4 Descrição da Simulação

4.1. Introdução

O SBAS ("Satellite Based Augmentation Systems") é constituído de estações de referência, que fornecem dados de posicionamento dos satélites GPS e relativos à troposfera, ionosfera, multipercurso, ruído e interferência. Essas informações da rede de estações de referência são enviadas às estações mestras, onde são aplicados algoritmos de correção, sendo os resultados enviados via satélite para os usuários do sistema, contendo correções relativas: à troposfera, à ionosfera, ao tempo do sistema e à localização dos satélites GPS; visando maior precisão de posicionamento.

O trabalho simula apenas os efeitos da ionosfera sobre o GPS e o SBAS, desconsiderando outros mencionados anteriormente (capítulo 3) que também podem afetar os desempenhos dos sistemas. Para tanto, utiliza um modelo de dinâmica orbital, que determina as posições dos satélites da constelação GPS em qualquer instante de tempo, a fim de saber quais satélites estão visíveis às estações de referência, no território brasileiro, e a aviões em seu espaço aéreo. Utiliza, ainda o modelo PIM ("Parameterized Ionospheric Model") da ionosfera [11],[12] para a obtenção de valores de TEC oblíquos e verticais. Considera-se que estes modelos produzem valores corretos das variáveis que representam. Isto é, que as posições dos satélites GPS previstas pelo modelo de dinâmica orbital e os valores de TEC oblíquos e verticais fornecidos pelo PIM são exatos. A seguir, os diversos módulos componentes do modelo serão descritos mais detalhadamente. A linguagem FORTRAN 77 foi utilizada para implementar o modelo em computador.

4.2. Constelação GPS

Diversos modelos poderiam ser utilizados para representar as posições dos satélites GPS em cada passo da simulação. O mais preciso seria, possivelmente, aquele que utiliza as efemérides presentes nas mensagens de navegação transmitidas periodicamente pelo próprio GPS. Poder-se-ia, também, adotar o modelo SDP8, que utiliza arquivos NORAD de duas linhas. Este modelo está descrito na referência [10]. Para a presente aplicação, as principais desvantagens destes modelos seriam: (1) a necessidade de armazenamento e leitura de uma grande quantidade de dados de efemérides; e (2) desenvolvimento de procedimentos para gerenciar informações relativas a satélites que entraram ou saíram de serviço.

No presente trabalho, será suposta uma constelação GPS nominal, formada por 24 de satélites distribuídos em 6 planos orbitais uniformemente espaçados (com 4 satélites por plano) e inclinados de 55°. As órbitas são circulares (excentricidade nula) com raios iguais a 26559.800 km. As longitudes dos nós ascendentes e as anomalias médias dos satélites na época 01 de julho de 1993 00:00:00 UTC ("Coordinated Universal Time") estão apresentadas na tabela 4.1.

Plano Orbital	Nó Ascendente (Ω)	Anomalia Média (M)
1 – A1	272.847	268.126
2 – A2	272.847	161.786
3 – A3	272.847	11.676
4 – A4	272.847	41.806
5 – B1	332.847	80.956
6 – B2	332.847	173.336
7 – B3	332.847	309.976
8 – B4	332.847	204.376
9 – C1	32.847	111.876
10 – C2	32.847	11.796
11 – C3	32.847	339.666
12 – C4	32.847	241.556
13 – D1	92.847	135.226
14 – D2	92.847	265.446
15 – D3	92.847	35.156
16 – D4	92.847	167.356
17 – E1	152.847	197.046
18 – E2	152.847	302.596
19 – E3	152.847	333.686
20 – E4	152.847	66.066
21 – F1	212.847	238.886
22 – F2	212.847	345.226
23 – F3	212.847	105.206
24 – F4	212.847	135.346

Tabela 4.1 – Constelação GPS, 1º de julho de 1993, 00:00:00 UTC [13]

Inicialmente, a posição (a, θ) ou (x'', y'') de cada satélite no seu plano orbitalem função do tempo *t* é determinada por intermédio das equações

$$x'' = a\cos\theta; \quad y'' = a\sin\theta; \quad \theta = \theta_o + \frac{2\pi}{T}(t - t_o)$$
 (4.1)

Nestas equações, *a* é o raio da órbita (km), θ_0 é a anomalia média na época inicial *t*_o, sendo $T = 2\pi (a^3/m)^{1/2} = 9.952004586 \times 10^{-3} a^{3/2}$ o período da órbita (s) e *m* = $GM_T = 398600.5 \text{ km}^3/\text{s}^2$ (*G* é a constante gravitacional e M_T é a massa da Terra).

Em seguida, a posição (x', y', z') de cada satélite em função do tempo t no sistema de coordenadas inerciais mostrado na Figura 4.1 é determinada pela transformação

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\cos i \sin \Omega \\ \sin \Omega & \cos i \cos \Omega \\ 0 & \sin i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$$
(4.2)

Nesta expressão, *i* é a inclinação do plano orbital (ângulo entre este plano e o plano equatorial da Terra) e Ω é a longitude do seu nó ascendente. O nó ascendente é o ponto da linha dos nós (interseção do plano orbital com o plano equatorial da Terra) no qual o satélite passa do hemisfério Sul para o Norte.



Figura 4.1 – Orientação de uma órbita e posição de um satélite no sistema inercial.

Finalmente, a posição (*x*, *y*, *z*) de cada satélite em função do tempo *t* em um sistema de coordenadas fixo com a Terra é obtida a partir da posição (*x'*, *y'*, *z'*) resultante da expressão anterior através da rotação em torno do eixo comum z = z'

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$
(4.3)

Nesta expressão, tem-se

$$\alpha = (\omega_T + \omega_{\Omega})(t - t_{\rho})$$
(4.4)

 $\omega_T = 7.292115856 \times 10^5 \text{ rad/s}$ é a velocidade angular de rotação da Terra e ω_{Ω} é a velocidade angular da precessão dos nós ascendentes, devida ao formato não esférico da Terra e seus efeitos sobre o seu campo gravitacional. Este parâmetro é calculado a partir da expressão

$$\omega_{\Omega} = 2.0183 \cdot 10^{-6} (R_T / a)^{3.5} \cos i$$
(4.5)

sendo $R_T = 6378.137 \text{ km}$ o raio da Terra e o resultado expresso em *rad/s*. Portanto, neste sistema de coordenadas, os planos orbitais (fixos no sistema inercial) possuem uma rotação em torno do eixo *z* no sentido oposto ao da rotação da Terra, com a velocidade angular ($\omega_T + \omega_\Omega$). Maiores informações podem ser encontradas na referência [14].

4.3. PIM

Para determinar o TEC (Conteúdo Eletrônico Total), é necessário um modelo que represente a ionosfera equatorial e a plasmasfera, pois os satélites GPS estão localizados a 20200 km de altura acima da superfície da Terra. O modelo PIM foi utilizado por reunir as duas características citadas acima.

O modelo PIM é bastante versátil: determina o TEC vertical, a partir de pares de latitude e longitude e o TEC oblíquo a partir do azimute e da elevação, em conjunto com a latitude e a longitude do ponto de observação na Terra.

Pode-se ainda, escolher entre coordenadas geográficas ou geomagnéticas e utilizar modelos globais ou regionais de ionosfera (para o Brasil, Pacífico, EUA).

Alguns parâmetros relevantes são levados em consideração para o cálculo do TEC, como: ano (1800-2100); dia (1-365(366)); hora e os minutos; índices de atividade solar (em termos de $F_{10.7}$ ou do número de manchas solares SSN, podendo-se utilizar apenas uma das duas variáveis, pois a partir de $F_{10.7}$ obtémse SSN e vice-versa); atividade magnética K_p ; e orientação dos componentes y e z do campo magnético interplanetário (IMF B_y e IMF B_z).

O PIM é baseado em soluções numéricas para as equações diferenciais parciais que descrevem aformação e a evolução da ionosfera. É integrado por quatro modelos físicos: (1) para a camada F em baixas latitudes (LOWLAT), (2) para a camada F em médias latitudes (MIDLAT); (3) para a camada E em médias e baixas latitudes (ECSD); e (4) para as camadas E e F em altas latitudes (TDIM). Os perfis verticais de densidade de elétrons e íons resultantes dos modelos físicos são representados por combinações lineares de funções ortogonais empíricas, cujos coeficientes são agrupados em bancos de dados correspondentes a valores discretos de parâmetros geofísicos, de latitude e longitude magnéticas, assim como para valores discretos de tempo universal UT. Adicionalmente, os bancos de dados consideram as estações do ano (equinócio de março, que também representa o de setembro, e solstícios de junho e dezembro).

Durante as simulações, os bancos de dados apropriados são utilizados para, em conjunto com a família de funções ortogonais empíricas, reconstruir perfis verticais de densidade de elétrons e íons. Os perfis correspondentes a conjuntos de valores intermediários de parâmetros geofísicos são obtidos por intermédio de interpolação que utiliza perfis reconstruídos diretamente a partir dos bancos de dados.

Maiores detalhes sobre o PIM podem ser encontrados nas referências [11] e [12]. O programa que representa o modelo foi adquirido na página http://www.cpi.com.

4.4. SBAS - Funções das Estações de Referência e das Estações Mestras

As estações de referência do SBAS têm, entre outros, os objetivos de medir o TEC oblíquo ao longo dos percursos aos satélites GPS visíveis e de enviar os resultados às estações mestras. Estes percursos podem ser

visualizados na figura 4.2. No modelo de simulação, esta função é implementada, inicialmente, pela determinação do azimute e da elevação de cada satélite visível a partir de cada estação de referência. Em seguida, estes dados são utilizados na determinação dos valores de TEC oblíquo ao longo dos percursos correspondentes pelo PIM ("Parameterized Ionospheric Model").



Figura 4.2 – Determinação do ponto de penetração (reproduzida da referência [17]).

As estações-mestre do SBAS têm, entre outros, os objetivos de: (1) processar os dados das estações de referência de modo a definir valores de TEC vertical nos vértices de uma grade regular que, nas latitudes iguais ou inferiores a 55° (norte ou sul), tem espaçamento de 5° em latitude e longitude; e (2) transmitir estas informações às aeronaves, usando mensagens de formato padronizado, por intermédio das estações terrenas e dos satélites geoestacionários. No modelo de simulação, a primeira função é implementada, inicialmente, pela determinação do ponto de penetração (PP) em uma altura de referência da ionosfera (tipicamente igual a 350 km [13]) de cada percurso entre uma estação de referência e um satélite GPS visível. Em seguida, o valor do TEC vertical no ponto de penetração é determinado pela multiplicação do valor do TEC oblíquo no percurso pelo fator de correção da equação (2.20). Finalmente, o conjunto de posições dos pontos de penetração e dos valores correspondentes de TEC vertical é utilizado para determinar os valores de TEC vertical nos vértices da grade (PG - pontos da grade). Este cálculo é realizado por intermédio de interpolação bilinear, ilustrada na figura 4.3.

Serão considerados válidos os valores de TEC vertical correspondentes a pontos da grade internos a, pelo menos, um conjunto de quatro ou três pontos

50

de penetração dispostos conforme mostram as figuras 4.3(a) e 4.3(b). Por outro lado, os valores de TEC vertical correspondentes aos demais pontos da grade serão considerados inválidos e não serão utilizados nos demais cálculos. A figura 4.3(c) demonstra um destes casos.



Figura 4.3 – Representação gráfica da validação dos pontos da grade: (a) válido, (b) válido e (c) não válido.

O modelo de simulação supõe que os valores válidos de TEC vertical nos pontos da grade são transmitidos sem erros às aeronaves.

Deve-se observar que os valores exatos de TEC vertical nos pontos da grade podem ser fornecidos pelo PIM. Desta forma, o modelo de simulação pode determinar os erros resultantes do cálculo dos valores de TEC vertical nos pontos da grade a partir dos valores de TEC oblíquo nos pontos de penetração pelo processo descrito acima.

4.5.

Erros na Localização de Aeronaves

A partir das informações fornecidas pelo SBAS, processadores a bordo de uma aeronave devem estimar as correções dos valores de pseudo-distância a cada satélite visível medidos pelo seu receptor GPS. Conforme indicado na equação (3.13), quando os erros nas pseudo-distâncias introduzidas pela ionosfera diminuem ($\Delta \rho \rightarrow 0$), os erros de posicionamento também diminuem ($\Delta x \rightarrow 0$).

No modelo de simulação, o processamento a bordo de uma aeronave é implementado, inicialmente, pela determinação dos valores de TEC oblíquo em todos os percursos entre a aeronave e cada um dos satélites GPS visíveis. Estes valores são determinados diretamente por intermédio do PIM, a partir da posição da aeronave e do azimute e da elevação de cada satélite GPS visível. Os valores obtidos, multiplicados pela constante 40,3/f², fornecem as componentes

do vetor de retardos $\Delta \rho$, na ausência das correções fornecidas pelo SBAS. A aplicação da equação (3.13) a este vetor produz os erros de posicionamento Δx , também na ausência das correções fornecidas pelo SBAS.

Em seguida, o valor do TEC vertical no ponto de penetração PPA de cada percurso aeronave-satélite é estimado a partir dos valores de TEC vertical nos pontos da grade PG obtidos pelo SBAS. Este cálculo também é realizado por intermédio de interpolação bilinear. As formas de interpolação implementadas utilizam as seguintes configurações [13]:

- 1. Quatro PGs, definindo uma célula de 5ºx5º em volta do PPA;
- Senão, três PGs, definindo um triângulo de 5ºx5º ao redor do PPA, conforme indica a figura 4.4(a);
- Senão, quatro PGs, definindo uma célula de 10ºx10º em volta do PPA, sendo selecionada a primeira célula definida;
- Senão, três PGs, definindo um triângulo de 10ºx10º em volta do PPA, sendo selecionado o primeiro triângulo definido; Senão, a correção não está disponível.



Figura 4.4 – Exemplo de grades triangular: (a) 5°x5° e (b) 10°x10° (reproduzida da referência [13]).

A formulação matemática da interpolação que utiliza quatro pontos da grade para determinar o retardo ionosférico vertical $\tau_{vpp}(\phi_{pp}, \lambda_{pp})$, onde ϕ_{pp} e λ_{pp} representam a latitude e a longitude do PPA, respectivamente , é determinada pela função:

$$\tau_{vpp}(\phi_{pp},\lambda_{pp}) = \sum_{i=1}^{4} W_i(x_{pp},y_{pp})\tau_{vi}$$
(4.6)

Na equação (4.6), as funções de ponderação são definidas a partir da equação geral

$$f(x, y) = xy \tag{4.7}$$

e τ_{vi} é o retardo ionosférico no vértice i (i = 1, ..., 4) da célula da grade que contém o PPA, conforme indicado na figura 4.5. Neste caso, as equações de W_i são as seguintes:

$$W_1(x, y) = f(x, y)$$
 (4.8)

$$W_2(x, y) = f(1 - x, y)$$
 (4.9)

$$W_3(x, y) = f(1 - x, 1 - y)$$
(4.10)

$$W_4(x, y) = f(x, 1-y)$$
 (4.11)

$$\Delta \lambda_{pp} = \lambda_{pp} - \lambda_1 \tag{4.12}$$

$$\Delta \phi_{pp} = \phi_{pp} - \phi_1 \tag{4.13}$$

$$x_{pp} = \frac{\Delta \lambda_{pp}}{\lambda_2 - \lambda_1} \tag{4.14}$$

$$y_{pp} = \frac{\Delta \phi_{pp}}{\phi_2 - \phi_1}$$
 (4.15)



Figura 4.5 – Definição de algoritmo para interpolação bilinear utilizando quatro pontos da grade (reproduzida da referência [13]).

Para a interpolação que utiliza três pontos da grade, conforme indicado na figura 4.6, são usadas as seguintes equações:

$$\tau_{vpp}(\phi_{pp}, \lambda_{pp}) = \sum_{i=1}^{3} W_i(x_{pp}, y_{pp})\tau_{vi}$$
(4.16)

$$W_1(x, y) = f(1, y)$$
 (4.17)

$$W_2(x, y) = f(1, 1 - x - y)$$
 (4.18)

$$W_3(x, y) = f(x, 1)$$
 (4.19)



Figura 4.6 – Definição de algoritmo para interpolação bilinear utilizando três pontos da grade (reproduzida da referência [13]).

Os valores de TEC vertical nos pontos de penetração PPA obtidos por intermédio de interpolação bilinear são divididos pelo fator de correção (2.20), produzindo valores de TEC oblíquo nos correspondentes percursos aeronave-satélite. A multiplicação dos resultados pela constante 40.3/f² produz as componentes do vetor de correções dos retardos $\Delta \rho_c$ fornecidas pelo SBAS. Deve-se observar que, na presente simulação, quando a correção não está disponível, a componente correspondente é nula. Aplica-se, então, a equação (3.13) ao vetor diferença ($\Delta \rho - \Delta \rho_c$) para estimar os erros de posicionamento na presença das correções fornecidas pelo SBAS.

Finalmente, deve-se salientar que as componentes verticais dos erros de posicionamento podem ser positivas ou negativas. Por outro lado, as componentes horizontais são combinadas por intermédio da equação

$$E_{hrz} = \sqrt[2]{x^2 + y^2}$$
 (4.20)

que fornece um resultado sempre positivo.

Os seguintes arquivos de dados de entrada são utilizados pelo programa de simulação:

- SbsGpPim.ctr arquivo de entrada, contendo o intervalo de tempo de simulação, número de passos da simulação, início e final da grade e o nome de arquivos de dados (satélite-base-avião);
- Arquivo Ngso.mss contém os dados referentes às órbitas dos satélites;
- Arquivos Estref.ent (estações) e Avioes.ent (aviões) contêm latitude, longitude e altitude do conjunto de estações de referência e de usuários, respectivamente;
- Arquivo KP9603.ent contém mês, dia, ano e os valores do índice magnético Kp de 3 em 3 horas;
- Arquivo FSMM27.ent contêm mês, dia, ano e os valores do índice F10.7 obtidos por intermédio de média móvel de 27 dias aplicada aos valores diários correspondentes.