

## 5

# Cálculo do Diâmetro e Espaçamento entre Estribos Utilizando a Formulação Proposta

### 5.1.

#### Introdução

Neste capítulo apresenta-se um critério para o cálculo do diâmetro e espaçamento entre estribos através da formulação proposta e comparam-se os valores dos mesmos com os valores especificados em normas de projeto de estruturas de concreto.

### 5.2.

#### Curvas $\Gamma$ vs. $\eta$ Modificadas

A curva da Figura 4.24 é válida para qualquer tipo de arranjo das armaduras considerado. Conforme o objetivo do projeto, basta introduzir os respectivos valores de  $\Gamma$  ou  $\eta$  para cada caso em particular.

Por exemplo, para a seção da Figura 5.1, substituindo-se o valor da rigidez dos estribos,  $K$ , da eq. (3.101) no valor do parâmetro adimensional de rigidez,  $\eta$ , expresso em (3.24) obtém-se o seguinte valor:

$$\eta = \frac{192\phi_i^4 L^4}{b^3 s \phi_l^4} \quad (5.1)$$

Por outro lado, substituindo-se o momento de inércia da armadura longitudinal na expressão de  $\Gamma$  tem-se:

$$\Gamma = \frac{64PL^2}{E\pi\phi_l^4} \quad (5.2)$$

Dessa forma é possível alterar os valores de  $\Gamma$  e  $\eta$  das expressões (5.1) e (5.2) e criar novos parâmetros com a finalidade de facilitar os cálculos dos exemplos que serão apresentados. As variáveis adimensionais  $\Gamma$  e  $\eta$  foram modificadas da seguinte forma:

$$\eta_1 = \frac{\eta}{192} = \frac{\phi_i^4 L^4}{b^3 s \phi_i^4} \quad (5.3)$$

$$\Gamma_1 = \frac{\Gamma \pi}{64} = \frac{PL^2}{E \phi_i^4} \quad (5.4)$$

Portanto a ordenada e abscissa dos gráficos da Figura 4.25 são alteradas multiplicando-se as mesmas pelos fatores,  $\frac{\pi}{64}$  e  $\frac{1}{192}$ , respectivamente. Dessa forma, obtém-se o gráfico da Figura 5.2 com os parâmetros de carga e rigidez menores. A Figura 5.3 apresenta o trecho inicial da curva da Figura 5.2, com valores pequenos do parâmetro de rigidez,  $\eta_1$ .

Dependendo do arranjo dos estribos na seção transversal, obtém-se um valor diferente para a rigidez,  $K$  e para o parâmetro adimensional da rigidez dos apoios laterais,  $\eta$ .

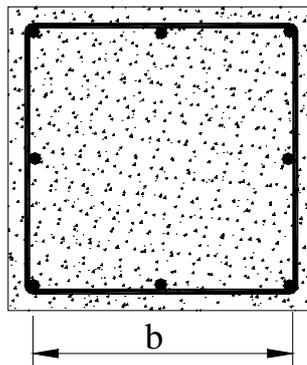


Figura 5.1 – Seção transversal do pilar.

### 5.3.

#### Considerações Sobre a Carga de Flambagem para Dimensionamento

A carga de flambagem deve ser sempre maior que a carga de escoamento em compressão por um fator  $\gamma > 1$ , isto para garantir o uso de  $P_y = f_y A_s$  no dimensionamento inicial, como é feito usualmente. No dimensionamento usual, busca-se otimizar o projeto tomando  $\gamma = 1$ . Como seria recomendável do ponto de vista de segurança em regime pós-crítico, o uso de valores maiores também se apresentam no presente trabalho casos de  $\gamma = 1,2$  e  $\gamma = 1,5$ .

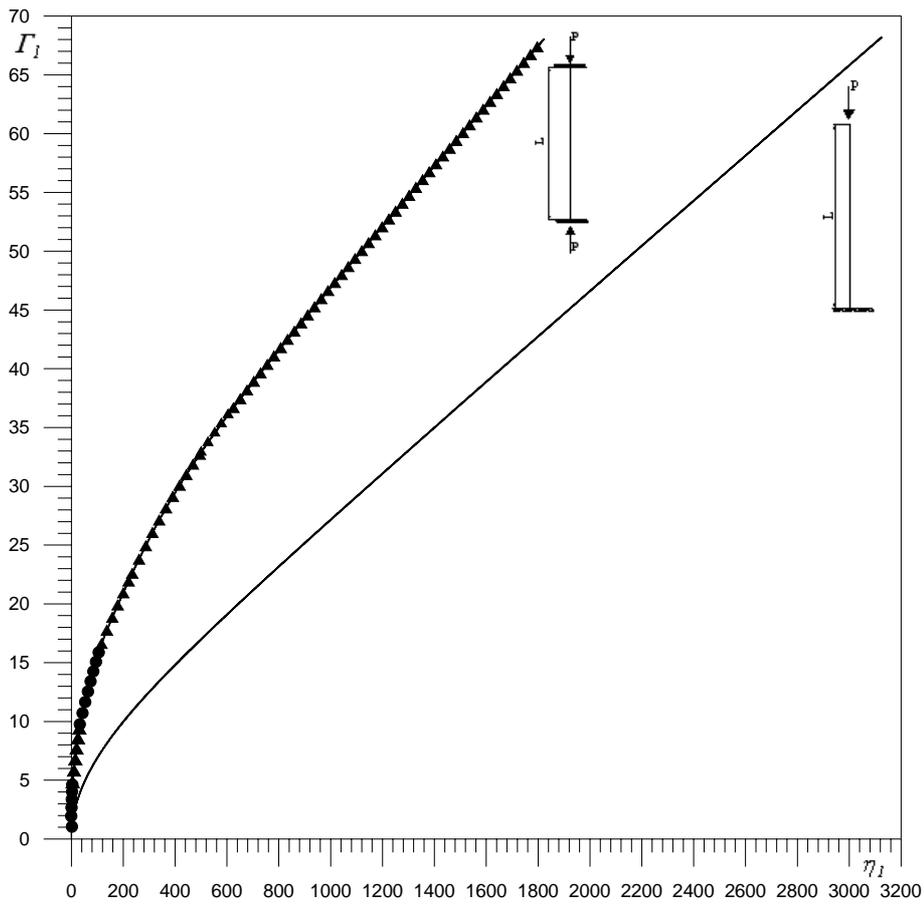


Figura 5.2 - Parâmetro de carga vs. Parâmetro de rigidez da coluna com seis graus de liberdade.

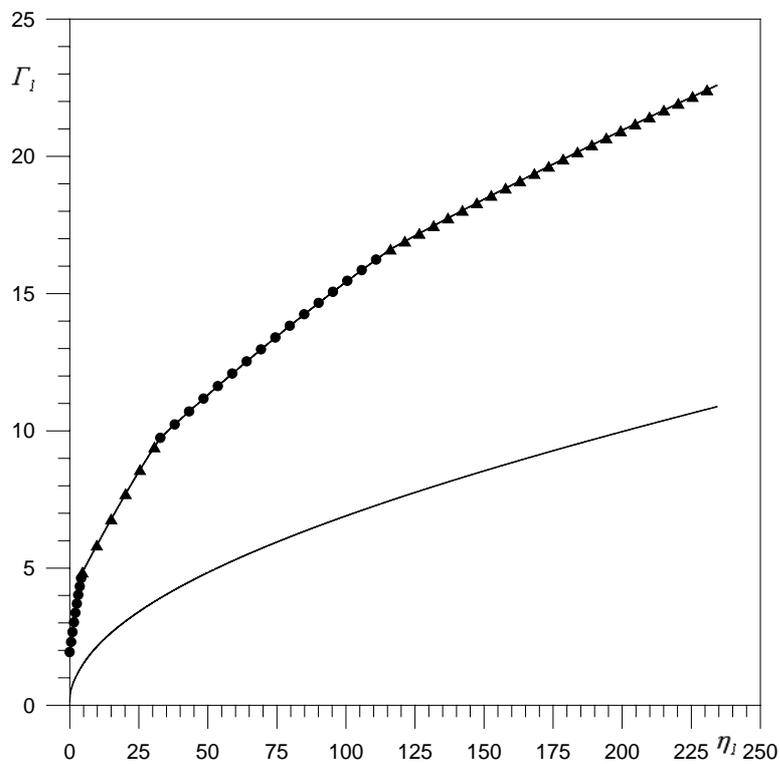


Figura 5.3- - Parâmetro de carga vs. Parâmetro de rigidez da coluna com seis graus de liberdade, no trecho inicial do gráfico da Figura 5.2.

## 5.4.

### Seqüência de Projeto com a Utilização das Curvas $\Gamma$ vs. $\eta$

Uma seqüência possível de projeto com o uso dos gráficos  $\Gamma$  vs.  $\eta$ , seria como se mostra a seguir:

- 1 - O valor de  $b$  vem da geometria da peça;
- 2 - O diâmetro da armadura longitudinal,  $\phi_l$  é usualmente determinado pelo projetista;
- 3 - Busca-se uma carga de flambagem,  $P_{cr} = \gamma \cdot P_y$  e assim obtém-se  $\Gamma_I$ ;
- 4 - Com o valor de  $\Gamma_I$  entra-se na ordenada do gráfico  $\Gamma_I$  vs.  $\eta_I$  e descobre-se o  $\eta_I$  necessário na abscissa. Como já se dispõe dos valores de  $b$  e  $\phi_l$ , as variáveis de projeto serão o espaçamento entre os estribos,  $s$  e o diâmetro dos estribos,  $\phi_t$ , os quais serão calculados e adotados de forma compatível com os limites das normas de projeto existentes. Caso o espaçamento resulte muito pequeno, ou o diâmetro muito grande, é necessário reduzir  $b$  ou usar estribos suplementares.

## 5.5.

### Cálculo do Diâmetro e Espaçamento entre Estribos para os Pilares Descritos no Trabalho de Queiroga & Giongo (2000)

O resumo do trabalho de Queiroga & Giongo (2000) encontra-se no item 2.6. Pretende-se analisar os pilares de seção quadrada cujo arranjo das armaduras na seção transversal apresenta-se na Figura 5.4 e o resumo das características dos pilares apresenta-se na Tabela 5.1.

Os pilares P1, P4 e P6 foram selecionados para a realização dos testes numéricos.

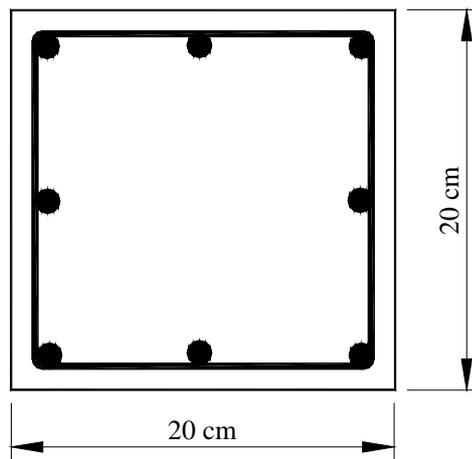


Figura 5.4- Seção e arranjo da armadura na seção dos pilares ensaiados por Queiroga (1999).

Tabela 5.1 - Resumo das características dos pilares ensaiados por Queiroga (1999).

Pilar	B (cm)	H (cm)	L (cm)	Arm. Long.	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	Arm. Trans.	$c$ mm	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_{cc}$ (mm/m)	$P_{exp}$ (kN)	$P_y$ (kN)
P1	20	20	120	8φ12,5	1,25	φ6,3c/15	17,5	59,60	502	2,543	2278	62,8
P2	20	20	120	8φ12,5	1,25	φ6,3c/15	17,5	64,35	502	2,543	2292	62,8
P3	20	20	120	8φ12,5	1,25	φ6,3c/10	17,5	53,40	502	2,850	1835	62,8
P4	20	20	120	8φ12,5	1,25	φ6,3c/10	17,5	53,40	502	2,850	1864	62,8
P5	20	20	120	8φ12,5	1,25	φ6,3c/5	17,5	55,90	502	3,878	2158	62,8
P6	20	20	120	8φ12,5	1,25	φ6,3c/5	17,5	55,90	502	3,878	2312	62,8

Os valores calculados para o diâmetro e espaçamento entre os estribos utilizando o critério proposto no item 5.4 apresentam-se na Tabela 5.2. O procedimento completo de cálculo encontra-se no Apêndice. A seguir apresentam-se os passos realizados para o pilar P1.

• **Pilar P1**

As propriedades da armadura são:

$$f_y = 502 \text{ N/mm}^2 \quad \phi_l = 12,5 \text{ mm} \quad L = 1200 \text{ mm} \quad b = 139,9 \text{ mm} \quad E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$A_s = 125 \text{ mm}^2 \quad P_y = f_y A_s = 5,46 \times 10^4 \text{ N} \quad s = 150 \text{ mm}$$

Pretende-se calcular o diâmetro e espaçamento entre estribos para  $\gamma = 1,2$  considerando-se a armadura sem emendas. Assim, busca-se uma carga de flambagem,  $P_{cr} = \gamma \cdot P_y$  e obtém-se  $I_1$

$$P_{cr} = \gamma \cdot P_y = 65,48 \text{ kN} \quad (5.5)$$

$$\Gamma_1 = \frac{P_{cr} \cdot L^2}{E \cdot \phi_t^4} \quad \Gamma_1 = 18,39 \Rightarrow \eta_1 = 149,10 \quad (5.6)$$

O valor de  $\eta_1$  encontrado na eq. (5.6) foi obtido entrando-se com o valor de  $\Gamma_1$  na ordenada do gráfico apresentado na Figura 5.2 e o valor necessário de  $\eta_1$  encontra-se na abscissa correspondente a  $\Gamma_1$ . A partir da eq. (5.3) tem-se que:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta_1 \cdot b^3 \cdot \phi_t^4}{L^4} = 4,81 \quad (5.7)$$

Dessa forma, obtém-se o diâmetro do estribo correspondente ao espaçamento de 150 mm.

$$\phi_t = 5,18 \text{ mm} \quad (5.8)$$

Para o diâmetro  $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$  encontra-se um espaçamento  $s = 328 \text{ mm}$

A Tabela 5.2 apresenta os valores calculados para os pilares P1, P4 e P6 que foram calculados da mesma forma que o pilar P1. Na linha correspondente ao pilar P1, quando considera-se a carga de flambagem igual à carga de escoamento multiplicada pelo fator  $\gamma = 1,2$ , os valores encontrados para o diâmetro, considerando-se um espaçamento  $s = 150 \text{ mm}$  foi aproximadamente  $\phi_t = 5,2 \text{ mm}$ . Nota-se que estes valores são encontrados a partir do modo de flambagem geral e poderia inclusive envolver vários estribos num estado limite. A Tabela 5.2 apresenta os valores comerciais para o diâmetro do estribo.

De acordo com a NBR 6118/2003, o valor do espaçamento deve ser de acordo com o valor expresso em (2.80), onde o valor  $24\phi_t$  para CA-25 e  $12\phi_t$  para CA-50 garante que num estado limite a flambagem ocorreria entre dois estribos consecutivos.

Verifica-se também que quando se diminui o espaçamento entre estribos, o valor do diâmetro dos estribos poderia ser menor. Já para  $\gamma = 1,5$ , os valores encontrados para o diâmetro dos estribos são maiores, visto que ao se aumentar o fator  $\gamma$ , o parâmetro adimensional da carga será maior, o que resultará em uma exigência de rigidez maior e portanto, o diâmetro dos estribos será maior.

A Tabela 5.3 apresenta o caso onde uma das extremidades da armadura está livre, simulando o caso de emendas das barras da armadura. Verifica-se que para o valor  $\gamma = 1,2$ , com os mesmos valores considerados para o espaçamento, os

valores encontrados para o diâmetro dos estribos são mais altos, visto que um certo valor do parâmetro de carga corresponde a valores mais altos de rigidez para o caso onde uma das extremidades da armadura está livre e portanto, valores mais altos para o diâmetro dos estribos são necessários.

A Tabela 5.4 apresenta os valores limites para o pilar P1, do espaçamento e diâmetro dos estribos descritos em diversas normas de projeto de estruturas de concreto, como está descrito no item 2.8 do presente trabalho. Verifica-se que o espaçamento máximo entre estribos fica em torno de  $150 \text{ mm}$  para um diâmetro dos estribos maior ou igual a  $5 \text{ mm}$ . De acordo com as diversas normas, estes valores consideram no estado limite último, que a flambagem da armadura longitudinal ocorreria no máximo em uma meia-onda entre estribos, pois se considera que o comprimento de flambagem é o próprio espaçamento entre dois estribos.

Nota-se que a imposição da flambagem entre dois estribos consecutivos se vincula ao diâmetro da armadura longitudinal, ao arranjo das armaduras na seção e ao diâmetro do estribo, entretanto surge a idéia de variar o espaçamento para valores menores, com um menor uso de estribos suplementares.

Nesta tese apresenta-se uma análise dos valores de  $\Gamma_1$  e  $\eta_1$  quando a flambagem ocorre entre dois estribos consecutivos, considerando-se o diagrama tensão - deformação linear e os estribos como apoios. Procura-se uma carga de flambagem igual a:

$$P_{cr} = \frac{EI\pi^2}{s^2} \quad (5.9)$$

Substituindo-se (5.9) em (5.4), chega-se a eq. (5.10) para parâmetro  $\Gamma_1$ .

$$\Gamma_1 = \frac{\pi^3 \cdot L^2}{64 \cdot s^2} \quad (5.10)$$

Os valores de  $\Gamma_1$  e  $\eta_1$ , para o caso no qual ocorrerá a flambagem entre dois estribos nos pilares  $P1$ ,  $P4$  e  $P6$  de Queiroga (1999) está explicitado no Apêndice e os respectivos valores para o diâmetro e espaçamento entre os estribos.

Tabela 5.2– Cálculo do diâmetro e espaçamento entre estribos para os pilares de Queiroga (1999) a partir da formulação proposta. Armadura fixa nas extremidades.

Queiroga (1999)		Formulação Proposta. Armadura fixa nas extremidades									
		$\gamma=1,2$					$\gamma=1,5$				
Pilar	Arm. Transv.	$\Gamma_1$	$\eta_1$	Arm. Transv.			$\Gamma_1$	$\eta_1$	Arm. Transv.		
				s mm	$\phi_t$ mm	$\phi_{tcomercial}$ mm			s mm	$\phi_t$ mm	$\phi_{tcomercial}$ mm
P1	$\phi 6,3c/15$	18,39	149,10	150	5,20	6,3	22,99	242,86	150	5,85	6,3
P4	$\phi 6,3c/10$	18,39	149,10	100	4,68	5	22,99	242,86	100	5,29	6,3
P6	$\phi 6,3c/5$	18,39	149,10	50	3,94	5	22,99	242,86	50	4,45	5
Obs: Para o diâmetro do estribo, $\phi_t=6,3$ mm encontra-se um espaçamento máximo de 328 mm.							Obs: Para o diâmetro do estribo, $\phi_t=6,3$ mm encontra-se um espaçamento máximo de 201 mm.				

Tabela 5.3 - Cálculo do diâmetro e espaçamento entre estribos para os pilares de Queiroga (1999) a partir da formulação proposta. Consideração das emendas.

Queiroga (1999)		Formulação Proposta. Armadura livre em uma das Extremidades. Consideração das emendas das barras de armadura									
		$\gamma=1,2$					$\gamma=1,5$				
Pilar	Arm. Transv.	$\Gamma_1$	$\eta_1$	Arm. Transv.			$\Gamma_1$	$\eta_1$	Arm. Transv.		
				s mm	$\phi_t$ mm	$\phi_{tcomercial}$ mm			s mm	$\phi_t$ mm	$\phi_{tcomercial}$ mm
P1	$\phi 6,3c/15$	18,39	566,30	150	7,23	8	22,99	790,81	150	8,26	10
P4	$\phi 6,3c/10$	18,39	566,30	100	6,54	8	22,99	790,81	100	7,47	8
P6	$\phi 6,3c/5$	18,39	566,30	50	5,50	6,3	22,99	790,81	50	6,28	6,3
Obs: Para o diâmetro do estribo, $\phi_t=6,3$ mm encontra-se um espaçamento máximo de 86 mm.							Obs: Para o diâmetro do estribo, $\phi_t=6,3$ mm encontra-se um espaçamento máximo de 62 mm.				

Tabela 5.4 – Valores limites para o espaçamento e diâmetro dos estribos para os pilares de Queiroga (1999) obtidos de normas de projeto de estruturas de concreto.

Queiroga (1999)	Valores Máximos fixados em Normas flambagem com uma meia-onda entre dois estribos									
	NBR 6118 1978		CEB 95		EUROCODE 2 2001		ACI 318 2002		NBR 6118 2003	
Pilar	$s \leq 12\phi_t$ mm	$\phi_t \geq 5$ mm	$s \leq 12\phi_t$ mm	$\phi_t \geq 5$ mm	$s \leq 12\phi_t$ mm	$\phi_t \geq 5(6)$ mm	$s \leq 16\phi_t$ mm	$\phi_t \geq 10$ mm	$s \leq 12\phi_t$ mm	$\phi_t \geq 5$ mm
P1	150	5	150	5	150	5	150	10	150	5

## 5.6.

### Cálculo do Diâmetro e Espaçamento entre Estribos para os Pilares Descritos no Trabalho de Sheikh & Uzumeri (1980)

Detalhes dos corpos de prova utilizados no trabalho de Sheikh & Uzumeri (1980) estão mostrados na Figura 2.19. A Figura 5.5 mostra o arranjo da armadura na seção transversal dos pilares e os dados dos pilares estudados no trabalho de Sheikh & Uzumeri (1980) apresentam-se na Tabela 5.5.

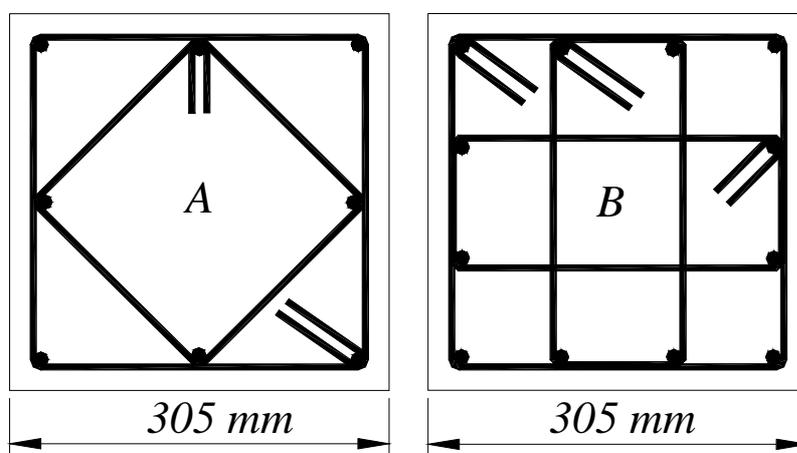


Figura 5.5 – Seção transversal dos pilares de Sheikh & Uzumeri (1980).

Tabela 5.5- Resumo das características dos pilares ensaiados por Sheikh &amp; Uzumeri (1980).

Pilar	Características Mecânicas e Geométricas							
	Armadura Longitudinal				Armadura transversal			
	$\phi_l$ mm	$f_y$ MPa	$E_t$ MPa	$E_r$ MPa	Designação	$\phi_t$ mm	s mm	$E_t$ MPa
(a) seção sem o cobrimento: 267 mm x 267 mm								
4A1-13	22,22	438	9670	27400	CS7-3	4,76	57,1	5000
2A5-14	15,87	404	8100	23900	CS5-3	9,52	76,2	5000
2A6-15	15,87	404	8100	23900	CS5-3	6,35	35	5000
4B3-19	19,05	392	6250	19300	CS6-4	7,94	101,6	5000
4B4-20	19,05	392	6250	19300	CS6-4	4,76	38,1	5000
4B6-21	19,05	392	6250	19300	CS6-4	6,35	47,7	5000

Os valores calculados para o diâmetro e espaçamento entre os estribos utilizando o critério proposto no item 5.4 apresentam-se nas Tabelas 5.6 e 5.7. O procedimento completo de cálculo encontra-se no Apêndice sendo idêntico ao procedimento descrito considerando-se os pilares do trabalho de Queiroga (1999).

Vale ressaltar que ao se calcular a rigidez do sistema de estribos das seções A e B, consideram-se as pernas dos estribos como barras de treliça. Para a seção A, as primeiras barras a flambarem são as barras de canto onde a rigidez da armadura transversal é:

$$K = \frac{2E_t A}{b} \quad (5.11)$$

onde  $E_t$  é o módulo de elasticidade do estribo. Na seção B, a menor rigidez é:

$$K = \frac{3E_t A}{b} \quad (5.12)$$

Dessa forma o parâmetro adimensional da rigidez dos estribos,  $\eta$  para a seção A torna-se

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{\frac{2E_t A}{bs} L^4}{EI} = \frac{2E_t \pi \phi_t^2 L^4}{4bs} \cdot \frac{64}{E \pi \phi_t^4} \Rightarrow \eta = \frac{32E_t \phi_t^2 L^4}{Ebs \phi_t^4} \quad (5.13)$$

Assim

$$\frac{\phi_t^2}{s} = \frac{\eta E b \phi_t^4}{32E_t L^4} \quad (5.14)$$

Caso se deseje utilizar o gráfico modificado da Figura 5.2, basta substituir no valor de  $\eta$ , o valor de  $\eta_i$  multiplicado por 192, já que  $\eta_i$  é dado pela eq. (5.3) e a eq. (5.14) transforma-se em:

$$\frac{\phi_i^2}{s} = \frac{6\eta_i Eb\phi_i^4}{E_t L^4} \quad (5.15)$$

Para a seção B tem-se:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{3E_t A L^4}{bs EI} = \frac{3E_t \pi \phi_i^2 L^4}{4bs} \cdot \frac{64}{E \pi \phi_i^4} \Rightarrow \eta = \frac{192E_t \phi_i^2 L^4}{4Ebs \phi_i^4} \quad (5.16)$$

Assim,

$$\frac{\phi_i^2}{s} = \frac{4\eta Eb\phi_i^4}{192E_t L^4} \quad (5.17)$$

Nesse caso utilizam-se os gráficos da Figura 5.2 e a eq. (5.17) transforma-se em:

$$\frac{\phi_i^2}{s} = \frac{4\eta_i Eb\phi_i^4}{E_t L^4} \quad (5.18)$$

A Tabela 5.6 apresenta os valores calculados para os Pilares 4A1-13, 2A5-14, 2A6-15, 4B3-19, 4B4-20 e 4B6-21.

Na linha correspondente ao pilar 4A1-13, quando se considera a carga de flambagem igual à carga de esmagamento multiplicada pelo fator  $\gamma = 1,2$ , os valores encontrados para o diâmetro considerando-se um espaçamento  $s = 57,1 \text{ mm}$  foi de aproximadamente  $\phi_i = 6,90 \text{ mm}$ . Nota-se que o valor encontrado para o diâmetro é um pouco maior do que o dimensionado no trabalho de Sheikh & Uzumeri (1980) e verifica-se na Tabela 5.6 que para um diâmetro  $\phi_i = 4,76 \text{ mm}$  poder-se-ia adotar um espaçamento  $s = 27 \text{ mm}$ . A mesma verificação pode ser feita para todos os pilares da Tabela 5.6.

A Tabela 5.7 apresenta o caso onde as barras de armadura são livres numa extremidade. Nota-se que para  $\gamma = 1,2$ , com os mesmos valores considerados para o espaçamento, os valores do diâmetro dos estribos são altos, visto que para um determinado valor do parâmetro de carga, o parâmetro de rigidez teria valores mais altos e conseqüentemente a relação entre o diâmetro do estribo e espaçamento seria menor e assim os valores adotados no trabalho de Sheikh & Uzumeri (1980) ficam compatíveis com esse caso, pois se trata de seções bastante confinadas.

Tabela 5.6 – Cálculo do diâmetro e espaçamento entre estribos para os pilares de Sheikh &amp; Uzumeri (1980) a partir da formulação proposta. Armadura fixa nas extremidades.

Sheikh & Uzumeri (1980)	Formulação Proposta. Armadura fixa nas extremidades Sem consideração das emendas das barras de armadura											
	$\gamma=1,2$						$\gamma=1,5$					
	Pilar	$\Gamma_1$	$\eta_1$	C1		C2		$\Gamma_1$	$\eta_1$	C1		C2
s mm				$\phi_t$ mm	s mm	$\phi_t$ mm	s mm			$\phi_t$ mm	s mm	$\phi_t$ mm
4A1-13	45,4	943,7	57,1	6,90	27,11	4,76	56,8	1381,2	57,1	8,35	18,52	4,76
2A5-14	93,9	2848,9	76,2	6,70	153,75	9,52	117,5	3776,1	76,2	7,72	116,00	9,52
2A6-15	93,9	2848,9	35	4,54	68,40	6,35	117,5	3776,1	35	5,23	51,61	6,35
4B3-19	78,4	2229,2	101,6	7,19	123,86	7,94	97,9	3005,2	101,6	8,35	91,87	7,94
4B4-20	78,4	2229,2	38,1	4,40	44,51	4,76	97,9	3005,2	38,1	5,11	33,01	4,76
4B6-21	78,4	2229,2	47,7	4,92	79,21	6,35	97,9	3005,2	47,7	5,72	58,76	6,35

Tabela 5.7 – Diâmetro e espaçamento entre estribos para os pilares de Sheikh &amp; Uzumeri (1980) a partir da formulação proposta. Armadura livre em uma das extremidades.

Sheikh & Uzumeri (1980)	Formulação Proposta. Armadura livre em uma das Extremidades. Consideração das emendas das barras de armadura											
	$\gamma=1,2$						$\gamma=1,5$					
	Pilar	$\Gamma_1$	$\eta_1$	C1		C2		$\Gamma_1$	$\eta_1$	C1		C2
s mm				$\phi_t$ mm	s mm	$\phi_t$ mm	s mm			$\phi_t$ mm	s mm	$\phi_t$ mm
4A1-13	45,4	1939,3	57,1	9,90	13,20	4,76	56,8	2529,6	57,1	11,30	10,12	4,76
2A5-14	93,9	4458,3	76,2	8,38	98,25	9,52	117,5	5692,7	76,2	9,47	76,95	9,52
2A6-15	93,9	4458,3	35	5,68	43,71	6,35	117,5	5692,7	35	6,42	34,23	6,35
4B3-19	78,4	3657,3	101,6	9,21	75,49	7,94	97,9	4681,8	101,6	10,42	58,97	7,94
4B4-20	78,4	3657,3	38,1	5,64	27,13	4,76	97,9	4681,8	38,1	6,38	21,20	4,76
4B6-21	78,4	3657,3	47,7	6,31	48,28	6,35	97,9	4681,8	47,7	7,14	37,71	6,35

## 5.7.

### Aplicações a Seções de Grandes Dimensões

#### 5.7.1.

##### Pilar P1

Aplica-se o critério proposto a um pilar de concreto armado com seção transversal retangular  $25\text{ cm} \times 110\text{ cm}$ , altura livre de  $350\text{ cm}$ , com resistência à compressão do concreto  $20\text{ MPa}$  e do aço de  $500\text{ MPa}$ . A armadura longitudinal

consiste de 22 barras de 16 mm de diâmetro, e o cobrimento é de 3 cm, conforme apresentado na Tabela 5.8. Nomeou-se este Pilar de P1 e as verificações realizadas de acordo com a NBR 6118/2003, se encontram no Apêndice.

Tabela 5.8 - Resumo das características do pilar P1.

Pilar	B (cm)	H (cm)	L (cm)	Arm. Long.	c cm	$f_{ck}$ (MPa)	$f_{yk}$ (MPa)
P1	25	110	350	22 $\phi$ 16	3	20	500

### • Caso 1

Considera-se inicialmente que o arranjo das armaduras na seção transversal seja dado pela Figura 5.6. Dessa forma, calcula-se o valor da rigidez  $K$  dos estribos e com este valor entra-se na expressão do parâmetro de rigidez dos estribos,  $\eta$ , apresentado na eq. (3.24). Para o cálculo da rigidez  $K$  dos estribos, adotou-se o modelo apresentado na Figura 5.7 onde a perna do estribo é considerada como uma viga fixa nas extremidades. A flexibilidade do estribo associada a cada barra pode ser obtida aplicando uma carga transversal concentrada unitária isoladamente em cada ponto central da barra. Nota-se que isto corresponde a admitir-se que o início da flambagem se dá na barra menos restringida. Assim, avalia-se o ponto crítico como correspondente a uma barra que contribui com a menor rigidez do estribo. Para o modelo da Figura 5.7 isto ocorre no centro da viga, e neste caso a rigidez fica sendo:

$$K = \frac{38,4EI_t}{b^3} \quad (5.19)$$

onde o vão livre de flexão é  $b = 1100 - 2(30 + 5) - 16 = 1014 \text{ mm}$  supondo inicialmente o diâmetro do estribo igual a 5 mm. Considerando os estribos como base elástica e substituindo-se  $k = K/s$  no parâmetro  $\eta$  chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{38,4EI_tL^4}{b^3sEI} = \frac{38,4\phi_t^4L^4}{b^3s\phi_t^4} \quad (5.20)$$

Da eq. (5.20) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3 \phi_t^4}{38,4L^4} = \frac{192\eta_1 b^3 \phi_t^4}{38,4L^4} \quad (5.21)$$

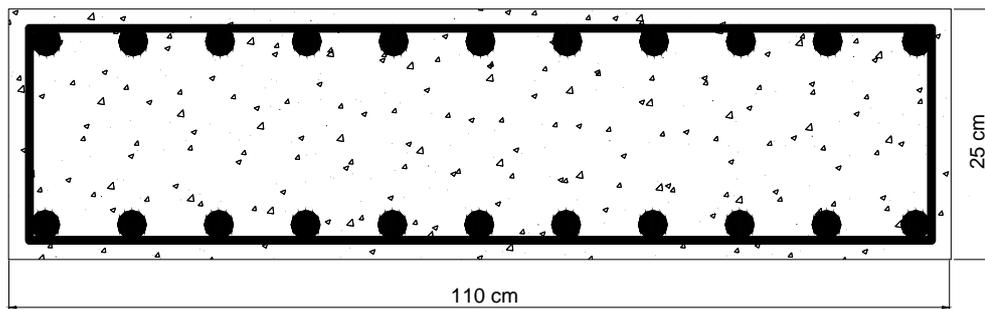


Figura 5.6– **Caso 1:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

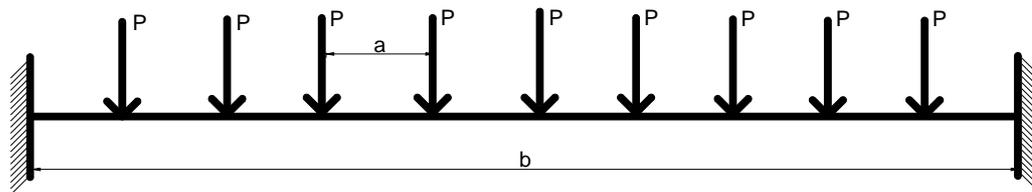


Figura 5.7- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 1.

Pretende-se calcular o diâmetro e espaçamento entre estribos para  $\gamma = 1,2$  considerando-se a armadura sem emendas. Dessa forma, busca-se uma carga de flambagem,  $P_{cr} = \gamma \cdot P_y$  e obtém-se  $\Gamma_1$ .

$$P_{cr} = \gamma \cdot P_y = 104,4 \text{ kN} \tag{5.22}$$

$$\Gamma_1 = \frac{P_{cr} \cdot L^2}{E \cdot \phi_t^4} \quad \Gamma_1 = 92,93 \Rightarrow \eta_1 = 2802,08 \tag{5.23}$$

A partir da eq. (5.23) tem-se que:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = 6,38 \times 10^3 \tag{5.24}$$

Estipularam-se alguns valores para o espaçamento entre estribos de acordo com os limites impostos pela NBR 6118/2003. Para que a base elástica possa impedir a flambagem da armadura longitudinal os diâmetros encontrados são dados na Tabela 5.9. Os valores encontrados para o diâmetro do estribo foram altos, visto que este modelo é bastante flexível.

Tabela 5.9 – Dimensionamento dos estribos para o caso 1.

s (mm)	190	150	50
$\phi_t$ (mm)	33,18	31,28	23,77

- **Caso 2**

O modelo considerado apresenta-se na Figura 5.8 onde há um estribo suplementar (admitido como rígido) no meio de uma perna de estribo. O modelo simplificado para o cálculo da rigidez se encontra na Figura 5.9. As cargas localizadas na distância  $2a$  ou  $3a$  do apoio esquerdo na Figura 5.9 contribuem com a menor rigidez do estribo, e neste caso a rigidez torna-se:

$$K = \frac{250EI_t}{3b^3} \quad (5.25)$$

onde o vão livre de flexão é  $b = 507 \text{ mm}$ .

Substituindo-se a eq. (5.25) no valor de  $\eta$  chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{83,33EI_t L^4}{b^3 s EI} = \frac{83,33\phi_t^4 L^4}{b^3 s \phi_t^4} \quad (5.26)$$

Da eq. (5.26) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3 \phi_t^4}{83,33L^4} = \frac{192\eta_1 b^3 \phi_t^4}{83,33L^4} = 367,46 \quad (5.27)$$

A partir da eq. (5.27) obtém-se os valores apresentados na Tabela 5.10. Em relação ao caso 1, este modelo é mais rígido, porém ainda bastante flexível e de acordo com os resultados apresentados na Tabela 5.10, os valores encontrados para o diâmetro do estribo ainda são altos. Dessa forma busca-se um modelo que seja rígido a fim de que se possa obter valores razoáveis para o diâmetro e espaçamento dos estribos.

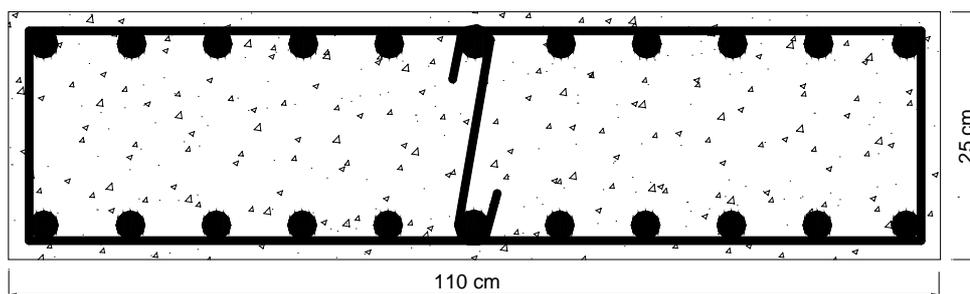


Figura 5.8– **Caso 2:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

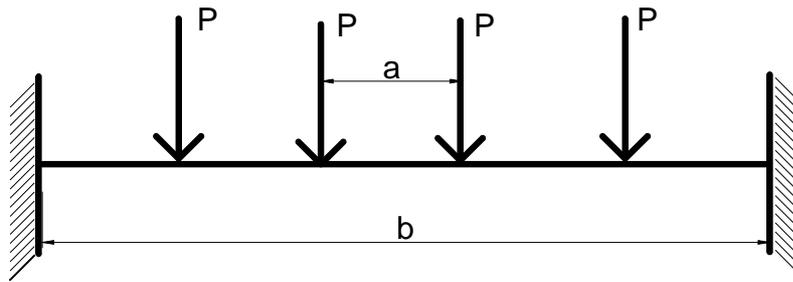
Figura 5.9- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 2.

Tabela 5.10 – Dimensionamento dos estribos para o caso 2.

s (mm)	190	150	50
$\phi_t$ (mm)	16,26	15,32	11,64

### • Caso 3

Apresenta-se na Figura 5.10 o modelo para este caso, nota-se que do caso 1 até o caso 4 que ainda será apresentado, as armaduras estão distribuídas ao longo da seção com igual espaçamento. Supõe-se um espaçamento entre as faces da armadura longitudinal para os quatro primeiros casos da seguinte forma:

$$s_l = \frac{h - 2(c + \phi_t) - 11\phi_l}{10} = \frac{1100 - 2(30 + 5) - 11 \cdot 16}{10} = 85,4 \text{ mm} \quad (5.28)$$

supondo inicialmente o diâmetro do estribo é  $\phi_t = 5 \text{ mm}$ . O modelo simplificado para o cálculo da rigidez  $K$  apresenta-se na Figura 5.11 e como só existem duas barras longitudinais, qualquer carga que simula a armadura longitudinal na Figura 5.11 pode contribuir para a menor rigidez dos estribos que é dada por:

$$K = \frac{162EI_t}{b^3} \quad (5.29)$$

onde o vão livre de flexão é  $b = 304,2 \text{ mm}$ .

Substituindo-se a eq. (5.29) no valor de  $\eta$  chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{162EI_t L^4}{b^3 s EI} = \frac{162\phi_t^4 L^4}{b^3 s \phi_t^4} \quad (5.30)$$

Da eq. (5.30) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3 \phi_t^4}{162L^4} = \frac{192\eta_1 b^3 \phi_t^4}{162L^4} \quad (5.31)$$

Dessa forma, obtém-se os valores apresentados na Tabela 5.11 que apresenta o dimensionamento dos estribos.

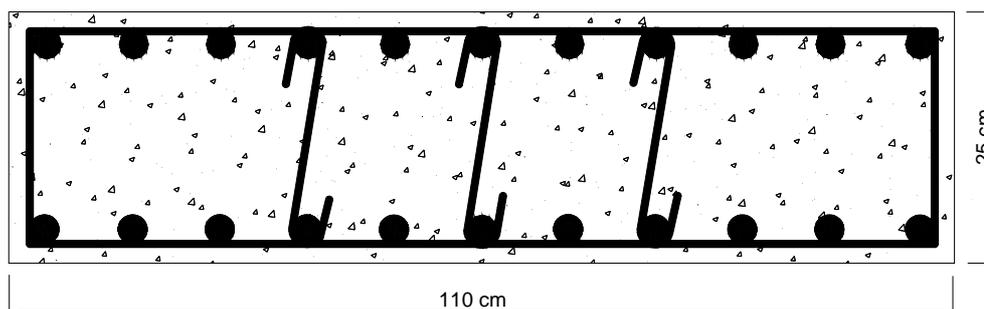


Figura 5.10– **Caso 3:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

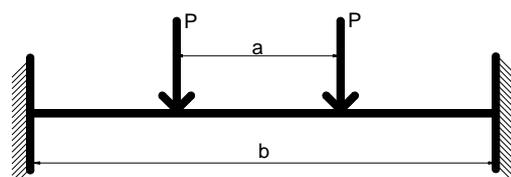


Figura 5.11- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 3.

Nota-se que este caso é bem mais rígido. Para se adotar um diâmetro do estribo  $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ , o espaçamento entre estribos deveria ser aproximadamente  $s = 40 \text{ mm}$ . A Tabela 5.11 apresenta também os valores dos parâmetros do estribo considerando-se apenas modos de deformação simétricos e nota-se que este modelo é bastante conservador, já que os deslocamentos da armadura só poderiam ocorrer para fora e, portanto, estes valores são um pouco maiores do que os valores encontrados quando se considera um modo de deformação geral.

Tabela 5.11 – Dimensionamento dos estribos para o caso 3.

Modo de deformação geral			
$s$ (mm)	190	150	50
$\phi_t$ (mm)	9,38	8,84	6,72
Modo de deformação simétrico			
$s$ (mm)	190	150	50
$\phi_t$ (mm)	10,55	9,94	7,55

#### • Caso 4

Apresenta-se na Figura 5.12 o arranjo das armaduras na seção transversal apresentando quatro estribos suplementares. O modelo simplificado para o cálculo da rigidez  $K$  apresenta-se na Figura 5.13 e expressão de  $K$  é dada por:

$$K = \frac{192EI_t}{b^3} \tag{5.32}$$

onde  $b = 202,8 \text{ mm}$ .

Substituindo-se a eq. (5.32) no valor de  $\eta$  chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{192EI_t L^4}{b^3 s EI} = \frac{192\phi_t^4 L^4}{b^3 s \phi_t^4} \tag{5.33}$$

Da eq. (5.33) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3 \phi_t^4}{192L^4} = \frac{\eta_1 b^3 \phi_t^4}{L^4} = 16,29 \tag{5.34}$$

Este é o caso mais rígido em relação aos três anteriores e por isso se necessita de menos estribos no dimensionamento como apresenta a Tabela 5.12.

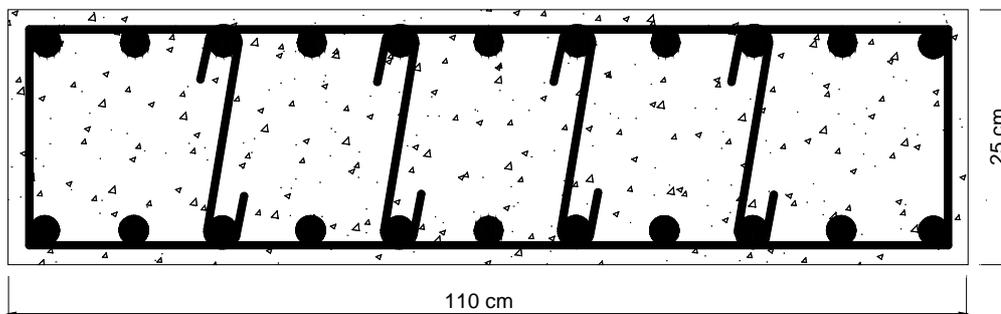


Figura 5.12– **Caso 4:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

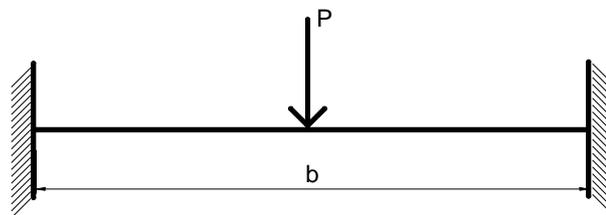


Figura 5.13- Posição da carga para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 4.

Tabela 5.12 – Dimensionamento dos estribos para o caso 4.

$s$ (mm)	190	150	50
$\phi_t$ (mm)	7,45	7,03	5,34

• **Caso 5**

Apresenta-se o modelo da Figura 5.14 e o modelo simplificado para o cálculo da rigidez se encontra na Figura 5.15, onde valor de  $b = 507 \text{ mm}$  e o valor da menor rigidez,  $K$ , do estribo é:

$$K = \frac{3b^3 EI_t}{10a^3 (13b^3 + 528a^2b - 640a^3 - 144b^2a)} \quad (5.35)$$

A carga mais distante do apoio fixo contribui para a menor rigidez do estribo. O valor de  $K$  pode ser escrito em função apenas de  $b$ , basta se conhecer a relação entre  $a$  e  $b$ . Este modelo apresenta rigidez maior que no caso 2, porém os deslocamentos na direção da armadura longitudinal mais distante do apoio ainda são altos e logo se tem uma rigidez pequena necessitando-se assim de estribos maiores como apresenta a Tabela 5.13. Para a obtenção dos valores encontrados na Tabela 5.13, utilizou-se a eq. (5.36) obtida a partir da expressão de  $\eta$  em (3.24).

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{640\eta_1 \phi_t^4 a^3 (13b^3 + 528a^2b - 640a^3 - 144b^2a)}{b^3 L^4} = 289,94 \quad (5.36)$$

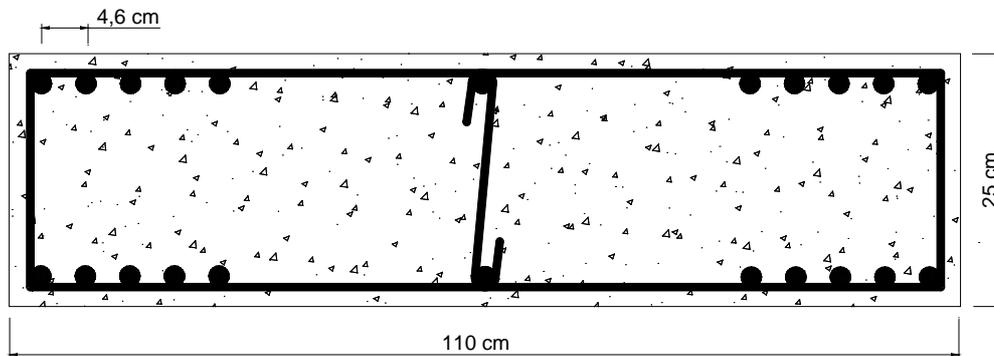


Figura 5.14– **Caso 5:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

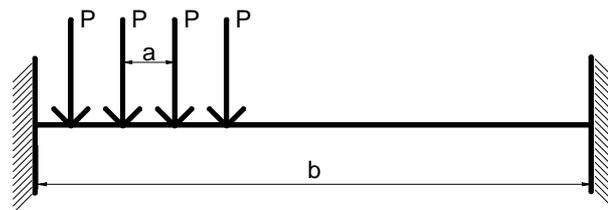


Figura 5.15- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 5.

Tabela 5.13 – Dimensionamento dos estribos para o caso 5.

$s$ (mm)	190	150	50
$\phi_t$ (mm)	15,32	14,44	10,97

• **Caso 6**

A Figura 5.16 apresenta o arranjo das armaduras na seção. Para o cálculo da rigidez  $K$  dos estribos, adotou-se o modelo apresentado na Figura 5.17. A

expressão da rigidez para a barra menos restringida a qual se encontra mais distante do apoio fixo é:

$$K = \frac{6b^3 EI_t}{a^3 (21b^3 + 192a^2b - 128a^3 - 108b^2a)} \quad (5.37)$$

onde  $b = 507 \text{ mm}$  e  $a = 46 \text{ mm}$ . A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos apresenta-se na eq. (5.38) sendo obtida a partir das expressões de  $\eta$  e  $K$  apresentadas em (3.24) e (5.37), respectivamente.

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{32\eta_1\phi_t^4 [a^3 (21b^3 + 192ba^2 - 128a^3 - 108b^2a)]}{b^3 L^4} \quad (5.38)$$

Nota-se através da Tabela 5.14 que os valores encontrados para o diâmetro apesar de ainda altos são bem menores em relação aos valores encontrados no caso 2 e no caso 5.

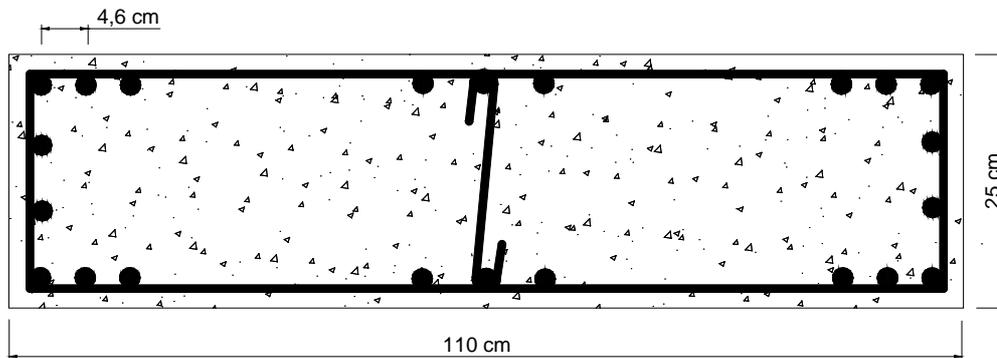


Figura 5.16– **Caso 6:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

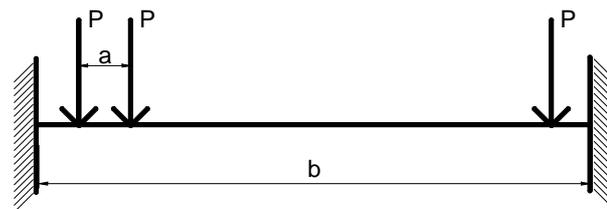


Figura 5.17- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 6.

Tabela 5.14 – Dimensionamento dos estribos para o caso 6.

s (mm)	$\phi_t$ (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	9,21	9,79
150	8,68	9,22
50	6,59	7,01

Para todos os casos considerados até o presente, considerou-se valores de  $\gamma = 1,2$  para o cálculo da carga de flambagem. Como o dimensionamento usual admite o valor de  $\gamma = 1$ , os cálculos foram repetidos com tal valor e os resultados encontrados também apresentam-se na Tabela 5.14.

• **Caso 7**

O arranjo das armaduras na seção transversal se apresenta na Figura 5.18. Os modelos simplificados para o cálculo da rigidez  $K$  dos estribos apresentam-se na Figura 5.19, onde a Figura 5.19.a representa o primeiro ou último trecho da seção e a Figura 5.19.b representa a parte entre estribos suplementares. Verificou-se que a maior flexibilidade encontrada foi para a barra do centro, e o valor da rigidez  $K$  para este caso é:

$$K = \frac{96EI_t}{b^3} \tag{5.39}$$

onde  $b = 184 \text{ mm}$ . A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos obtida a partir das expressões de  $\eta$  e  $K$  apresentadas em (3.24) e (5.39), respectivamente é dada por:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{2\eta_1\phi_l^4 b^3}{L^4} \tag{5.40}$$

Os resultados encontram-se nas Tabelas 5.15 e 5.16.

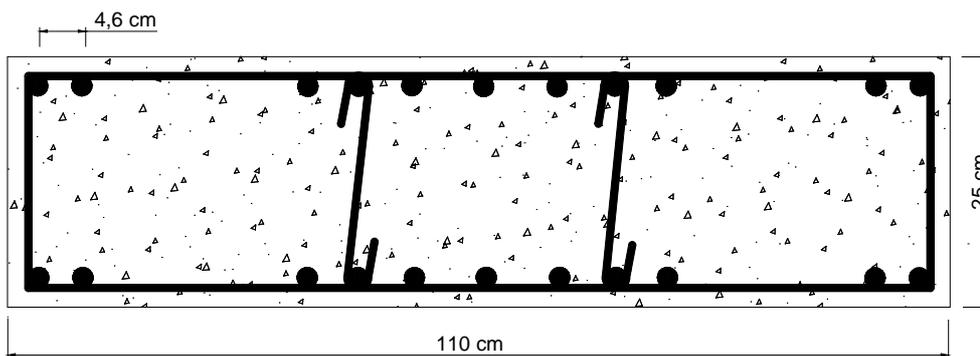


Figura 5.18– **Caso 7**: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

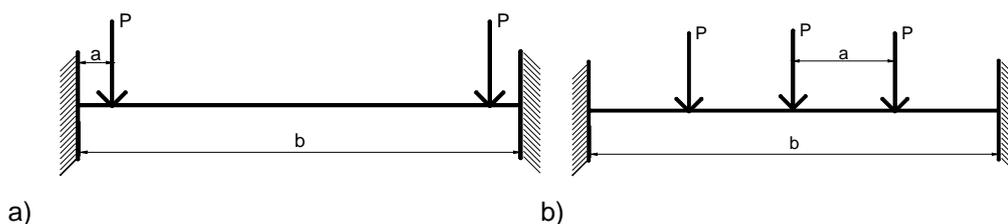


Figura 5.19- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 7.

Tabela 5.15 – Dimensionamento dos estribos para o caso 7.

s (mm)	$\phi_t$ (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	6,90	7,34
150	6,50	6,92
50	4,94	5,25

Tabela 5.16 – Dimensionamento dos estribos para o caso 7.

$\phi_t$ (mm)	s (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
5	53	41
6,3	132	103

- **Caso 8**

O modelo da Figura 5.20 se apresentou o mais favorável e econômico em termos de dimensionamento dos estribos. O modelo simplificado para o cálculo de  $K$  apresenta-se na Figura 5.19.a, onde o valor de  $b = 338 \text{ mm}$ , sendo  $K$  dada por:

$$K = \frac{6bEI_t}{a^3(2b - 3a)} \quad (5.41)$$

A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos obtida a partir das expressões de  $\eta$  e  $K$  apresentadas em (3.24) e (5.41), respectivamente é dada por:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{32\eta_t\phi_t^4 a^3(2b - 3a)}{bL^4} \quad (5.42)$$

Os resultados apresentam-se na Tabela 5.17 e 5.18 para os valores de  $\gamma = 1,0$  e  $\gamma = 1,2$ . verificou-se através dos cálculos apresentados no Apêndice que ao se definir o diâmetro do estribo como  $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ , o espaçamento entre estribos fica bem maior do que o limite superior registrado na NBR 6118/2003.

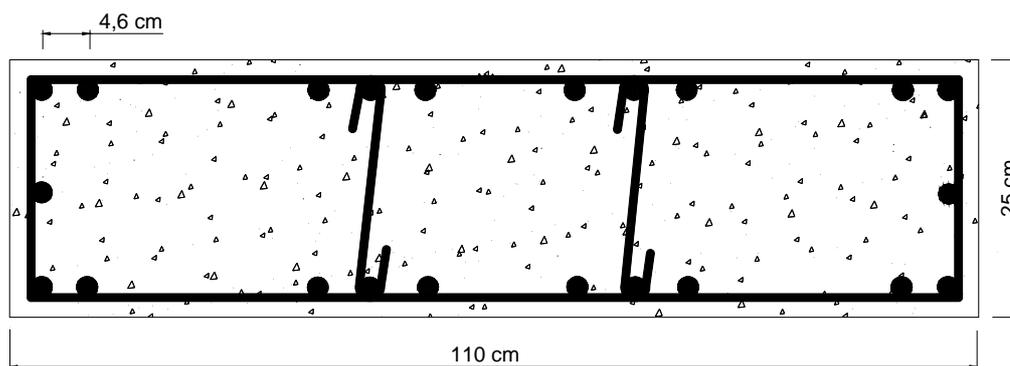


Figura 5.20– **Caso 8:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

Tabela 5.17 – Dimensionamento dos estribos para o caso 8.

s (mm)	$\phi_t$ (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	5,48	5,83
150	5,16	5,49
50	3,92	4,17

Tabela 5.18– Dimensionamento dos estribos para o caso 8.

$\phi_t$ (mm)	s (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
5	131	103
6,3	331	259

A partir deste modelo realizou-se um estudo para verificar a possibilidade de executar este modelo com espaçamento duplo da armadura suplementar. Calculou-se a rigidez média efetiva da base elástica como sendo a média dos valores da rigidez  $K$  calculada com estribos suplementares utilizando-se o modelo simplificado da Figura 5.19.a que se apresenta na eq. (5.41), e a rigidez do modelo da Figura 5.20 sem estribos suplementares, como apresenta o modelo simplificado da Figura 5.21. O valor da rigidez,  $K$ , para o modelo da Figura 5.21, correspondente a uma das cargas mais próximas do centro que é dada por:

$$K = \frac{54bEI_t}{(b^4 + 3b^3a - 9a^2b^2 + 18a^3b - 81a^4)} \tag{5.43}$$

O valor de  $b = 1014 \text{ mm}$  e os resultados considerando-se a rigidez média da base elástica para a consideração de espaçamento duplo, com os valores de  $\gamma = 1,0$  e  $\gamma = 1,2$  apresentam-se na Tabela 5.19 e 5.20.

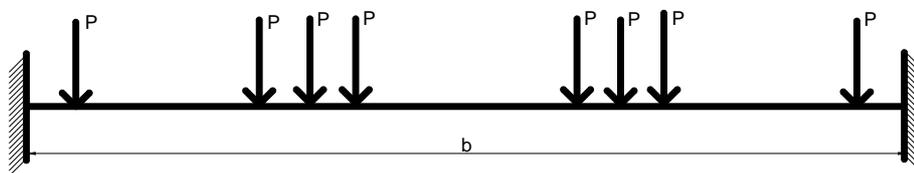


Figura 5.21- Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  referente ao caso 8 sem estribos suplementares.

Tabela 5.19 – Dimensionamento dos estribos para o caso 8 considerando-se espaçamento duplo.

S (mm)	$\phi_t$ (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	6,51	6,93
150	6,14	6,53
50	4,96	4,96

Tabela 5.20– Dimensionamento dos estribos para o caso 8 considerando-se espaçamento duplo.

$\phi_t$ (mm)	s (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
5	66	51
6,3	166	129

### 5.7.2. Pilar P2

Aplica-se o critério proposto a um pilar de concreto armado com seção transversal retangular  $30 \text{ cm} \times 130 \text{ cm}$ , altura livre de  $255 \text{ cm}$ , com resistência à compressão do concreto  $18 \text{ MPa}$  e do aço de  $500 \text{ MPa}$ . A armadura longitudinal consiste de 24 barras de  $25 \text{ mm}$  de diâmetro, e o cobrimento é de  $3 \text{ cm}$ , conforme apresentado na Tabela 5.21.

Tabela 5.21 - Resumo das características do pilar P2.

Pilar	B (cm)	H (cm)	L (cm)	Arm. Long.	c (cm)	$f_{ck}$ (MPa)	$f_{yk}$ (MPa)
P2	30	130	255	$24\phi 25$	3	18	500

• **Caso 1**

Considera-se inicialmente que o arranjo das armaduras na seção transversal seja dado pela Figura 5.22. Dessa forma, calcula-se o valor da rigidez  $K$  dos estribos e com este valor entra-se na expressão do parâmetro de rigidez dos estribos,  $\eta$ , apresentado na eq. (3.24).

Para o cálculo da rigidez  $K$  dos estribos, adotou-se o modelo da Figura 5.23. As cargas localizadas na distância  $5a$  ou  $6a$  do apoio esquerdo na Figura 5.23 correspondem à menor rigidez do estribo, e neste caso a rigidez é dada por:

$$K = \frac{35,5EI_t}{b^3} \tag{5.44}$$

onde o vão livre de flexão é  $b = 1300 - 2(30 + 6,3) - 25 = 1202,4 \text{ mm}$  supondo inicialmente o diâmetro do estribo igual a  $6,3 \text{ mm}$ .

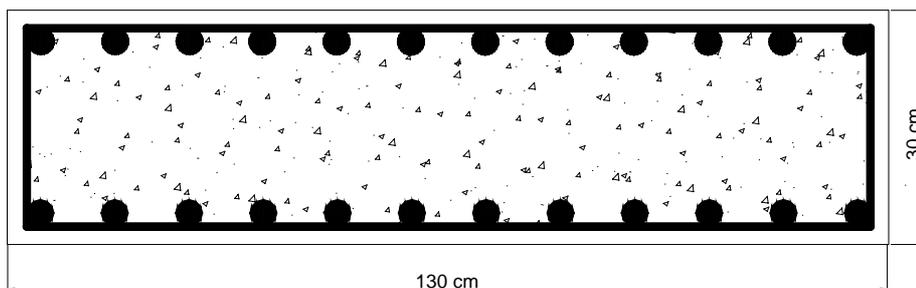


Figura 5.22- **Caso 1**: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P2.

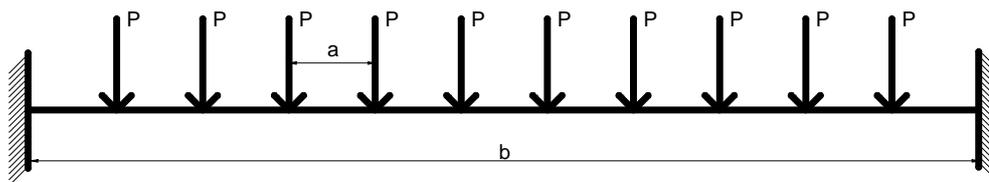


Figura 5.23- **Caso 1**: Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  no pilar P2.

Considerando os estribos como base elástica e substituindo-se  $k = K/s$  no parâmetro  $\eta$  chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{35,5EI_tL^4}{b^3sEI} = \frac{35,5\phi_t^4L^4}{b^3s\phi_t^4} \tag{5.45}$$

Da eq. (5.45) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3 \phi_t^4}{35,5L^4} = \frac{192\eta_1 b^3 \phi_t^4}{35,5L^4} = \frac{5,41\eta_1 b^3 \phi_t^4}{L^4} \tag{5.46}$$

Pretende-se calcular o diâmetro e espaçamento entre estribos para  $\gamma = 1,2$  considerando-se a armadura sem emendas. Dessa forma, busca-se uma carga de flambagem,  $P_{cr} = \gamma \cdot P_y$  e obtém-se  $\Gamma_1$ .

$$P_y = f_y \cdot A_s = 217,4 \text{ kN} \quad (5.47)$$

$$P_{cr} = \gamma \cdot P_y = 260,9 \text{ kN} \quad (5.48)$$

$$\Gamma_1 = \frac{P_{cr} \cdot L^2}{E \cdot \phi_t^4} \quad \Gamma_1 = 20,68 \Rightarrow \eta_1 = 194,36 \quad (5.49)$$

A partir da eq. (5.46) tem-se que:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = 16,88 \times 10^3 \quad (5.50)$$

Dessa forma calculam-se os valores da Tabela 5.22 que apresenta o dimensionamento dos estribos estipulando-se alguns valores para o espaçamento entre estribos de acordo com os limites impostos pela NBR 6118/2003.

Os valores encontrados para o diâmetro do estribo foram altos, visto que este modelo é bastante flexível.

Tabela 5.22 – **Caso 1:** Dimensionamento dos estribos para o pilar P2.

s (mm)	200	150	50
$\phi_t$ (mm)	42,86	39,89	30,31

#### • Caso 2

O modelo considerado apresenta-se na Figura 5.24 onde há um estribo suplementar (admitido como rígido) no meio de uma perna de estribo. O modelo simplificado para o cálculo da rigidez se encontra na Figura 5.25. A carga localizada na distância  $3a$  do apoio esquerdo na Figura 5.25 corresponde à menor rigidez do estribo, e neste caso a rigidez torna-se:

$$K = \frac{70,8EI_t}{b^3} \quad (5.51)$$

onde o vão livre de flexão é  $b = 601,2 \text{ mm}$ .

Substituindo-se a eq. (5.51) no valor de  $\eta$  chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{70,8EI_tL^4}{b^3sEI} = \frac{70,8\phi_t^4L^4}{b^3s\phi_t^4} \quad (5.52)$$

Da eq. (5.52) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3 \phi_l^4}{70,8L^4} = \frac{192\eta_l b^3 \phi_l^4}{70,8L^4} = 1,06 \cdot 10^{-3} \quad (5.53)$$

A partir da eq. (5.53) obtém-se os valores apresentados na Tabela 5.23. Em relação ao caso 1, este modelo é mais rígido, porém ainda bastante flexível e de acordo com os resultados apresentados na Tabela 5.23, os valores encontrados para o diâmetro do estribo ainda são altos.

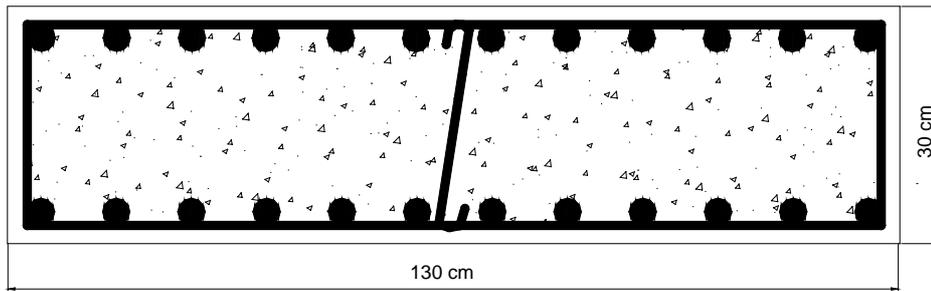


Figura 5.24- **Caso 2:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P2.

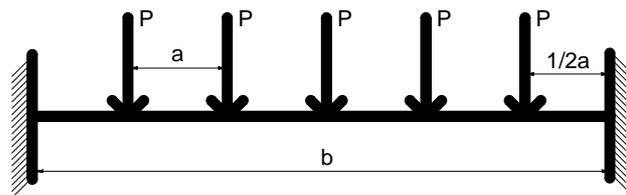


Figura 5.25- **Caso 2:** Posições de cargas para cálculo da rigidez  $K$  no pilar P2.

Tabela 5.23 – **Caso 2:** Dimensionamento dos estribos para o pilar P2.

$s$ (mm)	200	150	50
$\phi_t$ (mm)	21,45	19,96	15,17

• **Caso 3**

Apresenta-se na Figura 5.26 o modelo para este caso, o modelo simplificado para o cálculo da rigidez  $K$  é o modelo apresentado na Figura 5.11 e como só existem duas barras longitudinais, a menor rigidez dos estribos é dada pela eq. (5.29), onde o vão livre de flexão é  $b = 327,93 \text{ mm}$ .

A expressão de  $\eta$  é idêntica a obtida em (5.30). Dessa forma, obtém-se os valores apresentados na Tabela 5.24 que apresenta o dimensionamento dos estribos.

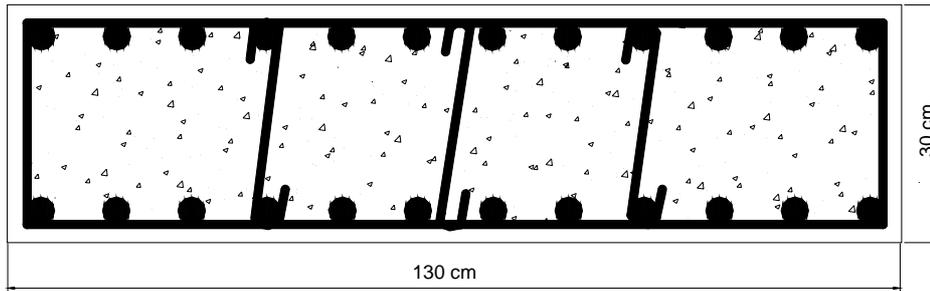


Figura 5.26- **Caso 3:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P2.

Tabela 5.24 – **Caso 3:** Dimensionamento dos estribos para o pilar P2.

s (mm)	200	150	50
$\phi_t$ (mm)	11,07	10,30	7,82

• **Caso 4**

Apresenta-se na Figura 5.27 o modelo para este caso. O modelo simplificado para o cálculo da rigidez  $K$  é o modelo apresentado na Figura 5.19.a e como só existem duas barras longitudinais, a menor rigidez dos estribos é dada pela eq. (5.41), onde o vão livre de flexão é  $b = 300,6 \text{ mm}$ .

A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos obtida a partir das expressões de  $\eta$  e  $K$  é dada pela eq. (5.42) e assim obtém-se os valores apresentados na Tabela 5.25.

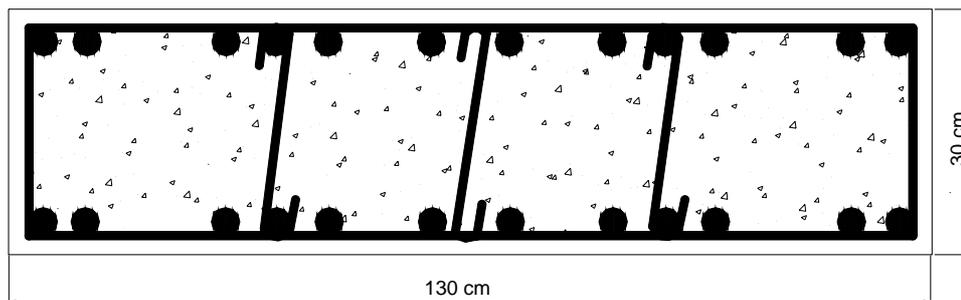


Figura 5.27- **Caso 4:** Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P2.

Tabela 5.25 – **Caso 4:** Dimensionamento dos estribos para o pilar P2.

s (mm)	200	150	50
$\phi_t$ (mm)	7,30	6,75	5,13

- **Caso 5**

Apresenta-se na Figura 5.28 o modelo para este caso. o modelo simplificado para o cálculo da rigidez  $K$  é o modelo apresentado na Figura 5.19.a e a menor rigidez dos estribos é dada pela eq. (5.41), onde o vão livre de flexão é  $b = 400,8 \text{ mm}$ .

A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos obtida a partir das expressões de  $\eta$  e  $K$  é dada pela eq. (5.42) obtendo-se então os valores apresentados na Tabela 5.26.

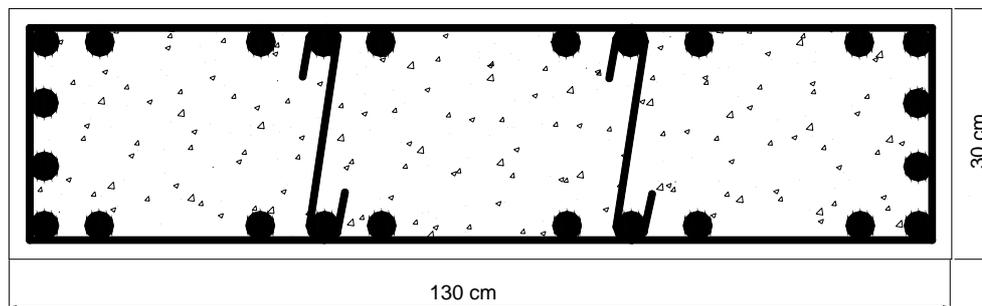


Figura 5.28- **Caso 5**: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P2.

Tabela 5.26 – **Caso 5**: Dimensionamento dos estribos para o pilar P2.

s (mm)	200	150	50
$\phi_t$ (mm)	7,40	6,91	5,25

## 5.8.

### Considerações sobre o Conjunto das Armaduras Longitudinais e Transversais como Placa Ortotrópica

Nesta seção apresenta-se o cálculo da carga crítica para três pilares estudados anteriormente considerando-se o conjunto das armaduras longitudinais e transversais como uma placa ortotrópica. Vale ressaltar que a carga é calculada considerando-se apenas uma face do pilar. A seguir apresentam-se três casos.

- **Caso 1**

O primeiro caso estudado foi o Pilar P1 de Queiroga (1999) como apresenta a Figura 5.4. Os dados necessários para o cálculo da carga crítica são apresentados a seguir:

$$\phi_l = 12,5 \text{ mm} \quad \phi_t = 6,3 \text{ mm} \quad L = (1200 - 17,5 - 17,5 - 6,3) = 1158,7 \text{ mm}$$

$$a = (200 - 2 \times 17,5 - 2 \times 6,3 - 12,5) = 139,9 \text{ mm} \quad s_l = 69,95 \text{ mm} \quad s = 150 \text{ mm}$$

$$f_{yk} = 502 \text{ MPa} \quad \gamma_s = 1,15 \quad E = 210000 \text{ N/mm}^2 \quad f_{yd} = \frac{502}{1,15} = 436,5 \text{ MPa}$$

Os valores de  $D_x$  e  $D_y$  são:

$$D_x = \frac{EI_t}{s} = \frac{E\pi\phi_t^4}{64s} = 108258,0331 \text{ N mm} \quad (5.54)$$

$$D_y = \frac{EI_s}{s_l} = \frac{E\pi\phi_l^4}{64s_l} = 3597837,356 \text{ N mm} \quad (5.55)$$

O comprimento de onda  $\frac{\bar{b}}{a} = \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = 2,40$ , onde  $\bar{b} = a \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = 335,9 \text{ mm}$  é

aproximadamente duas vezes o espaçamento entre estribos. Substituindo-se (5.54)

e (5.55) na eq. (3.150) e multiplicando-se por  $a$  tem-se:

$$N_{cry} = 88056,79 \text{ N} \approx 88,05 \text{ kN} \quad (5.56)$$

Dividindo-se este valor por três barras chega-se a:

$$N_{cry1} = 29,35 \text{ kN} \quad (5.57)$$

Caso seja considerada para a carga crítica a expressão que leva em conta os momentos de torção da eq. (3.143) tem-se o seguinte valor:

$$N_{cry} = 176,12 \text{ kN} \quad (5.58)$$

Dividindo-se este valor por três barras chega-se a:

$$N_{cry1} = 58,70 \text{ kN} \quad (5.59)$$

A carga crítica para a base elástica é dada por:

$$N_{cry1} = 94,70 \text{ kN} \quad (5.60)$$

O valor da carga de compressão  $P_y$  de cada barra é:

$$P_y = f_{yd} A_s = \frac{502}{1,15} 125 = 54,57 \text{ kN} \quad (5.61)$$

### • Caso 2

O caso estudado apresenta-se na Figura 5.14 e os dados para o pilar em questão são dados a seguir:

$$\phi_l = 25 \text{ mm} \quad \phi_t = 6,3 \text{ mm} \quad L = (2550 - 2 \times 30) = 2490 \text{ mm} \quad a = 1202,4 \text{ mm}$$

$$s_l = 109,31 \text{ mm} \quad s = 200 \text{ mm} \quad f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad \gamma_s = 1,15 \quad E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

Os valores de  $D_x$  e  $D_y$  são:

$$D_x = \frac{EI_t}{s} = \frac{E\pi\phi_t^4}{64s} = 81193,53 \text{ N mm} \quad (5.62)$$

$$D_y = \frac{EI_s}{s_l} = \frac{E\pi\phi_l^4}{64s_l} = 36837430,88 \text{ N mm} \quad (5.63)$$

O comprimento de onda  $\frac{\bar{b}}{a} = \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = 4,60 \Rightarrow \bar{b} = a\sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = 5549 \text{ mm}$  corresponde

aproximadamente a vinte e sete vezes o espaçamento entre estribos.

Substituindo-se (5.62) e (5.63) na eq. (3.150) e multiplicando-se por  $a$  tem-se a seguinte expressão para a carga crítica:

$$N_{cry} = 28,4 \text{ kN} \quad (5.64)$$

Dividindo-se este valor por doze barras chega-se a:

$$N_{cryl} = 2,4 \text{ kN} \quad (5.65)$$

Caso se considere para a carga crítica a expressão que leva em conta os momentos de torção na eq. (3.143) tem-se o seguinte valor para a carga crítica.

$$N_{cry} = 113,6 \text{ kN} \quad (5.66)$$

Dividindo-se este valor por doze barras chega-se a:

$$N_{cryl} = 9,47 \text{ kN} \quad (5.67)$$

A carga crítica para a base elástica é dada por:

$$N_{cryl} = 26,6 \text{ kN} \quad (5.68)$$

O valor da carga de compressão  $P_y$  de cada barra é:

$$P_y = f_{yd} A_s = \frac{500}{1,15} 490,87 = 213,4 \text{ kN} \quad (5.69)$$

### • Caso 3

O caso estudado apresenta-se na Figura 5.18 e os dados para o pilar em questão são dados a seguir:

$$\phi_l = 25 \text{ mm} \quad \phi_t = 10 \text{ mm} \quad L = (2550 - 2 \times 30) = 2490 \text{ mm} \quad a = 327,93 \text{ mm}$$

$$s_l = 109,31 \text{ mm} \quad s = 200 \text{ mm} \quad f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad \gamma_s = 1,15 \quad E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

Cálculo de  $D_x$  e  $D_y$

$$D_x = \frac{EI_t}{s} = \frac{E\pi\phi_t^4}{64s} = 515417,55 \text{ N mm} \quad (5.70)$$

$$D_y = \frac{EI_s}{s_l} = \frac{E\pi\phi_l^4}{64s_l} = 36837430,88 \text{ N mm} \quad (5.71)$$

O comprimento de onda  $\frac{\bar{b}}{a} = \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = 2,91 \Rightarrow \bar{b} = a\sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}} = 953,5 \text{ mm}$  corresponde

aproximadamente a três vezes o espaçamento entre estribos. Substituindo-se (5.70) e (5.71) na eq. (3.150) e multiplicando-se por  $a$  chega-se a:

$$N_{cry} = 262,3 \text{ kN} \quad (5.72)$$

Dividindo-se este valor por quatro barras chega-se a:

$$N_{cryI} = 65,6 \text{ kN} \quad (5.73)$$

Caso se considere para a carga crítica a expressão que leva em conta os momentos torçores expressa por  $N_{cry} = \frac{4\pi^2}{a^2} \sqrt{D_x D_y}$  tem-se o seguinte valor para a carga crítica:

$$N_{cry} = 524,6 \text{ kN} \quad (5.74)$$

Dividindo-se este valor por doze barras chega-se a:

$$N_{cryI} = 131,2 \text{ kN} \quad (5.75)$$

A carga crítica para a base elástica é dada por:

$$N_{cryI} = 236,7 \text{ kN} \quad (5.76)$$

O valor da carga de compressão  $P_y$  de cada barra é:

$$P_y = f_{yd} A_s = \frac{500}{1,15} 490,87 = 213,4 \text{ kN} \quad (5.77)$$

Os resultados obtidos com o uso do modelo simplificado da placa ortotrópica são excessivamente conservadores, indicando que há necessidade de aperfeiçoamento nesse modelo.