5 Receptores Lineares às Cegas

Os receptores multiusuário adaptativos para sistemas DS-CDMA podem ser separados em dois grupos distintos com base no uso ou não de seqüências de treinamento. O primeiro grupo é composto por detectores que necessitam de supervisão, ou seja, de uma següência de treinamento, e de sincronismo. Em particular, o receptor linear multiusuário que emprega o critério de desempenho de mínimo erro quadrático médio (MMSE) [53, 54] é uma das técnicas mais bem sucedidas para supressão da interferência de múltiplo acesso (IMA) já que ele permite uma implementação adaptativa relativamente simples e oferece um compromisso atrativo entre desempenho, complexidade e necessidade de informação adicional, ou seja, seqüências de treinamento e sincronismo [54, 55]. De fato, os sistemas de comunicações móveis modernos são dotados de canais pilotos que fornecem a informação necessária para ajuste dos parâmetros dos receptores. No entanto, quando um receptor perde o rastreamento do sinal de um usuário do sistema devido à hostilidade do ambiente e uma seqüência de treinamento não está disponível, é desejável que o receptor possa se ajustar de forma não supervisionada, ou simplesmente às cegas. Este capítulo é dedicado às técnicas de recepção linear às cegas para o enlace direto ou *downlink*.

Receptores não supervisionados, ou às cegas, constituem o segundo grupo de detectores investigados na literatura. O primeiro receptor linear adaptativo às cegas para sistemas DS-CDMA foi proposto por Honig *et al.* em [2]. Este método troca a necessidade de uma seqüência de treinamento, que é usada para ajustar os parâmetros do receptor MMSE, pelo conhecimento da seqüência de espalhamento do usuário desejado, que é requerida para o projeto autodidata do receptor usando-se o critério de mínima variância (MV). Em [2] Honig *et al.* demonstraram que o critério MV leva a uma solução idêntica àquela obtida minimizando-se o erro médio quadrático (MSE). O problema com o detector MV [2] é que este é suscetível ao descasamento entre a assinatura original e a assinatura efetiva no receptor, e portanto, não pode operar em ambientes com canais seletivos em freqüência. Uma classe de detectores com bom desempenho e que estimam a assinatura efetiva no receptor, com base no rastreamento do subespaço do sinal recebido foi desenvolvida por Wang e Poor [80, 81]. Entretanto, estas abordagens requerem decomposições em valores singulares (Singular Value Decompositions - SVD) de matrizes com grandes dimensões, o que torna a sua carga computacional demasiadamente grande. Soluções mais simples para o problema do descasamento entre assinaturas foram tentadas em [82, 83], onde as cópias atrasadas do sinal desejado são forçadas pelo receptor a terem valor zero. Posteriormente, soluções mais bem sucedidas e baseadas em otimizações com restrições foram relatadas em [84, 85]. Recentemente, foram desenvolvidos algoritmos dos tipos gradiente estocástico (Stochastic Gradient - SG) e mínimos quadrados recursivo (Recursive Least Squares - RLS) baseados no critério de mínima variância com restrições de Xu e Tsatsanis [85] e que podem operar em canais multi-percurso com uma complexidade aceitável [86]. Novas melhorias para o método de Xu e Tsatsanis [85, 86] incluem aquelas em [87], onde a matriz covariância do vetor recebido $\mathbf{r}(i)$ é elevada a uma potência finita, e abordagens que modificam o modo de estimação da matriz covariância [88, 89], para melhorar a estimativa do canal e conseqüentemente o desempenho do receptor. É importante ressaltar que os algoritmos SG e RLS de Xu e Tsatsanis [86] guardam algumas semelhanças com as abordagens de Frost [90] e Resende *et al.* [91], respectivamente. Em particular, as soluções de [86] integram idéias da literatura de processamento de sinais com arranjos de antenas [90], a fim de desenvolver algoritmos adaptativos autodidatas para receptores CDMA em presença de multi-percurso. Dessa forma, receptores lineares adaptativos às cegas se tornaram uma boa alternativa, com desempenho bastante próximo do detector MMSE, para situações onde um receptor perde o rastreamento do usuário desejado e uma seqüência de treinamento não está disponível.

Uma questão importante no projeto de receptores adaptativos para sistemas DS-CDMA é: Que tipo de algoritmo deve ser usado? Na literatura de filtragem adaptativa [45, 46], algoritmos SG (ex. LMS) representam soluções simples e de baixa complexidade (linear com o número de elementos) que têm taxas de convergência relativamente lentas e que dependem da dispersão dos autovalores da matriz covariância do vetor do sinal recebido $\mathbf{R} = E[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)]$. Por outro lado, técnicas RLS têm convergência rápida, são independentes da dispersão dos autovalores da matriz covariância do vetor do sinal recebido mas requerem uma complexidade quadrática com o número de elementos. Apesar da maior rapidez de convergência de algoritmos RLS, é preferível implementar receptores adaptativos com algoritmos SG devido à complexidade e custos reduzidos, e por este motivo, o desenvolvimento de técnicas SG às cegas é um importante tópico de pesquisa.

Neste contexto, os trabalhos em [79, 86] empregam algoritmos SG convencionais com passo fixo, que não são eficientes no que diz respeito ao desempenho em convergência e estado estacionário. De fato, o desempenho de receptores adaptativos para CDMA que usam algoritmos SG é fortemente dependente da escolha do passo [45, 46]. Em redes sem fio caracterizadas por ambientes não estacionários, usuários freqüentemente entram e saem do sistema, tornando muito difícil para o receptor o cálculo a priori do passo. Esta situação sugere o emprego de mecanismos automáticos de ajuste do passo em algoritmos SG para assegurar um bom rastreamento da interferência e do canal. Trabalhos recentes mostraram ganhos significativos em desempenho devido à utilização de métodos de aceleração de convergência do tipo averaging [93, 94] ou de mecanismos de passo adaptativo [96, 97]. Os trabalhos em [93, 94] tomaram emprestada a idéia original de Polyak [95] e aplicaram-na aos receptores CDMA com o critério MV. Os algoritmos de passo adaptativo (Adaptive Step Size - ASS) em [96, 97] podem ser consideradas extensões dos trabalhos em [98, 99, 100], onde um algoritmo LMS adapta o vetor de parâmetros do receptor e outra recursão LMS ajusta o passo. Todos esses métodos requerem um número de operações (adições e multiplicações) adicionais proporcional ao ganho de processamento N e ao número de componentes L_p do vetor que estima o canal multi-percurso. Além disso, as técnicas reportadas até o presente momento não introduzem qualquer tipo de melhoria no procedimento de estimação de canal [86], que também utiliza um algoritmo SG.

A primeira parte deste capítulo propõe dois novos mecanismos às cegas de ajuste do passo para algoritmos SG que ajustam os parâmetros de receptores MV em sistemas DS-CDMA com multi-percurso que são usados na supressão de IMA, IES e também são incorporados no algoritmo de estimação de canal. As origens destes mecanismos podem ser traçadas até os trabalhos de [101, 102], onde mecanismos de ajuste automático do passo foram desenvolvidos para o algoritmo LMS. Ao contrário de [101, 102], os mecanismos aqui propostos foram projetados para algoritmos que utilizam o critério MV e para o caso complexo. O número de operações adicional das novas técnicas não depende do ganho de processamento N e do número de percursos do canal L_p . Uma análise de convergência dos métodos de adaptação propostos é realizada para cenários com canais seletivos e planos em freqüência. Especificamente, os mecanismos são analisados para canais seletivos e planos em freqüência e resultados analíticos são obtidos

para o cálculo do erro médio quadrático (MSE) em excesso. Além disso, experimentos por simulação são apresentados para ambientes estacionários e não estacionários, mostrando que os novos mecanismos são superiores aos métodos existentes com uma complexidade inferior. Uma parte deste material foi publicada em [120].

A segunda parte deste capítulo é dedicada a um novo critério de projeto às cegas para receptores, que emprega a função custo módulo constante sujeita a um conjunto de restrições lineares. O critério de módulo constante (Constant Modulus - CM) foi introduzido por Sato [103] e Godard [104] no contexto de equalização, e desde então, a investigação de suas propriedades e algoritmos vem recebendo um considerável esforço de pesquisa [105, 106, 107, 108]. Em particular, técnicas baseadas na função custo CM apresentam um desempenho bastante próximo das abordagens que minimizam o erro médio quadrático (MSE), sem a necessidade de transmissão de informação adicional por meio de seqüências de treinamento.

Na literatura de métodos às cegas para receptores CDMA, os primeiros trabalhos que tratam sobre a supressão de interferência são os de Papadias e Paulraj [109] e Miguez e Castedo [110]. Em [109], é proposto um algoritmo de separação dos sinais para o enlace reverso que penaliza a correlação cruzada entre os usuários. Em [110], os autores utilizam o princípio introduzido por Honig et al. [79] baseado na mínima variância (MV), mas empregam o critério CM, alcançando melhores resultados do que o critério MV. Com o sucesso inicial da função custo CM na supressão de interferência em sistemas DS-CDMA, novas abordagens [111, 112, 113] baseadas no critério usado em [82, 83], que força as cópias atrasadas do sinal desejado a terem valor zero, foram testadas para sinais em presença de multi-percurso, obtendo melhores resultados do que aquelas com MV. Um problema com o critério CM é que este não apresenta convergência global, ou seja, a superfície de desempenho desta função custo possui mínimos locais (em geral associados aos interferentes) e que devem ser evitados através do emprego de técnicas inteligentes. Neste contexto, o trabalho de Xu, Feng e Kwak [114] propôs uma modificação no critério CM a fim de garantir a convexidade da função custo com restrições em um ambiente com único percurso. O método de Xu, Feng e Kwak [114] foi estendido por Xu e Liu [115] para o caso com multi-percurso, onde os sinais atrasados são combinados e algoritmos do tipo gradiente para estimação conjunta do canal e dos parâmetros do receptor são propostos com base na função custo CM.

Infelizmente, uma das técnicas desenvolvidas, de modo independente, ao longo da nossa pesquisa coincidiu com o algoritmo do tipo gradiente de [115] impossibilitando a sua publicação naquela forma. No entanto, existem algumas diferenças nas abordagens, uma vez que neste trabalho desenvolvese um critério de projeto com restrições lineares, que requer inversão de matrizes, e algoritmos adaptativos computacionalmente eficientes do tipo SG e RLS para sinais complexos, diferentemente de [115] que se limita ao caso real e um algoritmo SG. Além disso, o estimador de canal originalmente proposto por [115] com base na função CM não produz boas estimativas e depende da ajuda de um outro método para inicialização. Em particular, as técnicas de estimação de canal introduzidas em [85, 86], embora superiores aos métodos de subespaço [118] que requerem estimação do sub-espaço [119], não foram teoricamente fundamentadas, fato que só ocorreu posteriormente com a publicação dos trabalhos de Doukopoulos e Moustakides [116, 117]. Além de explicar matematicamente a razão do funcionamento dos algoritmos propostos por [85, 86], Doukopoulos e Moustakides [116, 117] melhoraram os estimadores de canal, elevando a matriz covariância do vetor recebido $\mathbf{r}(i)$ a uma potência finita, e desenvolveram algoritmos adaptativos SG e RLS com complexidade inferior às abordagens de [85, 86].

Na segunda parte deste capítulo, propõe-se um critério de projeto com restrições de códigos usando o critério CM para receptores lineares em canais em presenças de múltiplos percursos, que foi apresentado em [121, 122]. Com base em técnicas de otimização com restrições são desenvolvidos algoritmos do tipo SG e RLS computacionalmente eficientes para estimação conjunta dos parâmetros do canal e do receptor a fim de suprimir a interferência de múltiplo acesso (IMA) e a interferência entre símbolos (IES). Uma análise do método examina as suas propriedades de convergência, estendendo resultados anteriores para sinais em multi-percurso e complexos. Finalmente, simulações em ambientes estacionários e não estacionários mostram que os novos algoritmos superam técnicas existentes e apresentam um compromisso atraente entre complexidade e desempenho.

5.1 Receptores Lineares de Mínima Variância

O projeto do receptor linear de mínima variância, como o mostrado na Figura 5.1, é equivalente à determinação de um filtro FIR $\mathbf{w}_k(i)$ com $N + L_p - 1$ coeficientes que produzem uma estimativa do símbolo desejado:

$$\hat{b}_k(i) = sgn\left(\Re\left[\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)\right]\right)$$
(5-1)



Figura 5.1: Diagrama em blocos de um receptor linear às cegas com base no critério de mínima variância e estimação de canal.

onde o operador $(.)^H$ denota transposição Hermitiana, $\Re(.)$ seleciona a parte real, sgn(.) é a função sinal, $\mathbf{r}(i)$ é o vetor de sinais recebido para o enlace direto e dado por (2-11) e o vetor de parâmetros do receptor \mathbf{w}_k é otimizado de acordo com a função custo de mínima variância.

5.1.1 Receptores de Mínima Variância para Canais com Percurso Único

Considere o vetor recebido $\mathbf{r}(i)$ para um canal plano em freqüência $(L_p = 1)$ que contém M = N amostras, o vetor de parâmetros $\mathbf{w}_k = \mathbf{s}_k + \mathbf{c}_k$, onde \mathbf{c}_k é restrito ao espaço ortogonal à assinatura \mathbf{s}_k . O projeto de um vetor de parâmetros $\mathbf{w}_k(i)$ usando o critério MV corresponde à otimização da seguinte função custo:

$$J_{MV} = E\left[|\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}(i)|^2\right] = \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k$$
(5-2)

sujeito a restrição dada por:

$$\mathbf{w}_k^H \mathbf{s}_k = 1 \tag{5-3}$$

onde $\mathbf{R} = E[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)] \in \mathbf{s}_{k}^{H}\mathbf{s}_{k} = 1$. Usando o método dos multiplicadores de Lagrange, a solução pode ser obtida igualando-se o gradiente da função associada (sem restrições) com relação a \mathbf{w}_k a um vetor nulo:

$$\mathbf{w}_{k} = \arg\min_{\mathbf{w}_{k}} J_{MV} = \frac{1}{\mathbf{s}_{k}^{H} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_{k}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_{k}$$
(5-4)

Estruturas e Algoritmos para Detecção Multiusuário e Supressão de Interferência em Sistemas DS-CDMA

e substituindo-se (5-4) em (5-2), a MV resultante é expressa por:

$$MV = \xi_{min} = \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k = \frac{1}{\mathbf{s}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k}$$
(5-5)

5.1.2 Receptores de Mínima Variância com Restrições Lineares

Considere o vetor recebido $\mathbf{r}(i)$ que contém $M = N + L_p - 1$ amostras, a matriz de restrições de dimensão $M \times L_p$ cuja estrutura utiliza versões deslocadas de um chip da seqüência de assinatura do usuário k e um vetor de restrições **g** de dimensão $L_p \times 1$ a ser determinado:

$$\mathbf{C}_{k} = \begin{bmatrix} a_{k}(1) & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & a_{k}(1) \\ a_{k}(N) & \vdots \\ \mathbf{0} & \ddots & a_{k}(N) \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_{0} \\ \vdots \\ g_{L_{p}-1} \end{bmatrix}$$
(5-6)

O projeto do vetor de parâmetros $\mathbf{w}_k(i)$ com $M = N + L_p - 1$ elementos baseado no critério MV corresponde à otimização da função custo MV:

$$J_{MV} = \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k \tag{5-7}$$

sujeito ao conjunto de restrições dado por:

$$\mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \mathbf{g} \tag{5-8}$$

Usando o método dos multiplicadores de Lagrange, a solução para o receptor MV com restrições (Constrained Minimum Variance - CMV)[85, 86] é:

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_k (\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{g}$$
(5-9)

onde $\mathbf{R} = E[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)]$ e a MV resultante é expressa por:

$$MV = \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k = \mathbf{g}^H (\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{g}$$
(5-10)

De acordo com (5-10), MV depende de g. A otimização do vetor de restrições \mathbf{g} proposta em [85, 86] resulta em:

$$\hat{\mathbf{g}} = \arg \max_{||\mathbf{g}||=1} \mathbf{g}^{H} (\mathbf{C}_{k}^{H} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_{k})^{-1} \mathbf{g} = \arg \min_{||\mathbf{g}||=1} \mathbf{g}^{H} \mathbf{C}_{k}^{H} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_{k} \mathbf{g}$$
(5-11)

cuja solução $\hat{\mathbf{g}}$ é o autovetor que corresponde ao menor autovalor de $\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}_{k}$ e fornece uma estimativa de canal, conforme verificado em [85, 86]. Note que melhores estimativas de canal podem ser conseguidas usando-se a matriz \mathbf{R}^{-m} no lugar de \mathbf{R}^{-1} , onde *m* corresponde a valores inteiros pequenos (por exemplo m = 2, 3) [87].

5.2 Algoritmos Adaptativos SG às Cegas baseados na Mínima Variância

Nesta seção são descritos algoritmos adaptativos baseados no gradiente estocástico (SG) às cegas utilizando o critério de mínima variância. São considerados os casos de canais com múltiplos e um único percurso.

5.2.1 Algoritmo Adaptativo do Tipo Gradiente para Canais com Percurso Único

Um algoritmos SG às cegas, similar à técnica proposta por Honig et al. [79], otimiza a função custo lagrangeana descrita por:

$$J_{MV} = \mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{w}_k(i) + \lambda(\mathbf{w}_k^H\mathbf{s}_k - 1)$$
(5-12)

onde λ é um multiplicador de Lagrange escalar e $\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{s}_k + \mathbf{c}_k(i)$. Calculando o termos do gradiente de (5-12) com relação a $\mathbf{c}_k(i)$ e usando uma decomposição ortogonal obtém-se:

$$\mathbf{c}_k(i+1) = \mathbf{c}_k(i) - \mu_w z_k^*(i)(\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i)\mathbf{s}_k)$$
(5-13)

onde $z_k(i) = \mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)$ e $z_{k,MF}(i) = \mathbf{s}_k^H \mathbf{r}(i)$. Uma versão normalizada desta recursão pode ser usada para facilitar o ajuste do fator de convergência para diferentes cargas no sistema e ambientes. Esta versão normalizada é obtida somando-se \mathbf{s}_k em ambos os lados de (5-13), substituindo-se a equação resultante na função custo, que é diferenciada com relação a μ_w e igualada a zero, e resolvendo as equações resultantes, como mostrado no Apêndice A. Portanto, tem-se $\mu_w = \frac{\mu_0}{\mathbf{r}^H(i)(\mathbf{I}-\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^H)\mathbf{r}(i)}$ onde μ_0 é o fator de convergência fixo escolhido. Em termos de complexidade computacional, o algoritmo SG de mínima variância de (5-13) requer 5M adições e 4M + 1multiplicações para estimação dos parâmetros do receptor.

5.2.2

Algoritmo Adaptativo do Tipo Gradiente para Canais com Multipercurso

O algoritmo SG de Tsatsanis e Xu [86] otimiza a função custo lagrangeana descrita por:

$$J_{MV} = \mathbf{w}_{k}^{H}(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}_{k}(i) + \boldsymbol{\lambda}^{H}(\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{w}_{k}(i) - \mathbf{g}(i)) + (\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{w}_{k}(i) - \mathbf{g}(i))^{H}\boldsymbol{\lambda} + \rho(\mathbf{g}^{H}(i)\mathbf{g}(i) - 1)$$
(5-14)

onde λ é um vetor de multiplicadores de Lagrange e ρ é um multiplicador de Lagrange escalar. Uma solução do tipo gradiente descendente para (5-14) pode ser obtida calculando-se os termos do gradiente com relação a $\mathbf{w}_k(i)$ e $\mathbf{g}(i)$, que produz recursões para estimação às cegas dos parâmetros do receptor (\mathbf{w}_k) e do canal (\mathbf{g}) :

$$\mathbf{w}_k(i+1) = \mathbf{\Pi}_k(\mathbf{w}_k(i) - \mu_w \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{w}_k(i)) + \mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{g}(i) \quad (5-15)$$

$$\mathbf{g}(i+1) = \begin{cases} \mu_g \rho(i) \mathbf{g}(i) + \mathbf{g}(i) - \frac{\mu_g}{\mu_w} (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \times \\ \times (\mathbf{C}_k^H(\mathbf{w}_k(i) - \mu_w \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{w}_k(i)) - \mathbf{g}(i)) & \text{se } a_2^2 - 4a_1 a_3 \ge 0 \\ \mathbf{g}(i) & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(5-16)

onde $\Pi_k = \mathbf{I} - \mathbf{C}_k (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{C}_k^H$, $a_1 = \mu_g^2 |\mathbf{g}(i)|^2$, $a_2 = \mu_g (\mathbf{g}^H(i) \mathbf{x}(i) +$ $\mathbf{x}^{H}(i)\mathbf{g}(i)), \ a_{3} = \mathbf{x}^{H}(i)\mathbf{x}(i) - 1, \ \mathbf{x}(i) = \mathbf{g}(i) - \frac{\mu_{g}}{\mu_{w}}(\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{C}_{k})^{-1}(\mathbf{C}_{k}^{H}(\mathbf{w}_{k}(i) - \mu_{w}\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}_{k}(i)) - \mathbf{g}(i)), \ e \ \rho(i) = \frac{1}{2a_{1}}(-a_{2} - \sqrt{a_{2}^{2} - 4a_{1}a_{3}}).$ Note que o algoritmo de estimação de canal em (5-16) é conveniente para uma análise teórica como a apresentada mais adiante. Um estimador adaptativo alternativo, que é um pouco menos complexo, pode ser obtido abolindo-se o termo ρ em (5-14) e normalizando-se **g** a cada iteração:

$$\mathbf{g}(i+1) = \mathbf{g}(i) - \frac{\mu_g}{\mu_w} \Big(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{g}(i)\mathbf{g}^H(i)}{\mathbf{g}^H(i)\mathbf{g}(i)} \Big) (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \times \\ \times (\mathbf{C}_k^H(\mathbf{w}_k(i) - \mu_w \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{w}_k(i)) - \mathbf{g}(i))$$
(5-17)

Note que os algoritmos em (5-15) e (5-16) são usados para análise de convergência e para experimentos analíticos. Para os demais experimentos que avaliam o desempenho de SINR e BER envolvendo diferente cargas e ambientes não estacionários, a versão do estimador de canal dada por (5-17) é preferida por sua maior simplicidade. A versão normalizada da

recursão que estima \mathbf{w}_k , semelhante ao algoritmo proposto em [92], pode ser derivada substituindo-se (5-15) na função custo, diferenciando-se a equação resultante com respeito a μ_w , igualando-se os termos a zero e resolvendo para as equações resultantes, como mostrado no Apêndice A. Desta forma, temse $\mu_w = \frac{\mu_0}{\mathbf{r}^H(i)\mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}(i)}$ onde μ_0 é o fator de convergência fixo escolhido. Note que este algoritmo normalizado facilita o ajuste do fator de convergência para uma ampla gama de cenários.

Em termos de complexidade computacional, o algoritmo SG normalizado de mínima variância com restrições (NCMV) requer $2M^2 + (L_p + 4)M$ adições e $2M^2 + (L_p + 3)M + 2$ multiplicações para estimação dos parâmetros do receptor, enquanto que para estimação do canal usando (5-17) necessitase de $L_p^3 + 3L_p^2 + (M+3)L_p$ adições e $L_p^3 + 3L_p^2 + (M+3)L_p + 1$ multiplicações, onde $M = N + L_p - 1$.

5.3 Mecanismos às Cegas de Passo Variável

Nesta seção são descritos os novos mecanismos às cegas e de baixa complexidade para ajuste do passo μ_w da equação de atualização dos parâmetros do receptor e do passo μ_q do algoritmo que estima o canal. Uma análise de convergência dos mecanismos é realizada e expressões aproximadas que relacionam o fator médio de convergência $E[\mu_{w|q}]$, o fator médio quadrático de convergência $E[\mu_{w|q}^2]$ e a mínima variância são obtidas. É importante ressaltar que para ambos os mecanismos, μ_w ou $\mu_g (\mu_{w|g})$ é truncado entre $\{\mu_{max_{w|g}}, \mu_{min_{w|g}}\}$. Além disso, a complexidade computacional dos novos mecanismos é mostrada em termos de adições e multiplicações e comparada aos requisitos de algoritmos existentes na literatura.

5.3.1 Mecanismo às Cegas de Passo Variável (BVSS)

O primeiro mecanismo às cegas de passo variável proposto emprega a energia ou mínima variância instantânea, é chamado de passo variável às cegas (Blind Variable Step Size-BVSS) e usa a seguinte regra de atualização:

$$\mu_{w|g}(i+1) = \alpha \mu_{w|g}(i) + \gamma |\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)|^2$$
(5-18)

onde $0 < \alpha < 1, \gamma > 0$ e \mathbf{w}_k é o vetor de parâmetros do receptor. A motivação para o BVSS é que para erros de grande magnitude o algoritmo

utilizará passos maiores, enquanto que para erros pequenos (que são também associados à supressão satisfatória da interferência) o método deverá usar valores menores de passo, resultando em pequeno desajuste. Além disso, é importante enfatizar que outras regras de atualização foram experimentadas e o BVSS é o resultado de várias tentativas de se desenvolver um mecanismo simples e efetivo. De fato, o método é simples para implementação e uma análise detalhada do algoritmo é possível sob algumas suposições comumente feitas na literatura. A complexidade computacional adicional requerida pelo BVSS é de apenas 4 operações. O mesmo princípio de atualização, ou seja, o BVSS é também aplicado ao procedimento de estimação do canal introduzido em [86] e descrito aqui na seção anterior. Por simplicidade, o índice g será desconsiderado e a análise prossegue para μ_w e os parâmetros do receptor, ainda que a análise seja válida para o estimador adaptativo de canal.

Suposição 1: Considere que para os algoritmos em (5-13) e (5-18), $E[\mu_w z_k(i)(\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i)\mathbf{s}_k)] = E[\mu_w]E[z_k(i)(\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i)\mathbf{s}_k)]$ e $E[\mu_w \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)]\mathbf{w}_k = E[\mu_w]\mathbf{R}\mathbf{w}_k$, respectivamente.

Esta suposição é válida se μ_w é constante e afirma-se que é aproximadamente verdadeira caso γ seja pequeno, porque μ_w deverá variar lentamente em torno do seu valor médio. Escrevendo-se

$$E[\mu_{w}z_{k}(i)(\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i)\mathbf{s}_{k})] = E[\mu_{w}]E[z_{k}(i)(\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i)\mathbf{s}_{k})]$$
$$+E[(\mu_{w} - E[\mu_{w}])z_{k}(i)(\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i)\mathbf{s}_{k})]$$
(5-19)

е

$$E[\mu_w \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)]\mathbf{w}_k = E[\mu_w]\mathbf{R}\mathbf{w}_k + E[(\mu_w - E[\mu_w \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)])]\mathbf{w}_k \quad (5-20)$$

Note que para γ suficientemente pequeno, o segundo termo do lado direito das equações (5-19) e (5-20) se tornarão pequenos quando comparados ao primeiro termo. A Suposição 1 ajuda a prosseguir com a análise. É importante ressaltar que essa abordagem também pode ser usada para análise do estimador de canal.

Define-se as estatísticas de primeira $(E[\mu_w])$ e segunda ordem $(E[\mu_w^2])$ do mecanismo BVSS proposto:

$$E[\mu_w(i+1)] = \alpha E[\mu_w(i)] + \gamma \mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k$$
(5-21)

onde $\mathbf{R} = E[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)]$. Calculando-se o quadrado de μ_{w} , obtém-se $\mu_{w}^{2}(i + i)$

1) = $\alpha^2 \mu_w^2(i) + 2\alpha \gamma \mu_w(i) \mathbf{w}_k^H(i) \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{w}_k(i) + \gamma^2 |\mathbf{w}_k^H(i) \mathbf{r}(i)|^4$. Como γ^2 é suposto pequeno, o último termo da expressão anterior é desprezível quando comparado aos outros termos, então, com a ajuda da *Suposição 1*, supõe-se que o valor esperado de $E[\mu_w^2(i+1)]$ é aproximadamente:

$$E[\mu_w^2(i+1)] \approx \alpha^2 E[\mu_w^2(i)] + 2\alpha\gamma E[\mu_w(i)]\mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k$$
(5-22)

Se forem considerados os valores em estado estacionário de $E[\mu_w(i + 1)]$ e $E[\mu_w^2(i + 1)]$ fazendo-se $\lim_{i\to\infty} E[\mu_w(i + 1)] = \lim_{i\to\infty} E[\mu_w(i)] = E[\mu_w(\infty)]$ e $\lim_{i\to\infty} E[\mu_w^2(i + 1)] = \lim_{i\to\infty} E[\mu_w^2(i)] = E[\mu_w^2(\infty)]$, e usandose $\lim_{i\to\infty} \mathbf{w}^H(i)\mathbf{R}(i)\mathbf{w}(i) = (\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))$ [79] obtém-se as seguintes expressões:

$$E[\mu_w(\infty)] \approx \frac{\gamma(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))}{1 - \alpha}$$
(5-23)

$$E[\mu_w^2(\infty)] \approx \frac{2\alpha\gamma^2(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))^2}{(1-\alpha)^2(1+\alpha)}$$
(5-24)

onde a mínima variância produzida pela solução ótima é dada por $\xi_{min} = \frac{1}{\mathbf{s}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k}$ para o caso de um único percurso e $\xi_{min} = \mathbf{g}^H (\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{g}$ para o caso de multi-percurso, e ξ_{ex} é o erro médio quadrático (MSE) em excesso. Neste ponto, chega-se às expressões em (5-23) e (5-24) que ainda contém os termos inconvenientes ξ_{ex} à direita. Para simplificar ainda mais aquelas expressões, introduz-se uma outra suposição:

Suposição 2: Considere que para as expressões em (5-23) e (5-24), $(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty)) \approx \xi_{min}$ e $(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))^2 \approx \xi_{min}^2$ respectivamente.

Esta suposição é válida se $\xi_{min} >> \xi_{ex}(\infty)$ e considera-se que ela é aproximadamente verdadeira quando o algoritmo adaptativo está próximo da solução ótima já que $\xi_{ex}(\infty)$ representa uma pequena fração de ξ_{min} .

Usando-se a Suposição 2 tem-se as seguintes expressões:

$$E[\mu_w(\infty)] \approx \frac{\gamma \xi_{min}}{1 - \alpha} \tag{5-25}$$

$$E[\mu_w^2(\infty)] \approx \frac{2\alpha\gamma^2 \xi_{min}^2}{(1-\alpha)^2(1+\alpha)}$$
(5-26)

Note que as expressões em (5.25) e (5.26) serão usadas para o cálculo do MSE em excesso dos algoritmos. É importante enfatizar que esta análise é análoga para o mecanismo BVSS μ_g quando usado para estimação de canal.

5.3.2

Mecanismo Recursivo às Cegas de Passo Variável (BRVSS)

O segundo mecanismo proposto utiliza uma média temporal da correlação entre $|\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)| \in |\mathbf{w}_k^H(i-1)\mathbf{r}(i-1)|$. Este novo mecanismo é denotado passo variável recursivo às cegas (*Blind Recursive Variable Step Size* - RVSS) e emprega a seguinte recursão:

$$\mu_{w|q}(i+1) = \alpha \mu_{w|q}(i) + \gamma v^2(i) \tag{5-27}$$

onde $v(i) = \beta v(i-1) + (1-\beta) |\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)| |\mathbf{w}_k^H(i-1)\mathbf{r}(i-1)| e 0 < \beta < 1$. O BRVSS é um mecanismo alternativo que usa um parâmetro de ponderação exponencial que controla a qualidade de estimação da mínima variância. Note que β deve ser ligeiramente inferior a 1 de modo que o algoritmo possa se ajustar às estatísticas do ambiente. O mecanismo BRVSS é também simples para implementação e uma análise detalhada do algoritmo é possível sob algumas condições geralmente usadas na literatura. A complexidade computacional adicional requerida pelo BRVSS é de apenas 8 operações. A regra de ajuste BRVSS é também aplicada ao procedimento de estimação de canal. Em particular, a análise deste mecanismo prossegue para a estimação dos parâmetros do receptor com μ_w , embora esta análise seja também válida para o estimador de canal.

Calculando-se o termo $\mu_w^2(i+1) = \alpha^2 \mu_w^2(i) + 2\alpha \gamma \mu_w(i) v^2(i) + \gamma^2 v^4(i)$ e usando-se o fato de que γ^2 é pequeno, o último termo pode ser considerado desprezível quando comparado aos outros. Então, $\mu_w^2(i+1) \approx \alpha^2 \mu_w^2(i) + 2\alpha \gamma \mu_w(i) v^2(i)$. A estimativa $v(i) = \beta v(i-1) + (1-\beta) |\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)| |\mathbf{w}_k^H(i-1)\mathbf{r}(i-1)|$ pode ser alternativamente escrita como:

$$v(i) = (1-\beta) \sum_{n=0}^{i-1} \beta^n |\mathbf{w}_k^H(i-n)\mathbf{r}(i-n)| |\mathbf{w}_k^H(i-n-1)\mathbf{r}(i-n-1)| \quad (5-28)$$

е

$$v^{2}(i) = (1-\beta)^{2} \sum_{n=0}^{i-1} \sum_{j=0}^{i-1} \beta^{n} \beta^{j} |\mathbf{w}_{k}^{H}(i-n)\mathbf{r}(i-n)| |\mathbf{w}_{k}^{H}(i-j)\mathbf{r}(i-j)| \times |\mathbf{w}_{k}^{H}(i-n-1)\mathbf{r}(i-n-1)| |\mathbf{w}_{k}^{H}(i-j-1)\mathbf{r}(i-j-1)|$$
(5-29)

Na análise do mecanismo BRVSS e do algoritmo adaptativo do tipo SG para estimação dos parâmetros do canal e do receptor linear, considera-se o seu desempenho em estado estacionário. Desta forma, supõe-se que o algoritmo

tenha convergido. Neste caso, as amostras de $|\mathbf{w}_{k}^{H}(i)\mathbf{r}(i)|$ podem ser supostas descorrelacionadas, isto é, $E[|\mathbf{w}_k^H(i-n)\mathbf{r}(i-n)||\mathbf{w}_k^H(i-j)\mathbf{r}(i-j)|] = 0 \ \forall n \neq j$ j. Tirando-se o valor esperado de μ_w e μ_w^2 e usando-se a Suposição 1 e (5-27), o comportamento médio e médio quadrático do mecanismo após convergência são descritos por:

$$E[\mu_w(i+1)] = \alpha E[\mu_w(i)] + \gamma E[v^2(i)]$$
(5-30)

$$E[\mu_w^2(i+1)] \approx \alpha^2 E[\mu_w^2(i)] + 2\alpha\gamma E[\mu_w(i)]E[v^2(i)]$$
(5-31)

onde $E[v^2(i)] = (1-\beta)^2 \sum_{n=0}^{i-1} \beta^{2n} E[|\mathbf{w}_k^H(i-n)\mathbf{r}(i-n)|^2] E[|\mathbf{w}_k^H(i-n-1)\mathbf{r}(i-n)|^2] E[|\mathbf{w}_k^H(i-n (n-1)|^2$]. Considerando-se os valores em estado estacionário de $E[\mu_w(i+1)]$, $E[\mu_w^2(i+1)] \in E[v^2(i)]$, fazendo-se $\lim_{i\to\infty} E[\mu_w(i+1)] = \lim_{i\to\infty} E[\mu_w(i)] =$ $E[\mu_w(\infty)], \lim_{i \to \infty} E[\mu_w^2(i+1)] = \lim_{i \to \infty} E[\mu_w^2(i)] = E[\mu_w^2(\infty)]$ e $\lim_{i\to\infty} E[v^2(i)] = E[v^2(\infty)]$, e usando-se $\lim_{i\to\infty} E[\mathbf{w}^H(i)\mathbf{R}(i)\mathbf{w}(i)] =$ $(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))$ [79] tem-se as seguintes expressões:

$$E[v^{2}(\infty)] = \frac{(1-\beta)(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))^{2}}{(1+\beta)}$$
(5-32)

$$E[\mu_w(\infty)] \approx \frac{\gamma(1-\beta)(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))^2}{(1-\alpha)(1+\beta)}$$
(5-33)

$$E[\mu_w^2(\infty)] \approx \frac{2\alpha\gamma^2(1-\beta)^2(\xi_{min}+\xi_{ex}(\infty))^4}{(1-\alpha)^2(1+\alpha)(1+\beta)^2}$$
(5-34)

onde a mínima variância produzida pela solução ótima é dada por $\xi_{min} = \frac{1}{\mathbf{s}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k}$ para o caso de um único percurso no canal e $\xi_{min} =$ $\mathbf{g}^{H}(\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}_{k})^{-1}\mathbf{g}$ para o caso de múltiplos percursos, e ξ_{ex} é o MSE em excesso. Para simplificar ainda mais as expressões em (5-32)-(5-34), empregase a Suposição 2 e estende-se esta suposição usando-se a aproximação $(\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty))^4 \approx \xi_{min}^4$, que é uma boa simplificação se $\xi_{min} >> \xi_{ex}(\infty)$. Desta maneira, obtém-se as seguintes expressões:

$$E[\mu_w(\infty)] \approx \frac{\gamma(1-\beta)\xi_{min}^2}{(1-\alpha)(1+\beta)}$$
(5-35)

$$E[\mu_w^2(\infty)] \approx \frac{2\alpha\gamma^2(1-\beta)^2\xi_{min}^4}{(1-\alpha)^2(1+\alpha)(1+\beta)^2}$$
(5-36)

Note que (5-35) e (5-36) serão usadas no cálculo do MSE em excesso (ξ_{ex}) dos algoritmos.

5.3.3 **Complexidade Computacional**

Nesta seção é mostrada em detalhes a complexidade computacional dos mecanismos às cegas de passo variável propostos e dos outros métodos analisados. Na Tabela 5.1 descreve-se a complexidade computacional adicional requerida pelos mecanismos propostos, BVSS e BRVSS, e pelas técnicas recentemente propostas para canais em ambiente com percurso único: Averaging (AV) [93, 94] e passo adaptativo (ASS) [96], onde M = $N + L_p - 1$. A complexidade computacional adicional dos mecanismos proposto BVSS e BRVSS, e de outros métodos existentes, como o AV e o ASS [97] para cenários com canais seletivos em freqüência são mostrados na Tabela 5.2.

É importante ressaltar que os algoritmos apresentados em [96, 97] são baseados no mesmo princípio de adaptação, mas que diferem no número de operações aritméticas. Especificamente, o método em [96] pode operar apenas em presença de canais planos em freqüência, enquanto que a técnica proposta em [97] é capaz de trabalhar em ambientes com multi-percurso.

Uma vantagem importante das regras de adaptação propostas é que elas requerem apenas algumas poucas operações aritméticas enquanto que as outras técnicas existentes têm complexidade adicional proporcional ao ganho de processamento N e ao número de percursos de propagação L_p , como mostrado na Figura 5.2. Note também que o número de operações aritméticas foi estimado levando-se em consideração o número de adições e multiplicações complexas (ainda que algumas operações possam ser feitas com números reais) necessário para o funcionamento dos mecanismos. Uma pequena redução de complexidade pode ser conseguida usando-se adições e multiplicações reais em algumas situações onde as quantidades não são complexas e operações de deslocamento caso as quantidades α , $\gamma \in \beta$ sejam escolhidas como potências de dois.

Tabela 5.1: Complexidade computacional adicional dos mecanismos de passo variável para canais com percurso único.

	Número de operações por símbolo		
Mecanismo	Adições	Multiplicações	
\mathbf{AV}	M+2	2M	
\mathbf{ASS}	3M + 3	5M + 4	
BVSS	1	3	
BRVSS	2	6	

	Número de operações por símbolo	
Mecanismo	Adições	Multiplicações
AV	M+2	2M
ASS	$M^2 + 2M + 2$	$M^2 + 2M + 3$
\mathbf{BVSS}	1	3
BRVSS	2	6
BVSS (receptor e canal)	2	5
BRVSS (receptor e canal)	3	8

Tabela 5.2: Complexidade computacional adicional dos mecanismos de passo variável para canais com multi-percurso.



Figura 5.2: Complexidade em termos de operações aritméticas (multiplicações e adições) por símbolo para os mecanismos de passo variável em ambientes com (a) percurso único (b) multi-percurso.

5.4 Análise de Convergência

Nesta seção investiga-se o comportamento de convergência dos novos mecanismos usados em algoritmos SG baseados na mínima variância em termos da trajetória do vetor médio de parâmetros do receptor e do erro médio quadrático (MSE) em excesso. É importante lembrar que a convergência global do método foi estabelecida em [86] e este trabalho concentra-se na análise dos novos mecanismos BVSS e BRVSS.

5.4.1 Caso de Percurso Único

Nesta parte, a análise se concentra no caso do algoritmo SG para um único percurso de propagação e se baseia no estudo conduzido para algoritmos com passo fixo em [79]. A maior parte das etapas da análise em [79] é incluída para facilitar o entendimento e, em seguida, leva-se em consideração os novos mecanismos às cegas de passo variável.

Trajetória de vetor médio de parâmetros do receptor

Para estudar a trajetória do vetor médio de parâmetros e do vetor de restrições para o algoritmo SG $\mathbf{c}_k(i+1) = \mathbf{c}_k(i) - \mu_w(i) z_k^*(i) (\mathbf{r}(i) - z_{k,MF}(i) \mathbf{s}_k)$ dados por (5-13) com passo variável $\mu_w(i)$, adiciona-se \mathbf{s}_k a ambos os lados da equação e define-se o vetor de erro do receptor $\mathbf{e}_w(i)$ no instante *i*:

$$\mathbf{w}_{k}(i+1) = \mathbf{w}_{k}(i) - \mu_{w}(i)\mathbf{r}^{H}\mathbf{w}_{k}(i)(\mathbf{I} - \mathbf{s}_{k}\mathbf{s}_{k}^{H})\mathbf{r}(i) = \mathbf{w}_{k}(i) - \mu_{w}(i)\mathbf{r}^{H}\mathbf{w}_{k}(i)\mathbf{v}(i)$$
$$= [\mathbf{I} - \mu_{w}(i)\mathbf{v}(i)\mathbf{r}^{H}]\mathbf{w}_{k}(i)$$
$$\mathbf{e}_{w}(i+1) = \mathbf{w}_{k}(i+1) - \mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{I} - \mu_{w}(i)\mathbf{v}(i)\mathbf{r}^{H}(i))\mathbf{e}_{w}(i) - \mu_{w}(i)(\mathbf{I} - \mathbf{s}_{k}\mathbf{s}_{k}^{H})\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}_{opt}$$
(5-37)

onde \mathbf{w}_{opt} é dado por (5-4) e $\mathbf{v}(i) = (\mathbf{I} - \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^H)\mathbf{r}(i)$. Aplicando-se o valor esperado em ambos os lados de (5-37) e usando-se a *Suposição 1* tem-se

$$E[\mathbf{e}_w(i)] = (\mathbf{I} - E[\mu_w(i)]\mathbf{R}_{vr})E[\mathbf{e}_w(i-1)]$$
(5-38)

onde $\mathbf{R}_{vr} = E[\mathbf{v}(i)\mathbf{r}^{H}(i)] = (\mathbf{I} - \mathbf{s}_{k}\mathbf{s}_{k}^{H})\mathbf{R}(i) = \sum_{k=1}^{K} A_{k}^{2}(\mathbf{s}_{k} - \mathbf{s}_{k\neq j}\mathbf{s}_{k})\mathbf{s}_{k}^{H} + \sigma^{2}(\mathbf{I} - \mathbf{s}_{k}\mathbf{s}_{k}^{H}) \in \mathbf{R}_{vr}\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{0}$. Desta forma, pode se concluir que \mathbf{w}_{k} converge para \mathbf{w}_{opt} e (5-38) é estável se e somente se $\prod_{i=0}^{\infty}(\mathbf{I} - E[\mu_{w}(i)]\mathbf{R}_{vr}) \rightarrow 0$, que é uma condição necessária e suficiente para $\lim_{i\to\infty} E[\mathbf{e}_{w}(i)] = \mathbf{0}$ e $E[\mathbf{w}_{k}(i)] \rightarrow \mathbf{w}_{opt}$. Para estabilidade, a condição suficiente em que (5-38) é válida implica que

$$0 \le E[\mu_w(\infty)] < \min_k \frac{2}{|\lambda_k^{vr}|} \tag{5-39}$$

onde λ_k^{vr} é o k-ésimo autovalor de \mathbf{R}_{vr} , que não é necessariamente real porque \mathbf{R}_{vr} não é simétrica.

Trajetória do Erro Médio Quadrático em Excesso

Nesta parte é considerada uma análise do erro médio quadrático (MSE) em excesso no estado estacionário, que segue as etapas apresentadas em [79] para algoritmos com passo variável. Define-se o MSE no instante de tempo i + 1 usando o fato de que $\boldsymbol{e}_w(i+1) = \mathbf{w}(i+1) - \mathbf{w}_{opt}$

$$\epsilon(i+1) = E[|b_k(i) - \mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)|^2]$$

= $E[|b(i)|^2] - \mathbf{w}_k^H(i)E[b^*(i)\mathbf{r}(i)] - E[b_k(i)\mathbf{r}^H(i)]\mathbf{w}(i) + \mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{R}(i)\mathbf{w}_k(i)$
= $\epsilon_{min} + \xi(i) - \xi_{min} - E[\mathbf{e}_w^H(i)]\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_k^H E[\mathbf{e}_w(i)]$
= $\epsilon_{min} + \xi_{ex}(i) - E[\mathbf{e}_w^H(i)]\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_k^H E[\mathbf{e}_w(i)]$
(5-40)

onde $\xi(i) = E[\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{w}_k(i)]$ é a variância média, $\epsilon_{min} = E[|b(i+1) - b(i+1)]$ $\mathbf{w}_{opt}^{H}\mathbf{r}(i+1)|^{2}$] é o MSE com $\mathbf{w}_{opt} = \xi_{min}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}_{k}$, onde $\xi_{min} = 1/(\mathbf{s}^{k}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}_{k})$ é a mínima variância, e $\xi_{ex}(i) = \xi(i) - \xi_{min}$ é o MSE em excesso devido ao processo de adaptação no instante de tempo i . Como $\lim_{i\to\infty} E[\mathbf{e}_w(i)] = 0$ tem-se:

$$\lim_{i \to \infty} \epsilon(i+1) = \epsilon_{\min} + \lim_{i \to \infty} \xi(i) \equiv \epsilon_{\min} + \xi_{ex}(\infty)$$
 (5-41)

onde o MSE em excesso assintótico é igual à mínima variância em excesso assintótica, como verificado em [79], e o terceiro termo de (5-41) é o MSE em excesso no estado estacionário resultante do processo de adaptação. Para analisar a trajetória da mínima variância, escreve-se $\xi(i)$ da seguinte forma:

$$\xi(i) = E[\mathbf{w}^{H}(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}(i)] = E[\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}(i)\mathbf{w}^{H}(i)\mathbf{r}(i)]$$
$$= tr \ E[\mathbf{w}(i)\mathbf{w}^{H}(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)] = tr \ E[\mathbf{R}_{\mathbf{w}}(i)\mathbf{R}]$$
(5-42)

onde $\mathbf{R}_{\mathbf{w}}(i) = \mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^{H} + E[\mathbf{e}_{w}(i)]\mathbf{w}_{opt}^{H} + \mathbf{w}_{opt}E[\mathbf{e}_{w}^{H}(i)] + \mathbf{R}_{e_{w}}(i), \mathbf{R}_{\mathbf{e}_{w}}(i) =$ $E[\mathbf{e}_w(i)\mathbf{e}_w^H(i)]$ [79]. Para prosseguir com a análise, define-se as quantidades $\mathbf{R} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Phi}^{H}$, onde as colunas de $\boldsymbol{\Phi}$ são autovetores da matriz simétrica e positiva definida \mathbf{R} e Λ é a matriz diagonal com os autovalores correspondentes, o vetor de erros do receptor rotacionado $\tilde{\mathbf{e}}_w(i) = \mathbf{\Phi}^H \mathbf{e}_w(i)$, os vetores do sinal rotacionados $\tilde{\mathbf{r}}(i) = \mathbf{\Phi}^H \mathbf{r}(i), \ \tilde{\mathbf{s}}_k = \mathbf{\Phi}^H \mathbf{s}_k$ e $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_w} =$ $E[\tilde{\mathbf{e}}_w \tilde{\mathbf{e}}_w^H] = \mathbf{\Phi}^H \mathbf{R}_{\mathbf{e}_w} \mathbf{\Phi}$. Reescrevendo-se (5-42) em termos das quantidades transformadas acima tem-se:

$$\xi(i) = tr \ E[\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{R}_w \mathbf{\Phi}] = \xi_{min} + tr \Big[E[\tilde{\mathbf{e}}_w(i)] \tilde{\mathbf{s}}_k^H + \tilde{\mathbf{s}}_k E[\tilde{\mathbf{e}}_w^H(i)] + \mathbf{\Lambda} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}(i) \Big]$$
(5-43)

Como $\lim_{i\to\infty} E[\tilde{\mathbf{e}}(i)] = 0$, então $\xi_{ex}(\infty) = \lim_{i\to\infty} \xi(i) = tr[\Lambda \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}]$. Desta maneira, torna-se claro que para avaliar a evolução de ξ_{ex} é suficiente estudar $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}$. Usando-se os resultados de [79], (5-38), da *Suposição 1* e incorporando um mecanismo de passo variável (BVSS ou BRVSS) tem-se:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i) \approx \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1) - E[\mu_{w}(i-1)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})\mathbf{\Lambda}\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1) - E[\mu_{w}(i-1)]\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1)\mathbf{\Lambda}(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H}) + E[\mu_{w}^{2}(i-1)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})\mathbf{\Lambda}(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H}) - E[\mu_{w}^{2}(i-1)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})\mathbf{\Lambda}(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})(tr [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1)\mathbf{\Lambda}] + 2\xi_{min}E[\tilde{\mathbf{e}}(i-1)]\tilde{\mathbf{s}}_{k})$$
(5-44)

Note que se os vetores de sinal forem aproximadamente ortogonais, então os primeiros K autovetores de \mathbf{R} podem ser aproximados por $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \ldots, \mathbf{s}_K$. De forma similar a [79], utiliza-se uma aproximação que supõe que a matriz $\mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^H$ é diagonal, tal que $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}$ seja aproximadamente diagonal. Define-se o vetor $\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}$ de dimensão $M \times 1$ com elementos iguais aos da diagonal principal de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}$ e com algumas manipulações a expressão em (5-44) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i) \approx \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1) - 2E[\mu_{w}(i-1)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})\mathbf{\Lambda}\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1) + E[\mu_{w}^{2}(i-1)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})^{2}\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}^{H}\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(i-1) + E[\mu_{w}^{2}(i-1)]\xi_{min}(2E(\tilde{\mathbf{e}}(i-1)\tilde{\mathbf{s}}_{k}+1)(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})^{2}\boldsymbol{\lambda}$$
(5-45)

onde λ é o vetor de dimensão $M \times 1$ que contém os autovalores de **R**. Como $E[\tilde{\mathbf{e}}_w(i)] = 0$ converge para zero na medida que $i \to \infty$, para garantir a estabilidade é suficiente que todos os autovalores de $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - 2E[\mu_w(\infty)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{\mathbf{s}}_k^H) \mathbf{\Lambda} + E[\mu_w^2(\infty)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{\mathbf{s}}_k^H)^2 \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}^H)$ tenham magnitude menor do que um. Isto é verdadeiro caso as somas das linhas de **B** sejam menores do que um, o que implica que para estabilidade:

$$\frac{E[\mu_w^2(\infty)]}{E[\mu_w(\infty)]} < \frac{2}{\sum_{k=1}^M \lambda_k} = \frac{2}{\sum_{k=1}^K A_k^2 + M\sigma^2}$$
(5-46)

onde λ_k é o k-ésimo autovalor da matriz **R**, A_k é a amplitude do usuário k e σ^2 é a variância do ruído no receptor.

Aplicando-se limites em ambos os lados de (5-45) e fazendo-se $i \to \infty$, obtém-se $\lim_{i\to\infty} \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}(i) = \lim_{i\to\infty} \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}(i-1) = \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}(\infty), \lim_{i\to\infty} E[\mu_w(i)] =$ $\lim_{i\to\infty} E[\mu_w(i-1)] = E[\mu_w(\infty)], \lim_{i\to\infty} E[\mu_w^2(i)] = \lim_{i\to\infty} E[\mu_w^2(i-1)] =$ $E[\mu_w^2(\infty)]$ e porque $\lim_{i\to\infty} E[\tilde{\mathbf{e}}(i-1)] = 0$ o último termo de (5-45) associado com $E[\tilde{\mathbf{e}}(i-1)]$ é eliminado, produzindo:

$$\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(\infty) \approx \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(\infty) - 2E[\mu_{w}(\infty)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})\mathbf{\Lambda}\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(\infty) + E[\mu_{w}^{2}(\infty)](\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_{k}\tilde{\mathbf{s}}_{k}^{H})^{2}\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{\lambda}^{H}\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_{w}}(\infty) + \xi_{min})$$
(5-47)

Usando-se o fato de que $\lim_{i\to\infty} \lambda^H \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{e}}_w}(i) = \xi_{ex}(\infty), \ \mathbf{1}^H (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{\mathbf{s}}_k^H)^2 \lambda \approx$ $tr \mathbf{R}_{vr}$ [79] e reorganizando-se os termos obtém-se:

$$\xi_{ex}(\infty) \approx \frac{E[\mu_w^2(\infty)]}{E[\mu_w(\infty)]} (\xi_{min} + \xi_{ex}(\infty)) tr \mathbf{R}_{vr}$$
(5-48)

Empregando-se a Suposição 2, substituindo-se (5-25) e (5-26), obtém-se para o mecanismo BVSS:

$$\xi_{ex}(\infty) \approx \xi_{min}^2 \frac{2\alpha\gamma tr \ \mathbf{R}_{vr}}{(1-\alpha^2)}$$
(5-49)

enquanto que substituindo-se (5-35) e (5-36), para o mecanismo BRVSS tem-se:

$$\xi_{ex}(\infty) \approx \xi_{min}^3 \frac{2\alpha\gamma(1-\beta)tr \mathbf{R}_{vr}}{(1-\alpha^2)(1+\beta)}$$
(5-50)

Os parâmetros α , $\gamma \in \beta$ são selecionados de modo a alcançar um MSE em excesso pequeno, acelerar a convergência do algoritmo e garantir a sua estabilidade. A constante α produz um esquecimento exponencial similar ao algoritmo leaky LMS [45, 46], reduzindo o MSE em excesso. Um γ maior resulta em um passo maior nos estágios iniciais de adaptação, assegurando uma convergência rápida. Um γ menor fornece um nível menor de desajuste ao custo de uma taxa de convergência mais lenta. A escolha de β é muito importante para conseguir bom desempenho e rastreamento em ambientes não estacionários porque permite ao algoritmo lidar com estatísticas variantes no tempo da interferência e do canal. Em particular, o valor de β deve ser ligeiramente inferior a um em ambientes não estacionários.

5.4.2 **Caso Multi-Percurso**

Esta seção é dedicada ao algoritmo SG de mínima variância para o caso de multi-percurso e se baseia na análise realizada para passo fixo em [86]. É importante enfatizar que grande parte da análise em [86] será reproduzida para facilitar o entendimento do material, e em seguida, serão considerados os mecanismos de passo variável.

Trajetória do Vetor Médio do Receptor

Para estudar a trajetória do vetor médio de parâmetros e do vetor de restrições com o algoritmo SG em multi-percurso, é desconsiderado o índice do usuário k para facilitar a apresentação, e define-se o vetor de erros do receptor $\mathbf{e}_w(i)$ e o vetor erro de restrições $\mathbf{e}_a(i)$ no instante de tempo *i*:

$$\mathbf{e}_w(i) = \mathbf{w}(i) - \mathbf{w}_{opt}, \quad \mathbf{e}_g(i) = \mathbf{g}(i) - \mathbf{g}_{opt}$$
(5-51)

onde \mathbf{g}_{opt} é o vetor de restrições ótimo que equivale ao autovetor da matriz $(\mathbf{C}^{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}$ que corresponde ao maior autovalor de $(\mathbf{C}^{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}$ e $\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{g}_{opt} = \xi_{max} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{g}_{opt}.$

Os vetores de erro $\mathbf{e}_w(i) \in \mathbf{e}_a(i)$ devem ser considerados conjuntamente, devido ao procedimento de otimização conjunta. Usando-se o fato de que $\mathbf{C}^{H}\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{g}_{opt}$ e substituindo-se \mathbf{R} por \mathbf{rr}^{H} , de forma similar a [86] podese escrever $\mathbf{e}_w(i+1) = \mathbf{\Pi}_k(\mathbf{I} - \mu_w(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i))\mathbf{e}_w(i) + \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{e}_q(i) - \mathbf{e}_q(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{e}_w(i)\mathbf{e}_w(i)\mathbf{e}_w(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{e}_w(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{e}_w(i)\mathbf$ $\mu_w(i) \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{w}_{opt}$. Aplicando-se o valor esperado a ambos os lados, usando-se a Suposição 1 e a teoria da independência [45], obtém-se

$$E[\mathbf{e}_w(i+1)] = \mathbf{\Pi}_k(\mathbf{I} - E[\mu_w(i)]\mathbf{R})E[\mathbf{e}_w(i)] + \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{e}_g(i) \qquad (5-52)$$

onde o termo $\mu_w(i) \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{w}_{opt}$ foi eliminado, de acordo com [86]. Agora, considere-se o vetor de erro de restrições $\mathbf{e}_g(i+1)$ = $[(1 + \mu_g(i)\rho(i))\mathbf{I} + \frac{\mu_g(i)}{\mu_w(i)}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}]\mathbf{e}_g(i) + [\mu_g(i)\rho(i)\mathbf{I} + \frac{\mu_g(i)}{\mu_w(i)}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}]\mathbf{g}_{opt} + \frac{\mu_g(i)}{\mu_w(i)}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^H(\mu_w(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i) - \mathbf{I})\mathbf{w}(i).$ Após a aplicação do valor esperado em ambos os lados tem-se:

$$E[\mathbf{e}_{g}(i+1)] = [(1+E[\mu_{g}(i)]\bar{\rho})\mathbf{I} + E[\frac{\mu_{g}(i)}{\mu_{w}(i)}](\mathbf{C}^{H}\mathbf{C})^{-1}]E[\mathbf{e}_{g}(i)] + E[\mu_{g}(i)](\xi_{max}+\bar{\rho})\mathbf{g}_{opt}$$
$$+ (\mathbf{C}^{H}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^{H}(E[\mu_{g}(i)]\mathbf{R} - E\left[\frac{\mu_{g}(i)}{\mu_{w}(i)}\right]\mathbf{I})\mathbf{e}_{w}(i)$$
(5-53)

onde $\rho(i) = E[\rho(i)]$. Combinando-se (5-52) e (5-53), a trajetória dos vetores erro é dada pelas seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} E[\mathbf{e}_w(i+1)]\\ E[\mathbf{e}_g(i+1)] \end{bmatrix} = \mathbf{\Gamma} \begin{bmatrix} E[\mathbf{e}_w(i)]\\ E[\mathbf{e}_g(i)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}\\ E[\mu_g(i)](\xi_{max} + \bar{\rho}\mathbf{g}_{opt}) \end{bmatrix}$$
(5-54)

onde

onde $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_k (\mathbf{I} - E[\mu_w(i)]\mathbf{R}) & \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \\ (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H (E[\mu_g(i)]\mathbf{R} - E[\frac{\mu_g(i)}{\mu_w(i)}]\mathbf{I}) & [(1 + E[\mu_g(i)]\bar{\rho})\mathbf{I} + E[\frac{\mu_g(i)}{\mu_w(i)}](\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1}] \end{bmatrix}.$ Examinando-se a expressão anterior, nota-se que a estabilidade do algo-

ritmo depende da matriz Γ e o estudo da sua trajetória é extremamente difícil, como relatado em [86]. Especificamente, o foco é dado aos mecanismos de passo variável, cujos valores máximos permitidos para adaptação devem ser escolhidos de forma a garantir que os autovalores de $\Gamma\Gamma^H$ tenham magnitude inferior a um.

Trajetória do Erro Médio Quadrático em Excesso

Esta parte se concentra na análise e cálculo do MSE em excesso em estado estacionário levando-se em consideração os novos mecanismos de passo variável. Novamente, a análise segue os princípios daquela apresentada para o caso de percurso único e do trabalho em [86] para algoritmos com passo fixo. Define-se o MSE no instante de tempo i + 1:

$$\epsilon(i+1) = E[|b(i+1) - \mathbf{w}^{H}(i+1)\mathbf{r}(i+1)|^{2}]$$
(5-55)

Usando-se o fato de que $e_w(i+1) = \mathbf{w}(i+1) - \mathbf{w}_{opt}$ e empregando-se a teoria da independência [45] o MSE pode ser escrito como:

$$\epsilon(i+1) = \epsilon_{min} + E[\mathbf{g}\mathbf{C}^{H}\mathbf{e}_{w}(i+1) + \mathbf{e}_{w}^{H}(i+1)\mathbf{C}\mathbf{g}] + tr\left[E[\mathbf{R}\mathbf{w}_{opt}\mathbf{e}_{w}^{H}(i+1)]\right] + tr\left[E[\mathbf{R}\mathbf{e}_{w}(i+1)\mathbf{w}_{opt}^{H}]\right] + tr\left[E[\mathbf{R}\mathbf{e}_{w}(i+1)\mathbf{e}_{w}^{H}(i+1)]\right]$$
(5-56)

onde $\epsilon_{min} = E[|b(i+1) - \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{r}(i+1)|^2]$. Como $\lim_{i \to \infty} E[\mathbf{e}_w(i)] = 0$ tem-se:

$$\lim_{i \to \infty} \epsilon(i+1) = \epsilon_{min} + \lim_{i \to \infty} tr \left[E[\mathbf{Re}_w(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)] \right] = \epsilon_{min} + \xi_{ex}(\infty) \quad (5-57)$$

onde o segundo termo em (5-57) é o MSE em excesso no estado estacionário resultante do processo de adaptação. Define-se $\mathbf{R}_e(i) = E[\mathbf{e}_w(i)\mathbf{e}_w^H(i)],$ $\mathbf{R}_e = \lim_{i \to \infty} \mathbf{R}_e(i)$ e utiliza-se a propriedade do traço $tr(\mathbf{R}\mathbf{R}_e) =$ $vec^{H}(\mathbf{R})vec(\mathbf{R}_{e})$ para expressar o MSE em excesso no estado estacionário:

$$\xi_{ex} = tr(\mathbf{RR}_e) = vec^H(\mathbf{R})vec(\mathbf{R}_e) \tag{5-58}$$

Desta forma, torna-se evidente que para avaliar o ξ_{ex} é suficiente estudar \mathbf{R}_{e} , que depende do vetor erro dos parâmetros do receptor \mathbf{e}_w . Para simplificar a análise supõe-se que $\mathbf{C}^H \mathbf{e}_w \approx \mathbf{e}_q$, o que é verdadeiro quando a adaptação está próxima do estado estacionário, como explicado em [86]. Neste ponto,

Estruturas e Algoritmos para Detecção Multiusuário e Supressão de Interferência em Sistemas DS-CDMA 76

pode-se reescrever \mathbf{e}_w como:

$$\mathbf{e}_{w}(i+1) \approx \mathbf{P}\mathbf{e}_{w}(i) - \mu_{w}(i)\mathbf{\Pi} \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}_{opt}(i)$$
(5-59)

onde $\mathbf{P}(i) = \mathbf{I} - \mu_w(i) \mathbf{\Pi} \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i)$. Substituindo-se $\mathbf{P}(i)$ em (5-59), aplicandose o valor esperado em ambos os lados e usando-se a Suposição 1 obtém-se:

$$\mathbf{R}_{e}(i+1) \approx \mathbf{R}_{e}(i) - E[\mu_{w}(i)]\mathbf{\Pi} \mathbf{R}(i)\mathbf{R}_{e}(i) - E[\mu_{w}(i)]\mathbf{R}_{e}(i)\mathbf{R}(i)\mathbf{\Pi} - E[\mu_{w}(i)]E[(\mathbf{I} - \mu_{w}(i)\mathbf{\Pi} \mathbf{r}i)\mathbf{r}^{H}(i))\mathbf{e}_{w}(i)\mathbf{w}_{opt}^{H}\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{\Pi}] - E[\mu_{w}(i)]E[\mathbf{\Pi}(i)\mathbf{r}\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{w}_{opt}\mathbf{e}_{w}^{H}(i)(\mathbf{I} - E[\mu_{w}(i)]\mathbf{\Pi}(i)\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i))^{H}] + E[\mu_{w}^{2}(i)]E[\mathbf{\Pi} \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^{H} + \mathbf{e}_{w}(i)\mathbf{e}_{w}^{H}(i))\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{H}(i)\mathbf{\Pi}] (5-60)$$

onde $\mathbf{R}_e(i+1) = E[\mathbf{e}_w(i+1)\mathbf{e}_w^H(i+1)]$. Fazendo-se $i \to \infty$, tem-se $\lim_{i\to\infty} \mathbf{R}_e(i+1) = \lim_{i\to\infty} \mathbf{R}_e(i+1) = \mathbf{R}_e \in \lim_{i\to\infty} E[\mathbf{e}_w(i)] = 0, \text{ e em}$ seguida, usando-se estes limites em ambos os lados de (5-60), chega-se a:

$$\mathbf{\Pi} \mathbf{R} \mathbf{R}_{e} + \mathbf{R}_{e} \mathbf{R} \mathbf{\Pi} \approx \frac{E[\mu_{w}^{2}(\infty)]}{E[\mu_{w}(\infty)]} E[\mathbf{\Pi} \mathbf{r} \mathbf{r}^{H} (\mathbf{w}_{opt} \mathbf{w}_{opt}^{H} + \mathbf{R}_{e}) \mathbf{r} \mathbf{r}^{H} \mathbf{\Pi}]$$
(5-61)

Nesta etapa do desenvolvimento pode-se utilizar a operação "vec", isto é, arranja-se todos os elementos de uma matriz em um vetor-coluna, e a propriedade do traço $tr(\mathbf{RR}_e) = vec^H(\mathbf{R})vec(\mathbf{R}_e)$ para expressar o MSE em excesso no estado estacionário como:

$$\xi_{ex} = \frac{E[\mu_w^2(\infty)]}{E[\mu_w(\infty)]} vec^H(\mathbf{R}) \mathbf{\Theta}^{-1} \mathbf{a}$$
(5-62)

onde $\Theta = \mathbf{A} - \frac{E[\mu_w^2(\infty)]}{E[\mu_w(\infty)]} \mathbf{B}$, $\mathbf{a} = \mathbf{B} \ vec(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^H)$, $\mathbf{A} = (\mathbf{R}\mathbf{\Pi})^T \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes (\mathbf{\Pi}\mathbf{R})$, $\mathbf{B} = \left[(\mathbf{\Pi})^T \otimes \mathbf{\Pi} \right] E \left[(\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i))^T \otimes (\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)) \right] \in \otimes \text{ denota o produto de}$ Kronecker.

Usando-se a Suposição 2 para o mecanismo BVSS, a substituição de (5-25) e (5-26) em (5-62) produz:

$$\xi_{ex} = vec^{H}(\mathbf{R}) \left(\mathbf{A} - \frac{2\alpha\gamma\xi_{min}}{(1-\alpha^{2})} \mathbf{B} \right)^{-1} \frac{2\alpha\gamma\xi_{min}}{(1-\alpha^{2})} \mathbf{B} vec(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^{H})$$
(5-63)

onde $\xi_{min} = \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{R} \mathbf{w}_{opt}$. Prosseguindo-se de forma similar para o método BRVSS, usando-se a Suposição 2 (isto é $\xi_{min} >> \xi_{ex}(\infty)$) e substituindo-se (5-35) e (5-36) em (5-62) obtém-se:

$$\xi_{ex} = vec^{H}(\mathbf{R}) \left(\mathbf{A} - \frac{2\alpha\gamma(1-\beta)\xi_{min}^{2}}{(1-\alpha^{2})(1+\beta)} \mathbf{B} \right)^{-1} \frac{2\alpha\gamma(1-\beta)\xi_{min}^{2}}{(1-\alpha^{2})(1+\beta)} \mathbf{B} vec(\mathbf{w}_{opt}\mathbf{w}_{opt}^{H})$$
(5-64)

É importante ressaltar que as expressões obtidas em (5-63) e (5-64) se reduzem àquela obtida em [86] se for utilizado um passo fixo ao invés de uma abordagem com passo variável. Apesar das expressões envolverem estatísticas de quarta ordem, pode-se notar que ξ_{ex} aumenta quase linearmente com $E[\mu_w]$, de forma parecida com o caso de percurso único. Um outro aspecto que deve ser mencionado é que o emprego de passos variáveis é capaz de lidar de modo eficaz com o compromisso entre MSE em excesso (ξ_{ex}) e taxa de convergência. Através de um ajuste automático do fator de convergência passos maiores podem ser usados para acelerar a convergência, enquanto passos menores são ajustados para assegurar um valor pequeno de ξ_{ex} . No que diz respeito à estabilidade, pode-se garantir o bom funcionamento do algoritmo desde que o projetista escolha de modo adequado os valores máximo e mínimo de passo permitidos por truncamento, conforme descrito na Seção 5.3.

5.5 Receptores Lineares Baseados na Função Custo CM com Restrições

Nessa seção é introduzido um critério de projeto para receptores lineares baseado na função custo CM [104], que combina os sinais de diferentes percursos usando múltiplas restrições que são tratadas como variáveis e otimizadas conjuntamente a fim de estimar os parâmetros do receptor e do canal.

Considere o vetor recebido $\mathbf{r}(i)$, a matriz de restrições de dimensão $M \times L_p$ que contém versões deslocadas de um *chip* da seqüência de assinatura do usuário k e o vetor de componentes do multi-percurso \mathbf{g} de dimensão $L_p \times 1$ a ser estimado:

$$\mathbf{C}_{k} = \begin{bmatrix} a_{k}(1) & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & a_{k}(1) \\ a_{k}(N) & \vdots \\ \mathbf{0} & \ddots & a_{k}(N) \end{bmatrix}, \mathbf{g}(i) = \begin{bmatrix} g_{0}(i) \\ \vdots \\ g_{L_{p-1}}(i) \end{bmatrix}$$
(5-65)

O projeto do receptor linear baseado na função custo módulo constante com



Figura 5.3: Diagrama em blocos de um receptor linear às cegas com base no critério de módulo constante (CM) e estimação de canal.

restrições (*Constrained Constant Modulus* - CCM), como ilustrado na Figura 5.2, equivale à determinação de um filtro FIR cujo vetor de coeficientes \mathbf{w}_k com $M = N + L_p - 1$ elementos produz uma estimativa do símbolo desejado:

$$\hat{b}_k(i) = sgn(\Re(\mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i)))$$
(5-66)

onde sgn(.) é a função sinal, o operador $\Re(.)$ seleciona a componente real do argumento e \mathbf{w}_k é otimizado de acordo com a função custo CM (o índice (i) será desconsiderado por conveniência na apresentação):

$$J_{CM}(\mathbf{w}_k) = E\left[\left(|\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}|^2 - 1\right)^2\right]$$
(5-67)

sujeito às restrições dadas por $\mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \nu \mathbf{g}$, onde $\mathbf{C}_k \mathbf{g} = \mathbf{g} \star \mathbf{s}_k$, o símbolo \star representa convolução, e \mathbf{g} é o vetor que contém os ganhos do multi-percurso que devem ser determinados e ν é uma constante que garante a convexidade de (5-67), como será mostrado mais adiante. Dado g considere o problema através de uma função custo sem restrições dada pelo método dos multiplicadores de Lagrange [45] e expressa por $J'_{CM}(\mathbf{w}_k) =$ $E[(|\mathbf{w}_k^H\mathbf{r}|^2-1)^2] + \Re[(\mathbf{C}_k^H\mathbf{w}_k-\nu \mathbf{g})^H\boldsymbol{\lambda}], \text{ onde } \boldsymbol{\lambda} \in \text{ um vetor complexo}$ de multiplicadores de Lagrange. Calculando-se os termos do gradiente de J'_{CM} com respeito a \mathbf{w}_k e igualando-se estes termos a um vetor com zeros, tem-se $\nabla J'_{CM} = 2E[(|\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}|^2 - 1)\mathbf{r}\mathbf{r}^H \mathbf{w}_k] + \mathbf{C}_k \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$. Então, reescrevendose os termos, obtém-se $E[|z_k|^2 \mathbf{r} \mathbf{r}^H] \mathbf{w}_k = E[z_k^* \mathbf{r}] - \mathbf{C}_k \lambda/2$ e em seguida $\mathbf{w}_k = \mathbf{R}_k^{-1}[\mathbf{d}_k - \mathbf{C}_k \boldsymbol{\lambda}/2], \text{ onde } z_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{r}, \mathbf{R}_k = E[|z_k|^2 \mathbf{r} \mathbf{r}^H], \mathbf{d}_k = E[z_k^* \mathbf{r}] \in \mathbf{O}$ asterisco denota conjugação complexa. Usando-se o conjunto de restrições

dado por $\mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \nu \mathbf{g}$, chega-se à expressão para o multiplicador de Lagrange $\boldsymbol{\lambda} = 2(\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k)^{-1} (\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{d}_k - \nu \mathbf{g})$. Substituindo-se $\boldsymbol{\lambda}$ em $\mathbf{w}_k = \mathbf{R}_k^{-1} [\mathbf{d}_k - \mathbf{C}_k \boldsymbol{\lambda}]$ obtém-se a expressão para o receptor CCM linear:

$$\mathbf{w}_{k} = \mathbf{R}_{k}^{-1} \left[\mathbf{d}_{k} - \mathbf{C}_{k} (\mathbf{C}_{k}^{H} \mathbf{R}_{k}^{-1} \mathbf{C}_{k})^{-1} \left(\mathbf{C}_{k}^{H} \mathbf{R}_{k}^{-1} \mathbf{d}_{k} - \nu \mathbf{g} \right) \right]$$
(5-68)

Diferentemente de (5-9), a solução CCM para o receptor linear em (5-68) é uma equação transcendental, ou seja, é função de valores anteriores de \mathbf{w}_k e supõe o conhecimento dos parâmetros do canal. Entretanto, em um grande número de aplicações em presença de multi-percurso estes parâmetros não são conhecidos e, portanto, um procedimento de estimação de canal é necessário. No presente caso, adota-se a técnica de estimação de canais às cegas baseada no método das potências inicialmente proposto por Tsatsanis e Xu em [85, 86] e posteriormente fundamentado por Doukopoulos e Moustakides em [116, 117]:

$$\hat{\mathbf{g}} = \arg\min_{\mathbf{g}} \ \mathbf{g}^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{R}^{-m} \mathbf{C}_k \mathbf{g}$$
(5-69)

sujeito a $||\hat{\mathbf{g}}|| = 1$, onde $\mathbf{R} = E[\mathbf{rr}^H]$ e m é uma potência finita. A solução é o autovetor correspondente ao menor autovalor da matriz $\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}^{-m} \mathbf{C}_k$ de dimensão $L_p \times L_p$, que pode ser obtido através do SVD. Em particular, podese usar \mathbf{R}_k no lugar de \mathbf{R} para evitar a estimação de ambas as matrizes \mathbf{R} e \mathbf{R}_k , o que não acarreta perdas de desempenho, de acordo com nossos estudos. Os valores de m serão restritos a 1 para facilitar a análise, ainda que o desempenho do estimador de canal e conseqüentemente do receptor possam ser incrementados aumentando-se o valor deste parâmetro.

5.6 Algoritmos Adaptativos Baseados no Critério CCM

Nesta seção são descritos algoritmos adaptativos do tipo SG e RLS para estimação dos parâmetros do canal e do receptor usando o critério módulo constante com restrições (CCM).

O algoritmo CCM-SG introduzido nesta seção difere da técnica proposta por Xu e Liu [115] no se refere à estimação de canal e no uso de sinais complexos. Especificamente, a técnica de Xu e Liu [115] apresenta um problema na estimação de canal e freqüentemente necessita da ajuda de um outro algoritmo para conseguir estimar os parâmetros do multi-percurso. Por outro lado, a nossa proposta de algoritmo CCM-SG é descrita para sinais complexos e utiliza a técnica de estimação de canal de Doukopoulos e Moustakides [117], alcançando melhores resultados, como será verificado mais adiante.

Em termos de complexidade, os algoritmos SG requerem um número de operações que cresce linearmente com o número de parâmetros (O(M)), enquanto que as técnicas do tipo RLS possuem uma complexidade quadrática com o número de elementos adaptativos $(O(M^2))$, e as expressões em (5-68) e (5-69) demandam um custo computacional cúbico $(O(M^3))$. Uma vantagem da abordagem RLS é que a sua taxa de convergência é invariante à dispersão dos autovalores da matriz covariância da observação.

As propriedades de convergência da técnica CCM são discutidas no Apêndice B, onde são mostradas as condições para que a otimização da função custo CM com restrições seja convexa. Uma análise de convergência que descreve a trajetória do vetor médio de parâmetros do receptor e obtém expressões para o MSE em excesso não foi realizada para o algoritmo CCM-SG porque um estudo do seu comportamento já havia sido conduzido em [114]. Com relação ao algoritmo CCM-RLS, espera-se que ele convirja para a solução CCM em (5-68) com uma ordem de magnitude mais rápido do que o algoritmo CCM-SG e sem MSE em excesso (desde que o fator de esquecimento α seja igual a um em ambiente estacionário), conforme verificado para algoritmos do tipo RLS [45, 46].

5.6.1 Algoritmo CCM-SG

Uma solução SG para (5-67) pode ser derivada usando-se valores instantâneos e calculando-se os termos do gradiente de (5-67) com respeito a $\mathbf{w}_k(i)$ que devem minimizar $J_{CM}(.)$ de forma adaptativa. Supõe-se a princípio que o os parâmetros do canal g são dados. Considerando-se o conjunto de restrições $\mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k(i) = \nu \hat{\mathbf{g}}(i)$, chega-se às equações de atualização para estimação de $\mathbf{w}_k(i)$:

$$\mathbf{w}_k(i+1) = \mathbf{P}_k(\mathbf{w}_k(i) - \mu_w e_k(i) z_k^*(i) \mathbf{r}(i)) + \nu \ \mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \hat{\mathbf{g}}(i)$$
(5-70)

onde $z_k(i) = \mathbf{w}_k^H(i)\mathbf{r}(i), e_k(i) = (|z_k(i)|^2 - 1) \in \mathbf{P}_k = \mathbf{I} - \mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H\mathbf{C}_k)^{-1}\mathbf{C}_k^H$ é a matriz que projeta os parâmetros do receptor em um outro hiperplano de modo a garantir as restrições.

Note que, para estabilidade e para facilitar o ajuste dos parâmetros, é útil empregar passos normalizados quando se opera em ambientes não estacionários. Uma versão normalizada deste algoritmo pode ser obtida substituindo-se (5-70) na função CM, diferenciando-se a função custo com respeito a μ_w , igualando-se o resultado a zero e resolvendo as novas equações, como detalhado no Apêndice C. Portanto, o algoritmo CCM-SG proposto aqui adota o mecanismo de normalização dado por $\mu_w = \frac{\mu_{0w}(|z_k(i)|+1)}{|z_k(i)|e_k(i)\mathbf{r}^H(i)\mathbf{Pr}(i)}$ onde μ_{0_w} é o fator de convergência.

A estimativa do canal $\hat{\mathbf{g}}$ é baseada no método das potências e obtida pela técnica SG descrita em [117]. Esta técnica é uma versão SG do método não supervisionado de estimação de canal descrito em (5-69) e introduzido em [116] que requer apenas $O(L_p)$ operações aritméticas para estimar os parâmetros do multi-percurso contra $O(L_p^3)$ da sua versão que utiliza o SVD. O procedimento emprega as estimativas $\hat{\mathbf{W}}_k(i) = \mathbf{C}_k^H \hat{\mathbf{V}}_k(i)$, onde $\hat{\mathbf{V}}_k(i)$ é uma estimativa de $\mathbf{R}^{-1}(i)\mathbf{C}_k$, obtida com a seguinte recursão:

$$\hat{\mathbf{V}}_k(i) = \alpha \hat{\mathbf{V}}_k(i-1) + \mu_g \Big(\hat{\mathbf{V}}_k(i-1) - \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \hat{\mathbf{V}}_k(i-1) \Big)$$
(5-71)

onde $\mathbf{V}_k(0) = \mathbf{C}_k \in 0 < \alpha < 1$. Para estimar o canal utiliza-se uma iteração de uma variante do método das potências [135] introduzida em [117]:

$$\hat{\mathbf{g}}(i) = (\mathbf{I} - \gamma(i)\hat{\mathbf{W}}_k(i))\hat{\mathbf{g}}(i-1)$$
(5-72)

onde $\gamma(i) = 1/tr[\hat{\mathbf{W}}_k(i)] \in tr[.]$ denota a operação traço. Em seguida, faz-se $\hat{\mathbf{g}}(i) \leftarrow \hat{\mathbf{g}}(i) / ||\hat{\mathbf{g}}(i)||$ para normalizar o canal.

5.6.2 Algoritmo CCM-RLS

Dada a expressão para \mathbf{w}_k em (5-68), desenvolve-se um algoritmo computacionalmente eficiente que estima as matrizes \mathbf{R}_k^{-1} e $(\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k)^{-1}$ recursivamente, reduzindo-se a complexidade computacional. Usando-se o lema de inversão de matrizes e recursões do tipo Kalman RLS [45, 46] temse:

$$\mathbf{G}_{k}(i) = \frac{\alpha^{-1} \hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i-1) z_{k}(i) \mathbf{r}(i)}{1 + \alpha^{-1} \mathbf{r}^{H}(i) z_{k}(i) \hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i-1) z_{k}^{*}(i) \mathbf{r}(i)}$$
(5-73)

$$\hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i) = \alpha^{-1} \hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i-1) - \alpha^{-1} \mathbf{G}_{k}(i) z_{k}^{*}(i) \mathbf{r}^{H}(i) \hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i-1)$$
(5-74)

onde $\mathbf{G}_k(i)$ é o vetor de ganhos de Kalman com dimensão $M \times 1$, \mathbf{R}_k é a estimativa da matriz \mathbf{R}_k e $0 < \alpha \leq 1$ é o fator de esquecimento. A cada símbolo processado, a matriz $\hat{\mathbf{R}}_k^{-1}(i)$ é atualizada e emprega-se uma outra recursão para estimar $(\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}_k^{-1}(i) \mathbf{C}_k)^{-1}$ como descrito por:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{k}^{-1}(i) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\boldsymbol{\Gamma}_{k}^{-1}(i-1) - \frac{\boldsymbol{\Gamma}_{k}^{-1}(i-1)\boldsymbol{\gamma}_{k}(i)\boldsymbol{\gamma}_{k}^{H}(i)\boldsymbol{\Gamma}_{k}^{-1}(i-1)}{\frac{1-\alpha}{\alpha} + \boldsymbol{\gamma}_{k}^{H}(i)\boldsymbol{\Gamma}_{k}^{-1}(i)\boldsymbol{\gamma}_{k}(i)} \right]$$
(5-75)

onde $\Gamma_k(i)$ é uma estimativa de $(\mathbf{C}_k^H \mathbf{R}_k^{-1}(i) \mathbf{C}_k)$ e $\boldsymbol{\gamma}_k(i) = \mathbf{C}_k^H \mathbf{r}(i) z_k(i)$.

Para estimar o canal e evitar o custo computacional do SVD em $\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{R}_{k}^{-1}(i)\mathbf{C}_{k}$, utiliza-se a estimativa $\mathbf{\Gamma}_{k}(i)$ da matriz $\mathbf{V}_{k}(i) = \mathbf{C}_{k}^{H}\hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i)\mathbf{C}_{k}$ e emprega-se uma variante do método das potências [135] introduzida em [117] como descrito por:

$$\hat{\mathbf{g}}(i) = (\mathbf{I} - \gamma(i)\Gamma_k(i))\hat{\mathbf{g}}(i-1)$$
(5-76)

onde $\gamma(i) = 1/tr[\mathbf{\Gamma}_k(i)], tr[.]$ é o operador traço e faz-se $\hat{\mathbf{g}}(i) \leftarrow \hat{\mathbf{g}}(i)/||\hat{\mathbf{g}}(i)||$ para normalizar o canal. O receptor CCM linear é então projetado de acordo com:

$$\hat{\mathbf{w}}_{k}(i) = \hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i) \left[\hat{\mathbf{d}}_{k}(i) - \mathbf{C}_{k} \mathbf{\Gamma}_{k}^{-1}(i) \left(\mathbf{C}_{k}^{H} \hat{\mathbf{R}}_{k}^{-1}(i) \hat{\mathbf{d}}_{k}(i) - \nu \; \hat{\mathbf{g}}(i) \right) \right]$$
(5-77)

onde $\hat{\mathbf{d}}_k(i+1) = \alpha \hat{\mathbf{d}}_k(i) + (1-\alpha) z_k^*(i) \mathbf{r}(i)$ corresponde a uma estimativa de $\mathbf{d}_k(i)$. Em termos de complexidade computacional, o algoritmo CCM-RLS requer $O(M^2)$ para suprimir a IMA e a IES e $O(L_p^2)$ para estimar o canal, contra $O(M^3) \in O(L_p^3)$ necessários para o cálculo das expressões em (5-68) e (5-69), respectivamente.

5.7 Simulações

Nesta seção é investigada a eficácia dos novos mecanismos de passo variável, apresentados na primeira parte do capítulo, e do novo critério e seus respectivos algoritmos adaptativos baseados na função custo módulo constante com restrições (CCM).

5.7.1 Mecanismos de Passo Variável

Nesta parte, examina-se os algoritmos de passo variável propostos através de simulações e verifica-se a validade da análise de convergência realizada para prever o MSE obtido pelos métodos BVSS e BRVSS. Foram conduzidos experimentos em cenários estacionários e não-estacionários para avaliar o desempenho de convergência em termos de SINR dos mecanismos propostos e compará-los com outras técnicas existentes, ASS [96, 97] e AV [93, 94]. Em seguida, obtém-se o desempenho em termos de BER dos receptores com os diferentes mecanismos analisados para diferentes cargas, ganhos de processamento (N), número de percursos (L_p) e perfis de canal, e taxas de desvanecimento. As seqüências de espalhamento usadas no sistema DS-CDMA são indicadas para cada experimento, e escolhidas entre seqüências aleatórias e Gold. Todos os resultados das simulações são obtidos tirando-se as médias de 100 experimentos independentes e quando os mecanismos propostos são empregados para estimativa de canal e receptor, as legendas indicam (rec & canal). Para os casos restantes e para o algoritmo SG com percurso único, as técnicas de adaptação estudadas são usadas apenas para estimação dos parâmetros do receptor. Para todos os algoritmos o passo $\mu_{w|g}(i)$ é truncado entre { $\mu_{max_{w|g}}$ e $\mu_{min_{w|g}}$ }.

Todos os canais são normalizados de modo que $\sum_{l=1}^{L_p} p_l^2 = 1$. Para canais com desvanecimento, a sequência de coeficientes de canal é dada por $h_l(i) = p_l \alpha_l(i)$ (l = 0, 1, 2), onde $\alpha_l(i)$, é uma seqüência de variáveis complexas gaussianas obtida aplicando-se ruído branco gaussiano complexo a um filtro com função de transferência aproximada $c/\sqrt{1-(f/f_d)^2}$ onde c é uma constante de normalização, $f_d = v/\lambda$ é o deslocamento Doppler máximo, λ é o comprimento de onda da freqüência da portadora, e v é a velocidade do terminal móvel [52]. Este procedimento corresponde à geração de seqüências correlacionadas de variáveis aleatórias cuja envoltória corresponde a variáveis aleatórias de Rayleigh com potência unitária $(E[|\alpha_l^2(i)|] = 1)$. Para canais com multi-percurso sem desvanecimento, a ambigüidade de fase derivada do mecanismo de estimação de canal é eliminada nas simulações transmitindo-se um símbolo e usando-se a fase de $\mathbf{g}(0)$ como uma referência no receptor para remover a ambigüidade. Para canais com desvanecimento supõe-se rastreamento ideal das fases e expressa-se os resultados em termos de freqüência Doppler normalizada $f_d T$ (ciclos/símbolo).

Desempenho em termos de MSE: resultados analíticos

Nesta seção verifica-se a validade dos resultados obtidos em (5-49), (5-50), (5-63) e (5-64) no estudo sobre análise de convergência dos mecanismos e obtenção de estimativas do MSE em excesso no estado estacionário. O MSE em estado estacionário entre o símbolo desejado e o símbolo estimado, obtido por simulação é comparado com o MSE em estado estacionário calculado através das expressões derivadas na seção 5.4. Para ilus-

trar a utilidade da análise foram conduzidos alguns experimentos. Para calcular de forma semi-analítica o MSE para o algoritmo SG no caso de percurso único, foi utilizado (5-41) com $\xi_{min} \approx A_k^2 + \sigma^2 \mathbf{I}$ [79], (5-49), (5-50) e $\epsilon_{min} = 1 - \mathbf{p}_k^H(i) \mathbf{R}^{-1}(i) \mathbf{p}_k(i)$, onde $\mathbf{R}(i) = 1/i \sum_{n=1}^i \mathbf{r}(n) \mathbf{r}^H(n)$ e $\mathbf{p}_k(i) = 1/i \sum_{n=1}^i b_k^*(n) \mathbf{r}(n)$. Para o caso de multi-percurso e com o objetivo de levar em consideração o mecanismo de passo variável na estimação de canal, emprega-se uma abordagem semi-analítica com $\xi_{min}(i) =$ $\mathbf{g}_{est}^{H}(i)(\mathbf{C}_{k}^{H}\mathbf{R}^{-1}(i)\mathbf{C}_{k})^{-1}\mathbf{g}_{est}(i) \in \mathbf{w}_{opt}(i) = \mathbf{R}^{-1}(i)\mathbf{p}_{k}(i)$, onde \mathbf{g}_{est} foi obtido do estimador de canal do tipo SG para os diferentes mecanismos. Os parâmetros do canal para estes experimentos são $p_0 = 1, p_1 = 0.5 e p_2 = 0.5$ (ou alternativamente 0 dB, -6 dB e -6 dB, respectivamente).

No primeiro experimento, os parâmetros dos mecanismos foram ajustados, conforme a Tabela 5.3, de modo a atingir aproximadamente o mesmo MSE após a convergência dos algoritmos. Os resultados são mostrados nas Figuras 5.4 e 5.5, para os casos de percurso único e multi-percurso, respectivamente, e indicam que os mecanismos propostos BVSS e BRVSS conseguem uma convergência significativamente mais rápida do que a abordagem com passo fixo (*Fixed Step Size* - FSS). Para o caso multi-percurso, nota-se que quando os mecanismos BVSS e BRVSS são utilizados na estimação de canal o desempenho apresenta uma melhoria. Comparando-se as curvas, pode-se observar que à medida que o número de símbolos recebidos é aumentado e o MSE simulado converge, as curvas analíticas obtidas convergem para aproximadamente o mesmo nível de MSE em estado estacionário, mostrando a utilidade da análise e suposições simplificadoras feitas.

	FSS	VSS	RVSS
	$\mu_w = 0.001$	$\alpha = 0.98, \mu_w(0) = 0.001$	$\alpha = 0.98, \mu_w(0) = 0.001$
Percurso único		$\gamma = 0.0025$	$\gamma=0.005, \beta=0.9$
		$\mu_{max_w} = 0.01, \mu_{min_w} = 0.0001$	$\mu_{max_w} = 0.01, \mu_{min_w} = 0.0001$
	$\mu_w = 0.001$	$\alpha = 0.98$	$\alpha=0.98, \beta=0.9$
Multi-percurso		$\gamma_w = 0.0025, \gamma_g = 0.0005$	$\gamma_w = 0.0035, \gamma_g = 0.0005$
		$\mu_w(0) = 0.001, \ \mu_g(0) = 0.01$	$\mu_w(0) = 0.001, \ \mu_g(0) = 0.01$
		$\mu_{min_w} = 0.0001, \mu_g(0) = 0.01$	$\mu_{max_w} = 0.01, \mu_{min_w} = 0.0001$

Tabela 5.3: Parâmetros para os mecanismos de passo variável: convergência para o mesmo MSE.

No segundo experimento os parâmetros dos mecanismos, mostrados na Tabela 5.4, foram selecionados de modo a obter o menor MSE em estado estacionário após convergência. Os resultados são mostrados nas Figuras 5.6 e 5.7, para os casos com percurso único e multi-percurso, respectivamente, e indicam que os mecanismos propostos BVSS e BRVSS alcançam significa-



Figura 5.4: MSE analítico versus desempenho simulado para os mecanismos de passo variável em canal plano em freqüência e K = 5 usuários.



Figura 5.5: MSE analítico versus desempenho simulado para os mecanismos de passo variável em canal seletivo em freqüência e K = 8 usuários.

tivas melhorias sobre o FSS. Para o caso multi-percurso, os mecanismos de passo variável incorporados na estimação de canal melhoram o desempenho do algoritmo. Novamente, uma comparação das curvas indica que as curvas analíticas estão de acordo com aquelas simuladas após a convergência, verificando a validade da análise. Os parâmetros dos mecanismos mostrados na Tabela 5.4 serão usados nos experimentos remanescentes deste capítulo.

Tabela 5.4: Parâmetros otimizados para os mecanismos de passo variável: convergência para o menor MSE.

	FSS	VSS	RVSS
	$\mu_w = 0.001$	$\alpha = 0.98, \mu_w(0) = 0.001$	$\alpha = 0.98, \mu_w(0) = 0.001$
Percurso único		$\gamma = 0.001$	$\gamma=0.001, \beta=0.99$
		$\mu_{max_w} = 0.01, \mu_{min_w} = 0.0001$	$\mu_{max_w} = 0.01, \mu_{min_w} = 0.0001$
	$\mu_w = 0.001$	$\alpha = 0.98$	$\alpha=0.98, \beta=0.99$
Multi-percurso		$\gamma_w = 0.001, \gamma_g = 0.0001$	$\gamma_w = 0.001, \gamma_g = 0.0001$
		$\mu_w(0) = 0.001, \ \mu_g(0) = 0.01$	$\mu_w(0) = 0.001, \mu_g(0) = 0.01$
		$\mu_{min_w} = 0.0001, \mu_g(0) = 0.01$	$\mu_{max_w} = 0.01, \mu_{min_w} = 0.0001$



Figura 5.6: MSE analítico versus desempenho simulado para os mecanismos de passo variável em um canal plano em freqüência com K = 5 usuários.

Desempenho de convergência em termos de SINR

Para avaliar o desempenho de convergência dos algoritmos nos experimentos desta seção foi escolhida a SINR na saída do receptor, que é calculada de acordo com $SINR(i) = E[\mathbf{w}^{H}(i)\mathbf{r}(i)]^{2}/Var[\mathbf{w}^{H}(i)\mathbf{r}(i)]$. Nas seguintes simulações, a SINR será avaliada para os mecanismos analisados: FSS, ASS, AV, BVSS e BRVSS. É importante enfatizar que os parâmetros das técnicas FSS, ASS e AV foram otimizados de modo a permitir uma comparação justa entre os mecanismos analisados.



Figura 5.7: MSE analítico versus desempenho simulado para os mecanismos de passo variável em um canal seletivo em freqüência com K = 8 usuários.

No primeiro experimento, mostrado na Figura 5.8, para um canal fixo e uma situação não estacionária, o sistema é iniciado com 3 interferentes com 7 dB acima do nível de potência do usuário desejado e 4 interferentes com a mesma potência do sinal desejado, que corresponde a $E_b/N_0 = 15$ dB. Com 500 símbolos transmitidos, 2 interferentes com 10 dB acima do nível de potência do sinal desejado e 2 usuários com a mesma potência do sinal desejado entram no sistema. Com 1000 símbolos, 1 interferente com 10 dB de potência acima e 5 interferentes com o mesmo nível de potência do sinal desejado deixam o sistema, enquanto 1 interferente com 15 dB acima do usuário desejado entra no sistema. Os parâmetros do canal são $p_0 = 1$, $p_1 = 0.5 \text{ e } p_2 = 0.3 \text{ (ou } 0 \text{ dB}, -6 \text{ dB } \text{e} -10 \text{ dB}, \text{ respectivamente}).$

No segundo experimento, mostrado na Figura 5.9, para um canal com desvanecimento, o sistema começa com 4 interferentes com 7 dB de potência acima do nível do usuário desejado e 1 interferente com o mesmo nível de potência do sinal desejado, que corresponde a $E_b/N_0 = 15$ dB. Com 500 símbolos, 2 interferentes com 10 dB acima do nível de potência do sinal desejado e 2 com o mesmo nível de potência entram no sistema, enquanto 2 interferentes com 7 dB acima do nível de potência do usuário desejado deixam o sistema. Com 1000 símbolos, 1 interferente com 10 dB acima, 1 interferente com 7 dB acima, e 2 interferentes com o mesmo nível de potência do sinal desejado saem do sistema, enquanto 1 interferente com 15 dB de potência acima do nível do usuário desejado entra no sistema. Os



Figura 5.8: Desempenho em SINR para os mecanismos de passo variável sem desvanecimento e $E_b/N_0=15~{\rm dB}$.



Figura 5.9: Desempenho em SINR para os mecanismos de passo variável com desvanecimento ($f_dT = 0.001$) e $E_b/N_0 = 15$ dB.

parâmetros do canal são $p_0 = 1$, $p_1 = 0.5$ e $p_2 = 0.3$ (ou alternativamente 0 dB, -6 dB e -10 dB, respectivamente).

No terceiro experimento, mostrado na Figura 5.10, é ilustrado o desempenho em termos de SINR dos algoritmos analisados e os respectivos desempenhos em termos de MSE da estimação de canal. Os parâmetros do canal a serem estimados são $p_0 = 1, p_1 = 0.7 \text{ e } p_2 = 0.5$ (ou 0 dB, -3 dB e -6



Figura 5.10: (a) Desempenho em SINR e (b) Desempenho em MSE dos estimadores de canal para os mecanismos de passo variável sem desvanecimento e $E_b/N_0 = 15 \text{ dB}$.

dB, respectivamente) e o sistema tem 6 usuários, onde 1 interferente opera com 7 dB de potência acima do nível do usuário desejado, 1 interferente possui 10 dB de potência acima do sinal desejado e os demais usuários trabalham com o mesmo nível de potência do usuário de interesse, cuja potência corresponde a $E_b/N_0 = 15$ dB.



Figura 5.11: (a) Desempenho em SINR e (b) valores do passo para os mecanismos em um ambiente não estacionário com canal plano em freqüência e AWGN e $E_b/N_0 = 15 \text{ dB}$.



Figura 5.12: (a) Desempenho em SINR e (b) valores do passo para os mecanismos em um ambiente não estacionário com canal $p_0 = 1$, $p_1 = 0.5$ e $p_2 = 0.5$ e $E_b/N_0 = 15$ dB.

No quarto e quinto experimentos, mostrados nas Figuras 5.11 e 5.12, é analisado o desempenho em termos de SINR dos algoritmos estudados e os respectivos valores do passo como uma função dos símbolos recebidos em um cenário não estacionário. Na Figura 5.11, o sistema inicia-se com 4 usuários, onde 1 interferente opera com 7 dB de potência acima do nível de potência do usuário de interesse, e os usuários remanescentes trabalham com o mesmo nível de potência do sinal desejado, que corresponde a $E_b/N_0 = 15$ dB. Com 1000 símbolos, 1 interferente com 10 dB acima do nível de potência do usuário de interesse entra no sistema. As curvas mostram que a entrada de um usuário com potência muito acima do nível do sinal desejado pode degradar significativamente o desempenho do sistema e o uso de mecanismos de passo variável pode oferecer uma melhoria substancial em desempenho sobre a abordagem com passo fixo (FSS). Além disso, os novos mecanismos de adaptação, BVSS e BRVSS, exibem convergência mais rápida do que o ASS e têm custo computacional inferior.

Na Figura 5.12, emprega-se os mecanismos com o algoritmo SG para multi-percurso, onde os parâmetros do canal a serem estimados são $p_0 = 1$, $p_1 = 0.5$ e $p_2 = 0.5$. O sistema é iniciado com 8 usuários, onde 1 interferente opera com 7 dB de potência acima do nível de potência do usuário desejado, 1 interferente opera com 10 dB de potência acima do sinal desejado e os demais usuários têm o mesmo nível de potência do usuário de interesse, que equivale a $E_b/N_0 = 15$ dB. Com 1000 símbolos, 2 interferentes com 15 dB de potência acima do sinal de interesse entram no sistema. As curvas mostram que a entrada de usuários com uma potência muito maior do que a potência do sinal desejado degrada o desempenho de sistema, como esperado, e os mecanismos de passo variável são melhores para lidar com situações não estacionárias como esta, exibindo uma convergência mais rápida que o FSS. Nota-se também que os novos mecanismos, BVSS e BRVSS, propiciam convergência mais rápida, atingem valores de SINR superiores e têm complexidade menor do que o ASS e o AV.

Desempenho em termos de BER

Nos experimentos seguintes, avalia-se o desempenho em termos de BER dos mecanismos de passo variável versus E_b/N_0 , o ganho de processamento (N), o número de percursos do canal (L_p) e versus o número de usuários (K), como mostrado nas Figuras 5.13 a 5.19. Os receptores processam 2000 símbolos, são tiradas as médias de 100 experimentos independentes para todas as simulações e utiliza-se a normalização do passo descrita no Apêndice A para facilitar o ajuste dos passos em diferentes situações.



Figura 5.13: Desempenho em BER versus (a) ganho de processamento (N), $L_p = 3$ e (b) número de percursos no canal (L_p) para os mecanismos de passo variável sem desvanecimento e usando seqüências de espalhamento aleatórias.

Na Figura 5.13 mostra-se um cenário onde é avaliada a BER versus $N \in L_p$. Os parâmetros do canal são gerados aleatoriamente utilizandose variáveis aleatórias uniformes entre $-1 \in 1$ para sortear os ganhos de cada percurso e normalizados de modo que $\sum_{l=1}^{L_p} p_l^2 = 1$. As potências recebidas oriundas dos interferentes são descritas por variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB em torno da potência do usuário de interesse. As curvas mostram que os mecanismos BVSS e BRVSS propostos superam os métodos FSS, ASS e AV. Quando os novos mecanismos são incorporados ao estimador de canal o desempenho em BER melhora ainda mais. É interessante também notar, que à medida que N é aumentado, o desempenho em BER melhora e a resistência contra os efeitos do multi-percurso aumenta, enquanto que um aumento de L_p degrada o desempenho em BER, como esperado.



Figura 5.14: Desempenho em BER versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K) para os mecanismos com passo variável em canal AWGN e seqüências de espalhamento aleatórias.

Nas Figuras 5.14 e 5.15, examina-se o desempenho em BER versus E_b/N_0 e número de usuários (K) em um ambiente com canal plano em freqüência, onde 1 interferente opera com 7 dB acima do sinal desejado e 1 interferente trabalha com 10 dB de potência acima do nível do usuário de interesse, que corresponde a $E_b/N_0 = 12,5$ dB, para K > 2. Os resultados mostram que os novos mecanismos propiciam ganhos significativos em BER sobre o FSS, o AV e o ASS com uma complexidade computacional pequena.

Nas Figuras 5.16 e 5.17, avalia-se o desempenho em BER versus E_b/N_0 e número de usuários (K) em presença de multi-percurso, onde 1 interferente opera com 7 dB acima e 1 usuário trabalha com 10 dB acima do nível de potência do sinal de interesse, que corresponde a $E_b/N_0 = 15$ dB, para K > 2. Os parâmetros do canal são gerados aleatoriamente (usa-se variáveis aleatórias uniformes entre -1 e 1 para sortear os ganhos de cada percurso)



Figura 5.15: Desempenho em BER versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K) para os mecanismos com passo variável em um canal AWGN usando seqüências de espalhamento aleatórias.



Figura 5.16: Desempenho em BER versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K) para os mecanismos de passo variável sem desvanecimento usando seqüências de espalhamento aleatórias.

e normalizados de modo que $\sum_{l=1}^{L_p} p_l^2 = 1$ e a potência dos sinais recebidos dos usuários interferentes é dada por variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB. As curvas mostradas nas Figuras 5.16 e 5.17 indicam que os novos mecanismos têm desempenho superior ao FSS, AV e ASS, como observado no caso de canais planos em freqüência. Pode-se também notar que a incorporação destes mecanismos na estimação de canal



Figura 5.17: Desempenho em BER versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K) para os mecanismos de passo variável sem desvanecimento usando seqüências de espalhamento aleatórias.

é capaz de melhorar consideravelmente a o desempenho em termos de BER.

Nas Figuras 5.18 e 5.19, são consideradas situações com multi-percurso e desvanecimento para as técnicas até aqui analisadas. Os parâmetros do canal são $p_0 = 1$, $p_1 = 0.7$ e $p_2 = 0.5$ (ou 0 dB, -3 dB e -6 dB, respectivamente), onde em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma variável aleatória discreta e uniforme (vau) entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e (5 $- \tau_2$) chips e a potência recebida dos interferentes é descrita por variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 3 dB em torno do sinal de interesse.

Na Figura 5.18, o desempenho em BER versus f_dT é avaliado e nota-se que os novos mecanismos são superiores aos demais. É importante ressaltar que as vantagens das técnicas BVSS e BRVSS são mais acentuadas para situações *near-far* mais severas como na Figura 5.18 (a), onde uma grande diferença em termos de BER é verificada. Na Figura 5.19, o desempenho em BER versus E_b/N_0 e número de usuários (K) é ilustrado. Os resultados indicam que novamente os mecanismos são altamente eficazes para uso em algoritmos do tipo SG em receptores de mínima variância.



Figura 5.18: Desempenho em BER versus f_dT com (a) seqüências de espalhamento de Gold e dois interferentes com 5 e 10 dB de potência acima do nível do usuário de interesse e (b) seqüências de espalhamento aleatórias e usuários equipotentes na média.



Figura 5.19: Desempenho em BER versus (a) E_b/N_0 e (b) número de usuários (K) para os mecanismos de passo variável com desvanecimento e seqüências de espalhamento de Gold e dois interferentes com 5 e 10 dB de potência acima do nível do usuário de interesse na média.

5.7.2 Técnicas Baseadas no Critério CCM

O desempenho dos algoritmos baseados no critério CCM é avaliado em diferentes situações através de análises comparativas com técnicas

existentes. São comparadas as seguintes abordagens: o método iterativo de (5-68) e (5-69), aqui chamado de CCM (que requer inversões de matrizes com uma complexidade cúbica), os algoritmos CMV-SG e CMV-RLS de Xu e Tsatsanis [86], a técnica CCM-SG de Xu e Liu [115], denotada por CCM-SG (Xu e Liu), os métodos CCM-SG, que aparece nas legendas como CCM-SG (proposto), e CCM-RLS, introduzidos na Seção 5.6, e o receptor RAKE [1]. O sistema DS-CDMA emprega seqüências de Gold com comprimento N = 31. Como o alcance do canal não é conhecido a priori, supõe-se que $L_p = 6$ é um limite superior para todos os cenários. Os coeficientes do canal para os usuários são $h_l(i) = p_l \alpha_l(i)$, onde $\alpha_l(i)$, l = 0, 1, 2, éobtido com o modelo de Clarke [52], também usado para examinar os mecanismos de passo variável, abordados anteriormente neste capítulo. São mostrados os resultados em termos de freqüência Doppler normalizada f_dT (ciclos/símbolo). Para os experimentos sem desvanecimento e em ambiente estacionário utiliza-se um canal fixo com parâmetros dados por $p_0 = 1$, $p_1 = 0.7$ e $p_2 = 0.5$. Para as simulações de situações com desvanecimento, são usados canais com três percursos com potências relativas dadas por 0, -3 e - 6 dB, onde em cada repetição o atraso do segundo percurso (τ_2) é descrito por uma variável aleatória discreta e uniforme (vau) entre 1 e 4 chips e o terceiro dado por uma vau entre 1 e $(5 - \tau_2)$ chips. A ambigüidade de fase resultante da estimação de canal às cegas é eliminada em nossas simulações usando-se a fase de $\mathbf{g}(0)$ como uma referência para remover a ambigüidade. Os parâmetros usados são $\nu = 1, |A_1|^2 = 1, \alpha = 0.998,$ $\mathbf{R}(0) = 0.01\mathbf{I}, f_d T = 0.0025$ e os passos dos algoritmos SG são otimizados para todos os experimentos, cujas curvas são obtidas tirando-se as médias de 200 simulações independentes.

A Figura 5.20 ilustra um cenário onde o sistema trabalha com 10 usuários, sendo que 2 interferentes têm potência 10 dB acima do nível do usuário de interesse, originando o efeito *near-far*.

Na Figura 5.21 os algoritmos são examinados em um ambiente não estacionário onde usuários entram e saem do sistema. O sistema é iniciado com 4 interferentes com 7 dB de potência acima do nível do usuário de interesse e 3 interferentes operam com o mesmo nível de potência do sinal desejado, que corresponde a $E_b/N_0 = 15$ dB. Com 800 símbolos, 2 interferentes com 10 dB de potência acima do nível do sinal desejado e 2 usuários com o mesmo nível de potência do sinal de interesse entram no sistema, enquanto 2 interferentes com 7 dB de potência acima do nível do usuário de interesse deixam o sistema. Com 1600 símbolos, 1 interferente com 10 dB acima, 1 interferente com 7 dB acima, e 3 usuários com o mesmo



Figura 5.20: Desempenho em SINR para um ambiente estacionário e sem desvanecimento e canal fixo.



Figura 5.21: Desempenho em SINR para um ambiente não estacionário e com desvanecimento onde usuários entram e saem do sistema.

nível de potência do sinal desejado deixam o sistema, enquanto 1 interferente com 15 dB de potência acima do nível com o usuário desejado opera entra no sistema.

Os resultados mostram que o algoritmo proposto CCM-RLS converge para níveis mais altos de SINR que os outros métodos e coincide com o desempenho da técnica CCM. Além disso, o algoritmo CCM-SG proposto também supera o desempenho das técnicas CCM-SG de Xu e Liu e CMV-SG. Note também que em um cenário *near-far* a dispersão dos autovalores da matriz covariância do vetor recebido $\mathbf{r}(i)$ é grande, deteriorando o desempenho de convergência das técnicas SG que são sujeitas a este fenômeno, enquanto que a taxa de convergência dos algoritmos RLS é invariante a esta situação [45, 46].



Figura 5.22: BER versus E_b/N_0 em um ambiente estacionário e canal fixo.

O desempenho em BER versus E_b/N_0 e número de usuários é ilustrado nas Figuras 5.22 a 5.25. Os receptores processam 2000 símbolos, são tiradas as médias de 200 experimentos independentes, e os parâmetros dos algoritmos SG são otimizados para cada cenário. Nestes experimentos, tem-se dois interferentes cujos níveis de potência estão 5 e 10 dB (para K > 2) acima do usuário desejado, resultando em uma situação *near-far*. Para K = 2 o sistema conta com apenas um interferente com nível de potência 5 dB acima do sinal de interesse.

As curvas revelam que o algoritmo proposto CCM-RLS coincide com o método CCM que implementa inversões de matrizes e SVD, e a recursão CCM-SG proposta é melhor do que o algoritmo CCM-SG de Xu e Liu [115]. Além disso, os resultados indicam que a abordagem CCM-RLS supera a técnica CMV-RLS descrita em [86], a técnica CCM-SG proposta na Seção 5.7, a CCM-SG de Xu e Liu e o algoritmo CMV-SG em [86], economizando potência de transmissão para o mesmo desempenho em BER e aumentando



Figura 5.23: BER versus E_b/N_0 em um ambiente com desvanecimento.

```
a capacidade do sistema.
```



Figura 5.24: BER versus número de usuários $({\cal K})$ em um ambiente estacionário e canal fixo.



Figura 5.25: BER versus número de usuários $({\cal K})$ em um ambiente com desvanecimento.