portanto, estima-se $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}(i)$ através da recursão $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}(i) = \sum_{n=0}^{i} \alpha^{i-n}\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^H(n)$ e obtém-se uma estimativa do interpolador $\mathbf{v}_k$ de acordo com:

$$\hat{\mathbf{v}}_k(i) = (\mathbf{I} - \nu_k(i)\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}(i))\hat{\mathbf{v}}_k(i-1) \tag{7-34}$$

onde $\nu_k(i) = 1/tr[\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}(i)]$. Em seguida, faz-se $\hat{\mathbf{v}}_k(i) \leftarrow \hat{\mathbf{v}}_k(i)/||\hat{\mathbf{v}}_k(i)||$ para normalizar o interpolador. Vamos considerar agora a seguinte prova para o método em (7-34):

Lema: Supondo-se um ambiente estacionário, considere $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}$ uma estimativa assintótica de $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}$, suponha que o vetor $\mathbf{v}_k$ que satisfaz (7-34) é único e de norma unitária, então com $\nu = 1/tr[\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}]$ a seqüência de vetores $\mathbf{v}_k(i)$ definida por $\hat{\mathbf{v}}(i) = (\mathbf{I} - \nu(i)\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}})\hat{\mathbf{v}}(i-1)$ converge para o $\mathbf{v}_k$ de mínima variância, desde que $\mathbf{v}_k(0)$ não seja ortogonal a $\mathbf{v}_k$.

Prova: Como $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}\mathbf{v}_k = \mathbf{0}$, isto significa que $\mathbf{v}_k$ é um vetor singular da matriz $\mathbf{I} - \nu\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}$ correspondendo ao vetor singular de norma unitária (que é o maior desde que a matriz $\nu(i)\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}}$ não seja não negativa definida com todos os autovalores menores do que um). Usando o SVD pode-se verificar que $\lim_{i\to\infty}(\mathbf{I} - \nu\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{u_k}})^i = \mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^H$, o que produz $\lim_{i\to\infty}\mathbf{v}_k(i) = sgn(\mathbf{v}_k^H\mathbf{v}_k(0))\mathbf{v}_k$.

Para estimar de forma recursiva a matriz $\bar{\mathbf{R}}_k$ e evitar a sua inversão, utiliza-se o lema de inversão de matrizes e recursões do tipo Kalman RLS [45, 46]:

$$\mathbf{G}(i) = \frac{\alpha^{-1}\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i)}{1 + \alpha^{-1}\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i-1)\bar{\mathbf{r}}_k(i)} \tag{7-35}$$

$$\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i) = \alpha^{-1}\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i-1) - \alpha^{-1}\mathbf{G}(i)\bar{\mathbf{r}}_k^H(i)\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i-1) \tag{7-36}$$

onde $0 < \alpha \leq 1$ é o fator de esquecimento. O algoritmo pode ser iniciado com $\bar{\mathbf{R}}_k^{-1}(0) = \delta\mathbf{I}$ e $\mathbf{R}_{\mathbf{u_k}}^{-1}(0) = \delta\mathbf{I}$, onde δ um número escolhido para garantir a estabilidade numérica. Para cálculo do vetor de parâmetros do receptor de posto reduzido $\mathbf{w}_k$, utiliza-se o lema de inversão de matrizes [45, 46] para estimar $(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\bar{\mathbf{R}}_k^{-1}(i)\mathbf{D}\mathbf{C}_k)^{-1}$ como descrito por:

$$\mathbf{\Gamma}_k^{-1}(i) = \frac{1}{1-\alpha}\left[\mathbf{\Gamma}_k^{-1}(i-1) - \frac{\mathbf{\Gamma}_k^{-1}(i-1)\boldsymbol{\gamma}_k(i)\boldsymbol{\gamma}_k^H(i)\mathbf{\Gamma}_k^{-1}(i-1)}{\frac{1-\alpha}{\alpha} + \boldsymbol{\gamma}_k^H(i)\mathbf{\Gamma}_k^{-1}(i)\boldsymbol{\gamma}_k(i)}\right] \quad (7\text{-}37)$$

onde $\mathbf{\Gamma}_k(i)$ é uma estimativa de $(\mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k^{-1}(i)\mathbf{D}\mathbf{C}_k)$ e $\boldsymbol{\gamma}_k(i) = \mathbf{C}_k^H\mathbf{D}^H\mathbf{r}_k(i)$ e desta forma constrói-se o receptor de posto reduzido de acordo com:

$$\mathbf{w}_k(i) = \hat{\bar{\mathbf{R}}}_k(i)^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_k\mathbf{\Gamma}_k^{-1}(i)\hat{\mathbf{g}}(i) \quad (7\text{-}38)$$

Para estimar o canal e evitar o custo computacional do SVD em $\mathbf{C}_k^H\mathbf{R}_k^{-1}(i)\mathbf{C}_k$, estima-se a matriz $\hat{\mathbf{V}}_k(i) = \mathbf{C}_k^H\hat{\mathbf{R}}_k^{-1}(i)\mathbf{C}_k$ e emprega-se uma variante do método das potências [135] introduzida em [117] como descrito por:

$$\hat{\mathbf{g}}(i) = (\mathbf{I} - \gamma(i)\hat{\mathbf{V}}_k(i))\hat{\mathbf{g}}(i-1) \quad (7\text{-}39)$$

onde $\gamma(i) = 1/tr[\hat{\mathbf{V}}_k(i)]$, $tr[.]$ é o operador traço e faz-se $\hat{\mathbf{g}}(i) \leftarrow \hat{\mathbf{g}}(i)/||\hat{\mathbf{g}}(i)||$ para normalizar a estimativa do canal.

Em termos de complexidade computacional, o algoritmo ICMV-RLS para ajuste de parâmetros do receptor linear interpolado troca um algoritmo às cegas com complexidade $O(M^2)$ por dois algoritmos com complexidade $O(M^2/L^2)$ e $O(N_I^2)$ operando em paralelo. Como N_I é pequeno quando comparado a M, como será visto mais adiante, o algoritmo ICMV-RLS com o esquema de recepção proposto oferece um vantagem computacional bastante significativa sobre os algoritmos RLS convencionais.

7.3 Análise de Convergência e Propriedades

Nesta seção investiga-se o comportamento de convergência dos algoritmos do tipo SG para os modos assistido e autodidata apresentados quando estes operam nas estruturas interpoladas propostas. Discute-se a convergência global do método e suas propriedades, a trajetória do vetor médio de parâmetros do receptor e a trajetória do erro médio quadrático (MSE) em excesso no estado estacionário.

Em nossa análise, usa-se a teoria da independência [45, 46] que consiste em quatro pontos:

1. Os vetores recebidos $\mathbf{r}(1), \ldots, \mathbf{r}(i)$ e os seus equivalentes interpolados $\bar{\mathbf{r}}_k(1), \ldots, \bar{\mathbf{r}}_k(i)$ constituem uma seqüência de vetores estatisticamente independentes.

2. No instante de tempo i, $\mathbf{r}(i)$ e $\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ são estatisticamente independentes de $b_k(1), \ldots, b_k(i-1)$.

3. No instante de tempo i, $b_k(i)$ depende de $\mathbf{r}(i)$ e $\mathbf{r}_k(i)$, mas é independente dos anteriores $b_k(n)$, para $n = 1, \ldots, i-1$.

4. Os vetores $\mathbf{r}(i)$ e $\bar{\mathbf{r}}_k(i)$ e a amostra b_k são variáveis com distribuição mutuamente Gaussiana.

No presente caso, é importante notar que a suposição de independência é verificada para sistemas DS-CDMA síncronos [2, 3], que é a situação analisada, mas não para modelos assíncronos, ainda que seja uma boa aproximação.

Para os algoritmos do tipo RLS, espera-se que estas técnicas convirjam para o MMSE da estrutura proposta (não há MSE em excesso, para $\alpha = 1$ e em ambiente estacionário), a sua taxa de convergência seja independente dos autovalores da matriz covariância do sinal de entrada e a convergência seja verificada em cerca de $2M/L$ iterações [45, 46].

7.3.1 Convergência Global do Método e Propriedades

A convergência global do método iterativo que utiliza o receptor com um número de elementos reduzido e um interpolado e suas propriedades é analisada e discutida no Apêndice F.

7.3.2 Trajetória do Vetor Médio de Parâmetros

Nesta parte empreende-se uma análise da trajetória do vetor médio de parâmetros do receptor interpolado quando este opera nos modos supervisionado e às cegas.

Algoritmo Supervisionado:

Para prosseguir, desconsidera-se o índice do usuário k e define-se o vetor de erros do receptor $\mathbf{e}_w(i)$ e do interpolador $\mathbf{e}_v(i)$ no instante de tempo i:

$$\mathbf{e}_w(i) = \mathbf{w}(i) - \mathbf{w}_{opt}, \ \mathbf{e}_v(i) = \mathbf{v}(i) - \mathbf{v}_{opt} \tag{7-40}$$

onde $\mathbf{w}_{opt}$ e $\mathbf{v}_{opt}$ são os vetores de parâmetros ótimos que alcançam o MMSE para a estrutura proposta. Substituindo-se as expressões em (7-40) em (7-18) e (7-19) tem-se:

$$\mathbf{e}_w(i+1) = [\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)]\mathbf{e}_w(i) + \mu\bar{\mathbf{r}}(i)e^*(i) \tag{7-41}$$

$$\mathbf{e}_v(i+1) = [\mathbf{I} - \eta\mathbf{u}(i)\mathbf{u}^H(i)]\mathbf{e}_v(i) + \eta\mathbf{u}(i)e^*(i) \tag{7-42}$$

Aplicando-se o valor esperado em ambos os lados tem-se

$$E[\mathbf{e}_w(i+1)] = [\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{R}}(i)]E[\mathbf{e}_w(i)] + \mu E[\bar{\mathbf{r}}(i)e^*(i)] \tag{7-43}$$

$$E[\mathbf{e}_v(i+1)] = [\mathbf{I} - \eta\mathbf{R}_{\mathbf{u}}(i)]E[\mathbf{e}_v(i)] + \eta E[\mathbf{u}(i)e^*(i)] \tag{7-44}$$

Neste ponto, deve-se notar que os dois vetores de erro têm que ser considerados conjuntamente devido à otimização conjunta do filtro interpolador e do filtro/receptor com posto reduzido. Reescrevendo-se os termos $E[\bar{\mathbf{r}}(i)e^*(i)]$ e $E[\mathbf{u}(i)e^*(i)]$, usando (7-40) e a teoria da independência [45, 46] obtém-se:

$$\begin{aligned} E[\bar{\mathbf{r}}(i)e^*(i)] = \bar{\mathbf{p}}(i) &- E[\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{v}^T(i)\mathfrak{R}^H(i)]E[\mathbf{e}_w(i)] - E[\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*]E[\mathbf{e}_v(i)] \\ &- E[\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*\mathbf{v}_{opt}] \end{aligned} \tag{7-45}$$

$$\begin{aligned} E[\mathbf{u}(i)e^*(i)] = \bar{\mathbf{p}}_{\mathbf{u}}(i) &- E[\mathbf{u}(i)\mathbf{w}^T(i)\mathfrak{R}^*(i)]E[\mathbf{e}_v(i)] - E[\mathbf{u}(i)\mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^H]E[\mathbf{e}_w(i)] \\ &- E[\mathbf{u}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*\mathbf{v}_{opt}] \end{aligned} \tag{7-46}$$

Combinando-se (7-43), (7-44), (7-45) e (7-46) a trajetória dos vetores de erro é descrita por:

$$\begin{bmatrix} E[\mathbf{e}_w(i+1)] \\ E[\mathbf{e}_v(i+1)] \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} E[\mathbf{e}_w(i)] \\ E[\mathbf{e}_v(i)] \end{bmatrix} + \mathbf{B} \tag{7-47}$$

onde $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{R}}) - \mu E[\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{v}^T(i)\mathfrak{R}^H(i)] & -\mu E[\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)] \\ -\eta E[\mathbf{u}(i)\mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^H(i)] & (\mathbf{I} - \eta\bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{u}}) - \eta E[\mathbf{u}(i)\mathbf{w}^T(i)\mathfrak{R}^*(i)] \end{bmatrix}$
e
$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{p}}(i) - E[\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*\mathbf{v}_{opt}] \\ \bar{\mathbf{p}}_{\mathbf{u}}(i) - E[\mathbf{u}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*\mathbf{v}_{opt}] \end{bmatrix}$. A equação (7-47) implica que a estabilidade dos algoritmos na estrutura proposta depende da estabilidade da matriz $\mathbf{A}$. Para estabilidade, os passos devem ser escolhidos de modo que os autovalores de $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$ sejam menores que um.

Algoritmo às Cegas:

A análise da trajetória do vetor médio de parâmetros para o algoritmo às cegas é ligeiramente diferente de [86] porque esta abordagem adota a técnica SG de estimação de canal proposta por Doukopoulos e Moustakides [117], que produzem melhores estimativas de canal do que o método de [86]. Desta forma, considere a estimação conjunta de $\mathbf{w}_k$ e $\mathbf{v}_k$, enquanto $\mathbf{g}$ é um vetor de parâmetros cujo processo de estimação é desacoplado (porém conjunto). Para prosseguir, deixa-se de lado o índice do usuário k para facilitar a apresentação e substitui-se as expressões de (7-40) em (7-29) e (7-31) que resultam em:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_w(i+1) =& [\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)]\mathbf{e}_w(i) + \mathbf{DC}(\mathbf{C}^H\mathbf{D}^H\mathbf{DC})^{-1}\mathbf{g}(i) \\ & - \mu\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{w}_{opt} - \mu\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^H(i)\mathbf{e}_v(i) \end{aligned} \tag{7-48}$$

$$\mathbf{e}_v(i+1) = [\mathbf{I} - \eta\mathbf{u}(i)\mathbf{u}^H(i)]\mathbf{e}_v(i) - \eta\mathbf{u}(i)\mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{e}_w(i) - \eta\mathbf{u}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{v}_{opt} \tag{7-49}$$

onde é usado o fato de que os seguintes escalares têm expressões equivalentes dadas por $(\mathbf{e}_w^T(i)\mathfrak{R}^H(i)\mathbf{v}_{opt})^T = (\mathbf{e}_w^T(i)\mathfrak{R}^H(i)\mathbf{v}_{opt}) = \mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{e}_w(i)$ e $(\mathbf{e}_v^T(i)\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{w}_{opt})^T = (\mathbf{e}_v^T(i)\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{w}_{opt}) = \mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^H(i)\mathbf{e}_v(i)$. Aplicando-se o valor esperado em ambos os lados e eliminando-se o termo $\mu\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{v}_{opt}\mathfrak{R}^*(i)\mathbf{w}_{opt}$ de modo análogo a [86] tem-se

$$\begin{aligned} E[\mathbf{e}_w(i+1)] =& [\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{R}}(i)]E[\mathbf{e}_w(i)] + \mathbf{DC}(\mathbf{C}^H\mathbf{D}^H\mathbf{DC})^{-1}E[\mathbf{g}(i)] \\ & - \mu\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^H(i)\mathbf{e}_v(i) \end{aligned} \tag{7-50}$$

$$\begin{aligned} E[\mathbf{e}_v(i+1)] =& [\mathbf{I} - \eta\mathbf{R}_{\mathbf{u}}(i)]E[\mathbf{e}_v(i)] - \eta E[\mathbf{u}(i)\mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)]E[\mathbf{e}_w(i)] \\ & - \eta E[\mathbf{u}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)]\mathbf{v}_{opt} \end{aligned} \tag{7-51}$$

Combinando-se (7-50) e (7-51) a trajetória dos vetores de erro para o caso de mínima variância é descrita por:

$$\begin{bmatrix} E[\mathbf{e}_w(i+1)] \\ E[\mathbf{e}_v(i+1)] \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{MV} \begin{bmatrix} E[\mathbf{e}_w(i)] \\ E[\mathbf{e}_v(i)] \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{MV} \tag{7-52}$$

onde $\mathbf{A}_{MV} = \begin{bmatrix} [\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{R}}(i)] & -\mu\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^H(i) \\ -\eta E[\mathbf{u}(i)\mathbf{v}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)] & [\mathbf{I} - \eta\mathbf{R}_{\mathbf{u}}(i)]E[\mathbf{e}_v(i)] \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B}_{MV} = \begin{bmatrix} \mathbf{DC}(\mathbf{C}^H\mathbf{D}^H\mathbf{DC})^{-1}E[\mathbf{g}(i)] \\ -\eta E[\mathbf{u}(i)\mathbf{w}_{opt}^T\mathfrak{R}^*(i)]\mathbf{v}_{opt} \end{bmatrix}$. A equação (7-52) sugere que a estabilidade dos algoritmos na estrutura proposta depende da estabilidade da matriz $\mathbf{A}_{MV}$. Para estabilidade, os passos devem ser escolhidos de maneira que os autovalores de $\mathbf{A}_{MV}^H\mathbf{A}_{MV}$ sejam menores que um.

7.3.3
Trajetória do MSE em Excesso

Nesta seção descreve-se a trajetória do MSE em excesso em estado estacionário dos algoritmos supervisionado e às cegas.

Algoritmo Supervisionado

A análise do algoritmo LMS usando a estrutura interpolada proposta e o cálculo do MSE em excesso no estado estacionário se assemelha ao procedimento em [45]. No presente caso, uma estrutura interpolada com otimização conjunta do interpolador $\mathbf{v}_k$ e do receptor com posto reduzido $\mathbf{w}_k$ é levada em conta. Apesar da otimização conjunta, para o cálculo do MSE em excesso, considera-se apenas o vetor de parâmetros do receptor com posto reduzido $\mathbf{w}_k$ porque o MSE alcançado na convergência por (7-8) e (7-9) deve ser o mesmo. Neste ponto, descarta-se o índice do usuário k para facilitar a apresentação. Considere o MSE no instante de tempo $i+1$:

$$\epsilon(i+1) = E[|b(i+1) - \mathbf{w}^H(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)|^2] \tag{7-53}$$

Usando-se $\mathbf{w}(i+1) = \mathbf{w}_{opt} + \mathbf{e}_w(i+1)$, onde $\mathbf{w}_{opt}$ e $\mathbf{v}_{opt}$ são os valores ótimos para o receptor e o interpolador, respectivamente, e o fato de que as expressões em (7-8) e (7-9) são iguais para $\mathbf{w}_{opt}$ e $\mathbf{v}_{opt}$, o MSE é dado por:

$$
\begin{aligned}
\epsilon(i+1) &= \sigma_b^2 - \bar{\mathbf{p}}^H(i+1)\bar{\mathbf{R}}^{-1}(i+1)\bar{\mathbf{p}}(i+1) - \bar{\mathbf{p}}^H(i+1)\mathbf{e}_w(i+1) \\
&\quad - \mathbf{e}_w^H(i+1)\bar{\mathbf{p}}(i+1) - \mathbf{w}_{opt}^H\bar{\mathbf{p}}(i+1) + \mathbf{w}_{opt}^H\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{w}_{opt} \\
&\quad + \mathbf{w}_{opt}^H\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{e}_w(i+1) + \mathbf{e}_w^H(i+1)\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{w}_{opt} \\
&\quad + E[\mathbf{e}_w(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)] \\
&= \sigma_b^2 - \bar{\mathbf{p}}^H(i+1)\bar{\mathbf{R}}^{-1}(i+1)\bar{\mathbf{p}}(i+1) + E[\mathbf{e}_w(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)] \\
&= J_{MMSE}(\mathbf{w}_{opt}, \mathbf{v}_{opt}) + \xi_{exc}(i+1)
\end{aligned}
\tag{7-54}
$$

onde $\bar{\mathbf{R}}(i) = E[\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)$, definida em conexão com (7-6), é a matriz covariância de $\bar{\mathbf{r}}(i)$, $\bar{\mathbf{p}}(i+1) = E[b^*(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)]$, $\epsilon_{min} = J_{MMSE}(\mathbf{w}_{opt}, \mathbf{v}_{opt}) = \sigma_b^2 - \bar{\mathbf{p}}^H(i+1)\bar{\mathbf{R}}^{-1}(i+1)\bar{\mathbf{p}}(i+1)$ é o MMSE alcançado pela estrutura proposta quando tem-se $\mathbf{w}_{opt}$ e $\mathbf{v}_{opt}$, e $\xi_{exc}(i+1) = E[\mathbf{e}_w^H(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)\mathbf{e}_w(i+1)]$ é o MSE em excesso no instante de tempo $i+1$. Para calcular o MSE em excesso deve-se avaliar o termo $\xi_{exc}(i+1)$. Invocando-se a suposição de independência e as propriedades do traço [45] pode-se simplificar as expectativas com:

$$
\begin{aligned}
E[\mathbf{e}_w^H(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)\mathbf{e}_w(i+1)] &= tr\Big[E[\bar{\mathbf{r}}(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)]E[\mathbf{e}_w(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)]\Big] \\
&= tr\Big[\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{K}(i+1)\Big]
\end{aligned}
\tag{7-55}
$$

Nas etapas seguintes da análise, supõe-se que i é suficientemente grande tal que a matriz $\bar{\mathbf{R}}(i) \approx \bar{\mathbf{R}}(\infty) = \bar{\mathbf{R}}$. Para prosseguir, define-se algumas novas quantidades que deverão realizar a rotação de coordenadas para facilitar a análise como explicado em [45]. Define-se $\mathbf{Q}^H\bar{\mathbf{R}}\mathbf{Q} = \mathbf{\Lambda}$, onde $\mathbf{\Lambda}$ é a matriz diagonal com os autovalores de $\bar{\mathbf{R}}$ e $\mathbf{Q}$ é a matriz unitária com os autovetores associados a estes autovalores. Definindo-se $\mathbf{Q}^H\mathbf{K}\mathbf{Q} = \mathbf{X}$ obtém-se:

$$
\begin{aligned}
\xi_{exc}(i+1) &= tr\Big[\bar{\mathbf{R}}\mathbf{K}(i+1)\Big] = tr\Big[\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H\mathbf{Q}\bar{\mathbf{X}}(i+1)\mathbf{Q}^H\Big] \\
&= tr\Big[\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\bar{\mathbf{X}}(i+1)\mathbf{Q}^H\Big] = tr\Big[\mathbf{Q}^H\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\bar{\mathbf{X}}(i+1)\Big] = tr\Big[\mathbf{\Lambda}\bar{\mathbf{X}}(i+1)\Big]
\end{aligned}
\tag{7-56}
$$

onde são usadas as propriedades do traço e $\mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = \mathbf{I}$. Como $\mathbf{\Lambda}$ é uma matriz diagonal com dimensão M/L tem-se

$$
\xi_{exc}(i+1) = \sum_{n=1}^{M/L} \lambda_n x_n(i+1) \tag{7-57}
$$

onde $x_n, \ n = 1, 2, \ \ldots \ M/L$ são os elementos da diagonal de $\mathbf{X}(i)$. Aqui, pode-se usar (7-43), invocar-se a teoria da independência [45, 46] de modo a descrever a matriz correlação do vetor-erro dos parâmetros:

$$\mathbf{K}(i+1) = E[\mathbf{e}_w(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)] = (\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{R}}(i))\mathbf{K}(i)(\mathbf{I} - \mu\bar{\mathbf{R}}(i)) + \mu^2\epsilon_{min} \tag{7-58}$$

Em seguida, usando-se as transformações $\mathbf{Q}^H\bar{\mathbf{R}}\mathbf{Q} = \mathbf{\Lambda}$, $\mathbf{Q}^H\mathbf{K}\mathbf{Q} = \mathbf{X}$ e de forma similar a [45], uma equação recursiva em termos de $\mathbf{X}(i)$ e $\mathbf{\Lambda}$ pode ser escrita:

$$\mathbf{X}(i+1) = (\mathbf{I} - \mu\mathbf{\Lambda})\mathbf{X}(i)(\mathbf{I} - \mu\mathbf{\Lambda}) + \mu^2\epsilon_{min}\mathbf{\Lambda} \tag{7-59}$$

Em função da estrutura acima, pode-se desacoplar os elementos $x_n(i)$ dos termos fora da diagonal e, desta maneira, $\xi_{exc}(i+1)$ depende de $x_n(i)$ de acordo com a seguinte recursão:

$$x_n(i+1) = (1 - \mu\lambda_n)^2 x_n(i) + \mu^2\epsilon_{min}\lambda_n \tag{7-60}$$

Neste ponto, nota-se que tal relação recursiva converge desde que todas as raízes estejam dentro do círculo unitário, isto é, $(1 - \mu\lambda_n)^2 < 1$ para todo n, e deste modo tem-se para estabilidade:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}} \tag{7-61}$$

onde λ_{max} é o maior autovalor da matriz $\bar{\mathbf{R}}$. Na prática, usa-se $tr[\bar{\mathbf{R}}]$ como uma estimativa conservadora de λ_{max}. Aplicando-se $\lim_{i\rightarrow\infty}$ em ambos os lados de (7-60),tem-se $x_n(\infty) = \frac{\mu}{2+\mu\lambda_n}\epsilon_{min}$. Então, aplicando-se o limite em ambos os lados de (7-57) e usando-se $x_n(\infty)$ a expressão para o MSE em excesso no estado estacionário é obtida:

$$\xi_{exc}(\infty) = \sum_{n=1}^{M/L} \lambda_n x_n(\infty) = \sum_{n=1}^{M/L} \frac{\mu\lambda_n}{2 + \mu\lambda_n}\epsilon_{min} = \frac{\frac{\mu}{2}\ tr[\bar{\mathbf{R}}]}{1 - \frac{\mu}{2}\ tr[\bar{\mathbf{R}}]}\epsilon_{min} \tag{7-62}$$

A expressão (7-62) pode ser usada para uma previsão semi-analítica do MSE em excesso, onde $\bar{\mathbf{R}}$, definida em conexão com (7-6) deve ser estimado por simulação. Alternativamente, pode-se realizar a análise para o interpolador $\mathbf{v}$, que resulta na expressão $\xi_{exc}(\infty) = \frac{\frac{\eta}{2}\ tr[\mathbf{R_u}]}{1-\frac{\eta}{2}\ tr[\mathbf{R_u}]}\epsilon_{min}$, onde η é o passo do interpolador, a matriz $\mathbf{R}_u = \mathbf{R}_u(\infty)$ e $\mathbf{R}_u(i) = E[\mathbf{u}(i)\mathbf{u}^H(i)]$, como definido em conexão com (7-7). Um resultado analítico mais completo, expresso em função de ambos os passos, μ e η, e de estatísticas do vetor de observação não interpolado $\mathbf{r}(i)$ requer um estudo mais aprofundado com vistas à determinação do $tr[\bar{\mathbf{R}}(\infty)]$, que depende de η ou $tr[\mathbf{R}_{\mathbf{u}}(\infty)]$, que depende de μ.

Algoritmo às Cegas

O algoritmo às cegas na estrutura proposta é uma técnica de mínima variância e o MSE em excesso no estado estacionário é descrito por uma abordagem parecida com [86]. No presente contexto, no entanto, uma estrutura interpolada com otimização conjunta do interpolador $\mathbf{v}_k$ e do receptor com posto reduzido $\mathbf{w}_k$ é levada em consideração. Em particular, é suficiente considerar o cálculo do MSE em excesso apenas para o vetor de parâmetros do receptor com posto reduzido $\mathbf{w}_k$ porque os valores do MSE alcançado na convergência pelas recursões, que trabalham em paralelo, para ajustar $\mathbf{w}_k$ e $\mathbf{v}_k$ devem ser os mesmos. Aqui, descarta-se o índice do usuário k para facilitar a apresentação. Considere o MSE no instante de tempo $i+1$:

$$\epsilon(i+1) = E[|b(i+1) - \mathbf{w}^H(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)|^2] \tag{7-63}$$

Usando-se $\mathbf{w}(i+1) = \mathbf{w}_{opt} + \mathbf{e}_w(i+1)$ e a suposição de independência o MSE pode ser expresso por:

$$\begin{aligned}\epsilon(i+1) =& \epsilon_{min} - E[b(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)]\mathbf{e}_w(i+1) - \mathbf{e}_w^H(i+1)E[b^*(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)]+ \\ &+ \mathbf{w}_{opt}^H\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{e}_w(i+1) + \mathbf{e}_w^H(i+1)\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{w}_{opt} + \xi_{exc}(i+1)\end{aligned} \tag{7-64}$$

onde $\epsilon_{min} = \sigma_b - E[b(i+1)\bar{\mathbf{r}}^H(i+1)]\mathbf{w}_{opt} - \mathbf{w}_{opt}^H E[b^*(i+1)\bar{\mathbf{r}}(i+1)] + \mathbf{w}_{opt}^H\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{w}_{opt}$ é o MSE com o receptor de posto reduzido ótimo $\mathbf{w}_{opt}$ e o interpolador ótimo $\mathbf{v}_{opt}$ e $\xi_{exc}(i+1) = E[\mathbf{e}_w^H(i+1)\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{e}_w(i+1)]$ é o MSE em excesso no instante $i+1$. Como $\lim_{i\to\infty} E[\mathbf{e}_w(i)] = \mathbf{0}$, tem-se:

$$\lim_{i\to\infty} \epsilon(i+1) = \epsilon_{min} + \lim_{i\to\infty} \xi_{exc}(i+1) \tag{7-65}$$

Note que o segundo termo de (7-65) é o MSE em excesso no estado estacionário devido à adaptação, e que é relacionado com $\mathbf{w}$ através de:

$$\bar{\xi}_{exc}(\infty) = \lim_{i\to\infty} trE[\bar{\mathbf{R}}(i+1)\mathbf{e}_w(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)] \tag{7-66}$$

resultando em

$$\bar{\xi}_{exc}(\infty) = trE[\bar{\mathbf{R}}\mathbf{R}_e] = vec^H(\bar{\mathbf{R}})vec(\mathbf{R}_e) \tag{7-67}$$

onde $\mathbf{R}_e(i) = E[\mathbf{e}_w(i)\mathbf{e}_w^H(i)]$, $\mathbf{R}_e = \lim_{i\to\infty}\mathbf{R}_e(i)$, $\bar{\mathbf{R}} = \lim_{i\to\infty}\bar{\mathbf{R}}(i)$ e foi usada uma propriedade do traço. Neste ponto, nota-se que para avaliar $\bar{\xi}_{exc}(\infty)$ é suficiente estudar a matriz $\mathbf{R}_e$, que depende da trajetória do vetor-erro de parâmetros. Por simplicidade e de forma análoga a [86] supõe-se que $\mathbf{e}_g(i) \approx \mathbf{C}^H\mathbf{D}^H\mathbf{e}_w(i)$, que é válido quando a adaptação se aproxima do estado estacionário. Usando-se a expressão de $\mathbf{e}_w(i+1)$, e aplicando-se o valor esperado a ambos os lados de $\mathbf{e}_w(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)$, a matriz resultante $\mathbf{R}_e(i+1)$ é descrita por:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_e(i+1) \approx \mathbf{R}_e(i) &- \mu(\mathbf{R}_e(i)\bar{\mathbf{R}}(i)\mathbf{P}(i) + \mathbf{P}(i)\bar{\mathbf{R}}(i)\mathbf{R}_e(i))\\ &- \mu E[\boldsymbol{\Upsilon}(i)\mathbf{e}_w(i)\mathbf{w}_{opt}^H\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)\mathbf{P}(i) + \mathbf{P}(i)\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)\mathbf{w}_{opt}\mathbf{e}_w^H(i)\boldsymbol{\Upsilon}^H(i)]\\ &+ \mu^2 E[\mathbf{P}(i)\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^H + \mathbf{R}_e(i))\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)\mathbf{P}(i)]\end{aligned} \tag{7-68}$$

onde $\boldsymbol{\Upsilon}(i) = \mathbf{I} - \mu\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\mathbf{r}^H(i)$. Como $\lim_{i\to\infty}\mathbf{R}_e(i+1) = \mathbf{R}_e$ e $\lim_{i\to\infty} E[\mathbf{e}_w(i)] = \mathbf{0}$, aplicando-se limites aos dois lados de (7-68) e substituindo-se $\boldsymbol{\Upsilon}(i)$, produz-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{R}_e\bar{\mathbf{R}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\bar{\mathbf{R}}\mathbf{R}_e \approx \mu \lim_{i\to\infty} E[\mathbf{P}\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^H + \mathbf{R}_e)\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)\mathbf{P}] \tag{7-69}$$

Aqui, uma expressão para $\bar{\xi}_{exc}(\infty)$ pode ser obtida usando-se as propriedades do produto de Kronecker e rearrumando-se todos os elementos da matriz em um vetor-coluna através da operação "vec". Desta forma, a expressão para o MSE em excesso no excesso no estado estacionário é dada por:

$$\bar{\xi}_{exc}(\infty) = tr\Big[\bar{\mathbf{R}}\mathbf{R}_e\Big] = \mu\ vec^H(\bar{\mathbf{R}})\mathbf{T}^{-1}\mathbf{a} \tag{7-70}$$

onde $\mathbf{T} = (\bar{\mathbf{R}}\mathbf{P})^T \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes (\mathbf{P}\bar{\mathbf{R}}) - \mu[\mathbf{P}^T \otimes \mathbf{P}]\lim_{i\to\infty} E\Big[(\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}(i)^H)^T \otimes (\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}(i)^H)\Big]$, $\mathbf{a} = \Big[(\mathbf{P})^T \otimes \mathbf{P}\Big]\lim_{i\to\infty} E\Big[(\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i))^T \otimes (\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i))\Big]\ vec(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^H)$ e $\otimes$ representa o produto de Kronecker. A expressão em (7-70) pode ser usada para estimar de modo semi-analítico o MSE em excesso, onde as matrizes $\bar{\mathbf{R}}$, $\mathbf{T}$ e o vetor $\mathbf{a}$ são obtidos por simulação.

7.4 Simulações

Nesta seção investiga-se a eficácia da estrutura linear de recepção e os algoritmos propostos através de simulações e verifica-se a validade da análise de convergência empreendida para prever o MSE obtido pelos algoritmos adaptativos. Foram conduzidos experimentos em cenários estacionários e dinâmicos para avaliar o desempenho de convergência em termos da SINR da estrutura e algoritmos propostos. Os novos esquemas e abordagens adaptativas são comparados com outras técnicas relatadas recentemente, que são as versões adaptativas do receptor linear com filtro inteiro (*full-rank*) usando os critérios MMSE [55, 142] e CMV [86], o método de decomposição singular PC [143, 144], o desespalhamento parcial (PD) [147, 148] e o filtro de Wiener multi-estágios (MWF) [149, 156], onde as técnicas de posto reduzido comparadas (PC, PD e MWF) têm posto D. Além disso, o desempenho em BER dos receptores usando as técnicas analisadas é avaliado para diferentes cargas (K/N), ganhos de processamento (N), número de percursos do canal (L_p) e perfis, e taxas de desvanecimento. O sistema DS-CDMA usado emprega seqüências de Gold com comprimento $N = 31$ e $N = 63$.

Em razão do enlace considerado ser o *downlink*, os usuários experimentam as mesmas condições de canal. Todos os canais supõem que $L_p = 6$ é um limitante superior (ainda que o número efetivo de percursos seja indicado nos experimentos) e são normalizados de modo que se tenha potência unitária $\sum_{l=1}^{L_p} p_l^2 = 1$. Para os canais com desvanecimento, a seqüência de coeficientes do canal $h_l(i) = p_l \alpha_l(i)$ ($l = 0, 1, 2$), onde $\alpha_l(i)$, é uma seqüência de variáveis aleatórias gaussianas complexas obtida pela aplicação de ruído gaussiano branco complexo em um filtro com função de transferência aproximada $c/\sqrt{1-(f/f_d)^2}$ onde c é uma constante de normalização, $f_d = v/\lambda$ é o máximo desvio Doppler, λ é o comprimento de onda da freqüência da portadora, e v é a velocidade do terminal móvel [52]. Este procedimento corresponde à geração de seqüências independentes de variáveis aleatórias correlacionadas ($E[|\alpha_l^2(i)|] = 1$) cuja envoltória tem distribuição de Rayleigh. A ambigüidade de fase derivada do método de estimação de canal às cegas em [117] é eliminada nas simulações usando-se a fase de $\mathbf{g}(0)$ como uma referência para remover a ambigüidade e para canais com desvanecimento, supõe-se que o rastreamento da fase é ideal e expressa-se os resultados em termos da freqüência de Doppler normalizada f_dT (ciclos/símbolo). Alternativamente, pode-se adotar modulação diferencial para combater as rotações de fase. Para os receptores interpolados propostos emprega-se $M = (N + L_p - 1)/L$ elementos adaptativos para $L = 2, 3, 4, 8$, e quando M não é inteiro aproxima-se este parâmetro para o inteiro mais próximo. Para o receptor com o número inteiro de elementos (*full-rank*) tem-se $M = (N + L_p - 1)$.

Nos experimentos seguintes, indica-se o tipo de algoritmo adaptativo usado (ou se o método iterativo com inversão de matrizes foi adotado) e o tipo de operação, isto é, modo de treinamento, modo de operação e modo às cegas. Para os algoritmos que requerem treinamento, o receptor utiliza seqüências de treinamento com N_{tr} símbolos e, em seguida, troca-se para o modo de operação (*decision-directed*). O receptor linear com filtro inteiro (*full-rank*) é considerado com o método iterativo que inverte matrizes e com as técnicas adaptativas NLMS e RLS. Os receptores interpolados são denominados INT, o método PC [143] requer SVD na matriz covariância da observação $\mathbf{r}(i)$ e a dimensão do sub-espaço é escolhida como $D = K$ a fim de garantir o melhor desempenho desta técnica. Para a abordagem PD, as colunas da matriz de projeção são segmentos não sobrepostos de $\mathbf{s}_k$, conforme descrito em [147, 148], enquanto que para o MWF [149] e suas versões adaptativas, MWF-SG e MWF-recursivo [156] o número de estágios D é otimizado para cada situação. O receptor RAKE no modo supervisionado utiliza os algoritmos NLMS, RLS e uma seqüência de treinamento para estimar seus parâmetros.

Com relação aos algoritmos às cegas, a técnica SG com o receptor *full-rank* corresponde à recursão do tipo SG de [86] com um passo normalizado e a abordagem RLS é a mesma introduzida em [86]. O novo receptor interpolado, isto é o INT, usa os algoritmos denominados ICMV-SG e ICMV-RLS. As diferentes técnicas de recepção, algoritmos, ganhos de processamento N, fatores de interpolação L e outros parâmetros são mostrados nas legendas. O receptor baseado na decomposição de valores singulares de [144] é chamado de PC-Wang & Poor e utiliza (nas comparações deste capítulo) o SVD para obter os autovetores e autovalores da matriz $\mathbf{R}$. Com respeito à estimação às cegas de canal, utiliza-se (7-16) para as abordagens iterativas com inversão de matrizes, adota-se os métodos em (7-32) e (7-33) para todos os receptores com técnicas SG, enquanto que para os detectores com algoritmos RLS usa-se (7-39). O MWF às cegas (BMWF) e suas versões adaptativas (BMWF-SG e BMWF-recursivo) [156] têm o número de estágios D otimizados para cada situação e emprega-se os métodos de estimação descritos em (7-16) (caso MWF), (7-32) e (7-33) (caso MWF-SG) e (7-39) (caso MWF-recursivo) para obter as seqüências de assinatura efetiva em multi-percurso. Para os receptores RAKE [1, 2], a estimação de canal é a descrita em (7-16). Para os métodos iterativos com inversão de matrizes, emprega-se o algoritmo SG de estimação de canal em (7-32) e (7-33) quando comparado com receptores baseados na técnica SG, enquanto que para receptores ajustados com algoritmos RLS usa-se o estimador de canal dado por (7-39).

7.4.1 Desempenho de Convergência em termos de MSE: Resultados Analíticos

Nesta parte são verificados os resultados analíticos de (7-62) e (7-70) da seção sobre a análise de convergência dos algoritmos e a eficácia destas expressões para estimar o MSE em excesso dos mecanismos SG. O MSE em estado estacionário entre o símbolo desejado e o símbolo estimado obtido através de simulação é comparado com o MSE em estado estacionário calculado com a ajuda das expressões desenvolvidas na Seção 7.3. Para ilustrar a utilidade da análise foram conduzidos alguns experimentos e tiradas as médias de 200 repetições. Os interpoladores foram projetados com $N_I = 3$ elementos e os canais são constituídos por 3 percursos com potências dadas por 0, -6 e -10 dB, respectivamente, onde em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma variável aleatória discreta uniforme (vau) entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e $(5-\tau_2)$ *chips* em um cenário com perfeito controle de potência. É importante ressaltar que, no início dos experimentos, os algoritmos supervisionados realizam a adaptação a partir de um vetor nulo, ao passo que as técnicas autodidatas utilizam a assinatura do usuário desejado, o que propicia taxas de convergência mais rápidas para os algoritmos não supervisionados.

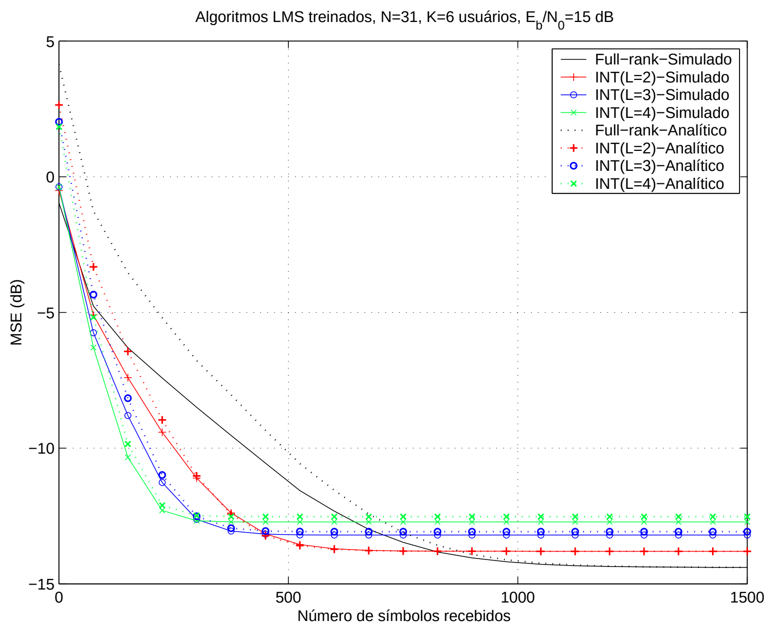

Figura 7.3: Desempenho de convergência em MSE para os resultados analíticos e simulados versus número de símbolos recebidos usando o algoritmo LMS no modo de treinamento.

No primeiro experimento, foram considerados os algoritmos LMS em modo de treinamento e os parâmetros destas técnicas foram ajustados de modo a alcançar um MSE em estado estacionário pequeno após a convergência. Os parâmetros de convergência são μ igual a $0,05$, $0,06$, $0,075$ e $0,09$ para o receptor com filtro cheio *full-rank* e o INT com L=2,3 e 4, respectivamente, e $\eta = 0,005$ para o interpolador com qualquer L. Os resultados são mostrados na Figura 7.3, e indicam que os as curvas analíticas coincidem com aquelas obtidas por simulação após a convergência, verificando a validade da análise.

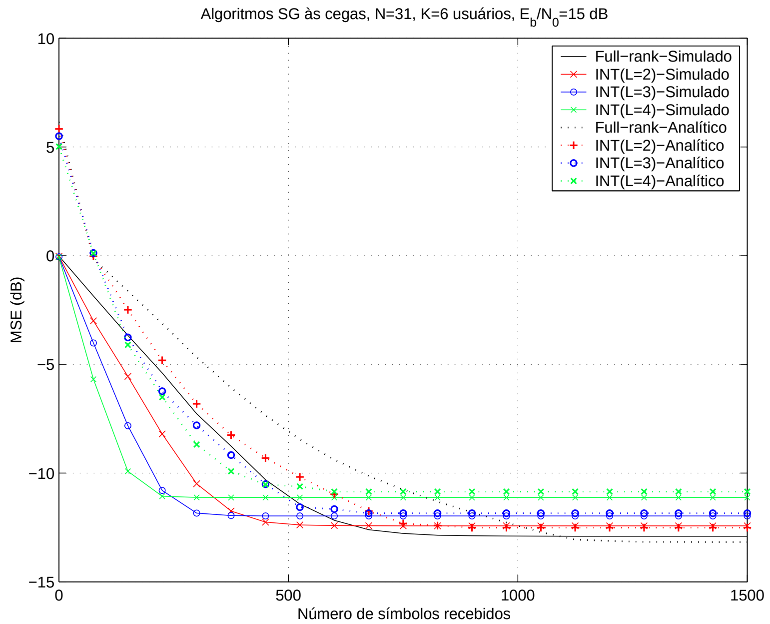

Figura 7.4: Desempenho de convergência em MSE para o resultados analíticos e simulados versus número de símbolos recebidos usando o algoritmo SG às cegas.

No segundo experimento, foram considerados os algoritmos SG às cegas e ajustados os passos das recursões de modo a atingir um MSE pequeno em estado estacionário, de forma análoga ao caso LMS. Os valores escolhidos são μ igual a 0.0009, 0.001, 0.0025 e 0.004 para o receptor com filtro cheiro (*full-rank*) e o INT com L=2,3 e 4, respectivamente, e $\eta = 0,005$ para o interpolador com qualquer L. As curvas, ilustradas na Figura 7.4, revelam que as curvas analíticas estão de acordo com aquelas obtidas via simulação após a convergência, confirmando a eficácia das aproximações usadas na análise de convergência.

7.4.2 Desempenho de Convergência em Termos de SINR

A SINR na saída do receptor é usada nesta parte para avaliar o desempenho de convergência dos métodos analisados. Nos experimentos seguintes, são examinadas as técnicas de recepção adaptativa e os seus respectivos algoritmos: INT, PC, PD, MWF e o RAKE. É importante enfatizar que os parâmetros dos algoritmos e dos receptores foram ajustados de modo a otimizar o desempenho e prover uma base de comparação adequada entre as diferentes técnicas.

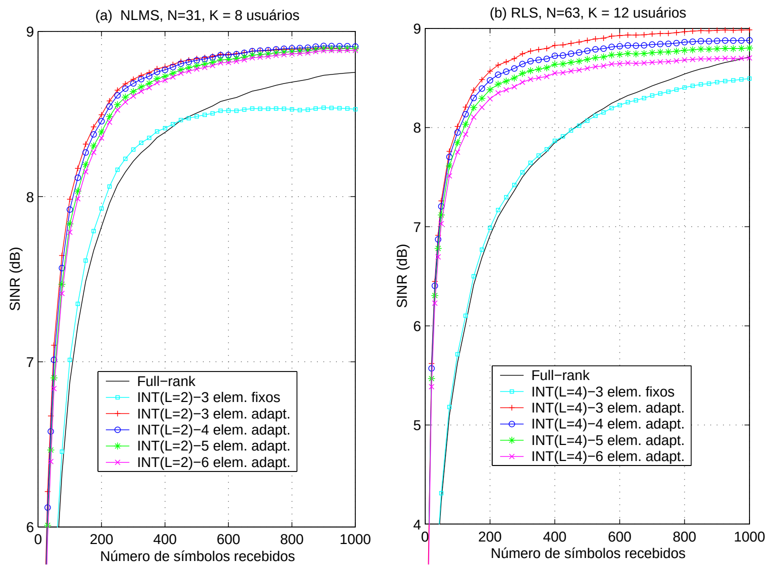

Figura 7.5: Projeto assistido dos filtros interpoladores. Algoritmos (a) NLMS com $E_b/N_0 = 12$ dB e (b) RLS com $E_b/N_0 = 12$ dB.

Primeiramente, considera-se a questão de projeto do filtro interpolador $\mathbf{v}_k$ e qual deve ser o seu comprimento. De fato, o projeto do interpolador é fundamental no que diz respeito ao desempenho em termos de convergência e BER. Para obter a dimensão mais adequada do filtro interpolador $\mathbf{v}_k$, foram conduzidos experimentos com valores na faixa de $N_I = 3$ a $N_I = 6$ (que resultaram em bom desempenho), como mostrado nas Figuras 7.5 e 7.6 para os modos supervisionado e às cegas, respectivamente. São utilizados canais aleatórios de 3 percursos, onde os ganhos de cada percurso são dados por variáveis aleatórias uniformes entre -1 e 1 e em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma variável aleatória discreta uniforme (vau) entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e $(5 - \tau_2)$ *chips* em um cenário com perfeito controle de potência. Os resultados indicam que o desempenho em SINR não é sensível a um aumento no número de elementos em $\mathbf{v}_k$ e os melhores

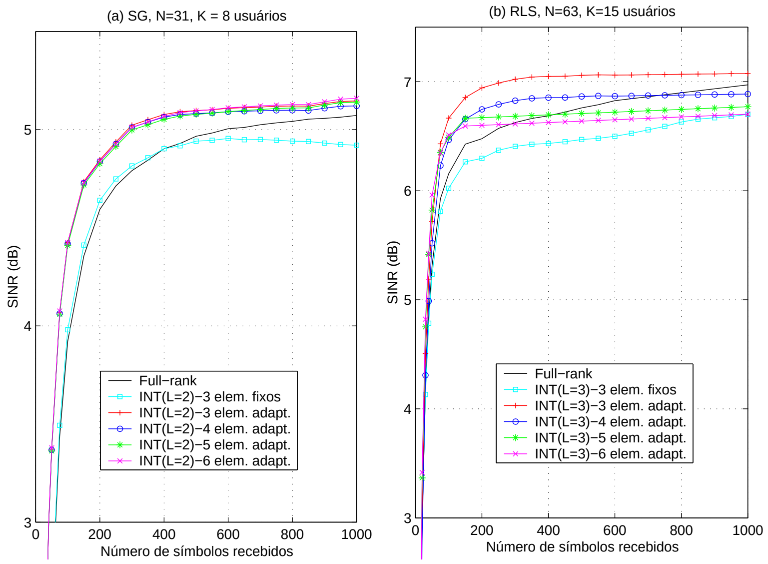

Figura 7.6: Projeto às cegas dos filtros interpoladores. Algoritmos (a) SG com $E_b/N_0 = 15$ dB e (b) do tipo RLS com $E_b/N_0 = 15$ dB.

resultados foram conseguidos com $N_I = 3$. Por esta razão e para manter a complexidade do sistema baixa, o INT foi projetado com $N_I = 3$ para os experimentos remanescentes. É importante destacar que o projeto com ajuda de simulações da dimensão do interpolador foi conduzido para diferentes N, K, L, perfis de canal e taxas de desvanecimento, indicando que $N_I = 3$ é uma dimensão satisfatória para uma ampla gama de aplicações. As curvas de convergência em SINR mostram que a estrutura proposta com interpoladores adaptativos é consideravelmente superior à abordagem com interpoladores fixos e ao receptor com filtro cheio (*full-rank*).

O experimento seguinte, ilustrado na Figura 7.7, considera as técnicas iterativas com $N_I = 3$ e que realizam inversão de matrizes, ou seja, (7-6), (7-7), (7-13), (7-14) e (7-15), para estimar os parâmetros do receptor e do canal. Para estas são usados canais com desvanecimento e 3 percursos com potências relativas dadas por 0, -3 e -6 dB, respectivamente, onde em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma vau entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e $(5 - \tau_2)$ *chips*. As potências recebidas dos interferentes variam em torno da potência do usuário desejado com variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 6 dB. São utilizados $\alpha = 0.998$ e $f_dT = 0.0025$ e a matriz $\bar{\mathbf{R}}_k$ é estimada por $\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k(i) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{i}\alpha^{i-n}\bar{\mathbf{r}}_k(n)\bar{\mathbf{r}}_k^H(n)$, onde α é o fator de esquecimento. Para os receptores MMSE [142], um canal piloto (com os símbolos conhecidos pelo receptor) é usado para estimação de $\hat{\bar{\mathbf{p}}}_k(i) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{i}\alpha^{i-n}\bar{\mathbf{r}}_k(n)b_k^*(n)$ e $\hat{\bar{\mathbf{p}}}_{\mathbf{u}_k}(i) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{i}\alpha^{i-n}\mathbf{u}_k(n)b_k^*(n)$ em (7-

6) e (7-7), respectivamente, enquanto que, para receptores autodidatas (CMV), a seqüência de assinatura é suposta conhecida. As demais técnicas de recepção comparadas usam um procedimento análogo para estimação das matrizes.

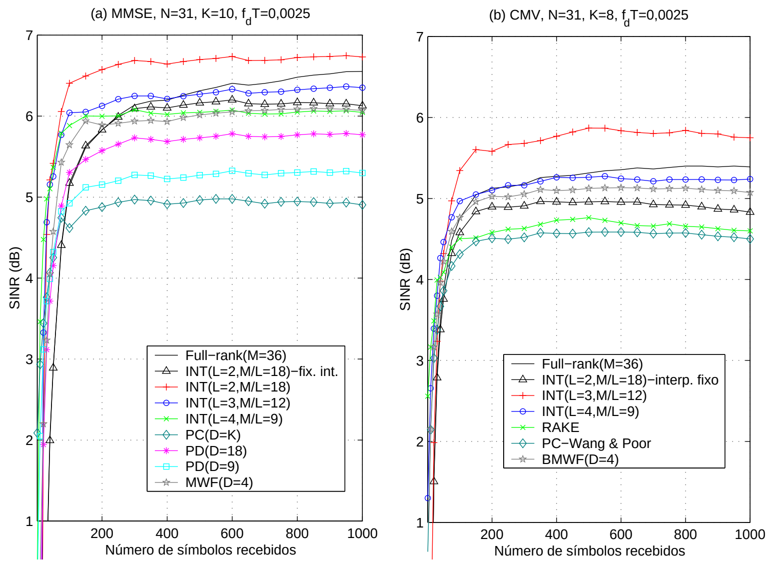

Figura 7.7: Desempenho de SINR para receptores (a) MMSE e (b) CMV (ou autodidatas).

As curvas mostradas na Figura 7.7 indicam que o INT com $L = 2$ e $M/L = 18$ elementos é superior ao receptor com filtro cheio, enquanto que INT(L=3, M/L=12) tem desempenho muito próximo do detector *full-rank*, para ambos os critérios de projeto. Note que os INTs têm convergência mais rápida do que o receptor com filtro cheio e as outras técnicas de posto reduzido. Além disso, o uso de um critério de projeto para o interpolador $\mathbf{v}_k$ pode melhorar significativamente o desempenho da estrutura quando comparada com a abordagem com interpolador fixo (INT(L=2, M/L=18)-interp. fixo), que usa $\mathbf{v}_k = [0.5\ 1\ 0.5]$ [160, 161] (também usada como valor inicial, isto é $\mathbf{v}_k(0)$, para o novo esquema).

As Figuras 7.8 e 7.9 ilustram experimentos onde versões adaptativas do INT (com NLMS e RLS) são comparadas com outras técnicas de redução de posto nos modos de treinamento e de operação. Em ambos os experimentos a seqüência de treinamento fornecida aos receptores possui $N_{tr} = 200$ símbolos e, em seguida, os algoritmos chaveiam para o modo *decision-directed*. Os parâmetros dos algoritmos e dos receptores foram otimizados para todos os métodos e os resultados mostram que a estrutura proposta com interpoladores adaptativos e $L = 2$ consegue o melhor desempenho e é significativamente superior ao INT com interpoladores fixos. O desempenho

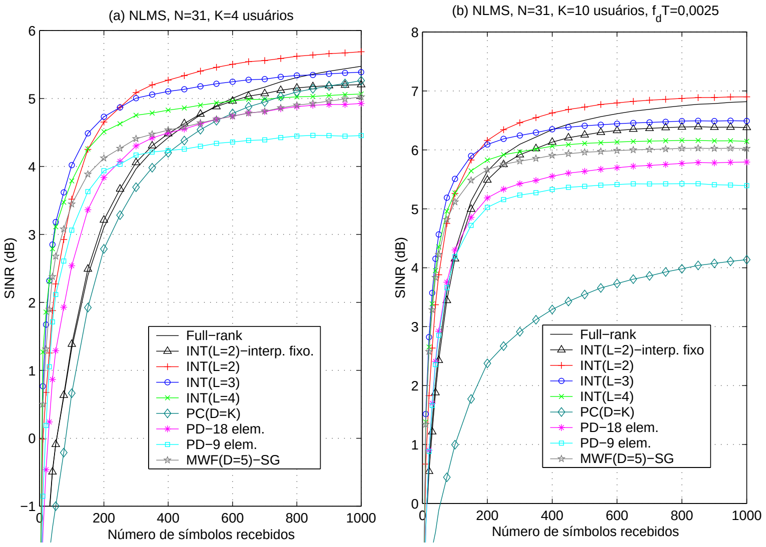

Figura 7.8: Desempenho de SINR com algoritmos NLMS e canal dado por $p_0 = 1$, $p_2 = 0.5$ e $p_4 = 0.3$ (espaçados por $2T_c$) (a) $E_b/N_0 = 8$ dB e 3 interferentes com níveis de potência 7 dB acima do sinal desejado (b) $E_b/N_0 = 12$ dB com desvanecimento e onde as potências recebidas dos interferentes variam em torno daquela do sinal desejado com variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB.

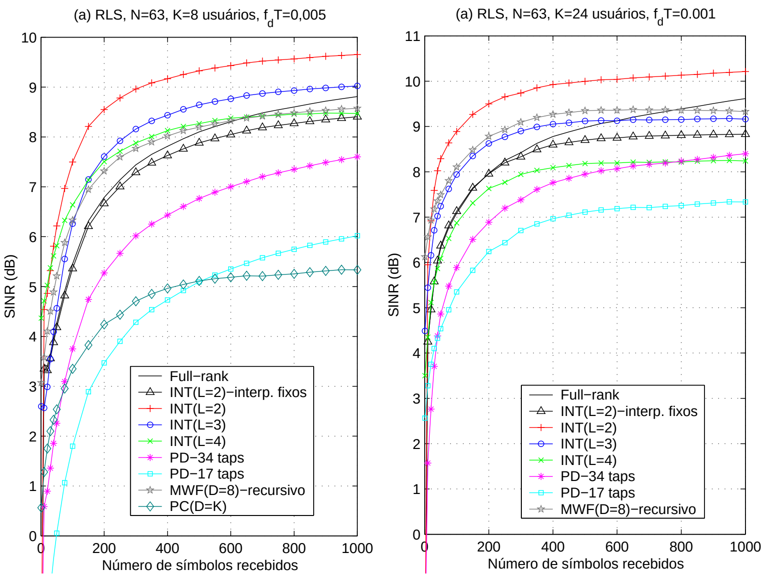

Figura 7.9: Desempenho de SINR dos receptores com desvanecimento e canal dado por $p_0 = 1$, $p_2 = 0.7$ e $p_4 = 0.5$ (espaçados por $2T_c$) e algoritmos RLS com (a) $E_b/N_0 = 12$ dB e 3 interferentes com níveis de potência 10 dB acima do usuário desejado e (b) $E_b/N_0 = 15$ dB onde as potências recebidas dos interferentes variam em torno daquela do sinal de interesse com variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB.

de convergência do INT para vários L é superior ao receptor com filtro cheio e às abordagens PC e PD. O método PC funciona bem apenas quando K

é pequeno mas é superado, tanto em termos de convergência quanto SINR final, pelo INT com $L = 2, 3$. O INT com $L = 3$ e $L = 4$ também é superior ao PD com 18 e 9 elementos, enquanto o INT com $L = 4$ tem um desempenho comparável com as versões adaptativas do MWF.

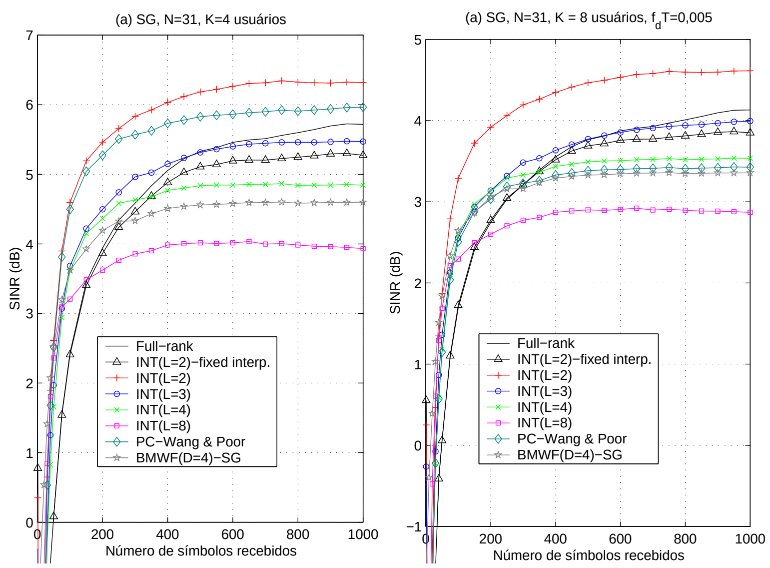

Figura 7.10: Desempenho de SINR dos algoritmos SG às cegas e canal com $p_0 = 1$, $p_2 = 0.5$ e $p_4 = 0.5$ (espaçados por $2T_c$) onde 2 interferentes trabalham com um nível de potência 7 dB acima do sinal desejado que opera com (a) sem desvanecimento e $E_b/N_0 = 12$ dB e (b) $E_b/N_0 = 15$ dB e com desvanecimento.

As Figuras 7.10 e 7.11 mostram o desempenho em SINR dos receptores analisados no modo às cegas. Os parâmetros dos receptores para todos os métodos foram otimizados e os resultados indicam que a estrutura proposta com interpoladores adaptativos e $L = 2$ obtém o melhor desempenho. O desempenho de convergência do novo esquema para vários L é superior ao receptor *full-rank* e aos demais métodos. Note que a abordagem de Wang e Poor funciona muito bem para K pequeno mas quando K se torna grande o seu desempenho se degrada de modo considerável. Por outro lado, o INT mostra um bom desempenho para todas as situações e requer uma complexidade computacional inferior aos outros métodos.

7.4.3
Desempenho em termos de BER

Nesta seção investiga-se o desempenho em termos de BER das diferentes técnicas de recepção e algoritmos. Inicialmente, são examinadas as técnicas iterativas que realizam inversão de matrizes, ou seja, (7-6), (7-7), (7-13), (7-14) e (7-16) para estimar os parâmetros do receptor e do

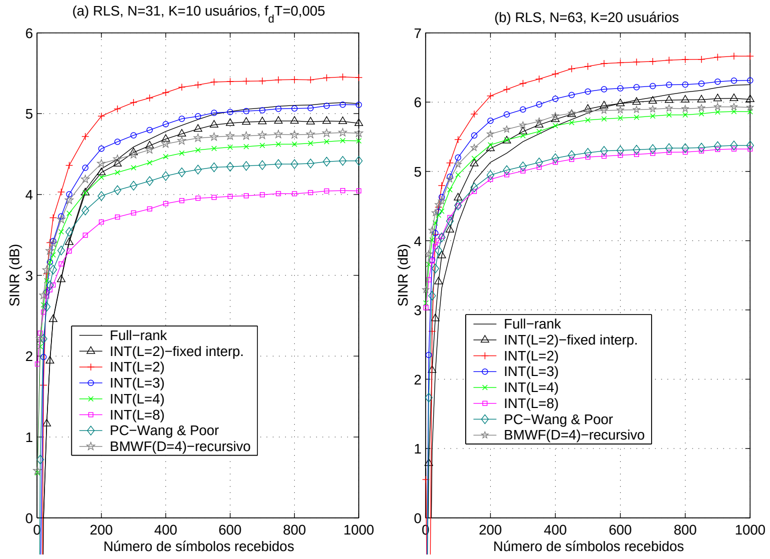

Figura 7.11: Desempenho de SINR dos algoritmos do tipo RLS às cegas onde 2 interferentes trabalham com um nível de potência 7 dB acima do sinal desejado que opera com (a) $E_b/N_0 = 15$ com desvanecimento e canal dado por $p_0 = 1$, $p_2 = 0.5$ e $p_4 = 0.5$ (espaçados por $2T_c$) dB e (b) $E_b/N_0 = 15$ dB sem desvanecimento, canais aleatórios de 3 percursos, onde em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma vau entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e $(5 - \tau_2)$ *chips* e as potências recebidas dos interferentes variam com variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB.

canal, cujos desempenhos são ilustrados nas Figuras 7.12 e 7.13. Para estas duas simulações são usados canais com 3 percursos com potências dadas por 0, -3 e -6 dB, respectivamente, onde em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma vau entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e $(5 - \tau_2)$ *chips*. As potências recebidas dos interferentes variam em torno da potência do usuário desejado com variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 6 dB. São utilizados $\alpha = 0.998$ e $f_d T = 0.0025$ e a matriz $\bar{\mathbf{R}}_k$ é estimada por $\hat{\bar{\mathbf{R}}}_k(i) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{i} \alpha^{i-n}\bar{\mathbf{r}}_k(n)\bar{\mathbf{r}}_k^H(n)$, onde α é o fator de esquecimento. Para os receptores MMSE [142], um canal piloto (com os símbolos conhecidos pelo receptor) é usado para estimação de $\hat{\bar{\mathbf{p}}}_k(i) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{i} \alpha^{i-n}\bar{\mathbf{r}}_k(n)b_k^*(n)$ e $\hat{\bar{\mathbf{p}}}_{\mathbf{u_k}}(i) = \frac{1}{i}\sum_{n=1}^{i} \alpha^{i-n}\mathbf{u}_k(n)b_k^*(n)$ em (7-6) e (7-7), respectivamente, enquanto que, para receptores autodidatas (CMV), a seqüência de assinatura é suposta conhecida. As outras técnicas de recepção analisadas utilizam recursões semelhantes para estimação das matrizes. Note que para processos de desvanecimentos lentos e moderados, $\bar{\mathbf{p}}_k$ e $\bar{\mathbf{p}}_{\mathbf{u}_k}$ podem ser estimados conforme descrito anteriormente, mas para situações com desvanecimento rápido os receptores devem ser modificados, como sugerido em [142].

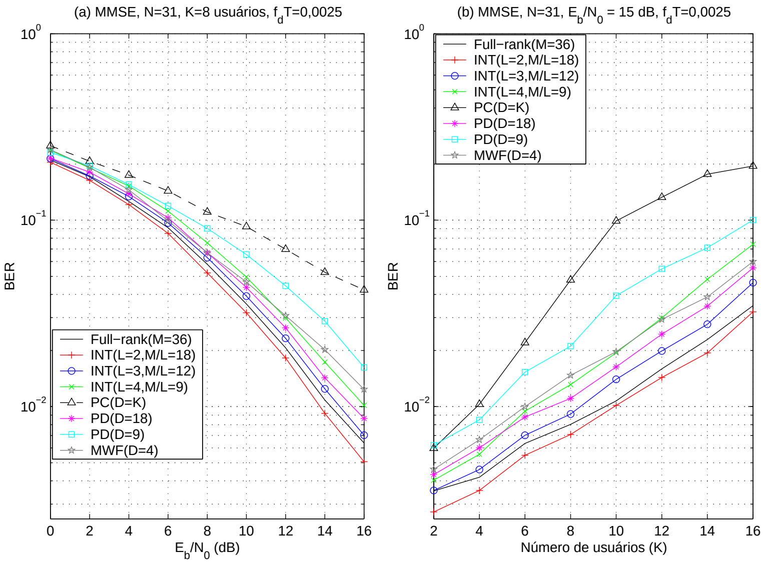

Figura 7.12: Desempenho em BER para os receptores MMSE versus (a) E_b/N_0 e (b) Número de usuários (K).

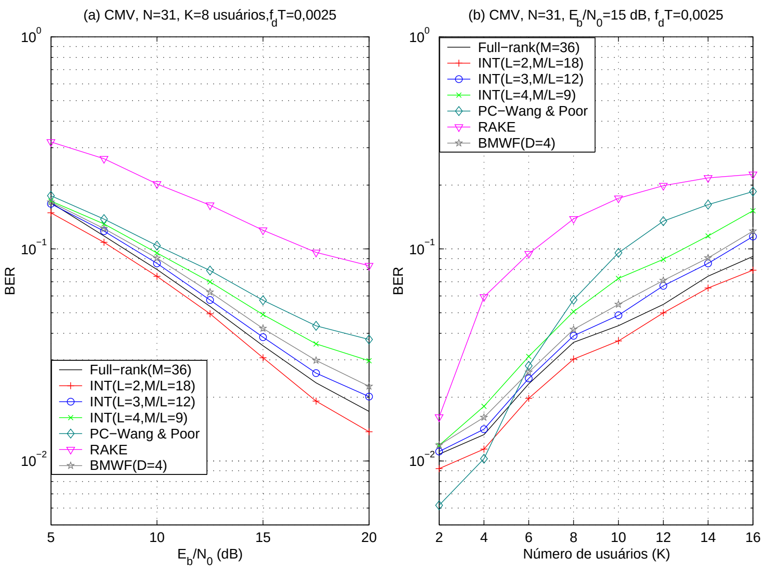

Figura 7.13: Desempenho em BER para os receptores CMV versus (a) E_b/N_0 e (b) Número de usuários (K).

O desempenho em BER dos receptores MMSE e CMV iterativos com inversão de matrizes é ilustrado nas Figuras 7.12 e 7.13, onde as curvas são obtidas processando-se 2000 símbolos e tiradas as médias de 100 repetições. Os resultados mostram que o INT(L=2,M/L=18) alcança o melhor desempenho em BER, seguido do receptor *full-rank*, o INT(L=3,M/L=12), e as demais técnicas. Para os receptores às cegas, o método PC de Wang e Poor

[144] apresenta bom desempenho para um número pequeno de usuários (K), no entanto, à medida que K aumenta, os receptores INT o superam.

Em termos de complexidade, o INT requer inversões de matrizes com dimensão M/L e N_I (no modo autodidata o interpolador requer um SVD em uma matriz de dimensão $N_I \times N_I$ ao invés da inversão), enquanto o receptor com filtro cheio realiza inversões de matrizes de dimensão $M \times M$, o PD com matrizes de dimensão $D \times D$, o PC necessita do SVD em uma matriz de dimensão $M \times M$, e o MWF requer decomposições ortogonais ($O(M^2)$). No presente caso, o MWF apresenta vantagem computacional sobre o INT, porém esta situação se inverte com implementações adaptativas usando técnicas SG e RLS.

Em seguida, são examinadas as técnicas adaptativas que não requerem inversão de matrizes e são computacionalmente mais eficientes. Nas Figuras 7.14 e 7.15 as curvas de BER para os algoritmos do tipo SG e RLS, respectivamente, nos modos de treinamento e de operação são mostradas. Os parâmetros do canal são $p_0 = 1$, $p_1 = 0.7$ e $p_2 = 0.5$, com os percursos espaçados de T_c. Nestes experimentos as potências recebidas dos interferentes são modeladas por variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB em torno da potência do sinal de interesse. Note que os métodos propostos também funcionam bem com outros perfis de canal e taxas de desvanecimento. Os receptores são treinados com $N_{tr} = 200$ símbolos e, em seguida, são chaveados para o modo de operação e processam 2000 símbolos, e tiradas as médias de 200 experimentos independentes com parâmetros otimizados para cada cenário. Os resultados mostram que o INT com $L = 2$ consegue o melhor desempenho, seguido do receptor *full-rank*, o INT com $L = 3$, o MWF, o PD, o INT com $L = 4$, o PC e o RAKE.

Nas Figuras 7.16 e 7.17, pode-se ver as curvas de BER para os algoritmos SG e RLS, respectivamente, no modo às cegas. A caracterização dos canais e dos sinais dos interferentes é a mesma descrita para o caso assistido. Os receptores processam 2000 símbolos, e são tiradas as médias de 200 experimentos independentes com parâmetros otimizados para cada situação. Os resultados indicam que o INT com $L = 2$ é a técnica de melhor desempenho, seguido do receptor *full-rank*, o INT com $L = 3$, o MWF, o INT com $L = 4$, o detector de Wang e Poor e o receptor RAKE. Note que os receptores podem acomodar mais usuários e lidar com sistemas maiores quando trabalham com algoritmos do tipo RLS. Além disso, a estrutura INT com $L = 4$ supera os receptores RAKE e de Wang e Poor's (para $K \geq 8$), o INT com $L = 2$ supera o receptor *full-rank* e o INT com $L = 3$ tem um desempenho muito próximo do detector com filtro cheio, com um

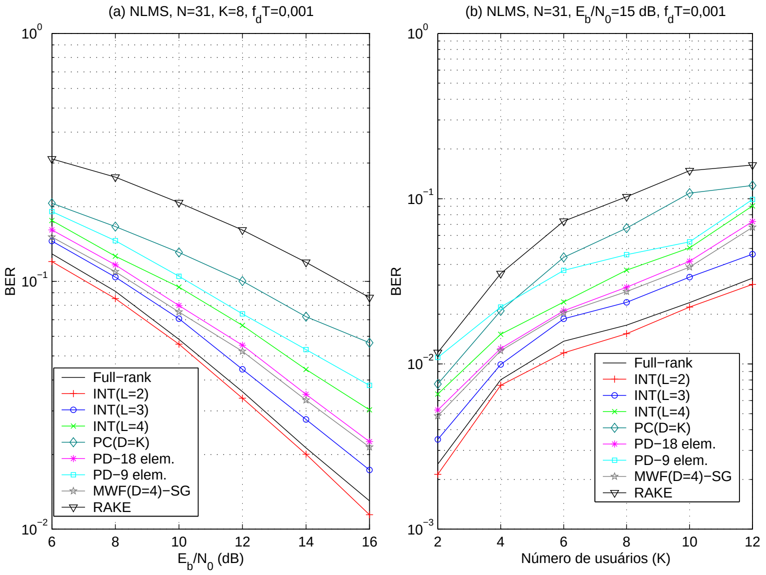

Figura 7.14: Desempenho em BER dos algoritmos NLMS em canal com desvanecimento versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K).

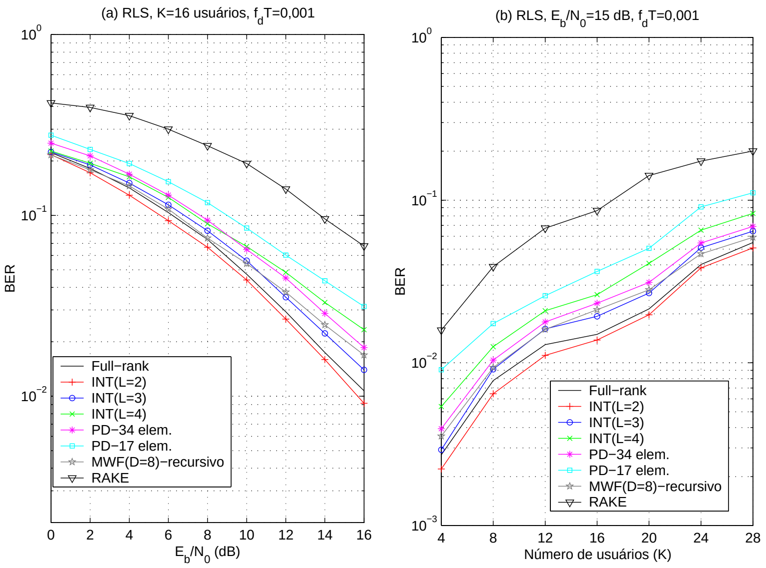

Figura 7.15: Desempenho em BER dos algoritmos RLS em canal com desvanecimento versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K).

custo computacional bem inferior. É interessante ressaltar que as versões às cegas do MWF (e as versões SG) têm desempenho um pouco inferior ao INT com $L = 3$ e sofrem pelo fato de que a tri-diagonalização da sua matriz covariância não ocorre, deteriorando o seu desempenho.

Note também que o receptor CMV com filtro cheio pode superar o INT com $L = 2$ dependendo da duração da transmissão (para transmissões longas) e da hostilidade do ambiente (ambientes não muito hostis). No

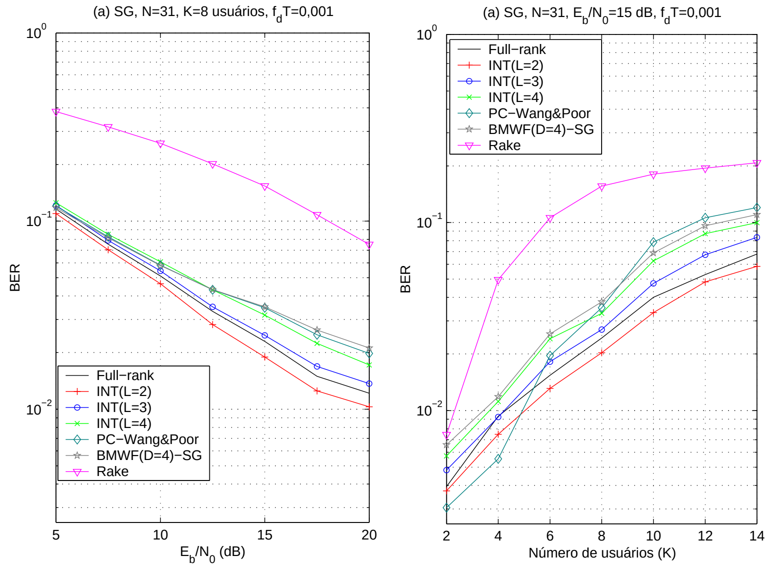

Figura 7.16: Desempenho em BER dos algoritmos SG às cegas em canal com desvanecimento versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K).

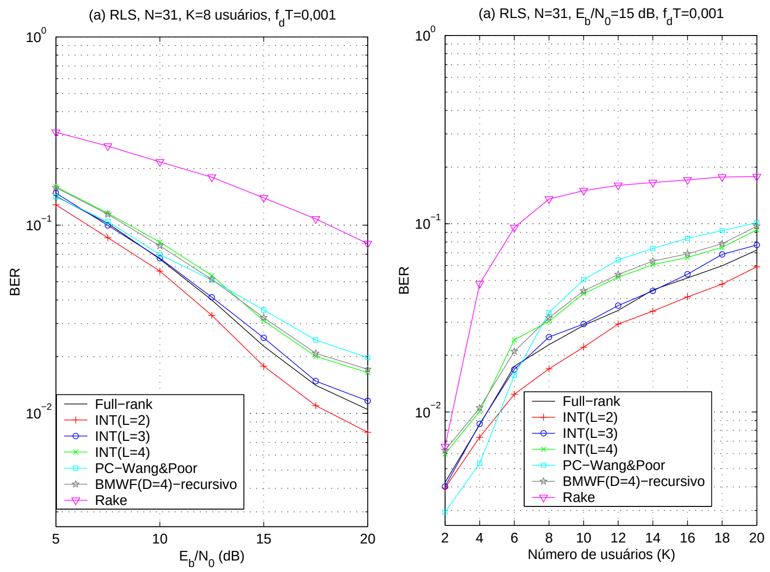

Figura 7.17: Desempenho em BER dos algoritmos do tipo RLS às cegas em canal com desvanecimento versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K).

entanto, para cenários de comunicações móveis com transmissões curtas e desvanecimento, o método proposto mostra convergência mais rápida e desempenho em BER superior com um custo computacional reduzido. Um outro aspecto interessante da nova abordagem é que ela exibe um compromisso entre viés e variância [45] e como algoritmos autodidatas são, em geral, ruidosos [79] a nova estrutura se mostra menos suscetível ao ruído.