

7

Análise empírica

Nesse capítulo, descrevemos inicialmente algumas características estatísticas de nossa amostra, associando algumas dessas estatísticas a episódios vividos pela economia no período. A partir daí, apresentamos as estimações e discutimos os seus resultados.

7.1.

Análise dos dados de nossa amostra

Os dados com os quais estimamos a ETTJ brasileira foram as taxas swap DI contra taxa pré-fixada de 30, 60, 180 e 360 dias que nos foi fornecido pela BM&F. Como afirmamos no capítulo 5, utilizaremos dados semanais, iniciando na primeira semana de 2000 e finalizando na primeira semana de fevereiro de 2004.

No apêndice A9 desse trabalho, apresentamos uma série de gráficos e estatísticas descritivas sobre essa amostra (nesses gráficos e estatísticas, incluímos a taxa de 720 dias, que não utilizamos em nossas estimações). Do apêndice A9, vemos que as taxas médias para todos os vencimentos aumentaram todos os anos entre 2000 e 2004.

Dois períodos da amostra se caracterizaram por apresentar taxas particularmente altas para os vencimentos de mais longo prazo: o segundo semestre de 2001 e o segundo semestre de 2002⁵². Pastore e Pinotti (2004) caracterizam esses dois períodos como momentos em que ocorreram crises de confiança em relação à capacidade ou vontade do governo brasileiro de pagamento da dívida pública. Os valores dos *yield spreads* nos anos de 2001 e

⁵² A crise de 2001 foi nomeada de crise da energia, em virtude dos eventos que sucederam na área energética do país no período. A crise de 2002 foi bastante associada às incertezas

2002 foram os mais altos entre todos os anos analisados, dando base ao argumento de que nesses anos o prêmio de risco demandado pelos investidores para o carregamento de títulos mais longos era realmente mais alto que o usual. Outro indicativo da grande aversão ao risco dos investidores durante esse período é o fato de que as taxas *forward* entre 180 e 360 dias (taxa que indica a taxa marginal pela qual o investidor decide estender um empréstimo de prazo de 180 dias para o prazo de 360 dias) foram as mais altas entre todos os períodos analisados. O ano de 2003 também apresentou algumas características interessantes. A primeira é o fato de que as taxas médias para todos os vencimentos, à exceção do prazo de 720 dias, foram as mais altas no período analisado. Em segundo lugar, a ETTJ brasileira esteve invertida durante a maior parte desse período, o que pode ser visualizado pelas médias negativas que os *yield spreads* para todos os vencimentos apresentaram.

É interessante notar que, com exceção de 2003, taxas de CDI mais altas estiveram altamente correlacionadas a *yield spreads* mais altos, o que poderia ser indicativo que taxas de curto prazo mais altas podem afetar positivamente o prêmio de risco para investimentos em títulos de mais longo prazo.

Blanchard (2004) aponta razões pelas quais aumentos nas taxas de curto prazo no Brasil podem afetar o prêmio de risco.

7.2. Resultado das estimações

Os resultados das estimações para os quatro modelos, na amostra principal e em todas as subamostras anuais, estão apresentados no Apêndice A1 desse trabalho.

Amostra principal

Nas tabelas 1 e 2 do Apêndice A1, temos a estimativa e os erros associados dos parâmetros dos modelos quando utilizamos nossa amostra inteira. Antes de

eleitorais relacionadas a possível eleição do maior partido de esquerda brasileira e as incertezas em relação a possível futura política econômica a ser adotada.

analisarmos o valor dessas estimativas, salientamos dois aspectos importantes dessas estimações. Primeiramente, como era esperado, os modelos de dois fatores, tanto no caso de Vasicek como no caso de CIR, explicam melhor a dinâmica da ETTJ – baseado no fato de que o valor de duas funções de logverossimilhança é maior – do que suas contrapartes de um fator. Além disso, tanto no caso de um fator como no caso de dois fatores, o modelo de CIR, pelo critério do valor da função de logverossimilhança calculada a partir dos dados suavizados (filtrados) explica melhor a dinâmica da ETTJ do que o modelo de Vasicek de igual número de fatores. Todos os parâmetros estimados apresentaram valores razoáveis e dentro do esperado, com exceção de um dos parâmetros estimados para o modelo de CIR de um fator sobre o qual falaremos mais à frente.

Tomemos o caso do modelo de Vasicek de um fator, por exemplo. O parâmetro θ , que representa a média de longo prazo para a taxa de curto prazo que interpretamos como o CDI, teve seu valor estimado em 17,9% (a média do CDI no período foi de 19,23%). O parâmetro κ , que mede a velocidade de reversão à média de longo prazo para a taxa de curto prazo, foi estimado em 0,0049. Esse valor representa uma meia-vida⁵³ de 140 anos. Apesar do valor aparentemente grande, a subestimação do valor de κ em amostras de tamanho pequeno – como a nossa – é conhecido na literatura⁵⁴. De Jong (2000) estima uma meia-vida para o modelo de CIR de um fator com dados americanos de 500 anos. A volatilidade instantânea σ é estimada em torno de 4% ao ano.

No modelo de CIR de dois fatores, o valor de $\theta = \theta^{(1)} + \theta^{(2)}$ é estimado em 15%. E o valor da meia-vida é bem mais razoável 1 mês para o primeiro fator e 3 anos para o segundo fator.

As estimativas dos parâmetros λ , relacionados ao preço do risco de mercado/ prêmio de risco para todos os modelos aparecem com os sinais esperados. No modelo de Vasicek $\lambda > 0$ indica prêmio de risco positivo e

⁵³ Meia-vida é o tempo necessário para que, na ausência de choques, a taxa de curto prazo percorra metade da distância que a separa da sua média de longo prazo.

⁵⁴ Quotamos de Duffee e Santon (2001) “...downward bias in small sample estimates of speed mean reversion of near unit-root processes such as bonds.”

crescente com a maturidade, enquanto no modelo de CIR, prêmios de risco com essa característica são indicados por $\lambda < 0$. Falaremos mais à frente com muito mais profundidade sobre o prêmio de risco dos modelos.

O único parâmetro a apresentar valores inesperados foi a velocidade de reversão κ do modelo de 1 fator de CIR. O valor estimado para κ é negativo nesse caso, o que significaria que a taxa de curto prazo não é um processo estacionário, tendendo sempre a se afastar de sua “média” de longo prazo. Dada a dinâmica da ETTJ brasileira no período, talvez fosse natural esperar que algum dos modelos apontasse para taxas de curto prazo não-estacionárias.

Estabilidade nas estimativas dos parâmetros

Após realizarmos as estimações dos modelos com a nossa amostra principal, realizamos estimações com todas as subamostras anuais possíveis. Apresentamos os resultados nas tabelas de 1 a 10 do Apêndice A1. Os valores das estimações continuaram dentro de faixas de valores razoáveis. Na estimação para a subamostra com dados de 2003 a 2004 (ver tabelas 9 e 10 do Apêndice A1), o valor das estimações para λ , tanto do modelo de Vasicek de um fator como para o modelo de CIR de um fator apresentaram sinal oposto ao normalmente esperado. Nesse caso, obtivemos $\lambda < 0$ para Vasicek e $\lambda > 0$ para CIR. Esse resultado, entretanto, nessa subamostra específica de 2003/04 era o esperado, pois todos os dados da ETTJ dessa subamostra apontam para uma ETTJ “invertida”, ou seja, taxas de longo prazo mais baixas que as de curto prazo, indicando um prêmio para o risco invertido.

Nas tabelas 11 e 12 do Apêndice A1, apresentamos uma análise estatística da estabilidade das estimações dos parâmetros ao longo das várias subamostras, para cada modelo. De forma geral, as estimativas se mostraram estáveis ao longo das subamostras.

7.3.

Capacidade de ajuste e predição dos modelos

Como vimos, pelo critério do valor da função de logverossilhança o modelo de CIR se mostrou melhor que o modelo de Vasicek, e os modelos de dois fatores se mostraram melhores que os modelos de um fator. Fazendo uso da equação para a ETTJ - $y_{t,\tau} = A(\tau)/\tau + B(\tau)/\tau \cdot x_t$ - relativa a cada modelo, utilizamos os parâmetros e os valores dos fatores/ variáveis de estado filtradas e preditas⁵⁵ estimadas, com nossa amostra principal, para plotar as taxas da ETTJ, para prazos selecionados, contra as taxas de fato observadas no Apêndice A4 e A5. Plotamos gráficos para a taxa de curto prazo (CDI), para a taxa de 30 dias e para a taxa de 360 dias. A inspeção visual desses gráficos, não deixa dúvida quanto à melhor capacidade de ajuste dos modelos de dois fatores quando comparados aos de um fator e à melhor capacidade de ajuste dos modelos de CIR em comparação aos de Vasicek, tenhamos usado as variáveis de estado/ fatores filtrados e/ ou preditos. Outra característica que transparece desses gráficos é a melhor capacidade de ajuste dos modelos para os prazos de 30 e 360 dias em comparação ao prazo de um dia (CDI).

Com isso em mente, calculamos a ETTJ teórica para todos os modelos nos prazos de 1, 30, 60, 180, 360 e 720 dias. Depois calculamos de várias formas diferentes (desvio-padrão, soma do quadrado dos erros, soma do módulo dos erros) a diferença entre as taxas implicadas pelos modelos e as taxas observadas. Reportamos esses resultados no Apêndice A3⁵⁶.

O modelo de CIR de 2 fatores tem o melhor ajuste global aos dados, visto sob o ponto de vista do menor valor para a soma total dos quadrados dos desvios (17,1%). Além disso, sob todos os critérios testados, o modelo de CIR de dois fatores é superior aos outros em todos os prazos testados⁵⁷.

⁵⁵ Reportamos os valores das variáveis de estado/ fatores filtradas e preditas para cada modelo no Apêndice A2 desse trabalho.

⁵⁶ No apêndice A3, reportamos somente os resultados obtidos com uso das variáveis de estado filtradas. Os resultados quando utilizamos as variáveis de estado preditas foram qualitativamente idênticos. Por uma questão de parsimônia, não os publicamos nesse trabalho.

⁵⁷ A única exceção é pelo critério do desvio-padrão, quando o modelo de Vasicek de dois fatores supera o de CIR para o prazo de 180 dias, perdendo em todos os demais prazos.

Os resultados obtidos pelo critério do valor da logverossimilhança se mantém, quais sejam, os modelos de 2 fatores dominam suas contra-partes de 1 fator em todos os vencimentos. Os modelos de CIR superam os de Vasicek de igual número de fatores.

Outra característica dos resultados do Apêndice A3 é o fato de todos os modelos se ajustarem melhor à parte intermediária da curva (30,60,180 e 360 dias) e se ajustarem pior à parte curta (1 dia) e longa (720 dias) da curva.

Uma forma mais clara de vermos a diferença de ajuste entre os modelos é através de gráficos da ETTJ completa para dias específicos. No apêndice A8, plotamos para seis dias selecionados a ETTJ teórica dos modelos de Vasicek e de CIR contra a ETTJ de fato observada. Pela verificação visual desses gráficos a superioridade dos modelos de dois fatores e do modelo de CIR é patente. Outra característica bastante visível é a falta de ajuste, mesmo do modelo de CIR de 2 fatores, na parte curta da curva.

De Jong (2000) afirma que, apesar dos modelos de 2 fatores possuírem ajuste global semelhante aos modelos de 3 fatores, os modelos de 3 fatores parecem permitir um ajuste melhor a parte curta da curva.

7.4.

Por que o modelo de CIR se ajusta melhor à ETTJ brasileira?

A razão pela qual os modelos de dois fatores necessariamente explicam melhor a ETTJ do que modelos de um fator é evidente. Modelos de dois fatores são mais flexíveis que os de um fator, no sentido de que mais parâmetros podem ser escolhidos de forma que tenhamos um melhor ajuste do modelo à ETTJ. Qual razão, entretanto, para que o modelo de CIR, tanto de 1 fator como o de 2 fatores, tenha melhor desempenho que os modelos de Vasicek? Afinal, ambos os modelos (Vasicek e CIR) contam com o mesmo número de parâmetros em suas versões de igual número de fatores. Voltando ao capítulo 4, vemos que as especificações dos

modelos são muito semelhantes, exceção feita ao preço do risco de mercado dos modelos. Na versão de um parâmetro, temos:

Vasicek: $\sigma_{\xi} = \lambda :$

CIR: $\sigma_{\xi} = -\lambda\sqrt{x_t} \quad ;$

A partir daí, realizamos o seguinte exercício:

1. Para os modelos de CIR e Vasicek de um fator, consideramos o valor de λ desconhecido;
2. Consideramos os valores dos demais parâmetros dos modelos, quais sejam, θ , κ e σ iguais ao valores estimados para esses parâmetros com a amostra inteira (tabela 1 e 2, Apêndice A1);
3. A partir da equação para a ETTJ de cada modelo $y_{t,\tau} = A(\tau)/\tau + B(\tau)/\tau \cdot x_t$ extraímos o valor implícito de λ de forma que a taxa de 360 dias implícita pelos modelos seja igual à taxa observada.

Abaixo, apresentamos em três gráficos os resultados desse exercício:

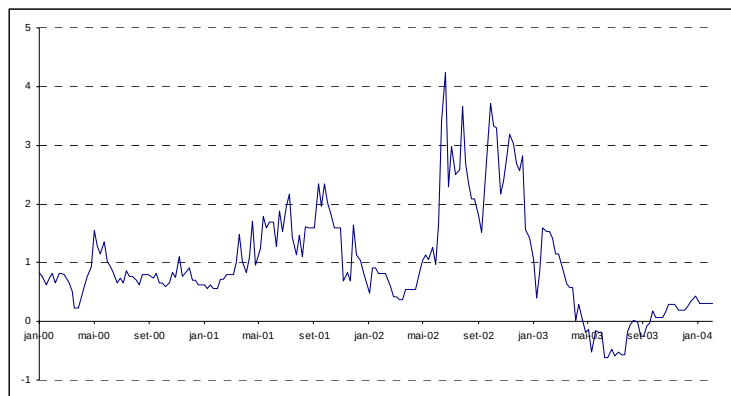


Figura 5: Valor de λ implícito pelo modelo unifatorial de Vasicek

λ , que em teoria é um parâmetro constante, mostra grande variação ao longo do tempo quando calculado implicitamente a partir dos valores dos outros parâmetros o modelo.

É interessante notar que, em momentos de crise como a crise de confiança a partir de abril de 2001 e como a crise eleitoral de 2002, o valor de λ implícito apresentou elevações expressivas.

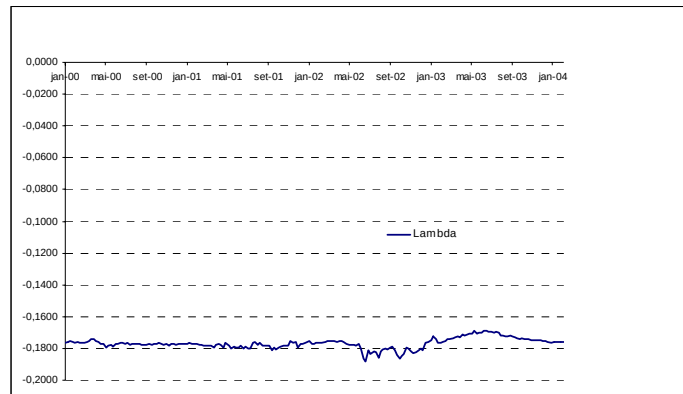


Figura 6: Valor de λ implícito pelo modelo unifatorial de CIR

Uma característica que salta aos olhos, ao comprarmos esse gráfico com o anterior é a estabilidade do lambda implícito de CIR face à instabilidade do lambda implícito por Vasicek. Existe uma razão simples para isso.

O λ de Vasicek é por definição o preço de mercado para o risco (preço do risco de mercado), logo o modelo de Vasicek implica em teoria que preço do risco de mercado é constante ao longo do tempo.

No modelo de CIR, o preço do risco de mercado não é necessariamente constante já que:

$$\sigma_{\xi} = -\lambda\sqrt{x_t} = -\lambda\sqrt{r_t}, \text{ onde } r_t \text{ é a taxa de curto prazo.}$$

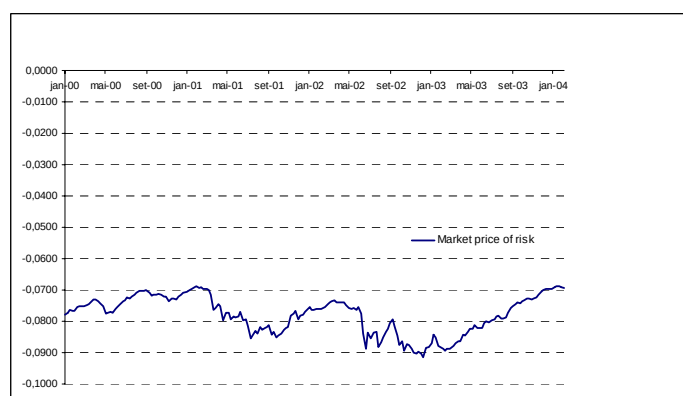


Figura 7: Valor do preço do risco de mercado implícito pelo modelo unifatorial de CIR

Como vemos o preço do risco de mercado do modelo de CIR varia bem mais que o λ . Essa maior flexibilidade do preço do risco de mercado permite ao modelo de CIR explicar melhor a ETTJ que o modelo de Vasicek.

Uma implicação teórica do modelo de CIR é que dada a forma do preço do risco de mercado, o prêmio de risco aumenta com o valor da taxa de curto prazo. Esse é um fator importante e pode, ser um dos responsáveis, pelo fato do modelo de CIR unifatorial explicar melhor a ETJ brasileira que o modelo de Vasicek unifatorial, afinal um fato estilizado sobre a economia brasileira, levantado por Blanchard (2004) é que o prêmio de risco no Brasil esteja positivamente correlacionado com a taxa de curto prazo.

Um racional para essa relação seria, de forma simples, dado da seguinte forma. Dada a instabilidade da economia brasileira, momentos de crise estão normalmente associados à desvalorização na taxa de câmbio nominal e, consequente, impactos inflacionários, associados, por sua vez, à elevação na taxa de curto prazo, e, aumento da incerteza nos mercados e, consequente, demanda por maior prêmio de risco.

7.5.

CIR, Vasicek e a hipótese das expectativas

Vimos no capítulo 4 desse trabalho que o excesso de retorno esperado de um investimento em título de longo prazo sobre a taxa livre de risco está intimamente ligado ao valor do parâmetro λ , tanto em Vasicek como no modelo de CIR.

Calculamos para todos os modelos estudado qual era o o valor do excesso de retorno esperado, para todos os dias da nossa amostra, para investimento nos títulos de 30, 60, 180 e 360 dias. Reportamos esses resultados no conjunto de gráficos I, do Apêndice A6.

Como vemos, os modelos de Vasicek implicam excesso de retorno esperado constantes para cada prazo de investimento, enquanto os modelos de CIR

consideram que o excesso de retorno esperado é variante no tempo para cada prazo de investimento.

A hipótese das expectativas, de forma simplificada, afirma que o excesso de retorno esperado para investimentos em títulos de longo prazo é função exclusiva do prazo do investimento e, não, do momento em que o investimento é executado. Nesse sentido, o modelo de Vasicek está de acordo com a hipótese das expectativas, enquanto o modelo de CIR - que apresenta excessos de retorno esperado, para um mesmo prazo, variantes no tempo – não está de acordo.

No gráfico 2, do Apêndice A6, apresentamos os excessos de retorno de fato verificados para investimentos em títulos de 30, 60, 180 e 360 dias. Como vemos, os excessos de retorno de fato ocorridos são muito variáveis no tempo, se assemelhando mais a dinâmica dos excessos de retorno esperado implicadas pelo modelo de CIR do que a dinâmica implicada pelo modelo de Vasicek.

Consideramos que esse fato, aliado ao fato de que os modelos de CIR obtiveram um melhor desempenho no ajuste aos dados do que os modelos de Vasicek, são forte indicativo que a hipótese das expectativas não é observada na ETTJ brasileira. Almeida (2003) também considera pouco provável que a hipótese das expectativas se verifique na ETTJ brasileira.

7.6.

CIR e Vasicek contra um modelo Martingal

Para testarmos a capacidade preditiva dos modelos que estimamos, vamos compará-los a um modelo ingênuo, qual seja, um modelo martingal que considera que a melhor previsão para as taxas de 1, 30, 60, 180 e 360 dias em t são as taxas observadas em $t-1$.

As previsões dos modelos de CIR e Vasicek foram efetuadas considerando-se os valores preditos para as variáveis de estado em t dos modelos, a partir das variáveis de estado observadas em $t-1$.

Os resultados desse exercício podem ser vistos nas tabelas 5 e 6 do apêndice A3. Vemos que o modelo ingênuo martingal tem uma melhor capacidade preditiva do que nosso modelo de CIR de 2 fatores para todos os prazos. Lembramos que essa predição, da forma como realizamos o exercício, faz referência ao período de 1 semana.

De fato, esse resultado – modelos ingênuos predizerem no curto prazo de forma mais eficiente as taxas de juros da economia - já havia sido encontrado na literatura, Duffee e Stanton (2003) é um exemplo. É importante notar que o modelo ingênuo possui mais graus de liberdade que o modelo de CIR de 2 fatores. Enquanto o modelo de 2 fatores possui dois graus de liberdade, o modelo ingênuo possui seis (uma para cada prazo predito – 1, 30, 60, 180, 360 e 720 dias). Além disso, os modelos teóricos que testamos são por construção livres de oportunidades de arbitragem, enquanto o modelo ingênuo não o é. No apreçamento de derivativos de taxas de juros como *swaptions*, *caps* e *floors*, a existência de oportunidade de arbitragem no modelo que descreve a ETTJ pode gerar preços de derivativos inconsistentes. Finalmente, o modelo ingênuo testado por nós não apresenta qualquer dinâmica para a ETTJ, trata-se de um modelo “constante”, por isso, não é indicado para previsões de médio e longo prazo.