

4 Modelo de Gutierrez e Verdugo (1995)

O modelo proposto por Gutierrez e Verdugo (1995) é formulado no plano triaxial em termos das medidas de tensão $p' : q$, da razão de tensões η e dos incrementos de deformação plástica volumétrica $d\varepsilon_v^p$ e de deformação plástica cisalhante $d\varepsilon_s^p$, conforme equações abaixo. Incorpora conceitos de estado crítico, que postula a existência de um estado onde a areia continuamente se deforma sob tensões efetivas constantes, e faz uso de bem conhecidas relações empíricas como a formulação hiperbólica de Duncan e Chang (1970).

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_a + 2\sigma'_r) \quad (\text{Eq. 4.1a})$$

$$q = \sigma'_a - \sigma'_r \quad (\text{Eq. 4.1b})$$

$$d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_a^p + 2d\varepsilon_r^p \quad (\text{Eq. 4.1c})$$

$$d\varepsilon_s^p = \frac{2}{3}(d\varepsilon_a^p - d\varepsilon_r^p) \quad (\text{Eq. 4.1d})$$

$$\eta = q/p' \quad (\text{Eq. 4.1e})$$

onde:

ε_a^p : deformação plástica axial

ε_r^p : deformação plástica radial

σ'_a : tensão efetiva axial

σ'_r : tensão efetiva radial

p' : tensão efetiva média

q : tensão de desvio

η : razão de tensão

4.1

Hipóteses do modelo

- a) as componentes de deformação elástica podem ser negligenciadas, considerando que as deformações totais são de natureza exclusivamente plástica. Neste contexto, o modelo é classificado como rígido-plástico;
- b) o incremento de deformação volumétrica plástica $d\varepsilon_v^p$ é constituída por duas parcelas devidas à variação da tensão efetiva média dp' e da dilatação plástica. A condição de deformação volumétrica plástica nula ($d\varepsilon_v^p = 0$) na condição não drenada é imposta para determinação da variação da poropressão (du) a cada incremento da tensão efetiva média atuante (dp');
- c) a terceira hipótese estabelece que a relação tensão-deformação do solo pode ser representada através de uma formulação hiperbólica que modifica os valores dos módulos de deformabilidade tangente com o estado de tensões efetivas na amostra de solo.

4.2

Deformação volumétrica plástica

De acordo com as hipóteses acima, o incremento da deformação volumétrica plástica $d\varepsilon_v^p$ é obtido pela superposição de duas componentes obtidas de forma isolada.

A primeira componente $d\varepsilon_{vp}^p$ é calculada assumindo-se uma relação constitutiva linear com o incremento da tensão média efetiva dp' ,

$$d\varepsilon_{vp}^p = \frac{dp'}{B} \quad (\text{Eq. 4.2})$$

onde B é o módulo de deformação volumétrica (*bulk modulus*).

Considerando a equação 4.1a

$$d\varepsilon_{vp}^p = \frac{dp'}{B} = \frac{\frac{1}{3}(d\sigma'_a + 2d\sigma'_r)}{B} \quad (\text{Eq. 4.3})$$

e o fato de que $d\sigma'_r = 0$ (ensaio de compressão triaxial convencional), então

$$d\varepsilon_{vp}^p = \frac{1}{3} \frac{d(\sigma'_a - \sigma'_r)}{B} = \frac{dq}{3B} \quad (\text{Eq. 4.4})$$

Resultados experimentais indicam que o módulo de deformação volumétrica depende da tensão efetiva média, aproximada por Gutierrez e Verdugo (1995) através da seguinte relação

$$B = B_0 \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\beta \quad (\text{Eq. 4.5})$$

onde:

B_0 : constante do material correspondente ao valor do módulo de deformação volumétrica inicial para $p' = \sigma'_3$

β : parâmetro do material

No trabalho de Gutierrez e Verdugo (1995) a utilização da equação 4.5 foi feita considerando-se um valor constante de B_0 , independentemente das tensões de confinamento do ensaio. Nesta dissertação, entretanto, fez-se uso da expressão empírica proposta por Jambu (1963) para incorporar a influência da tensão confinante no módulo de deformação volumétrica inicial da amostra de areia no ensaio convencional de compressão triaxial, considerando-se um valor de B_0 variável de acordo com

$$B_0 = B_s p_a \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^s \quad (\text{Eq. 4.6})$$

onde B_s e s são parâmetros do material e p_a é uma pressão de referência, geralmente a pressão atmosférica, utilizada para normalizar as unidades.

A equação pode ser reescrita na forma logarítmica como

$$\log \frac{B_0}{p_a} = \log B_s + s \log \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right] \quad (\text{Eq. 4.7})$$

que representa uma reta com coeficiente angular s e intercepto linear $\log B_s$ no plano $\log B_0/p_a$ versus $\log(\sigma'_3/p_a)$

Para a determinação do módulo de deformação volumétrica B_0 nas várias curvas experimentais obtidas através de ensaios drenados, sob diferentes valores de tensão de confinamento, procede-se da seguinte maneira (Duncan et al., 1980):

✓ Para solos em que a curva de variação de volume atingiu a tangente horizontal após mobilização de 70% da resistência, utilizar os valores de $d(\sigma'_a - \sigma'_r)$ e $d\varepsilon_{vp}^p$ correspondentes ao nível de 70% da resistência mobilizada para determinação de B_0 ;

✓ Para solos em que a curva de variação de volume atingiu a tangente horizontal antes de 70% de mobilização da resistência, utilizar os valores de $d(\sigma'_a - \sigma'_r)$ e $d\varepsilon_{vp}^p$ correspondentes à tangente horizontal para determinação de B_0 .

Introduzindo-se a equação (4.6) em (4.5) obtém-se a expressão final para cálculo do incremento de módulo de deformação volumétrica plástica causado por incrementos da tensão efetiva média, considerando-se a influência da tensão de confinamento.

$$B = B_s \cdot p_a \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^s \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\beta \quad (\text{Eq. 4.8})$$

A segunda componente da variação da deformação volumétrica plástica $d\varepsilon_{vd}^p$ é devida ao fenômeno da dilatação do solo sob cisalhamento. Nos modelos constitutivos baseados em conceitos do estado crítico (modelo Cam Clay Modificado, por exemplo) é usual empregar-se uma relação tensão-deformação volumétrica dilatante do tipo

$$\frac{d\varepsilon_{vd}^p}{d\varepsilon_s^p} = \eta_{cr} - \eta \quad (\text{Eq. 4.9})$$

onde η_{cr} é a razão de tensão ($\eta = q/p'$) no estado crítico (ou permanente).

No entanto Gutierrez e Verdugo (1995), argumentando que a equação (4.9) produz resultados pouco precisos para areias sob baixos valores da razão de tensão η , propuseram uma relação modificada

$$\frac{d\varepsilon_{vd}^p}{d\varepsilon_s^p} = \frac{\eta}{\eta_f} (\eta_{cr} - \eta) \quad (\text{Eq. 4.10})$$

ou

$$d\varepsilon_{vd}^p = \frac{\eta}{\eta_f} (\eta_{cr} - \eta) d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.11})$$

onde η_f indica a razão de tensão na resistência de pico.

Da equação acima observa-se que a dilatância plástica é nula para as condições $\eta = 0$ ou $\eta = \eta_{cr}$.

4.3 Variação de poropressão

Durante carregamento *não drenado*, o incremento de deformação volumétrica total (incremento de deformação volumétrica plástica) será nulo para uma areia saturada,

$$d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_{vp}^p + d\varepsilon_{vd}^p = 0 \quad (\text{Eq. 4.12})$$

Considerando as equações (4.2) e (4.11), e resolvendo em relação a dp' , resulta

$$dp' = -B \frac{\eta}{\eta_f} (\eta_{cr} - \eta) d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.13a})$$

sendo o módulo de deformação volumétrica B expresso conforme equação (4.5), no modelo original, produzindo

$$dp' = -B_0 \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\beta \frac{\eta}{\eta_f} (\eta_{cr} - \eta) d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.13b})$$

ou, conforme equação (4.8) na versão modificada desta dissertação, resultando

$$dp' = -B_s \cdot p_a \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^s \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\beta \frac{\eta}{\eta_f} (\eta_{cr} - \eta) d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.13c})$$

onde a determinação de η , η_f e η_{cr} será detalhada nas seções seguintes.

O incremento da poropressão, du , em termos de incrementos da tensão efetiva média, dp' , e de incrementos da tensão total, dp , é dado de acordo com o princípio das tensões efetivas de solos saturados:

$$du = dp - dp' \quad (\text{Eq. 4.14})$$

Da equação (1e), o incremento de dq pode ser determinado como

$$dq = \eta dp' + p' d\eta \quad (\text{Eq. 4.15})$$

e considerando $dp = dq/3$, então a equação (4.14) pode ser reescrita como

$$du = \frac{1}{3} [dp'(\eta - 1) + p' d\eta] \quad (\text{Eq. 4.16})$$

onde a determinação de $d\eta$ será detalhada nas seções seguintes.

4.4

Razão de tensão no pico da resistência, η_f

Um dos aspectos fundamentais do modelo é baseado na observação de que a resistência de pico de uma areia (em condições drenada ou não drenada) não é um parâmetro único, mas depende da densidade relativa e da tensão confinante sob a qual é cisalhada, entre outros fatores.

Bolton (1986) considerou que o ângulo de atrito no pico de resistência ϕ_p está relacionado com a tensão efetiva média p' e a densidade relativa Dr por

$$\phi_p = \phi_{cr} - 3[Dr(10 - \ln p') - 1] \quad (\text{Eq. 4.17})$$

Onde ϕ_{cr} representa o ângulo de atrito no estado crítico ou permanente.

Been e Jefferies (1985) introduziram o conceito de parâmetro de estado, definido no capítulo 2 como

$$\psi = e_0 - e_{ss} \quad (\text{Eq. 4.18})$$

onde e_{ss} é o índice de vazios na linha de estado permanente sob a tensão efetiva confinante de interesse. Mostraram assim que o ângulo de atrito no pico de resistência para muitas areias é função do parâmetro ψ representado pela distância vertical entre o índice de vazios da amostra de areia à linha do estado permanente (figura 2.6).

Gutierrez e Verdugo (1995) sugeriram a seguinte relação para a condição não drenada, considerando que a variação da razão de tensão no pico η_f é função apenas da tensão efetiva média durante o carregamento,

$$\eta_f = \eta_{cr} \left(\frac{p'_{cr}}{p'} \right)^m \quad (\text{Eq. 4.19})$$

com

$$\eta_{cr} = \frac{6 \sin \phi_{cr}}{3 - \sin \phi_{cr}} \quad (\text{Eq. 4.20})$$

e p'_{cr} é a tensão efetiva média no estado permanente (ou crítico).

É importante notar da equação (4.19) que $\eta_f \rightarrow \eta_{cr}$ quando $p' \rightarrow p'_{cr}$.

4.5

Varição da razão de tensão, η , com a deformação cisalhante plástica, ε_s^p

A partir de resultados de ensaios de compressão triaxial convencional, Gutierrez e Verdugo (1995) concluem que a variação da razão de tensão η com a deformação cisalhante plástica ε_s^p pode ser representada pela largamente conhecida e empregada formulação hiperbólica

$$\eta = \frac{\varepsilon_s^p}{a + b\varepsilon_s^p} \quad (\text{Eq. 4.21})$$

onde os valores das constantes a , b correspondem respectivamente a:

$$\eta_f = \left. \frac{\varepsilon_s^p}{a + b\varepsilon_s^p} \right|_{\varepsilon_s^p \rightarrow \infty} = \frac{1}{b} \quad (\text{Eq. 4.22})$$

e,

$$G = \left. \frac{d}{d\varepsilon_s^p} \left(\frac{\varepsilon_s^p}{a + b\varepsilon_s^p} \right) \right|_{\varepsilon_s^p=0} = \frac{1}{a} \quad (\text{Eq. 4.23})$$

com G denotando a inclinação da tangente inicial à curva η versus ε_s .

A equação 4.21 pode então ser reescrita como,

$$\eta = \frac{\eta_f G \varepsilon_s^p}{\eta_f + G \varepsilon_s^p} \quad (\text{Eq. 4.24})$$

Derivando-se a equação (4.24) obtém-se finalmente

$$d\eta = \frac{G \eta_f^2}{(\eta_f + G \varepsilon_s^p)^2} d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.25})$$

O valor de $\varepsilon_s^p = \int d\varepsilon_s^p$ pode ser expresso da equação 4.24 como

$$\varepsilon_s^p = \frac{1}{G} \frac{\eta}{1 - \frac{\eta}{\eta_f}} \quad (\text{Eq. 4.26})$$

que substituído na equação (4.25) resulta em

$$d\eta = G \left(\frac{\eta_f - \eta}{\eta_f} \right)^2 d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.27})$$

No trabalho de Gutierrez e Verdugo (1995) a inclinação da tangente inicial à curva η versus ε_s^p foi considerada dependente da tensão efetiva média conforme expressão abaixo,

$$G = G_0 \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\alpha \quad (\text{Eq. 4.28})$$

onde:

G_0 : constante do material correspondente ao valor de G para $p' = \sigma'_3$

α : parâmetro do material

A utilização da equação 4.28 é feita considerando-se um valor constante de G_0 , independentemente das tensões de confinamento dos diferentes ensaios. Nesta dissertação, entretanto, fez-se uso da expressão empírica proposta por Jambu (1963) para incorporar a influência da tensão confinante no módulo de elasticidade inicial, estendendo-a para o parâmetro G_0 da seguinte forma:

$$G_0 = G_r \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^r \quad (\text{Eq. 4.29})$$

onde G_r e r são parâmetros do material e p_a é uma pressão de referência, geralmente a pressão atmosférica, utilizada para normalizar as unidades.

A equação anterior pode ser reescrita na forma logarítmica como

$$\log G_0 = \log G_r + r \log \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right] \quad (\text{Eq. 4.30})$$

que representa uma reta com coeficiente angular r e intercepto linear $\log G_r$, no plano $\log G_0$ versus $\log(\sigma'_3/p_a)$.

Introduzindo-se a equação (4.29) em (4.28)

$$G = G_r \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^r \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\alpha \quad (\text{Eq. 4.31})$$

e a expressão resultante em (4.27) pode-se escrever finalmente que

$$d\eta = G_r \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^r \left[\frac{\sigma'_3}{p'} \right]^\alpha \left(\frac{\eta_f - \eta}{\eta_f} \right)^2 d\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.32})$$

Neste ponto completam-se a formulação original de Gutierrez e Verdugo (1995) e a sua modificação sugerida no curso desta dissertação.

Para a utilização do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995) em sua forma original são necessários 7 parâmetros do material: ϕ'_{cr} , p'_{cr} e m (equação 4.19), G_0 e α (equação 4.28), B_0 e β (equação 4.5).

No caso do modelo em sua forma modificada, no presente trabalho, são necessários 9 parâmetros do material: ϕ'_{cr} , p'_{cr} e m (equação 4.19), α (equação 4.28), G_r e r (equação 4.29), β (equação 4.5), B_s e s (equação 4.6).

4.6

Retroanálise de ensaio triaxial não drenado em areia

Para uma avaliação preliminar da eficiência do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995), em suas formas original e modificada, bem como para apresentar ao leitor o procedimento de cálculo na determinação da variação da tensão efetiva média e da poropressão durante a execução do ensaio de compressão triaxial convencional, em condição não drenada, apresenta-se aqui os resultados obtidos com ambas as formulações considerando-se os ensaios de laboratório realizados por Ishihara (1993) em areia densa de Toyoura (Japão) sob tensões confinantes iguais a 1, 2 e 3 MPa. Os resultados referentes ao modelo original foram obtidos por Gutierrez e Verdugo (1995) e aqui reproduzidos para fins de comparação.

4.6.1 Procedimento geral de cálculo

Assumindo um incremento de deformação cisalhante plástica $d\varepsilon_s^p$ são determinados o incremento da razão de tensão $d\eta$, através da equação (4.27), e da tensão efetiva média dp' , pela equação (4.13b ou 4.13c). Os valores dos parâmetros η , p' , $\varepsilon_s^p = \int d\varepsilon_s^p$ devem então ser atualizados bem como os valores de G e B , de acordo com a proposta original do modelo de Gutierrez e Verdugo (equações 4.28 e 4.5, respectivamente) ou conforme a formulação modificada (equações 4.31 e 4.8, respectivamente). Quando a areia atingir o estado permanente com $p' = p'_{cr}$, ou $\eta = \eta_{cr}$, variações de tensão não são permitidas ($dp' = 0$ e $d\eta = 0$) mas o material continua a se deformar sob estado de tensão constante.

4.6.2 Proposta original

Os parâmetros determinados por Gutierrez e Verdugo (1995) para os ensaios não drenados em areia de Toyoura estão reproduzidos na tabela 4.1. Estes valores são considerados constantes durante todo o processo de cálculo.

Tabela 4.1. Parâmetros do material no modelo de Gutierrez e Verdugo (1995)

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
ϕ'_{cr}	31,2°	B_0	3350
m	0,15	β	0,75
G_0	2000	p'_{cr} (MPa)	6,5
α	0,75		

Pressão de referência $p_a = 0,1$ MPa

A figura 4.1 mostra a comparação dos resultados da retroanálise com os obtidos no ensaio de laboratório em termos das trajetórias de tensão efetiva para as tensões confinantes $\sigma'_3 = 1, 2$ e 3 MPa. Como os parâmetros G_0 e B_0 são admitidos constantes, foi possível prever-se com maior grau de aproximação apenas uma das três trajetórias, correspondente ao ensaio $\sigma'_3 = 3$ MPa..

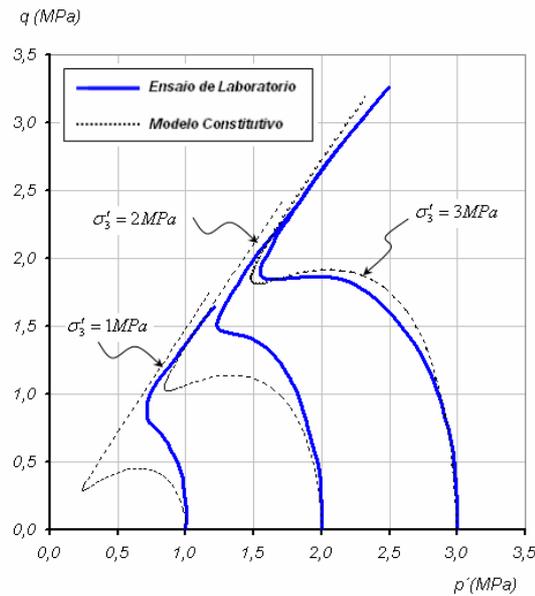


Figura 4.1 Previsão da trajetória de tensão efetiva nos ensaios em areia com $\sigma'_3 = 1, 2$ e 3 MPa, de acordo com proposta original de Gutierrez e Verdugo (1995).

4.6.3 Proposta modificada

Os parâmetros para a retroanálise dos resultados de laboratório através do modelo modificado estão descritos na tabela 4.2.

Tabela 4.2. Parâmetros do material no modelo modificado, proposto nesta dissertação.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
ϕ'_{cr}	$31,2^\circ$	B_s	800
m	0,15	s	1,09
G_r	1708	β	0,75
r	0,05	p'_{cr} (MPa)	6,5
α	0,75		

Pressão de referência $p_a = 0,1$ MPa

Os parâmetros G_r e r foram calculados com base na equação 4.30, representada na figura 4.2, determinando valores de G_0 para cada tensão confinante, reescrevendo-se a equação (4.21) como

$$\frac{\varepsilon_s^p}{\eta} = a + b\varepsilon_s^p \quad (\text{Eq. 4.33})$$

Para cada valor da tensão de confinamento, determinaram-se os valores de $G_0 = 1/a$, conforme tabela 4.3. Finalmente, da expressão (4.30) puderam ser calculados $G_r = 1707,61$ e $r = 0,05$ (figura 4.2).

Tabela 4.3. Valores de G_0 e de B_0 , dependentes da tensão de confinamento na formulação modificada.

Ensaio	σ'_3 (MPa)	G_0	B_0
1	1	1900	1000
2	2	1950	2000
3	3	2000	3350

O mesmo raciocínio foi aplicado para determinação de B_s e s empregando-se a equação 4.7, graficamente representada na figura 4.3. Os valores de B_0 foram estimados para as diversas tensões de confinamento através de um ajuste de dados com a curva experimental devido à ausência de ensaios drenados para este material, e encontram-se listados na tabela 4.3. Da interpretação dos resultados foram determinados os valores $B_s = 800,02$ e $s = 1,09$ (figura 4.3).

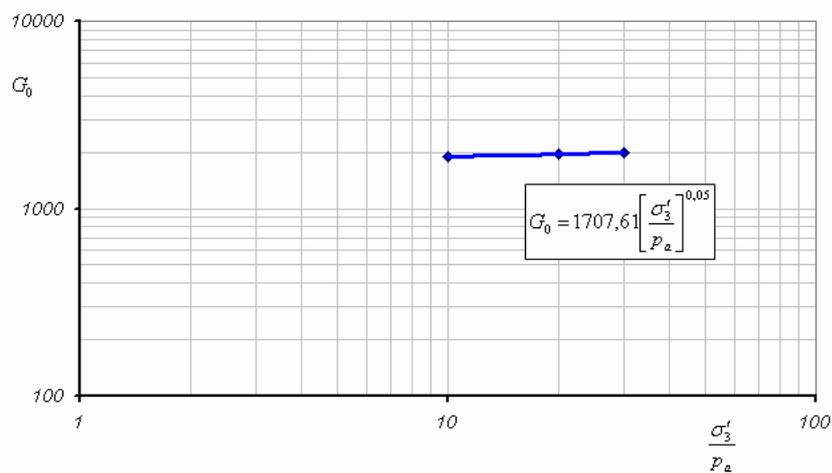


Figura 4.2 Obtenção dos parâmetros G_r e r da equação (4.27).

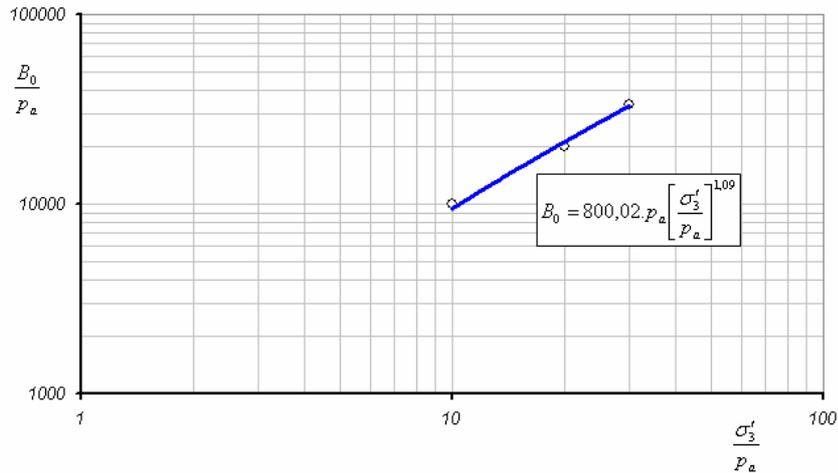


Figura 4.3 Obtenção dos parâmetros B_s e s da equação (4.7).

A figura 4.4 compara os resultados da retroanálise obtidos com o modelo modificado, que incorpora uma formulação variável para B_0 e G_0 em função da tensão de confinamento do ensaio (equações 4.6 e 4.29 respectivamente). Conforme pode ser notado da figura, com a introdução desta modificação na formulação básica do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995) as trajetórias de tensão efetiva mostraram-se bastante mais próximas das curvas de laboratório para as 3 tensões de confinamento consideradas.

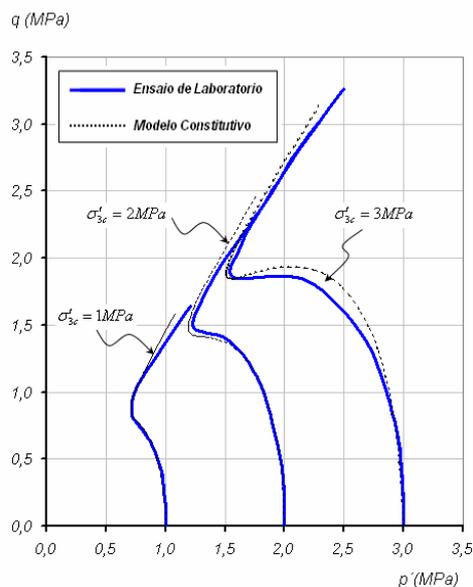


Figura 4.4 Previsão da trajetória de tensão efetiva nos ensaios em areia com $\sigma'_3 = 1$; 2 e 3 MPa, de acordo com versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo.

A figuras 4.5 e 4.6 ilustra as trajetórias de tensão efetiva e da poropressão para valores intermediários da tensão de confinamento ($\sigma'_3 = 0,5, 1,5$ e 2 MPa), caracterizando, portanto, uma previsão do comportamento não drenado da areia e não mais apenas uma retroanálise comparativa com os resultados de laboratório, como na figura 4.4.

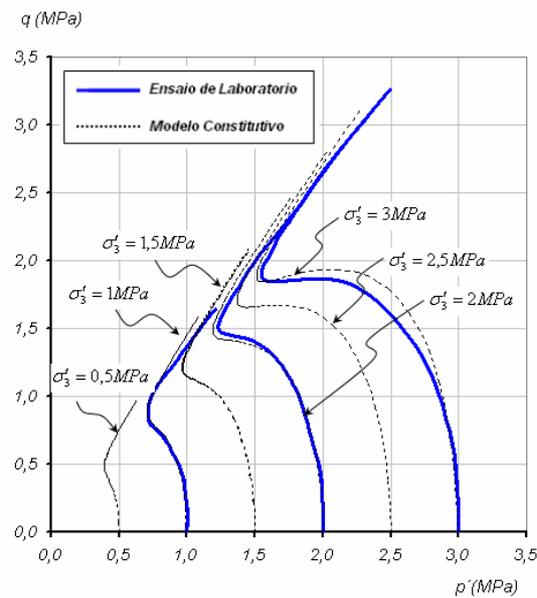


Figura 4.5 Previsão da trajetória de tensão efetiva nos ensaios em areia com $\sigma'_3 = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5$ e 3 MPa, de acordo com versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo.

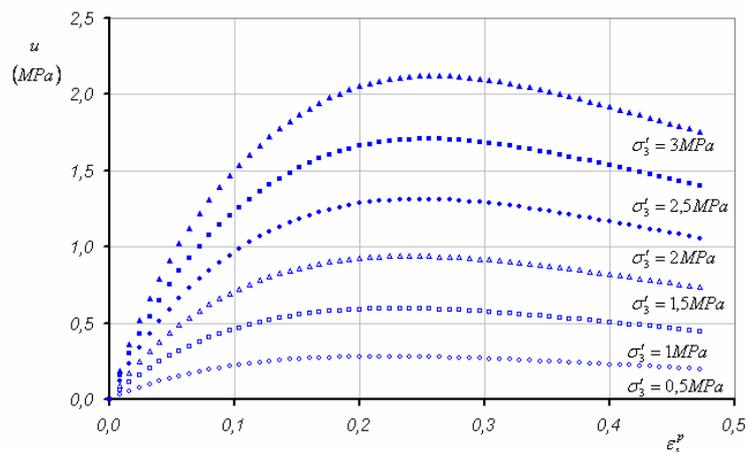


Figura 4.6 Previsão do incremento da poropressão nos ensaios em areia com $\sigma'_3 = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5$ e 3 MPa, de acordo com versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo.

Esta capacidade de prever respostas para tensões de confinamento variáveis não é explícita no modelo original de Gutierrez e Verdugo (1995) pelo fato dos valores de B_0 e G_0 serem admitidos constantes, refletindo valores médios para as diversas tensões de confinamento consideradas em sua determinação.