

4

Modelo PLIM para o planejamento da cadeia de suprimentos *downstream* da indústria petrolífera

Uma vez situado o problema a ser tratado dentro do contexto da indústria, serão apresentados, neste capítulo, o objetivo, a descrição, a formulação matemática e as limitações do modelo de programação matemática desenvolvido.

4.1

Objetivo do modelo

Conforme dito ao final do Capítulo 3, o planejamento da cadeia de suprimentos *downstream* da indústria petrolífera aborda os aspectos estratégico e tático. Por isso, dada uma rede logística de distribuição de derivados formada pelos elementos descritos na seção 3.1.3 e um horizonte de tempo aderente ao de planejamento na indústria, o modelo de programação linear inteira mista deve:

- Apoiar a tomada de decisões estratégicas ligadas ao projeto da cadeia através da avaliação da necessidade de:
 - Construção de nova infraestrutura de transporte como dutos, ferrovias ou rodovias;
 - Aumento da capacidade de transporte em dutos ou ferrovias;
 - Aumento da capacidade de armazenagem em terminais e bases de distribuição;
 - Aumento da capacidade de atracação de navios nos terminais marítimos;
- Apoiar a tomada das decisões táticas de:
 - Importação de derivados;
 - Exportação de derivados;
 - Alocação os fluxos entre os elementos da rede para atendimento da demanda nos pontos de consumo;
 - Definição da estratégia de transporte de produtos entre os diferentes modais;
 - Estabelecimento dos níveis de estoque.

Estas decisões são guiadas pela minimização dos custos de:

- Investimento em ampliação ou implantação da infraestrutura de transporte;
- Investimento em ampliação da capacidade de movimentação e armazenagem em terminais e bases de distribuição;
- Frete;
- Sobreestadia de navios cujo período de estada no porto ultrapassa o estabelecido;
- Operação, proporcional ao volume movimentado em unidade logística;
- Comercialização interna de derivados;
- Comercialização externa de derivados.

No entanto, as decisões estratégicas e táticas estão sujeitas a restrições de atendimento da demanda nos pontos de consumo, e a restrições de capacidade de produção, de transporte, de armazenagem e de movimentação, conforme será explicitado na seção a seguir.

4.2

Descrição do modelo

A descrição do modelo inicia pela apresentação das entidades consideradas, e é seguida pela exposição das funcionalidades de investimento na rede logística.

4.2.1

Entidades

4.2.1.1

Nós

O modelo PLIM considera os seguintes elementos (nós) da cadeia de suprimentos da indústria petrolífera:

- Fontes de petróleo: representam as plataformas nacionais e internacionais de exploração e produção de petróleo. O modelo simplifica consideravelmente a logística de transporte do petróleo das unidades de produção até os terminais, não sendo apropriado afirmar que a logística upstream seja abordada. Dessa forma, as fontes de petróleo são modeladas como nós de oferta de petróleo que estão ligados aos terminais marítimos através de um arco de transporte, não possuindo restrição de capacidade de armazenagem e de movimentação;
- Frentes de importação e exportação: representam os portos internacionais de importação e exportação de petróleo ou de derivados, que concentram a oferta e a demanda de uma determinada região. São modelados como nós de oferta e de compra destes produtos, não possuindo restrição de capacidade de armazenagem e movimentação;
- Refinarias: o modelo apresentado nesta dissertação não considera refino, ou seja, os processos de transformação de petróleo em derivados são omitidos. No entanto, ele considera a logística para suprir sua demanda por petróleo a fim de garantir a oferta de derivados que abastece o sistema. Dessa forma, as refinarias são modeladas como nós de demanda de petróleo e de oferta de derivados, não possuindo capacidade de armazenagem e movimentação;
- Terminais: nós sem oferta nem demanda que funcionam como ponto de armazenagem e transbordo. Possuem capacidade de armazenagem limitada pela tancagem associada a cada grupo de produto. Já a movimentação é limitada tanto pela capacidade de bombeio (giro) quanto pela capacidade de atracação dos navios. O giro corresponde ao ciclo de enchimento, repouso e esvaziamento dos tanques e está associado a um grupo de produto com características físico-químicas

semelhantes. Já a capacidade de atracação se reflete no modelo através de faixas de sobreestadia, às quais estão associados um limite de movimentação e um custo unitário. Estas faixas são um artifício de linearização da curva de custos de sobreestadia, que é exponencial. Dessa forma, quanto maior a movimentação mais faixas são usadas e maior é o custo unitário;

- Bases: nós com demanda de derivados. Também possuem a capacidade de armazenagem e de movimentação limitadas tal como os terminais, exceto pela capacidade de atracação, que não se aplica a uma base.

4.2.1.2 Arcos e modais

Os nós da rede são ligados por arcos que representam os modais de transporte rodoviário, ferroviário, aquaviário, marítimo e dutoviário. Os modais ferroviário e dutoviário são considerados como tendo capacidade anual de transporte finita, ao contrário dos demais que não possuem restrição de capacidade. Dessa forma, os arcos são definidos através dos seguintes parâmetros: local de origem, local de destino, grupo de produtos que será transportado e modal de transporte que ele representa. Os arcos são classificados quanto à possibilidade de serem invertíveis. Também são classificados em arcos que pertencem à rede existente, arcos atuais, ou arcos que representam um projeto de investimento, chamados arcos projeto.

A descrição do modal dutoviário merece destaque devido a sua importância para a logística desta indústria e pela sua peculiaridade. Primeiro é preciso ressaltar que os dutos estão restritos ao transporte de determinados grupos de produtos, ou seja, produtos que possuem características semelhantes, como petróleo, derivados leves e derivados pesados. Isso se deve ao fato que a vazão nos dutos depende da viscosidade do produto transportado. Segundo, os dutos podem ou não operar em sentido direto e inverso, por exemplo, o duto XYZ

transporta derivados da Base A para a Base B e vice versa, já o duto MNO só opera no sentido Base C para a Base D. Finalmente, o transporte de certos produtos pelo modal dutoviário pode requerer a mistura de um tipo de produto mais pesado com um produto leve a fim de reduzir a viscosidade resultante. Isso significa que existe uma relação de dependência no transporte de determinados tipos de produto. Como resultado, todas estas características implicam na utilização de fatores de correção de capacidade para a modelagem do transporte em um duto – fator de inversão, fator de viscosidade e fator de mistura.

4.2.1.3 Produtos e grupos de produtos

Através dos arcos circulam produtos desde o nó que o oferta até o nó que o consume. Os produtos são divididos em duas grandes categorias, petróleo e derivados, uma vez que estes não compartilham a mesma infraestrutura logística. Dentro da categoria de derivados existem centenas de produtos diferentes por isso eles são agrupados segundo suas propriedades físico-químicas. Ao apresentarem propriedades semelhantes, os derivados podem fazer uso do mesmo recurso de transporte ou de armazenagem. É importante ressaltar que um mesmo produto pode fazer parte de mais de um grupo de produtos.

4.2.2 Investimento em arcos

Conforme dito na seção 4.1, o modelo PLIM é capaz de avaliar a necessidade de ampliação da infraestrutura de transporte, seja pela ampliação de capacidade de um arco existente, seja pela criação de um novo arco. Para isso devem ser cadastrados arcos que representam projetos de investimento. Estes arcos, os “arcos projeto”, possuem os mesmos parâmetros que um arco pertencente à rede atual, porém incorporam novas informações, como o custo de investimento e a vida útil. Caso este projeto seja de ampliação, deve ser criado um arco projeto e associá-lo ao arco atual. Caso seja um novo arco, não é preciso

associá-lo a nenhum arco existente uma vez que se trata de uma nova ligação de transporte. Os arcos projeto também podem estar previstos ou não, ou seja, o investimento neste projeto pode estar previamente decidido ou ter sua implantação decidida pelo modelo.

Cabe ressaltar que só pode haver investimento em aumento de capacidade nos arcos com capacidade finita, no caso deste modelo, apenas nos arcos dos modais dutoviário e ferroviário.

A fim de representar no modelo a especificidade dos investimentos em dutos, foi inserida uma restrição que permite condicionar o investimento em dois arcos. Esta funcionalidade visa representar a dependência entre trechos de uma ligação dutoviária. Por exemplo, só é possível ampliar a capacidade do trecho a_3 se as capacidades dos trechos a_1 e a_2 também forem ampliadas (vide Figura 9).

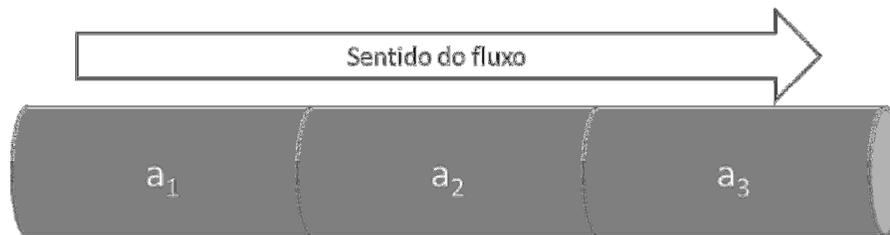


Figura 9 - Três segmentos de um duto. Fonte: Autora.

4.2.3 Investimento em nós

A infraestrutura de movimentação e de armazenagem nas bases e terminais também é passível de aumento de capacidade. Para isso devem ser cadastrados locais que representam projetos de investimento. Estes locais, os “locais projeto”, possuem os mesmos parâmetros que um local pertencente à rede atual, porém incorporam novas informações, como o custo de investimento e a vida útil do empreendimento. Estes projetos podem ser de quatro tipos:

- Alteração da capacidade de tancagem de um ou mais grupos de produto. Este investimento se traduz no modelo pela mudança do parâmetro de tancagem;
- Alteração da capacidade de bombeio (giro). Este investimento se reflete no modelo através da mudança do parâmetro de giro daquele nó;
- Alteração da capacidade de atracção de navios (válido somente para terminais marítimos). Este tipo de investimento se traduz no modelo pela mudança dos limites e custos de cada faixa de sobreestadia daquele terminal;
- Alteração da eficiência da operação. Este investimento se reflete no modelo através da mudança do custo operacional.

Os locais projeto também podem estar previstos ou não, ou seja, o investimento neste projeto pode estar previamente decidido pela companhia ou ter sua implantação decidida pelo modelo.

4.2.4 Atendimento ao mercado interno

O mercado interno é composto pelos nós nacionais que possuem demanda por algum produto. A demanda por derivados nos pontos de consumo está concentrada nas bases de distribuição. Ela é modelada como um intervalo com limites inferior e superior definidos e existe um prêmio (receita) para que se atinja a demanda máxima. Já a demanda por petróleo está localizada nas refinarias e é modelada como um valor fixo que deve ser atendido.

4.2.5 Importação e exportação

Para otimizar o projeto de rede, o modelo PLIM incorpora a comercialização externa de petróleo e de derivados. A importação de produtos visa complementar o atendimento da demanda interna e, por isso, representa um

custo tanto de aquisição quanto de transporte para o sistema. Já a exportação ocorre quando há excedente de produtos no mercado nacional e por isso corresponde a uma oportunidade de geração de receita.

4.3 Formulação Matemática

A formulação do modelo PLIM é descrita nesta seção e se inicia pela listagem dos conjuntos e subconjuntos correspondentes à entidades descritas na seção 4.2.1.

Conjuntos

Símbolo	Descrição
$i, j, l, l_1, l_2 \in \mathcal{L}$	Conjunto de locais
$m \in \mathcal{M}$	Conjunto de modais de transporte
$p, p_1, p_2 \in \mathcal{P}$	Conjunto de produtos
$s \in \mathcal{S}$	Conjunto de faixas de sobreestadia
$t \in \mathcal{T}$	Conjunto de períodos
$g = \{p_1, \dots, p_k\} \in \mathcal{G}$	Conjunto de grupo de produtos
$a = \{(i, j, g, m) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L} \times \mathcal{G} \times \mathcal{M}\}$ $\in \mathcal{A}$	Conjunto de arcos
$k \in \mathcal{K}$	Conjunto de tipos de projeto em locais

Tabela 1 - Conjuntos do modelo.

Subconjuntos

Símbolo	Descrição
$A_I \subseteq \mathcal{A}$	Subconjunto de arcos invertíveis
$A_K \subseteq \mathcal{A}$	Subconjunto de arcos projeto
$L_B \subseteq \mathcal{L}$	Subconjunto de bases
$L_E \subseteq \mathcal{L}$	Subconjunto de frentes
$L_F \subseteq \mathcal{L}$	Subconjunto de fontes
$L_R \subseteq \mathcal{L}$	Subconjuntos de refinarias
$L_S \subseteq \mathcal{L}$	Subconjunto de terminais
$L_K \subseteq \mathcal{L}$	Subconjunto de locais projeto
$M_M \subseteq \mathcal{M}$	Subconjunto de modais marítimos
$P_P \subseteq \mathcal{P}$	Subconjunto de petróleoos
$P_D \subseteq \mathcal{P}$	Subconjuntos de derivados

Tabela 2 - Subconjuntos do modelo.

Parâmetros

Símbolo	Domínio	Descrição
$B_{l,g}^t$	$\forall l \in L_K, g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}$	Investimento previsto no local projeto l em tancagem ou giro do grupo de produtos g no período t
\overrightarrow{CF}_a^t	$\forall a \in \mathcal{A}, t \in \mathcal{T}$	Custo unitário de frete direto no arco a no período t
\overleftarrow{CF}_a^t	$\forall a \in A_I, t \in \mathcal{T}$	Custo unitário de frete inverso no arco a no período t
CI_g	$\forall g \in \mathcal{G}$	Custo de imobilização do grupo de produtos g
CKA_a^t	$\forall a \in A_K, t \in \mathcal{T}$	Custo de investimento no arco a no período t

CKL_l^t	$\forall l \in L_K, \forall t \in \mathcal{T}$	Custo de investimento no local l no período t
CO_l^t	$\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$	Custo de operação do local l no período t
COK_l^t	$\forall l \in L_K, \forall t \in \mathcal{T}$	Custo de operação do local projeto l no período t
$CS_{s,l}^t$	$\forall s \in \mathcal{S}, \forall l \in L_S, \forall t \in \mathcal{T}$	Custo de sobreestadia na faixa de sobreestadia s no local l no período t
$CSK_{s,l}^t$	$\forall s \in \mathcal{S}, \forall l \in L_S \cap L_K, \forall t \in \mathcal{T}$	Custo de sobreestadia na faixa de sobreestadia s no local projeto l no período t
$D_{l,p}^t$	$\forall l \in L_R, \forall p \in P_P, \forall t \in \mathcal{T}$	Demanda no local l pelo produto p no período t
$DMIN_{l,p}^t$	$\forall l \in L_B, \forall p \in P_D, \forall t \in \mathcal{T}$	Demanda mínima no local l pelo produto p no período t
$DMAX_{l,p}^t$	$\forall l \in L_B, \forall p \in P_D, \forall t \in \mathcal{T}$	Demanda máxima no local l pelo produto p no período t
FD_t	$\forall t \in \mathcal{T}$	Fator de desconto para valor presente no período t
FI_a	$\forall a \in A_I$	Fator de inversão do arco a
FM_{p_1,p_2}^a	$\forall p_1, p_2 \in \mathcal{P}, \forall a \in \mathcal{A}$	Fator de mistura do produto p_1 com o produto p_2 no arco a
$FS_{s,l}^t$	$\forall s \in \mathcal{S}, \forall l \in L_S, \forall t \in \mathcal{T}$	Limite de movimentação na faixa de sobreestadia s no local l

		no período t
$FSK_{s,l}^t$	$\forall s \in \mathcal{S}, \forall l \in L_S \cap L_K,$ $\forall t \in \mathcal{T}$	Limite de movimentação na faixa de sobreestadia s no local projeto l no período t
$FV_{a,p}$	$\forall a \in \mathcal{A}, \forall p \in \mathcal{P}$	Fator de viscosidade do produto p no arco a
$GR_{l,g}^t$	$\forall l \in L_B \cup L_S, \forall g \in \mathcal{G},$ $\forall t \in \mathcal{T}$	Giro no local l para o grupo de produtos g no período t
$GRK_{l,g}^t$	$\forall l \in (L_B \cup L_S) \cap L_K,$ $\forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}$	Giro no local projeto l para o grupo de produtos g no período t
$LE_{l,p}^t$	$\forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$	Limite de exportação do produto p para o local l no período t
$LI_{l,p}^t$	$\forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$	Limite de importação do produto p do local l no período t
$OI_{l,p}^t$	$\forall l \in L_F \cup L_R, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$	Limite de oferta do produto p no local l no período t
$PD_{l,p}^t$	$\forall l \in \mathcal{L}, \forall p \in P_D, \forall t \in \mathcal{T}$	Preço de atendimento à demanda pelo produto p no local l no período t
$PE_{l,p}^t$	$\forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$	Preço de exportação do produto p no local l no período t
$PI_{l,p}^t$	$\forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$	Preço de importação do produto p no local l no período t
Q_a	$\forall a \in (\mathcal{A} - A_K)$	Capacidade do arco atual a

QK_a	$\forall a \in A_K$	Capacidade do arco projeto a
$R_{l,g}$	$\forall l \in L_B \cup L_R \cup L_S, \forall g \in \mathcal{G}$	Tancagem para armazenagem do grupo de produtos g no local l
$RK_{l,g}$	$\forall l \in (L_B \cup L_R \cup L_S) \cap L_K, \forall g \in \mathcal{G}$	Tancagem para armazenagem do grupo de produtos g no local projeto l
$TK_{l,k}$	$\forall l \in L_K, \forall k \in \mathcal{K}$	Tipo de projeto k associado ao local projeto l
$V_{l,p}^0$	$\forall l \in L_B \cup L_R \cup L_S, \forall p \in \mathcal{P}$	Estoque inicial do produto p no local l
W_l^t	$\forall l \in L_K, \forall t \in \mathcal{T}$	Investimento previsto no local projeto l no período t
Y_a^t	$\forall a \in A_K, \forall t \in \mathcal{T}$	Investimento previsto no arco projeto a no período t

Tabela 3 - Parâmetros do modelo.

Variáveis

Símbolo	Domínio	Descrição
$b_{l,g}^t$	$b_l^t \in \{0,1\} \mid l \in (L_B \cup L_S) \cap L_K, t \in \mathcal{T}$	Decisão de realizar o investimento em armazenagem para o grupo de produtos g no local projeto l no período t
$e_{l,p}^t$	$e_{l,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in L_E, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Volume exportado do produto p para o local l no período t
$f_{s,l}^t$	$f_{s,l}^t \in \mathbb{R}_+ \mid s \in \mathcal{S}, l \in L_S,$	Fluxo de produto p

	$t \in \mathcal{T}$	movimentado na faixa de sobreestadia s no local l no período t
$fk_{s,l}^t$	$fk_{s,l}^t \in \mathbb{R}_+ \mid s \in \mathcal{S},$ $l \in L_S \cap L_K, t \in \mathcal{T}$	Fluxo de produto p na faixa de sobreestadia s no local projeto l no período t
$h_{l,p}^t$	$h_{l,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in L_B, p \in P_D, t \in \mathcal{T}$	Volume de produto p fornecido ao local l no período t
$i_{l,p}^t$	$i_{l,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in L_E, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Volume importado do produto p do local l no período t
$o_{l,p}^t$	$o_{l,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in L_F \cup L_R,$ $p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Volume ofertado do produto p no local l no período t
$v_{l,p}^t$	$v_{l,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in L_B \cup L_S, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Estoque do produto p no local l no período t
$\tilde{x}_{a,p}^t$	$\tilde{x}_{a,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid a \in \mathcal{A}, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Fluxo direto do produto p no arco a no período t
$\hat{x}_{a,p}^t$	$\hat{x}_{a,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid a \in A_I, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Fluxo inverso do produto p no arco a no período t
w_l^t	$w_l^t \in \{0,1\} \mid l \in L_k, t \in \mathcal{T}$	Decisão de realizar o investimento no local projeto l no período t
y_a^t	$y_a^t \in \{0,1\} \mid a \in A_K, t \in \mathcal{T}$	Decisão de realizar o investimento no arco projeto a no período t
$z_{l,g,p}^t$	$z_{l,g,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in L_B \cup L_S, g \in$	Volume movimentado no local l

	$\mathcal{G}, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	do produto p pertencente ao grupo de produtos g no período t
$zk_{l,g,p}^t$	$zk_{l,g,p}^t \in \mathbb{R}_+ \mid l \in (L_B \cup L_S) \cap L_K, g \in \mathcal{G}, p \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}$	Volume movimentado no local projeto l do produto p pertencente ao grupo de produtos g no período t

Tabela 4 - Variáveis do modelo.

4.3.1 Equacionamento

A função objetivo do modelo adiciona todos os custos do sistema tal como listados na seção 4.1. Estes custos resultam da multiplicação das variáveis de quantidade pelos parâmetros de custo, garantindo a linearidade das equações. Ademais, os valores correspondentes a cada ano do horizonte de estudo são trazidos a valor presente através do fator de desconto.

$$\begin{aligned}
& \text{Minimizar} \sum_t FD_t \\
& \times \left(\sum_a CKA_a^t y_a^t + \sum_l CKL_l^t w_l^t \right) \quad (1.1) \text{Custo de investimento} \\
& + \sum_{a,p} \overline{CF}_a^t \tilde{x}_{a,p}^t + \sum_{a,p} \overline{CF}_a^t \tilde{x}_{a,p}^t \quad (1.2) \text{Custo de frete} \\
& + \sum_{l,g,p \in g} CI_g v_{l,p}^t \quad (1.3) \text{Custo de imobilização} \\
& + \sum_{l,g,p} CO_l^t z_{l,g,p}^t + \sum_{l,g,p} COK_l^t z_{l,g,p}^t \quad (1.4) \text{Custo de operação} \\
& + \sum_{s,l} CS_{s,l}^t f_{s,l}^t + \sum_{s,l} CSK_{s,l}^t f_{s,l}^t \quad (1.5) \text{Custo de sobreestadia} \\
& - \sum_{l,p} PD_{l,p}^t h_{l,p}^t \quad (1.6) \text{Receita comercial interna} \\
& + \left. \sum_{l,p} PI_{l,p}^t i_{l,p}^t - \sum_{l,p} PE_{l,p}^t e_{l,p}^t \right) \quad (1.7) \text{Lucro comercial externo}
\end{aligned}$$

A primeira equação a ser descrita é a equação de balanço (2), que garante a conservação de fluxo de um determinado produto p em um local l e em um período t . O valor inicial da variável de estoque $v_{l,p}^0$ é igual ao parâmetro $V_{l,p}^0$.

$$\begin{aligned}
& \sum_{a|(j=l \wedge p \in g)} \tilde{x}_{a,p}^t + \sum_{a|(i=l \wedge p \in g)} \tilde{x}_{a,p}^t + o_{l,p}^t + v_{l,p}^{t-1} = \\
& \sum_{a|(i=l \wedge p \in g)} \tilde{x}_{a,p}^t + \sum_{a|(j=l \wedge p \in g)} \tilde{x}_{a,p}^t + h_{l,p}^t + D_{l,p}^t + v_{l,p}^t \quad (2)
\end{aligned}$$

$$\forall l \in L_B \cup L_R \cup L_S, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$$

A inequação (3) garante que o fluxo de um produto a cada período saindo de uma local do tipo “Fonte” é inferior ou igual à variável de oferta interna.

$$\sum_{a|(j=l \wedge p \in g)} \tilde{x}_{a,p}^t + \sum_{a|(i=l \wedge p \in g)} \tilde{x}_{a,p}^t \leq o_{l,p}^t \quad \forall l \in L_F, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (3)$$

A inequação (4) é responsável por limitar a variável de oferta de um produto, $o_{l,p}^t$, em cada local e a cada período. Já as inequações (5) e (6) garantem que a demanda em cada base será atendida dentro do seu intervalo de valor máximo e mínimo.

$$o_{l,p}^t \leq OI_{l,p}^t \quad \forall l \in L_F \cup L_R, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4)$$

$$h_{l,p}^t \leq DMAX_{l,p}^t \quad \forall l \in L_B, \forall p \in P_D, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5)$$

$$h_{l,p}^t \geq DMIN_{l,p}^t \quad \forall l \in L_B, \forall p \in P_D, \forall t \in \mathcal{T} \quad (6)$$

A inequação (7) garante que haja no máximo um investimento em cada local ao longo do horizonte de tempo. A inequação (8) garante que haja no máximo um investimento em armazenagem para um determinado grupo de produtos em um local ao longo do horizonte de tempo. A inequação (9) faz com que haja no máximo um investimento em um arco ao longo do horizonte de tempo.

$$\sum_t (w_l^t + W_l^t) \leq 1 \quad \forall l \in L_K \quad (7)$$

$$\sum_t (b_{l,g}^t + B_{l,g}^t) \leq 1 \quad \forall l \in L_K, \forall g \in \mathcal{G} \quad (8)$$

$$\sum_t (y_a^t + Y_a^t) \leq 1 \quad \forall a \in A_K \quad (9)$$

A equação (10) associa o investimento em armazenagem para um grupo de produto com o investimento em local, a cada período. Esta restrição só se aplica aos casos em que há investimento em giro e em tancagem cadastrados no local projeto. Isto se traduz no modelo pelo parâmetro $TK_{l,k}$, que associa um local projeto ao tipo de investimento: em capacidade de tancagem, em capacidade de giro, em capacidade de atracação de navios ou em eficiência operacional. Dessa forma, esta restrição é ativa somente para os casos em que $TK_{l,k}$ associa o local projeto ao tipo de projeto de tancagem ou de giro.

$$w_l^t = b_{l,g}^t \quad \forall l \in L_K, \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (10)$$

A inequação (11) restringe o fluxo de produtos em cada arco do sistema a cada período. Conforme dito anteriormente, a capacidade do arco depende do fator de viscosidade do produto e do fator de inversão do arco, no caso de o fluxo ser inverso. Por isso os valores de fluxos são corrigidos nesta equação segundo estes fatores. A capacidade do arco, no lado direito desta equação, assume o valor atual, Q_a , ou o valor projeto, QK_a , (caso haja um projeto cadastrado) através da variável de investimento no arco, y_a^t , ou do parâmetro de investimento previsto, Y_a^t . Caso este parâmetro seja igual a um, a variável de investimento deverá assumir o valor zero (vide equação 9).

$$\sum_p FV_{a,p} \left(\tilde{x}_{a,p}^t + \frac{\tilde{x}_{a,p}^t}{FI_a} \right) \leq Q_a \left[1 - \left(\sum_{t' \leq t} y_a^{t'} + \sum_{t' \leq t} Y_a^{t'} \right) \right] + QK_a \left(\sum_{t' \leq t} y_a^{t'} + \sum_{t' \leq t} Y_a^{t'} \right) \quad (11)$$

$$\forall a \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}$$

A inequação (12) restringe o estoque de produtos em cada local a cada período de acordo com a tancagem. A tancagem, no lado direito desta equação, assume ou valor atual, $R_{l,g}$, ou o valor projeto, $RK_{l,g}$, (caso haja um projeto cadastrado) através da variável de investimento em um grupo de produto no local, $b_{l,g}^t$, ou pelo parâmetro de investimento previsto, $B_{l,g}^t$. Caso este parâmetro seja igual a um, a variável de investimento deverá assumir o valor zero (vide inequação 8). O uso de uma variável de investimento com a dimensão grupo de produto, além das dimensões local e período, se faz necessário pois o investimento em tancagem e em giro pode ser feito para um determinado grupo, g_1 , e não para outro grupo, g_2 . Ademais, é preciso lembrar que um mesmo produto pode pertencer a mais de um grupo de produtos.

$$\sum_{p|p \in g} v_{l,p}^t \leq R_{l,g} \left[1 - \left(\sum_{t' \leq t} b_{l,g}^{t'} + \sum_{t' \leq t} B_{l,g}^{t'} \right) \right] + RK_{l,g} \left(\sum_{t' \leq t} b_{l,g}^{t'} + \sum_{t' \leq t} B_{l,g}^{t'} \right) \quad (12)$$

$$\forall l \in L_B \cup L_S, \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}$$

As inequações (13), (14) e (15) restringem a movimentação de produtos em cada local a cada período de acordo com a tancagem multiplicada pelo giro anual. O lado direito da inequação (13) é selecionado entre o valor atual de tancagem e giro multiplicados, $GR_{l,g}^t R_{l,g}$, e zero pela variável de investimento em um grupo de produto no local, $b_{l,g}^t$, ou pelo parâmetro de investimento previsto, $B_{l,g}^t$. O lado direito da inequação (14) é selecionado entre o valor projeto de tancagem e giro multiplicados, $GRK_{l,g}^t RK_{l,g}$, e zero pela variável de investimento em um grupo de produto no local, $b_{l,g}^t$, ou pelo parâmetro de investimento previsto, $B_{l,g}^t$. Caso este parâmetro seja igual a um, a variável de investimento deverá assumir o valor zero (vide inequação 8). A inequação (15) é responsável por concentrar na variável de movimentação, $z_{l,g,p}^t$ ou $zk_{l,g,p}^t$, os fluxos de todos os produtos pertencentes ao grupo g nos arcos com origem ou destino no local l . Vale ressaltar que as variáveis de movimentação $z_{l,g,p}^t$ ou $zk_{l,g,p}^t$ não podem ambas serem maior que zero para um mesmo local, grupo de produto e período.

$$\sum_{p|p \in g} z_{l,g,p}^t \leq GR_{l,g}^t R_{l,g} \left[1 - \left(\sum_{t' \leq t} b_{l,g}^{t'} + \sum_{t' \leq t} B_{l,g}^{t'} \right) \right] \quad (13)$$

$$\forall l \in L_B \cup L_S, \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}$$

$$\sum_{p|p \in g} zk_{l,g,p}^t \leq GRK_{l,g}^t RK_{l,g} \left(\sum_{t' \leq t} b_{l,g}^{t'} + \sum_{t' \leq t} B_{l,g}^{t'} \right) \quad (14)$$

$$\forall l \in L_K, \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}$$

$$\sum_{g|p \in g} (z_{l_1,g,p}^t + zk_{l_2,g,p}^t) = \sum_{a|j=l_1} (\vec{x}_{a,p}^t + \tilde{x}_{a,p}^t) + \sum_{a|i=l_1} (\vec{x}_{a,p}^t + \tilde{x}_{a,p}^t) \quad (15)$$

$$\forall l_1 \in L_B \cup L_S, \forall l_2 \in L_K, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$$

A equação (16) e a inequação (17) restringem a exportação de produtos para cada frente, a cada período. Já a equação (18) e a inequação (19) restringem a importação de produtos de cada frente, a cada período.

$$\sum_{a|i=l} \tilde{x}_{a,p}^t + \sum_{a|j=l} \tilde{x}_{a,p}^t = e_{l,p}^t \quad \forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (16)$$

$$e_{l,p}^t \leq LE_{l,p}^t \quad \forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (17)$$

$$\sum_{a|j=l} \tilde{x}_{a,p}^t + \sum_{a|i=l} \tilde{x}_{a,p}^t = i_{l,p}^t \quad \forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (18)$$

$$i_{l,p}^t \leq LI_{l,p}^t \quad \forall l \in L_E, \forall p \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (19)$$

As inequações (20), (21) e a equação (22) restringem a movimentação de produtos em cada faixa de sobreestadia, em cada terminal, a cada período. O lado direito da inequação (20) é selecionado entre o valor atual, $FS_{s,l}^t$, e zero pela variável de investimento no local, w_l^t , ou pelo parâmetro de investimento previsto, W_l^t . O lado direito da inequação (21) é selecionado entre o valor projeto, $FSK_{s,l}^t$, e zero pela variável de investimento no local, w_l^t , ou pelo parâmetro de investimento previsto, W_l^t . Caso este parâmetro seja igual a um, a variável de investimento deverá assumir o valor zero (vide equação 7). A equação (22) é responsável por concentrar na variável de movimentação na faixa de sobreestadia, $f_{s,l}^t$ ou $fk_{s,l}^t$, os fluxos de todos os produtos nos arcos de modais marítimos com origem ou destino no local l . Vale ressaltar que as variáveis de movimentação $f_{s,l}^t$ ou $fk_{s,l}^t$ não podem ser ambas maior que zero para um mesmo local, grupo de produto e período.

$$f_{s,l}^t \leq FS_{s,l}^t \left[1 - \left(\sum_{t' \leq t} w_l^{t'} + \sum_{t' \leq t} W_l^{t'} \right) \right] \quad (20)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}, \forall l \in L_S, \forall t \in \mathcal{T}$$

$$fk_{s,l}^t \leq FSK_{s,l}^t \left(\sum_{t' \leq t} w_l^{t'} + \sum_{t' \leq t} W_l^{t'} \right) \quad (21)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}, \forall l \in L_K, \forall t \in \mathcal{T}$$

$$\sum_s f_{s,l_1}^t + \sum_s fk_{s,l_2}^t = \quad (22)$$

$$\sum_{a|(i=l_1 \wedge m \in M_M), p} (\vec{x}_{a,p}^t + \tilde{x}_{a,p}^t) + \sum_{a|(j=l_1 \wedge m \in M_M), p} (\vec{x}_{a,p}^t + \tilde{x}_{a,p}^t)$$

$$\forall l_1 \in L_S, \forall l_2 \in L_K, \forall t \in \mathcal{T}$$

As inequações (23) e (24) associam o fluxo de dois produtos que precisam ser misturados para ser transportados em um duto. Isto significa que o produto p_1 só pode ser transportado no arco a , no período t , em uma quantidade inferior ou igual ao do fluxo do produto p_2 dividido pelo fator de mistura dos dois produtos neste arco.

$$\vec{x}_{a,p_1}^t \leq \sum_{p_2} \frac{\vec{x}_{a,p_2}^t}{FM_{p_1,p_2}^a} \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall p_1, p_2 \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (23)$$

$$\tilde{x}_{a,p_1}^t \leq \sum_{p_2} \frac{\tilde{x}_{a,p_2}^t}{FM_{p_1,p_2}^a} \quad \forall a \in A_I, \forall p_1, p_2 \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (24)$$

A inequação (25) garante que o investimento no arco a_2 só pode ocorrer uma vez que o investimento no arco a_1 tenha sido realizado, ou seja, faz o sequenciamento dos investimentos. Esta restrição só se aplica aos arcos projetos que possuem um parâmetro de sequenciamento cadastrado. Esta equação visa representar a dependência do investimento em aumento da capacidade de transporte em trechos de um mesmo duto.

$$\sum_{(t'|t' \leq t)} y_{a_1}^{t'} \geq y_{a_2}^t \quad \forall a_1, a_2 \in A_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (25)$$