

3 Programa SASSI2000

3.1. Descrição geral

O programa SASSI2000 (Lysmer et al., 1999), desenvolvido na Universidade da Califórnia, Berkeley, é um sistema para análise de problemas de interação solo-estrutura, bi ou tridimensionais, submetidos a uma excitação sísmica ou a uma excitação de carga externa, formulado no domínio da frequência usando técnicas de elementos finitos para resolução do sistema.

Para tal utiliza-se do método da subestruturação do volume flexível. Esse método subdivide o sistema total, Figura 3.1(a), em dois subsistemas: um que é o do sítio original, Figura 3.1(b), e outro da estrutura mais fundação, menos o solo escavado, Figura 3.1(c).

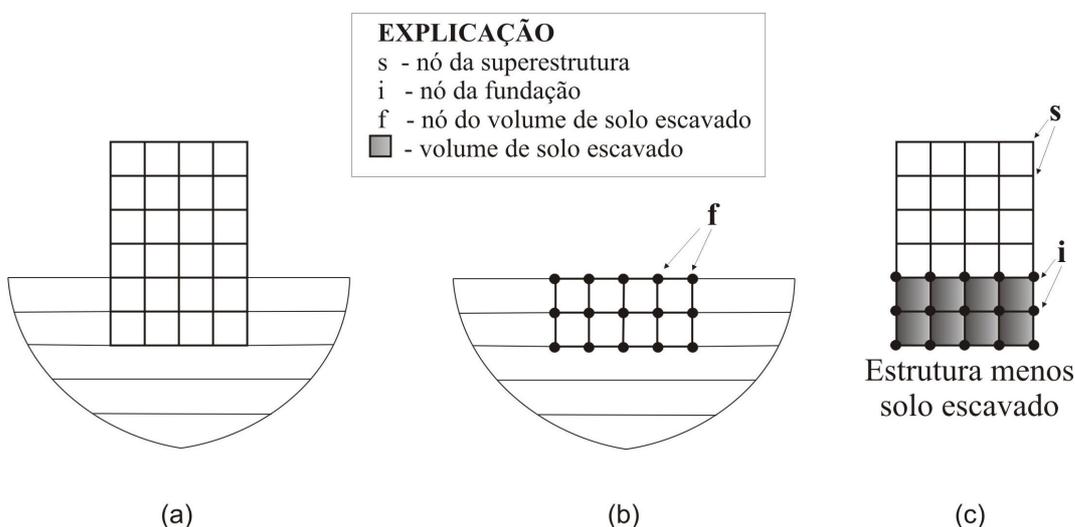


Figura 3.1 – Modelo de subestruturação do volume flexível. (a) Sistema Total; (b) Sítio original, com indicação dos nós da fundação e (c) Estrutura. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

As equações de movimento do sistema (a) são formuladas para o subsistema (c) em combinação com a solução do subsistema (b). Matricialmente a equação de movimento pode ser escrita na forma:

$$[M] \cdot \{\hat{U}\} + [K] \cdot \{\hat{U}\} = \{\hat{Q}\} \quad (3.1)$$

Onde: $[M]$ e $[K]$ - matrizes de massa e rigidez globais.

$\{\hat{U}\}$ - vetor de deslocamentos nodais globais para uma excitação harmônica na frequência ω .

$\{\hat{Q}\}$ - vetor de forças globais, devido a uma excitação sísmica ou a cargas dinâmicas externas para uma excitação harmônica na frequência ω .

Assim, para cada frequência ω a equação de movimento é da forma:

$$[C] \cdot \{U\} = \{Q\} \quad (3.2)$$

Onde: $[C] = [K] - \omega^2 [M]$ - matriz de rigidez dinâmica complexa dependente da frequência, já que se inclui na matriz K um termo imaginário relativo ao amortecimento.

E, usando os sub-índices adotados na Figura 3.1, s, f e i que indicam superestrutura, solo escavado e fundação, respectivamente, tem-se a equação de movimento para carga sísmica:

$$\begin{bmatrix} C_{ss} & C_{si} \\ C_{is} & C_{ii} - C_{ff} + X_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_s \\ U_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ X_{ff} \cdot U'_f \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Onde: $[X_{ff}]$ - matriz de impedância dependente da frequência.

$\{U'_f\}$ - movimento de campo-livre para os nós de interação mostrados na Figura 3.1(b).

No caso da excitação por uma força externa, como impacto ou vento, o movimento de campo-livre desaparece e a equação fica da forma a seguir, sendo o vetor de carga nulo somente onde não há aplicação da carga:

$$\begin{bmatrix} C_{ss} & C_{si} \\ C_{is} & C_{ii} - C_{ff} + X_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_s \\ U_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s \\ P_f \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

A solução do problema requer então três passos principais: resolver o problema do campo-livre, calcular a matriz de impedância e resolver o problema estrutural.

O campo-livre, que é o terreno sem a escavação para acomodar a estrutura e é um dos focos desse estudo, será abordado em mais detalhes na seqüência.

A matriz de impedância é uma matriz de rigidez dinâmica da fundação nos nós de interação. Uma descrição detalhada de como obtê-la pode ser encontrada no Manual Teórico do SASSI (Lysmer et all, 1988).

A análise estrutural envolve a formação do vetor de carga e da matriz de rigidez complexa para a estrutura e a solução das equações de movimento para carga sísmica ou força externa, (Equações (3.3) e (3.4), respectivamente), dependendo do problema. O vetor de carga para excitação sísmica é obtido utilizando-se os deslocamentos do campo-livre e a matriz de impedância e, para força externa, é formado pelas forças de carregamento do sistema. A matriz de rigidez complexa depende das matrizes de massa e de rigidez da estrutura e do solo escavado. Resolve-se o sistema de equações obtendo-se, assim, as acelerações ou os deslocamentos desejados.

3.2. Resolução do problema de campo-livre

O SASSI representa o campo-livre por camadas horizontais visco-elásticas sobrepostas a uma base rígida ou a um semi-espaço elástico ou visco-elástico semi-infinito. Este é calculado usando-se técnicas de condições de contorno da base (Lysmer at all, 1988). A modelagem do terreno requer pelo menos uma camada de solo ou rocha sobre a base rígida ou semi-espaço.

O movimento de campo-livre, necessário quando o sistema é submetido a uma excitação sísmica, representado pelo vetor $\{U'_f\}$ e calculado para cada

frequência de análise, é resultado do campo de ondas especificado, da posição do ponto de controle, onde o sismo é definido, e da direção do movimento de controle, acelerograma que representa a excitação. O campo de ondas resulta da combinação de ondas planas que podem ser: ondas de corpo (P, SV ou SH) ou de superfície (Rayleigh ou Love) com seus respectivos ângulos de incidência. Uma explicação mais completa sobre o comportamento dessas ondas é encontrada no Apêndice I. Para cada tipo de onda há uma rotina própria de cálculo dos deslocamentos de campo-livre.

3.2.1. Ondas P e SV inclinadas

Usando o sistema de n camadas de terreno mostrado na Figura 3.2, Chen (1980) formulou a Equação (3.5), que representa a equação de movimento para ondas P e SV inclinadas.

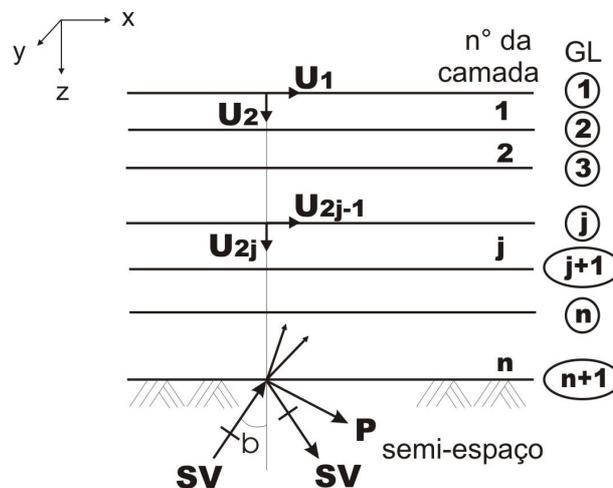


Figura 3.2 - Modelo de onda SV plana incidente. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

$$([A]k^2 + [\bar{B}]k + [G] - w^2[M]) \cdot \{U\} = \{0 \quad P_b\}^T \quad (3.5)$$

Onde: $[A]$, $[\bar{B}]$, $[G]$ e $[M]$ - matrizes da ordem $(2n+2) \times (2n+2)$, que consideram as propriedades das n camadas de solo tais como: espessura, massa específica, módulo de elasticidade transversal,

coeficiente de Poisson, descritas no Manual Teórico do SASSI (Lysmer et al, 1988).

$\{P_b\}$ - vetor de carregamento no topo do semi-espaço (base da camada n), com duas componentes, dependente do campo de ondas e do ângulo de incidência das mesmas.

$\{U\}$ - vetor de deslocamentos, na vertical do ponto de controle, obtido da resolução da Equação (3.5).

Depois de calculados os deslocamentos na vertical do ponto de controle, esses são propagados horizontalmente, nas interfaces das camadas, até os pontos de interação, seguindo-se a Equação (3.6).

$$\{U(x)\} = \mathbf{d}\{U\}\exp(-ikx) \quad (3.6)$$

Onde: \mathbf{d} - fator de participação modal da frequência de análise obtido do movimento de controle, no ponto de controle.

$k = \omega/V$ - número de onda, sendo V a velocidade de propagação da onda.

Assim, o vetor $\{U(x)\} = \{U_f\}$ é usado na Equação (3.3) para resolver o problema de interação solo estrutura.

3.2.2. Ondas SH inclinadas

Chen (1980) apresenta uma técnica similar à das ondas P e SV, agora correspondendo ao modelo da Figura 3.3. Nesse caso a equação de movimento torna-se:

$$([A]k^2 + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{U\} = \{0 \quad P_b\}^T \quad (3.7)$$

Onde: $[A]$, $[G]$ e $[M]$ - matrizes da ordem $(n+1) \times (n+1)$.

$\{P_b\}$ - vetor de carregamento com uma componente.

$\{U\}$ - vetor de deslocamentos calculado na vertical do ponto de controle e, posteriormente, propagado pela Equação (3.6) até os nós de interação.

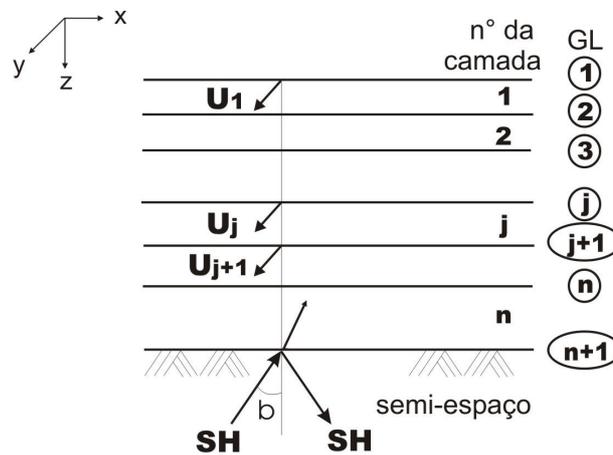


Figura 3.3 - Modelo de onda plana SH incidente. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

3.2.3. Ondas de Rayleigh, R

A formulação para esse tipo de onda recai num problema de autovalores no domínio de frequência, para o modelo mostrado na Figura 3.4, e com a seguinte equação característica, de acordo com Wass (Lysmer et all, 1988):

$$([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{W\} = \{0\} \tag{3.8}$$

Onde: $\{W\}$ e k - $2n$ modos e $2n$ números de onda correspondentes aos autovetores e autovalores, respectivamente.

No problema prático, a excitação é definida, no programa, pelo ponto de controle e pela série temporal do movimento do terreno nesse mesmo local o que, de fato, define o movimento de uma componente particular dessas $2n$ configurações modais; neste caso é necessário escolher a configuração mais adequada para representar a solução do problema. Por outro lado, uma vez que as ondas superficiais, caso da onda R, são altamente dissipativas, ou seja, o

amortecimento é maior nos modos mais elevados, pode-se admitir que só o modo fundamental desloca-se à distância. Esta escolha é feita dependendo do método adotado entre os dois disponíveis no SASSI, a saber: método do decaimento mínimo e método do menor comprimento de onda, definidos no Manual Teórico do SASSI (Lysmer et al, 1988), conforme as características dos solos presentes no perfil do terreno.

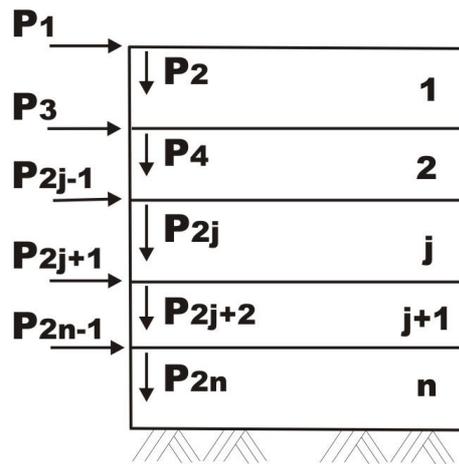


Figura 3.4 - Graus de liberdade para ondas de Rayleigh. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

Uma vez definido o modo fundamental o prosseguimento para definição dos deslocamentos $\{U'_f\}$ é o mesmo já apresentado. Entretanto, na prática, somente uma pequena fração d de ondas superficiais está contida no movimento de controle.

Os $2n$ modos e os respectivos números de onda são usados também na definição das condições dos contornos transmissores, para movimentos da onda no plano do modelo do terreno, importantes na geração da matriz de impedância para problemas 2-D.

3.2.4. Ondas de Love, L

Os deslocamentos são horizontais e normais ao plano de propagação. O tratamento é similar ao da onda de Rayleigh, com redução da ordem para n . Utiliza-se a Figura 3.5 para representar o modelo do terreno e a Equação (3.9) para cálculo dos n modos e n números de onda.

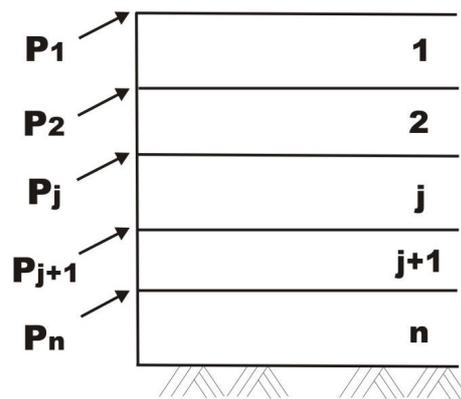


Figura 3.5 - Graus de liberdade ondas de Love. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

$$([A]k^2 + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{W\} = \{0\} \quad (3.9)$$

Os n modos e n números de onda, também são usados na definição das condições dos contornos transmissores, para movimentos agora fora do plano do modelo do terreno, em problemas axissimétricos.

3.3.

Considerações sobre as frequências de análise

O programa SASSI trabalha no domínio da frequência havendo uma série de repetições de operações para cada frequência de análise, ou seja, para cada frequência fornecida ao programa.

A seleção dessas frequências, um dos objetivos deste trabalho, está baseada nos picos das funções de transferência e é de fundamental importância para o sucesso da análise uma vez que o programa resolve a equação do movimento para essas frequências e interpola para as demais.

Indicam-se as frequências de análise por meio de números inteiros, pontos discretos, múltiplos do incremento de frequência (Δf), dado pela Equação (3.10).

$$\Delta f = \frac{1}{\Delta t \cdot N} \quad (3.10)$$

Onde: Δt - incremento de tempo da série temporal fornecida.

N - número de pontos da transformada de Fourier da série.

Assim, os números das frequências de análise ($NFreq_i$) ficam:

$$NFreq_i = \frac{f_i}{\Delta f} \quad i = 1 \dots NF \quad (3.11)$$

Onde: NF - número total de pontos de frequência selecionados.

O número máximo de frequências é controlado pela frequência de corte, que depende do conteúdo de frequências do movimento de controle, da frequência dominante do sistema solo-estrutura completo e do Δt .

A interpolação é baseada na função resposta na frequência para um sistema de dois graus de liberdade sujeito a uma excitação harmônica da base, Equação (3.12), para cada grau de liberdade, como demonstrado a seguir.

$$\tilde{M} \ddot{\tilde{v}} + \tilde{C} \dot{\tilde{v}} + \tilde{K} \tilde{v} = -\tilde{M} \tilde{e} e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

Onde: \tilde{e} - vetor unitário.

Admitindo-se o deslocamento, a velocidade e a aceleração relativos iguais às Equações (3.13), (3.14) e (3.15), respectivamente, a equação de movimento, pré-multiplicada por Φ^T , pode ser reescrita como a Equação (3.16).

$$\ddot{\tilde{v}} = \Phi \ddot{\tilde{h}} \quad (3.13)$$

$$\dot{\tilde{v}} = \Phi \dot{\tilde{h}} \quad (3.14)$$

$$\tilde{v} = \Phi \tilde{h} \quad (3.15)$$

$$\Phi^T \tilde{M} \Phi \ddot{\tilde{h}} + \Phi^T \tilde{C} \Phi \dot{\tilde{h}} + \Phi^T \tilde{K} \Phi \tilde{h} = -\Phi^T \tilde{M} \tilde{e} e^{i\omega t} \quad (3.16)$$

Dividindo-se a Equação (3.16) por $\Phi^T M \Phi$, a equação de movimento, para cada grau de liberdade, torna-se:

$$\ddot{\mathbf{h}}_i + 2i\mathbf{x}_i\mathbf{w}_{0_i}\dot{\mathbf{h}}_i + \mathbf{w}_{0_i}^2\mathbf{h}_i = -A_i e^{i\omega t} \quad (3.17)$$

$$\text{Onde: } A_i = -\frac{\Phi_i^T M \bar{\mathbf{e}}}{\Phi_i^T M \Phi_i}$$

Tomando $\mathbf{h}_i = \bar{H}(\mathbf{w})_i e^{i\omega t}$, onde $\bar{H}(\mathbf{w})_i$ é a amplitude harmônica da resposta do modo i a um vetor $\bar{\mathbf{e}} e^{i\omega t}$, e substituindo-o na Equação (3.17) depois de algumas manipulações tem-se:

$$\bar{H}(\mathbf{w})_i = -\frac{A_i}{\mathbf{w}_{0_i}(1 + 2i\mathbf{x}_i\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_i^2)} \quad (3.18)$$

$$\text{Sendo: } \mathbf{b}_i = \frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_{0_i}}$$

O vetor de aceleração absoluta do sistema de dois graus de liberdade é:

$$\ddot{\mathbf{v}} = \Phi \ddot{\mathbf{h}} + \bar{\mathbf{e}} e^{i\omega t} = \left[-\sum_{i=1}^2 \mathbf{w}^2 \Phi_i \bar{H}(\mathbf{w})_i + \bar{\mathbf{e}} \right] e^{i\omega t} \quad (3.19)$$

E cada componente, por consequência:

$$\ddot{v}_j = \left[1 + \mathbf{w}^2 \Phi_{1j} \frac{A_1}{\mathbf{w}_{0_1}(1 + 2i\mathbf{x}_1\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_1^2)} + \mathbf{w}^2 \Phi_{2j} \frac{A_2}{\mathbf{w}_{0_2}(1 + 2i\mathbf{x}_2\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_2^2)} \right] e^{i\omega t} \quad (3.20)$$

Onde o termo entre colchetes representa a função de transferência.

Fazendo-se $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 = 0$ e $V_i = \frac{A_i \Phi_{ij}}{\mathbf{w}_{0i}^2}$, a Equação (3.20) torna-se:

$$\ddot{v}_j = \left[1 + \frac{V_1 \mathbf{b}_1^2}{1 - \mathbf{b}_1^2} + \frac{V_2 \mathbf{b}_2^2}{1 - \mathbf{b}_2^2} \right] e^{i\omega t}$$

$$\ddot{v}_j = \left[\frac{(1 - \mathbf{b}_1^2)(1 - \mathbf{b}_2^2) + V_1 \mathbf{b}_1^2(1 - \mathbf{b}_2^2) + V_2 \mathbf{b}_2^2(1 - \mathbf{b}_1^2)}{(1 - \mathbf{b}_1^2)(1 - \mathbf{b}_2^2)} \right] e^{i\omega t} \quad (3.21)$$

Assim, o termo entre colchetes é, genericamente, a resposta permanente total de um sistema de dois graus de liberdade, sujeito à excitação unitária harmônica da base, ancorada em três frequências intercaladas entre os picos; adotada pelo programa para interpolação das funções de transferência, sob a forma apresentada na Equação (3.22).

$$r(\mathbf{w}) = \frac{a_1 \mathbf{w}^4 + a_2 \mathbf{w}^2 + a_3}{\mathbf{w}^4 + a_4 \mathbf{w}^2 + a_5} \quad (3.22)$$

Onde: $r(\mathbf{w})$ - resposta na frequência \mathbf{w} .

$a_1 \dots a_5$ - constantes obtidas com a resolução da Equação (3.23).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^4 & \mathbf{w}_1^2 & 1 & -\mathbf{w}_1^2 r_1 & -r_1 \\ \mathbf{w}_2^4 & \mathbf{w}_2^2 & 1 & -\mathbf{w}_2^2 r_2 & -r_2 \\ \mathbf{w}_3^4 & \mathbf{w}_3^2 & 1 & -\mathbf{w}_3^2 r_3 & -r_3 \\ \mathbf{w}_4^4 & \mathbf{w}_4^2 & 1 & -\mathbf{w}_4^2 r_4 & -r_4 \\ \mathbf{w}_5^4 & \mathbf{w}_5^2 & 1 & -\mathbf{w}_5^2 r_5 & -r_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^4 r_1 \\ \mathbf{w}_2^4 r_2 \\ \mathbf{w}_3^4 r_3 \\ \mathbf{w}_4^4 r_4 \\ \mathbf{w}_5^4 r_5 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Conhecendo-se a resposta para cinco frequências obtêm-se as constantes e com elas calcula-se a resposta interpolada para todas as demais frequências entre o intervalo de $\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_5$.

A consideração de $\mathbf{x}_i \neq 0$ na Equação (3.20) acarretaria termos \mathbf{w}^3 e ω , que não alteram muito o resultado.