

## Capítulo IV – Propagação da Onda Eletromagnética

### 4.1

#### Introdução

A técnica de traçado de raios (RT) usada nesta tese, válida para altas frequências (método assintótico), realiza a análise da propagação no canal, considerando os obstáculos do ambiente e as múltiplas interações dos raios com os mesmos. Os raios representam os percursos da onda do transmissor até o ponto de observação. O campo elétrico recebido em cada ponto de observação resulta da soma vetorial dos campos associados a cada raio. Os percursos individuais são calculados com o auxílio do princípio de Fermat (menor percurso) [42] e do conjunto de imagens. Os campos elétricos individuais são calculados com o auxílio da ótica geométrica [30], da teoria uniforme da difração [4], [6], [82], de modelos para o espalhamento e a reflexão difusa. Os sinais usados neste estudo têm variação harmônica com o tempo, o que possibilita seu tratamento fasorial.

O conjunto da ótica geométrica, teoria uniforme da difração e métodos assintóticos é muito usado na literatura para o cálculo de campos de alta frequência em ambientes externos considerando os mais importantes mecanismos de propagação (raios diretos, refletidos, difratados e espalhados). O conceito de RT remete à ideia de um tubo infinitesimal no entorno do raio [12], ao qual é possível associar valores de campo a qualquer ponto do raio, conhecido um valor de campo de referência, o que no espaço livre pode ser expresso por:

$$\vec{E}(d) = \vec{E}_0 \sqrt{\frac{(\rho_1 \rho_2)}{(\rho_1 + d)(\rho_2 + d)}} e^{-ikd}; \quad (4.1)$$

onde  $\vec{E}(d)$  é o campo elétrico a uma distância  $d$  do ponto de referência,  $\vec{E}_0$  é o campo elétrico no ponto de referência,  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são os raios principais de curvatura

da frente de onda do tubo de raios no ponto de referência, conforme a mostra a Figura 4.1.

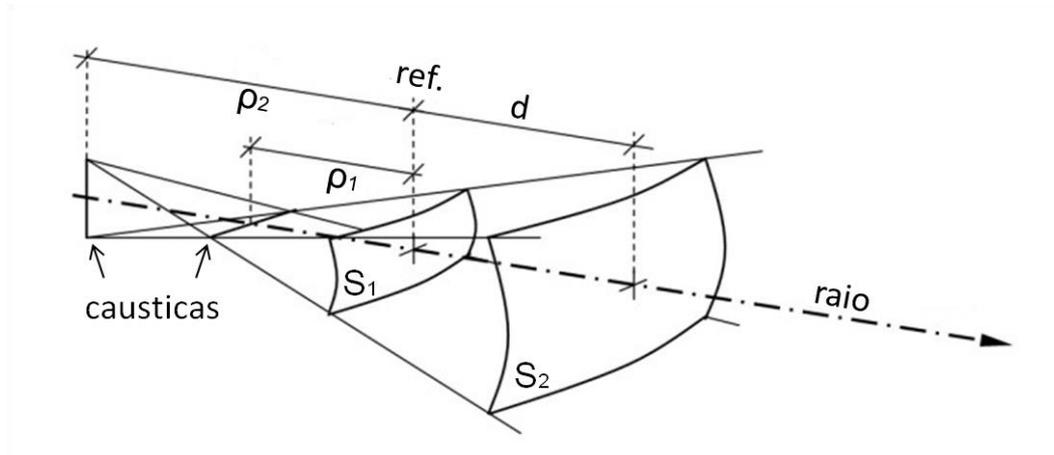


Figura 4.1 – Representação da frente de onda no tubo de raios em posições diferentes, notando-se os efeitos sofridos pela frente de onda. Adaptado de [89].

O termo representado pela raiz quadrada da equação (4.1) recebe o nome de coeficiente de espalhamento e quantifica a variação no módulo do vetor campo elétrico inicial à medida que a energia do raio se espalha pelo ambiente. Toda a propagação neste trabalho é considerada na região de campo distante (Fraunhofer), cujo limite de distância a partir do transmissor pode ser aproximado pela expressão [83]:

$$\rho = \frac{2d_a^2}{\lambda}, \quad (4.2)$$

onde  $d_a$  é a maior dimensão da antena de transmissão. Uma abordagem clássica para o problema considera que, inicialmente, as frentes de onda são localmente esféricas [84], o que pressupõem que as superfícies  $S_1$  e  $S_2$ , consideradas no ponto de referência e na distância  $d$  no percurso do raio sejam concêntricas e suas cáusticas pontuais. Desta forma, os raios principais de curvatura possuem o mesmo valor ( $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ), e o coeficiente de espalhamento pode ser aproximado por ( $d \gg \rho$ ):

$$D = \frac{\rho}{\rho+d} \approx \frac{\rho}{d}. \quad (4.3)$$

A frente de onda considerada esférica pode sofrer deformações causadas pelas sucessivas interações do raio com os elementos do ambiente em seu percurso. O coeficiente de espalhamento deve ser recalculado para refletir as alterações sofridas, de acordo com o tipo de interação que causou a deformação. O coeficiente

de espalhamento igual a  $1/r$ , onde  $r$  é a distância retificada entre o transmissor e o ponto de observação, foi utilizado para os mecanismos de raio direto e raios puramente refletidos especularmente, tanto em paredes quanto no solo, pois estes elementos são considerados planos e a frente de onda não se altera após a interação [41], [45], [85]. Nos demais casos, em que espalhadores alteram a forma da frente de onda, será feita uma análise individualizada na respectiva seção.

Para cada raio analisado, é considerado um sistema de referência fixo ao raio, de acordo com a Figura 4.2.

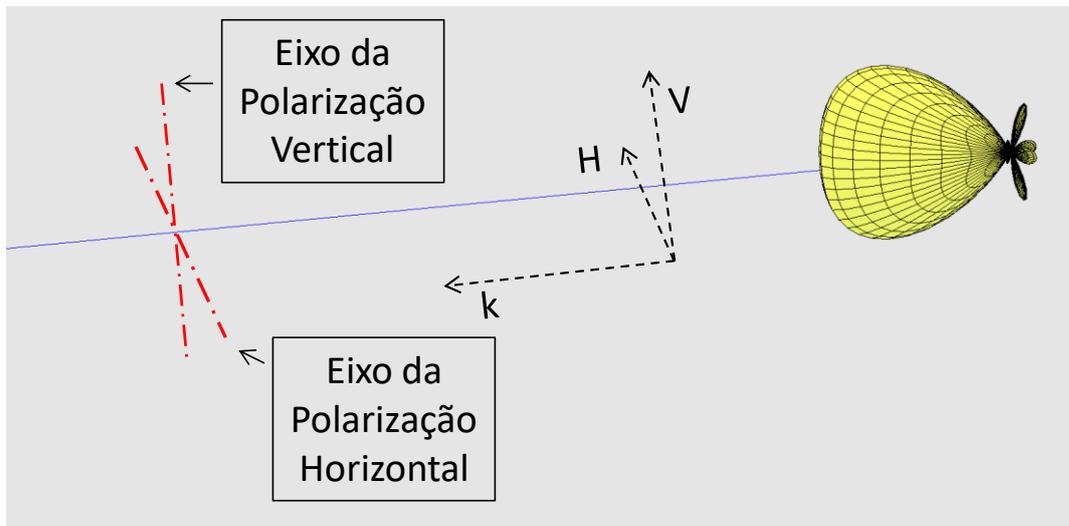


Figura 4.2 – Representação do raio emitido pelo transmissor, onde se pode ver os eixos de polarização e o sistema referenciado.

Com a aplicação da técnica de rastreamento de feixes, os eixos dos feixes principais das antenas são alinhados às direções de partida e chegada do raio mais intenso entre o ponto de acesso e o terminal do usuário. Assim, podem ser aferidos os ganhos de transmissão e recepção para qualquer raio encontrado. A simulação permite a escolha do tipo de polarização linear (horizontal ou vertical) utilizada. Utilizando um vetor normal ao solo, as definições dos unitários dos eixos de polarização são obtidas através das expressões:

$$\hat{H} = \frac{\hat{k} \times \hat{n}}{|\hat{k} \times \hat{n}|} \quad (4.4)$$

e,

$$\hat{V} = \hat{H} \times \hat{k} \quad (4.5)$$

onde  $\hat{\mathbf{V}}$  e  $\hat{\mathbf{H}}$  são os vetores unitários nas direções da polarização vertical e horizontal, respectivamente,  $\hat{\mathbf{k}}$  é o vetor unitário na direção do raio e  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}$  é o vetor unitário normal ao solo, suposto horizontal. O algoritmo utiliza os próprios unitários de polarização na excitação do canal e calcula a resposta ao impulso para as duas polarizações lineares citadas. Entretanto, também pode utilizar quaisquer outros unitários ou uma composição de dois unitários defasados apropriadamente de forma a simular polarizações circulares ortogonais [86]. Deve-se salientar, portanto, que as referências para a definição dos eixos de polarização no transmissor são o raio (isto é, o sub-raio que inicia no transmissor) e a direção vertical.

Os campos que se propagam ao longo dos raios sofrem desvios, rotações, defasagens e alterações em suas amplitudes à medida que interagem com o ambiente, gerando o efeito da despolarização. Esta é, basicamente, a alteração da razão entre os valores complexos das componentes ortogonais do campo associado ao raio, resultante das sucessivas interações com o ambiente. O mecanismo da despolarização resulta da contribuição de muitos fatores, dentre os quais é possível destacar: a geometria do espalhador, suas características elétricas e morfológicas, a frequência de operação e a geometria da interação.

No receptor, o algoritmo procede de forma semelhante à do transmissor. Com o rastreamento de feixes no conjunto linear e o prévio conhecimento do diagrama de radiação do receptor, é possível estabelecer o ganho para o campo associado ao raio que está sendo analisado. As referências para a definição dos eixos de polarização também são o raio (isto é, o último sub-raio que atinge o receptor) e a vertical. Assim, as equações (4.4) e (4.5) podem ser usadas para calcular os unitários dos eixos de polarização na recepção. Seu uso, no entanto, não é excitar o canal e sim, agora, quantificar o efeito da despolarização, através das expressões:

$$E_{VV} = |\vec{\mathbf{E}}_{VF} \cdot \hat{\mathbf{V}}| ; \quad (4.6)$$

$$E_{VH} = |\vec{\mathbf{E}}_{VF} \cdot \hat{\mathbf{H}}| ; \quad (4.7)$$

$$E_{HH} = |\vec{\mathbf{E}}_{HF} \cdot \hat{\mathbf{H}}| \text{ e} \quad (4.8)$$

$$E_{HV} = |\vec{\mathbf{E}}_{HF} \cdot \hat{\mathbf{V}}| . \quad (4.9)$$

onde  $E_{VV}$  e  $E_{HH}$  são os módulos das componentes de mesma polarização na transmissão e na recepção (copolarizadas) verticais e horizontais, respectivamente. Por outro lado,  $E_{VH}$  e  $E_{HV}$  são os módulos das componentes com polarização cruzada, onde o campo foi emitido com uma determinada polarização linear e, devido aos efeitos da interação com o ambiente, uma componente na polarização linear ortogonal foi gerada. A primeira letra do índice indica a componente no transmissor e a segunda letra no receptor, “V” e “H” representam polarização vertical e horizontal, respectivamente. Os vetores  $\vec{E}_{VF}$  e  $\vec{E}_{HF}$  são os campos elétricos totais no receptor, resultantes de transmissões nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente, que podem ter sofrido despolarização. Os unitários  $\hat{V}$  e  $\hat{H}$  são os mesmos de (4.4) e (4.5), agora referenciados ao segmento de cada raio que tem o receptor como uma extremidade. O algoritmo verifica as quatro componentes de polarização possíveis no ponto de observação desta forma, tal como o exemplo de eixos de polarização descrito na Figura 4.3.

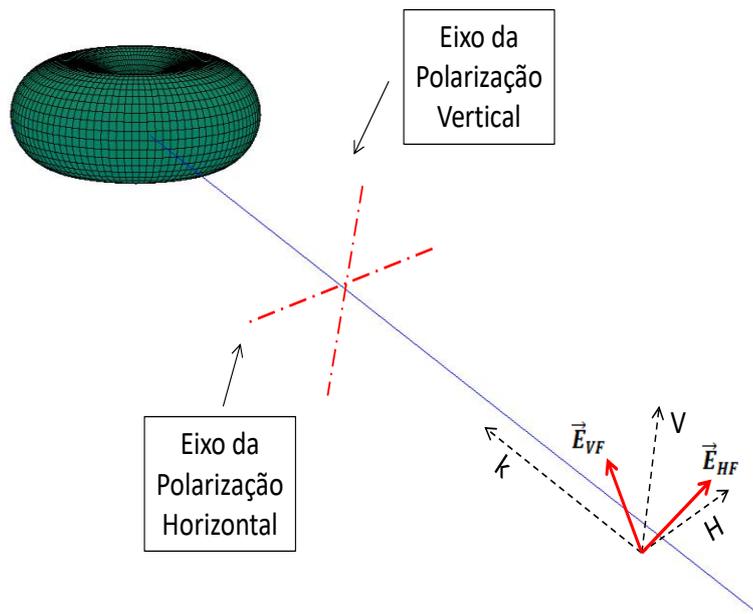


Figura 4.3 – Representação do raio que, após todas as interações com o ambiente, atinge o receptor. Pode-se ver os eixos de polarização. O diagrama de radiação é arbitrário.

## 4.2

### Raio Direto

O raio direto parte do transmissor e atinge o receptor em situação de visada, sem interagir com nenhum objeto do ambiente, conforme mostra a Figura 4.4.

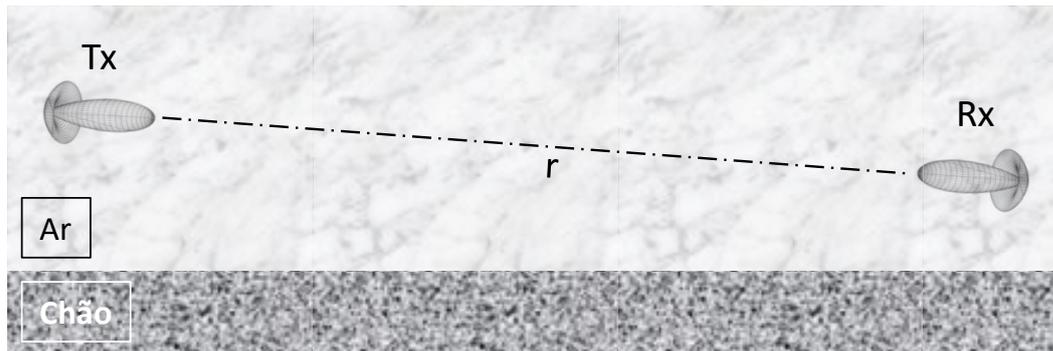


Figura 4.4 – Raio direto, sem obstruções entre os transceptores, sendo  $r$  a distância entre eles.

Na fase de traçado de raios, quando o raio direto está presente, o diagrama de radiação no Tx tem sua direção de ganho máximo alinhada à direção de partida do raio direto e no Rx a direção de ganho máximo é alinhada ao seu ângulo de chegada, assim os ganhos máximos são atribuídos a este raio. O campo no receptor (ponto de observação) pode ser calculado por:

$$\vec{E}_{rx} = \vec{E}_{tx} D G_{tx} G_{rx} A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ikr}, \quad (4.10)$$

onde:

$\vec{E}_{rx}$ , é o vetor campo elétrico no receptor;

$\vec{E}_{tx}$ , é o vetor campo elétrico no transmissor, igual a um vetor unitário definido no plano transversal à direção de propagação, dependendo do tipo de polarização utilizado;

$D$ , é o coeficiente de espalhamento, igual a  $1/r$ ;

$G_{tx}$ , é o ganho de amplitude da antena de transmissão, calculado de acordo com a direção de partida do raio ( $DoD$ ) em combinação com o diagrama de radiação de amplitude, que pode ser configurado de acordo com a simulação;

$G_{rx}$ , é o ganho de amplitude da antena de recepção, calculado levando em

consideração a direção de chegada do raio ( $DoA$ ) e do diagrama de radiação de amplitude, semelhantemente configurável;

$A_g = 10^{-\gamma r/20}$ , é a perda por gases atmosféricos (ar seco e vapor de água).

As equações da versão mais recente da Recomendação ITU-R P.676 [16] produzem uma atenuação específica  $\gamma$  em dB/km, que deve ser multiplicada por  $r$  e o resultado transformado para a escala linear;

$r$ , é a distância entre os transceptores (percurso total do raio);

$A_{ef}$  é a área efetiva da antena receptora, tipicamente  $\frac{\lambda^2}{4\pi}$ .

Pode-se notar que, no raio direto, não ocorre despolarização. O campo é ponderado pelos ganhos e decai com o inverso da distância e pela propagação através dos gases atmosféricos, sendo defasado de acordo com o termo  $e^{-ikr}$ .

### 4.3

#### Raio Refletido no Solo e em Face Lateral de Edificação

Nesta situação, o raio pode sofrer reflexões no solo (raio terrestre) ou nas faces verticais que representam as paredes das edificações. Em ambos os casos, o tamanho dos obstáculos é muito maior que o comprimento de onda. A modelagem em ambos os casos é a mesma, embora mude a geometria. Ondas na superfície de separação dos meios são desconsideradas, por simplicidade e por serem fortemente atenuadas na faixa de frequências de interesse.

No primeiro caso, o raio parte do transmissor, se reflete no solo, sofrendo alterações na amplitude e fase do campo associado e na sua direção (segundo a lei de Snell), e atinge o receptor, conforme mostra a Figura 4.5.

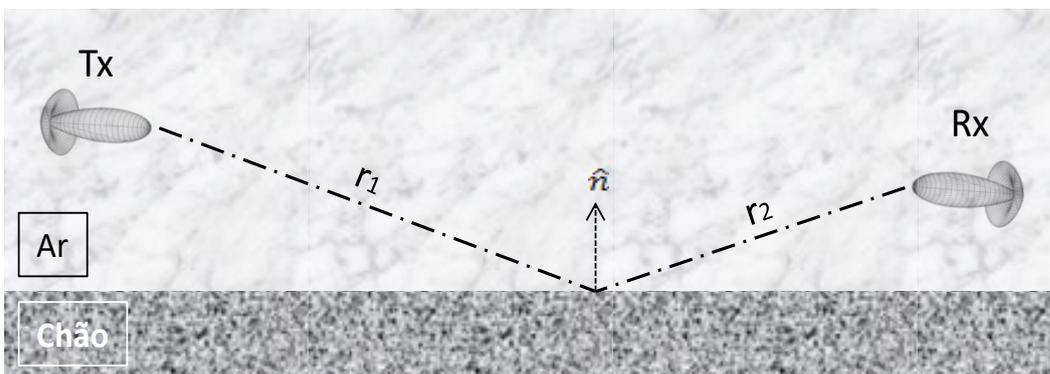


Figura 4.5 – Representação de um raio terrestre refletido no solo.

A abordagem clássica para o problema utiliza a ótica geométrica e considera a superfície refletora plana, que possui a geometria semelhante à da Figura 4.6:

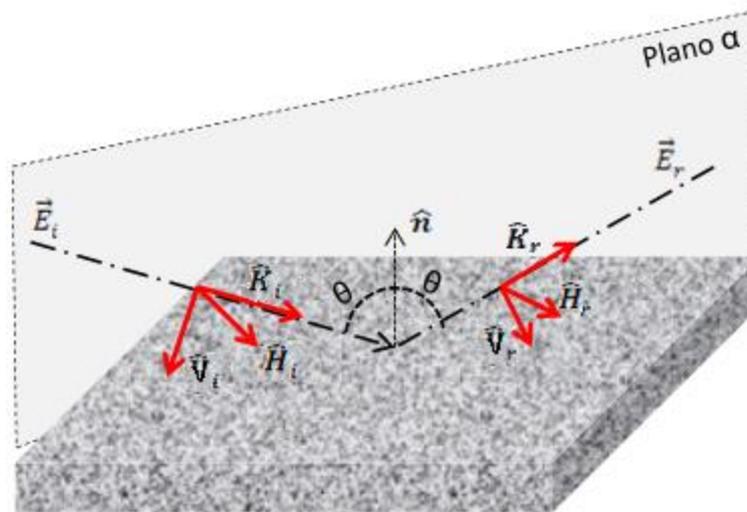


Figura 4.6 – Componentes do campo elétrico incidente e refletido.

Da Figura 4.6, pode-se destacar:

$\hat{n}$ , vetor unitário normal ao plano da superfície refletora;

$\theta$ , é o ângulo de incidência, igual ao ângulo de reflexão;

$\vec{E}_i$ , vetor campo elétrico imediatamente antes da reflexão;

$\vec{E}_r$ , vetor campo elétrico imediatamente depois da reflexão;

Plano  $\alpha$ , é o plano de incidência, que contém os vetores  $\hat{k}_{i,r}$ ,  $\hat{V}_{i,r}$  e  $\hat{n}$ ;

$\hat{k}_i$ , vetor unitário na direção do raio incidente;

$\hat{k}_r$ , vetor unitário na direção do raio refletido;

$\hat{H}_i$ , vetor unitário transversal ao plano de incidência, antes da reflexão;

$\hat{H}_r$ , vetor unitário transversal ao plano de incidência, após a reflexão;

$\hat{V}_i$ , vetor unitário paralelo ao plano de incidência, antes da reflexão;

$\hat{V}_r$ , vetor unitário paralelo ao plano de incidência, após a reflexão.

Independentemente da polarização, o campo pode ser decomposto em duas componentes perpendiculares entre si e em relação à direção de propagação, tendo o raio como referencial. Estas componentes são as paralelas ao plano de incidência ( $\hat{V}_i$  e  $\hat{V}_r$ ) e perpendiculares ao plano de incidência ( $\hat{H}_i$  e  $\hat{H}_r$ ):

$$\vec{E}_i = E_{iH}\hat{H}_i + E_{iV}\hat{V}_i, \quad (4.11)$$

onde  $E_{iH}$  e  $E_{iV}$  são as amplitudes complexas das componentes do campo elétrico incidente nas direções transversal e paralela ao plano de incidência, respectivamente. O algoritmo define  $\hat{n}$  na mesma direção que o unitário vertical na direção Z, no referencial principal do cenário. Em seguida, calcula os unitários  $\hat{k}_i$  e  $\hat{k}_r$ , facilmente encontrados pela geometria do raio incidente e refletido, armazenados previamente no banco de dados. Os unitários das componentes do campo antes e após a reflexão são calculados através das equações:

$$\hat{H}_i = (\hat{k}_i \times \hat{n}) / |\hat{k}_i \times \hat{n}| ; \quad (4.12)$$

$$\hat{H}_r = (\hat{k}_r \times \hat{n}) / |\hat{k}_r \times \hat{n}| ; \quad (4.13)$$

$$\hat{V}_i = \hat{H}_i \times \hat{k}_i ; \quad (4.14)$$

$$\hat{V}_r = \hat{H}_r \times \hat{k}_r . \quad (4.15)$$

As amplitudes complexas das componentes do campo elétrico podem ser encontradas utilizando as expressões abaixo:

$$E_{iH} = \vec{E}_i \cdot \hat{H}_i ; \quad (4.16)$$

$$E_{iV} = \vec{E}_i \cdot \hat{V}_i . \quad (4.17)$$

Pode-se utilizar o mesmo método para o campo após a reflexão:

$$\vec{E}_r = E_{rH}\hat{H}_r + E_{rV}\hat{V}_r , \quad (4.18)$$

onde,

$$E_{rH} = E_{iH}\Gamma_H ; \quad (4.19)$$

$$E_{rV} = E_{iV}\Gamma_V . \quad (4.20)$$

os termos  $E_{rH}$  e  $E_{rV}$  são as amplitudes complexas das componentes ortogonal e paralela ao plano de incidência do campo refletido. Os termos  $\Gamma_H$  e  $\Gamma_V$  são os conhecidos coeficientes de reflexão de Fresnel [61] para ondas incidentes linearmente polarizadas ortogonalmente ao plano de incidência ou nele contido, respectivamente. O coeficiente de reflexão de Fresnel, de forma geral, depende da polarização

do campo incidente, das características do material sobre o qual ocorre a reflexão e do ângulo de incidência, juntamente com a frequência. Neste estudo, foram considerados dois tipos de materiais refletores: o asfalto, para representar o solo e as ruas dos ambientes; e o concreto para representar as edificações [84]. Uma forma usual de representar os meios refletores é considerar que são constituídos de materiais homogêneos e isotrópicos, de espessura tal que a transmissão possa ser desconsiderada, e que possui coeficientes de Fresnel calculados por ( $\epsilon_r \gg \epsilon_0$ ):

$$\Gamma_H = \frac{\cos \theta - \sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta}}; \quad (4.21)$$

$$\Gamma_V = \frac{\epsilon_r \cos \theta - \sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta}}{\epsilon_r \cos \theta + \sqrt{\epsilon_r - \text{sen}^2 \theta}}. \quad (4.22)$$

onde:

$\epsilon_r = \frac{\epsilon - i\frac{\sigma}{\omega}}{\epsilon_0}$ , é a permissividade complexa relativa do meio refletor;

$\epsilon$ , é a permissividade do meio refletor (no caso, o material considerado é o asfalto). Seu valor pode ser configurado de acordo com a simulação;

$\epsilon_0$ , é a permissividade do vácuo, igual a  $8,854 \times 10^{-12}$  [F/m];

$\sigma$ , é a condutividade do meio refletor (no caso, considerado asfalto. Pode ser configurada de acordo com a simulação;

$\omega$ , é a frequência angular ( $2\pi f$ ).

Um detalhe a ser destacado é que os coeficientes de reflexão de Fresnel  $\Gamma_H$  e  $\Gamma_V$  usualmente produzem valores diferentes para as duas componentes transversais do campo. Portanto, é um dos mecanismos da despolarização de campos incidentes com polarizações diferentes de  $\hat{H}_i$  ou  $\hat{V}_i$ . De fato, o campo resultante da reflexão experimenta diferenças de atenuação e defasagem entre as componentes do campo refletido. Este efeito causa um deslocamento angular em torno do eixo de propagação da onda refletida, que possui o unitário  $\hat{k}_r$ .

O caso da reflexão em uma face vertical de uma edificação, ilustrado na Figura 4.7, pode ser descrito de forma semelhante ao do solo. Neste caso, o plano refletor está em posição vertical em relação ao solo e o material considerado é o concreto.

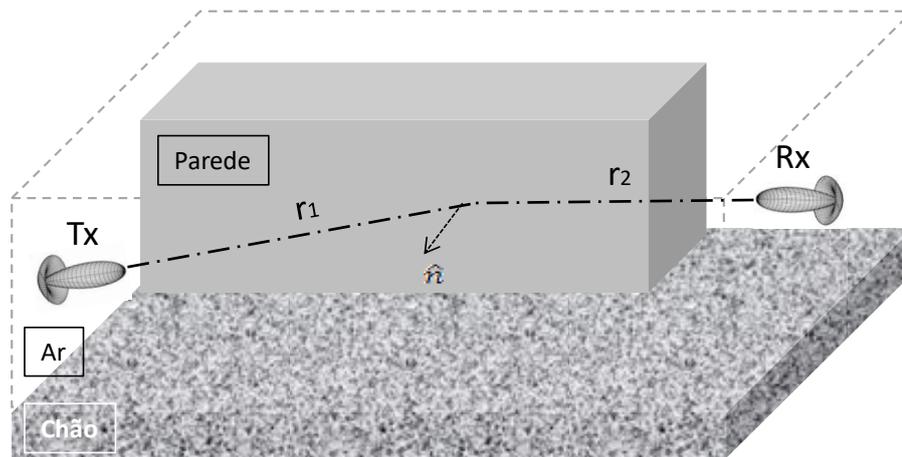


Figura 4.7 – Reflexão em face, representando a parede vertical de uma edificação.

### 4.3.1

#### Efeitos da Rugosidade na Superfície Refleitora

Os coeficientes de reflexão de Fresnel partem da hipótese idealizada de que as superfícies são suaves e não rugosas, o que leva a onda incidente a ser refletida especularmente em uma única direção. Na prática, as superfícies em geral não são suaves, como mostra a diminuta porção de superfície com rugosidade apresentada na Figura 4.8. A rugosidade no asfalto e até mesmo no concreto podem causar um grande espalhamento da energia [1], devido à superfície irregular destes materiais e do comprimento de onda na faixa milimétrica.

A literatura possui várias abordagens populares para a modelagem da reflexão especular em superfícies rugosas. A aqui adotada utiliza um fator de correção que multiplica as componentes do campo paralelo e transversal ao plano de incidência, diminuindo seus módulos de forma a considerar a energia espalhada.

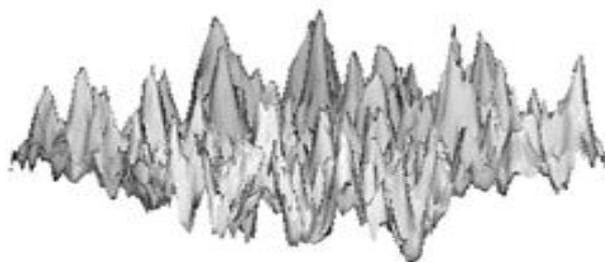


Figura 4.8 – Exemplo de uma diminuta porção de superfície com rugosidade (ampliada). Adaptado de [87].

A geometria do modelo de plano rugoso adotado pode ser aproximada pela Figura 4.9, onde:

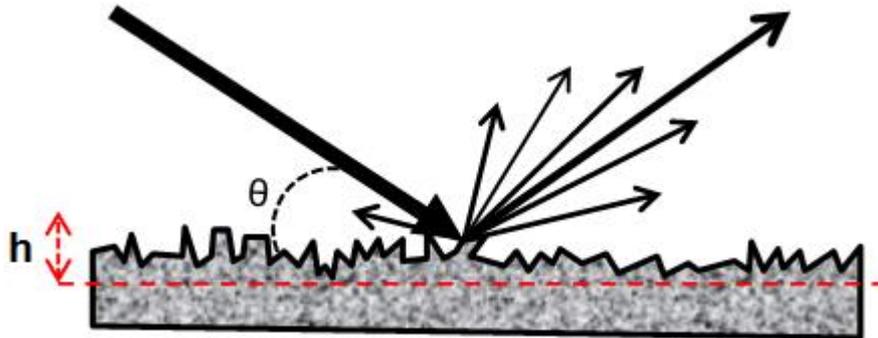


Figura 4.9 – Representação de uma superfície rugosa.

$h$ , representa as alturas aleatórias das rugosidades encontradas na superfície;  
 $\theta$ , é o ângulo de incidência do raio na superfície média, considerada extensa e plana.

O fator de correção pelos efeitos da rugosidade pode ser calculado por [30]:

$$\rho(\theta) = e^{-(8\pi^2 g^2)} I_0(8\pi^2 g^2) \quad (4.23)$$

onde:

$$g = \frac{\sigma_h}{\lambda} \cos \theta;$$

$\sigma_h$ , é o desvio padrão da variável  $h$  (um valor configurável);

$I_0(x)$ , é a função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem zero.

O fator multiplica os coeficientes de Fresnel de forma a considerar os efeitos da rugosidade na reflexão especular. Assim:

$$\Gamma'_H = \Gamma_H \rho; \quad (4.24)$$

$$\Gamma'_V = \Gamma_V \rho; \quad (4.25)$$

#### 4.4

### Cálculo do Campo Elétrico Associado ao Raio Refletido

No caso de reflexão única, o algoritmo calcula o campo elétrico no ponto da interação, considerando apenas o campo emitido pelo transmissor e o ganho de amplitude da antena transmissora, para cada polarização:

$$\vec{E}_{iH} = \vec{E}_{txH} G_{txH} \quad (4.26a)$$

$$\vec{E}_{iV} = \vec{E}_{txV} G_{txV} \quad (4.26b)$$

onde  $\vec{E}_{txV}$  e  $\vec{E}_{txH}$  são os campos nas polarizações vertical e horizontal, imediatamente antes da interação e  $\vec{E}_{iV}$  e  $\vec{E}_{iH}$  são os campos nas polarizações vertical e horizontal relativas ao plano definido pelos unitários  $\hat{z}$  (normal ao solo) e  $\hat{k}_i$  (indicador da direção de incidência), imediatamente antes da interação e  $G_{txV}$  e  $G_{txH}$  são os ganhos de amplitude da antena transmissora nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Em seguida, estes campos são decompostos em componentes perpendiculares e paralelas ao plano de incidência formado pelos unitários  $\hat{n}$  (normal à interface) e  $\hat{k}_i$  (indicador da direção de incidência). Em princípio (se  $\hat{n} \neq \hat{z}$ ), o campo  $\vec{E}_{iV}$  fornecerá uma componente perpendicular e outra paralela ao plano de incidência e o mesmo se aplica ao campo  $\vec{E}_{iH}$ . As componentes perpendiculares e paralelas são multiplicadas pelos coeficientes  $\Gamma'_H$  e  $\Gamma'_V$ , respectivamente. Finalmente, as amplitudes complexas resultantes são utilizadas para calcular os campos  $\vec{E}_{rV}$  e  $\vec{E}_{rH}$  após a reflexão, de acordo com a equação (4.18). Estes campos representam os resultados da reflexão dos campos  $\vec{E}_{iV}$  e  $\vec{E}_{iH}$  definidos acima. Em geral, ambos os campos  $\vec{E}_{rV}$  e  $\vec{E}_{rH}$  podem ter, como resultado da reflexão, componentes verticais e horizontais em relação aos unitários  $\hat{z}$  e  $\hat{k}_r$ , sendo suas direções obtidas por intermédio das equações (4.13) e (4.15), supondo  $\hat{n} = \hat{z}$ . Por fim, o campo é calculado no ponto de observação utilizando as equações:

$$\vec{E}_{rxH} = (E_{rHH} G_{rxH} \hat{H}_r + E_{rVH} G_{rxV} \hat{V}_r) D A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ik(r_1+r_2)}; \quad (4.27a)$$

$$\vec{E}_{rxV} = (E_{rHV} G_{rxH} \hat{H}_r + E_{rVV} G_{rxV} \hat{V}_r) D A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ik(r_1+r_2)}, \quad (4.27b)$$

onde  $\vec{E}_{rxV}$  e  $\vec{E}_{rxH}$  são os campos finais no receptor, resultantes da reflexão única dos campos  $\vec{E}_{iV}$  e  $\vec{E}_{iH}$  nas polarizações iniciais vertical e horizontal relativas ao plano definido pelos unitários  $\hat{z}$  (normal ao solo) e  $\hat{k}_i$  (indicador da direção de incidência), respectivamente. Os termos  $G_{rxV}$  e  $G_{rxH}$  são os ganhos de amplitude da antena receptora nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. A perda adicional por gases atmosféricos  $A_g$ , utiliza a distância total retificada ( $r_1 + r_2$ ) do transmissor até o receptor. O coeficiente de espalhamento  $D$  é igual a  $1/(r_1 + r_2)$ .

Esta forma de cálculo do campo pode ser adaptada para raios multiplamente refletidos. Ou seja, o campo elétrico resultante da primeira reflexão é calculado conforme descrito acima; isto é, pelos termos entre parênteses nas equações (4.27a) e (4.27b). Em seguida cada um destes campos é decomposto em componentes paralela e transversal ao plano de incidência definido pela próxima interação. A estas componentes são aplicados os coeficientes de Fresnel, corrigidos para incluir os efeitos da rugosidade, de modo a calcular o campo elétrico após a nova reflexão, que será expresso em termos dos unitários definidos pelas equações (4.13) e (4.15). Este resultado é então usado como campo incidente para a próxima interação, onde o processo se repete. Após a última reflexão, os campos são propagados até o receptor de forma análoga à descrição associada às equações (4.27a) e (4.27b), terminando o processo. Deve-se observar que os termos  $A_g$ ,  $D$  e o expoente do termo de fase utilizam agora o valor total da distância do raio retificado ( $r_1 + r_2 + \dots + r_n + r_{n+1}$ ), onde  $n$  é o número de interações;  $r_1$  é a distância entre a antena transmissora e o primeiro ponto de reflexão;  $r_n$  é a distância entre os pontos de reflexão ( $n-1$ ) e  $n$ ; e  $r_{n+1}$  é a distância entre o último ponto de reflexão e a antena receptora.

## 4.5

### Raio Difrato em Arestas Verticais Formadas pelas Faces das Edificações

O mecanismo da difração é responsável por explicar a presença de campos em regiões onde os mesmos não existiriam, segundo a ótica geométrica clássica. O tipo de difração tratada nesta seção ocorre quando o raio atinge a aresta vertical

formada pela interseção entre duas faces, como mostra a Figura 4.10. A difração pode ser entendida como um fenômeno local em altas frequências [3], podendo, portanto, ser aplicada ao conceito de raio (solução assintótica). O campo associado um raio difratado sofre os mesmos efeitos verificados na reflexão, que são: defasagem, atenuação e despolarização. A forma de cálculo lembra muito a utilizada na reflexão, com a utilização de um coeficiente de difração que multiplica o campo incidente para se chegar ao campo difratado. Os coeficientes de difração são obtidos através de soluções assintóticas propostas por Keller [3], que deu origem a teoria geométrica da difração (*GTD*).

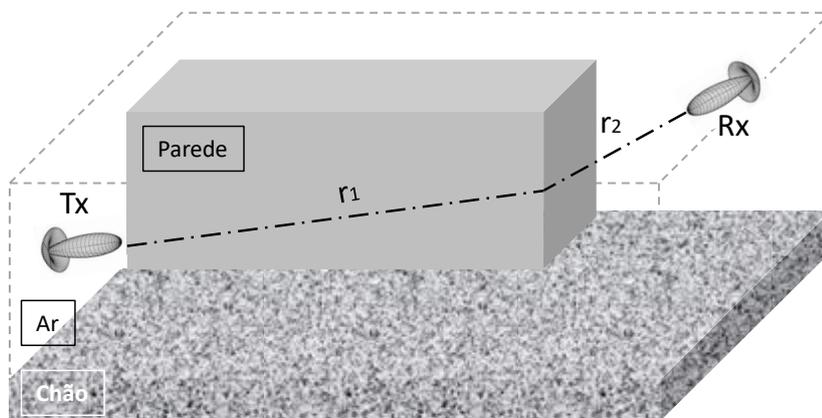


Figura 4.10 – Difração em arestas verticais.

De acordo com a *GTD* e a vista superior de uma difração em aresta ilustrada na Figura 4.11, é possível dividir o espaço em três regiões para cada frente de onda incidente:

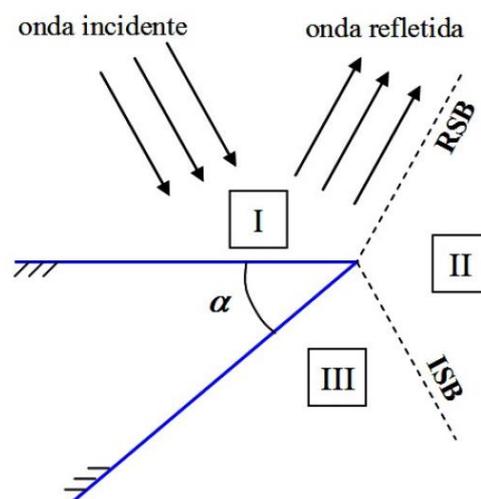


Figura 4.11 – Representação das regiões consideradas na *GTD*. Adaptado de [88].

Na região I, qualquer ponto possui visibilidade para raios refletidos e direto, até a fronteira formada pelo raio refletido na aresta, sendo conhecida na literatura como limite de sombra para a reflexão (*RSB- reflection shadow boundary*). A região II no plano corresponde aos pontos nos quais, de acordo com a ótica clássica, só existe o raio direto. É delimitado pela linha formada a partir da aresta e pelo prolongamento do raio incidente sobre a aresta, chamada de limite de sombra de incidência (*ISB- incidence shadow boundary*), e pela linha do limite de sombra para a reflexão. Na região III, também conhecida como região de sombra, não há o raio direto nem o refletido, sendo compreendida entre o limite posterior do obstáculo e a *ISB*.

A *GTD* utiliza o princípio de Fermat e estabelece uma analogia entre a difração, reflexão e refração da ótica geométrica. Assim, os raios difratados podem penetrar em qualquer uma das três regiões consideradas. Uma deficiência da formulação é que as expressões utilizadas para o cálculo dos coeficientes de difração apresentam pontos de singularidade nas fronteiras de sombra de incidência e reflexão.

A teoria uniforme da difração (*UTD*), uma extensão da teoria geométrica da difração desenvolvida por Kouyoumjian e Pathak [4], apresenta melhores resultados nas proximidades e nas fronteiras das regiões que apresentam singularidades na *GTD*. Posteriormente, Luebbers [6] introduziu heurísticamente os coeficientes de Fresnel na *UTD*, para considerar difrações em arestas de materiais com superfícies rugosas. O cenário utilizado para a modelagem do problema pode ser representado pela Figura 4.12.

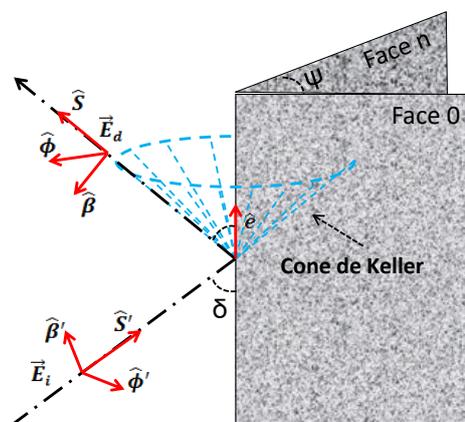


Figura 4.12 – Representação dos campos e suas componentes no raio incidente e difratado em uma aresta vertical.

A incidência de um raio que forma um ângulo com a aresta provoca um espalhamento, gerando raios distribuídos no cone representado na Figura 4.12, também conhecido como cone de Keller. Do modelo geométrico da Figura 4.12, pode-se definir:

$\widehat{\mathbf{S}}'$ , é o vetor unitário na direção do raio incidente;

$\widehat{\mathbf{S}}$ , é o vetor unitário na direção do raio difratado;

$\widehat{\mathbf{e}}$ , é o vetor unitário paralelo à aresta (na própria aresta);

$\delta$ , é o ângulo entre o raio incidente e a aresta,  $\delta = \arccos(\widehat{\mathbf{S}}' \cdot \widehat{\mathbf{e}})$ , sempre menor que  $90^\circ$ ;

$\psi$ , é o ângulo de abertura entre as faces, que, neste trabalho, pode ter de  $1^\circ$  até  $165^\circ$  de abertura e sempre positivo. Valores maiores de  $\psi$  foram desconsiderados pela maior perda e redução de custo computacional;

Plano de incidência é o plano que contém  $\widehat{\mathbf{S}}'$  e  $\widehat{\mathbf{e}}$ ;

Plano de difração, é o plano que contém  $\widehat{\mathbf{S}}$  e  $\widehat{\mathbf{e}}$ ;

$\vec{\mathbf{E}}_i$ , campo elétrico imediatamente antes da difração;

$\vec{\mathbf{E}}_d$ , campo elétrico imediatamente após a difração;

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}'$ , é o vetor unitário na direção paralela ao plano de incidência e perpendicular a  $\widehat{\mathbf{S}}'$ ;

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ , é o vetor unitário na direção paralela ao plano de difração e perpendicular a  $\widehat{\mathbf{S}}$ ;

$\widehat{\boldsymbol{\phi}}'$ , é o vetor unitário na direção transversal ao plano de incidência;

$\widehat{\boldsymbol{\phi}}$ , é o vetor unitário na direção transversal ao plano de difração.

Considerando o campo elétrico incidente, pode-se utilizar a mesma forma de decomposição das amplitudes complexas das componentes paralela e transversal ao plano de incidência adotada na reflexão:

$$E_{i\beta} = \vec{\mathbf{E}}_i \cdot \widehat{\boldsymbol{\beta}}; \quad (4.28)$$

$$E_{i\phi} = \vec{\mathbf{E}}_i \cdot \widehat{\boldsymbol{\phi}}. \quad (4.29)$$

As faces que formam a cunha vertical são previamente ordenadas pela envoltória convexa dos vértices do polígono associado. Assim, evitam-se erros na interpretação da geometria de cada caso analisado. Entre as duas faces que formam a

cunha, o algoritmo seleciona sempre a face mais à esquerda como referência (face 0), que foi definida na base de dados pela envoltória convexa. Imaginando a interseção do solo com a geometria da Figura 4.12, pode-se interpretar as projeções de seus elementos conforme a Figura 4.13:

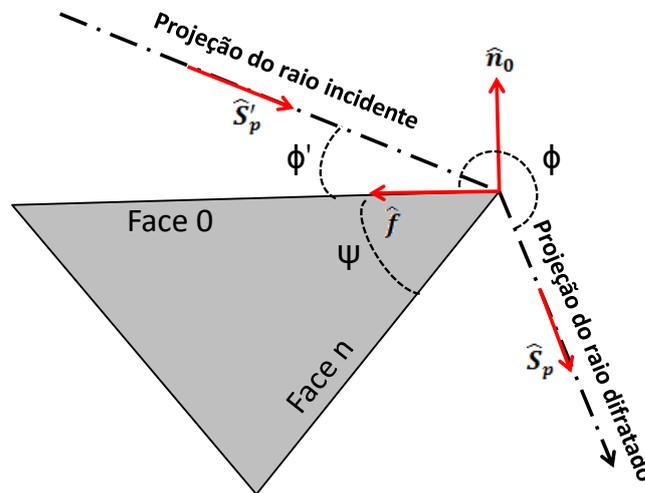


Figura 4.13 – Projeção dos elementos da Figura 4.12 em um plano horizontal.

onde:

$\hat{f}$ , é o vetor unitário normal a  $\hat{e}$  na face 0;

$\hat{n}_0$ , é o vetor unitário normal ao lado refletor da face 0;

$\phi$ , é o ângulo entre a projeção do raio difratado e a face 0;

$\phi'$ , é o ângulo entre a projeção do raio incidente e a face 0;

$\hat{S}_p$ , é a projeção do vetor unitário na direção do raio difratado (vetor igualmente unitário, após normalização);

$\hat{S}'_p$ , é a projeção do vetor unitário na direção do raio incidente (vetor igualmente unitário, após normalização).

O procedimento para o cálculo da difração é parecido com o da reflexão. O campo imediatamente após a difração, decomposto em componentes paralela e transversal ao plano de difração é dado pela equação (4.30),

$$\vec{E}_d = E_{d\beta} \hat{\beta} + E_{d\phi} \hat{\phi}, \quad (4.30)$$

onde:

$$E_{d\beta} = -D_{\beta}E_{i\beta} ; \quad (4.31)$$

$$E_{d\phi} = -D_{\phi}E_{i\phi} . \quad (4.32)$$

onde os termos  $D_{\beta}$  e  $D_{\phi}$  são os coeficientes de difração para as componentes paralela e transversal, respectivamente, que podem ser calculados através das equações (4.33) e (4.34):

$$D_{\beta} = D_1 + \Gamma_{0\beta}D_2 + D_3 + \Gamma_{n\beta}D_4 ; \quad (4.33)$$

$$D_{\phi} = D_1 + \Gamma_{0\phi}D_2 + D_3 + \Gamma_{n\phi}D_4 . \quad (4.34)$$

onde:

$\Gamma_{0\beta}$ , é o coeficiente de reflexão de Fresnel para a componente paralela na face 0;

$\Gamma_{n\beta}$ , é o coeficiente de reflexão de Fresnel para a componente paralela na face n;

$\Gamma_{0\phi}$ , é o coeficiente de reflexão de Fresnel para a componente transversal na face 0;

$\Gamma_{n\phi}$ , é o coeficiente de reflexão de Fresnel para a componente transversal na face n;

e:

$$D_1 = \Delta \cot \left[ \frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n} \right] F[kLa^-(\phi - \phi')] ; \quad (4.35)$$

$$D_2 = \Delta \cot \left[ \frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n} \right] F[kLa^-(\phi + \phi')] ; \quad (4.36)$$

$$D_3 = \Delta \cot \left[ \frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n} \right] F[kLa^+(\phi - \phi')] ; \quad (4.37)$$

$$D_4 = \Delta \cot \left[ \frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n} \right] F[kLa^+(\phi + \phi')] . \quad (4.38)$$

onde:

$$n = \frac{2\pi - \psi}{\pi} \quad (4.39)$$

é chamado de fator de abertura, reiterando que  $\psi$  é o ângulo interno entre as faces;

$$F(x) = 2i\sqrt{x}e^{ix} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-i\tau} d\tau, \quad (4.40)$$

é a função de transição (integral de Fresnel), responsável por evitar as singularidades no coeficiente de difração nas proximidades e nas fronteiras das regiões. A integral de Fresnel (4.40) é amplamente utilizada na engenharia, mas não possui solução analítica. Assim, uma abordagem de excelente precisão e baixo custo computacional foi implementada em Matlab, descrita no Apêndice III, com o resultado mostrado na Figura 4.14;

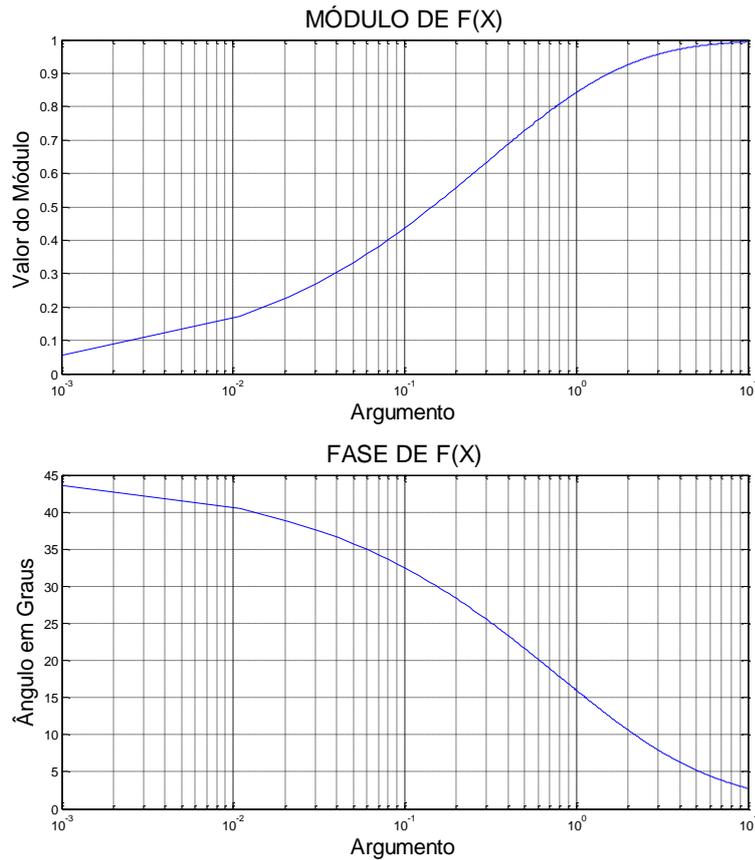


Figura 4.14 – Módulo e fase da função de transição  $F(x)$ .

$L$ , é o parâmetro de distância entre as faces, definido como:

$$L = \frac{d'd''}{d'+d''} \sin^2 \delta. \quad (4.41)$$

onde  $d'$  é a distância entre a fonte e o ponto de difração e  $d''$  é a distância entre os pontos de difração e observação.

$a^\pm$ , é uma função que mede a separação angular entre o ponto de observação e uma fronteira de incidência ou reflexão, definida como:

$$a^{\pm}(\beta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \beta}{2}\right) \quad (4.42)$$

sendo

$$\beta^{\pm} = \phi \pm \phi'. \quad (4.43)$$

Os parâmetros  $N^{\pm}$  são inteiros que melhor satisfazem as equações:

$$\begin{cases} 2n\pi N^+ - \beta^{\pm} = \pi \\ 2n\pi N^- - \beta^{\pm} = -\pi \end{cases} \quad (4.44)$$

É importante notar que o termo  $\beta^{\pm}$  é argumento da função  $a^{\pm}(\beta)$ , que por sua vez faz parte do argumento da função de transição. Assim, a forma de cálculo para  $\beta^{\pm}$  definida em (4.43) deve ser a mesma que está formulada em uma das equações (4.35) a (4.38). Os valores de  $N^{\pm}$  usuais em arestas são -2, -1, 0, 1 e 2. Finalmente,

$$\Delta = \frac{-e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2k\pi}\text{sen } \delta}, \quad (4.45)$$

é o primeiro termo nas equações de (4.35) a (4.38). As equações citadas nesta seção são oriundas de [4].

## 4.6

### Algoritmo e Implementação da Difração em Arestas das Faces

O cálculo da difração em arestas de faces apresenta similaridades com o cálculo da reflexão, embora apresente um maior grau de complexidade de implementação. A formulação da *UTD* necessita de uma série de definições geométricas específicas para sua aplicação. Neste tópico, é explicada a forma como o algoritmo faz o cálculo.

Inicialmente, o campo incidente será decomposto nas direções paralela e perpendicular ao plano de incidência com o uso das equações (4.28) e (4.29). O unitário  $\widehat{S}$  é facilmente obtido da direção do raio incidente, o mesmo acontecendo com  $\widehat{S}'$ . O unitário  $\widehat{e}$  é também facilmente encontrado pelas informações das faces

que compõem a aresta, armazenadas na base de dados. Com estes três unitários, pode-se definir os planos de incidência e difração e obter os unitários nas direções paralela e transversal aos dois planos:

$$\hat{\phi} = \hat{e} \times \hat{S}; \quad (4.46)$$

$$\hat{\beta} = \hat{\phi} \times \hat{S}; \quad (4.47)$$

$$\hat{\phi}' = \hat{e} \times \hat{S}'; \quad (4.48)$$

$$\hat{\beta}' = \hat{\phi}' \times \hat{S}'. \quad (4.49)$$

Obtidas as componentes do campo elétrico incidente, o algoritmo aplica os coeficientes de difração às mesmas, conforme prescrevem as equações (4.33) e (4.34). Desta forma, as componentes do campo elétrico após a difração são determinadas. Os coeficientes de reflexão de Fresnel contidos nestas equações são calculados conforme a descrição da seção 4.3, sendo, inclusive, ponderados pelo fator de rugosidade já descrito.

As equações (4.35) a (4.38) impõem o maior custo computacional de todo algoritmo. O método de resolução inicia calculando  $n$  (fator de abertura) da equação (4.39), sendo o ângulo  $\psi$  entre as arestas encontrado a partir dos dados das faces que a compõem. Um detalhe é que este ângulo, pelas fórmulas de Kouyoumjian e Pathak [4], é sempre positivo e menor que  $\pi$ . O parâmetro  $k$  é o número de onda. O ângulo entre o raio incidente e a aresta pode ser obtido por  $\delta = \arccos(\hat{S}' \cdot \hat{e})$ . De posse destes dados, pode-se calcular  $\Delta$ , com base na equação (4.45).

Na próxima etapa, são calculadas as cotangentes das equações (4.35) a (4.38), sendo  $\phi'$  o ângulo entre a projeção do raio incidente e a face 0. A projeção é obtida trivialmente, pois ela é originalmente o raio 2D traçado, que foi extrapolado para 2.5D. Então, basta desprezar as coordenadas de altura dos vértices do raio e recuperar o raio projetado. A face 0 é a mais à esquerda, definida pela envoltória convexa. Assim, aplicando relações trigonométricas aos valores da base de dados, o ângulo  $\phi'$  pode ser calculado. O ângulo  $\phi$ , entre a projeção do raio difratado e a face 0, pode ser encontrado da mesma forma.

Em seguida, são calculados os argumentos da função de transição  $F[kLa^\pm(\beta)]$ . No cálculo do parâmetro  $L$  da equação (4.41), considera-se para a

distância  $d'$  o comprimento retificado do raio entre a fonte até o ponto de difração na aresta. Isto é,  $d'$  sempre acumula os comprimentos de todos os sub-raios existentes entre a fonte e o ponto de difração, se houver interações intermediárias com o ambiente. A distância  $d''$  entre o ponto de difração na aresta e o ponto de observação é calculada de forma semelhante. No termo seguinte, determinado pela equação (4.42), o valor de  $\beta$  é dado pelo equacionamento de  $\phi$  e  $\phi'$ , já disponíveis. Para determinar os valores de  $N^\pm$ , o algoritmo aplica testes relacionais (if/then/else) para encontrar qual dos inteiros -2, -1, 0, 1 e 2 torna a respectiva equação (4.44) mais exata em módulo. São estes números inteiros os únicos possíveis, dada a geometria usual das faces encontradas nas representações, considerando a restrição descrita a seguir. Para diminuir o número de raios difratados, que geralmente pouco contribuem para o sinal recebido na faixa de ondas milimétricas, o algoritmo considera apenas as difrações causadas pelas arestas cujos ângulos internos entre suas faces estão contidos no intervalo entre  $0^\circ$  e  $165^\circ$ . Raios que incidem de forma rasante às superfícies foram raros nos canais simulados.

#### 4.7

#### Cálculo do Campo Elétrico Associado ao Raio Difratado

Considera-se que há, no máximo, uma possível difração em cada raio, em função das altas perdas esperadas para este mecanismo na faixa de ondas milimétricas. O algoritmo calcula os campos no ponto imediatamente antes da difração, utilizando:

$$\vec{E}_{iV} = \vec{E}_{txV} G_{txV} ; \quad (4.50a)$$

$$\vec{E}_{iH} = \vec{E}_{txH} G_{txH} ; \quad (4.50b)$$

onde  $\vec{E}_{iV}$  e  $\vec{E}_{iH}$  são os campos nas polarizações vertical e horizontal, imediatamente antes da difração, respectivamente e  $G_{txV}$  e  $G_{txH}$  são os ganhos de transmissão (em amplitude) nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Em seguida, é utilizada a equação (4.30) para calcular os campos  $\vec{E}_{dV}$  e  $\vec{E}_{dH}$ , após a difração, nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Por fim, no ponto de observação o campo é calculado utilizando a equação:

$$\vec{E}_{rxV} = \vec{E}_{dV} G_{rxV} D A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ik(r_1+r_2)} ; \quad (4.51a)$$

$$\vec{E}_{rxH} = \vec{E}_{dH} G_{rxH} D A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ik(r_1+r_2)} ; \quad (4.51b)$$

onde  $\vec{E}_{rxV}$  e  $\vec{E}_{rxH}$  são os campos finais no receptor, nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Os termos  $G_{rxV}$  e  $G_{rxH}$  são os ganhos de amplitude do conjunto linear nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. A perda por gases atmosféricos  $A_g$  utiliza a distância total retificada ( $r_1 + r_2$ ) do transmissor até o receptor. O coeficiente de espalhamento  $D$  agora assume a forma da equação abaixo:

$$D_2 = \sqrt{\frac{d'}{d''(d'+d'')}} , \quad (4.52)$$

onde  $d'$  e  $d''$  já foram definidos na seção anterior.

Uma forma de cálculo do campo elétrico semelhante é utilizada também para raios com várias reflexões e uma difração. Ou seja, o campo elétrico é propagado do transmissor até o ponto de difração, considerando todas as possíveis reflexões intermediárias. No ponto de difração, o campo elétrico é decomposto antes da interação e recomposto após a interação, com a aplicação dos coeficientes de difração. Em seguida, o campo elétrico é, mais uma vez, propagado até o receptor.

Posteriormente, o raio é retificado entre a fonte real e o ponto de difração, determinando a posição da fonte virtual correspondente. O mesmo procedimento é aplicado entre os pontos de difração e observação, determinando o ponto de observação virtual correspondente. Em continuação, aplica-se os procedimentos da difração uma única vez entre a fonte virtual e o ponto de observação virtual, com base no campo incidente no ponto de difração (já determinado) e nas formulações das seções 4.5 e 4.6, sendo determinado a campo elétrico difratado. Finalmente, a ele são aplicados os procedimentos descritos na seção 4.4, entre os pontos de difração e observação, considerando todas as possíveis reflexões intermediárias. O fator de divergência  $D_2$  é modificado apenas pelas sucessivas multiplicações do valor acumulado pelos coeficientes de reflexão de Fresnel correspondentes.

## 4.8

### Raio com Espalhamento Causado por um Cilindro

Nas seções anteriores, apenas interações com as faces e arestas que representam as edificações do ambiente foram modeladas. Contudo, vários outros objetos foram considerados como espalhadores: postes de distribuição de energia, de iluminação pública e de trânsito, árvores e paredes (espalhamento difuso). A presente seção analisa o espalhamento devido a um cilindro.

Todos os tipos de postes e troncos de árvores foram modelados como cilindros verticais circulares retos de condutividade infinita e altura tal que a difração e propagação em seus topos possam ser desconsideradas. Tais cilindros podem refletir ou difratar o raio incidente. Os raios dos cilindros utilizados foram considerados no capítulo III. Um exemplo desse mecanismo pode ser visto na Figura 4.15.

A modelagem deste problema é baseada na *UTD* desenvolvida por Pathak et al. [5]. A ideia central é estender as expressões obtidas por Keller em [3], [89] e [90], que possuem os mesmos inconvenientes encontrados na solução em *GTD* para a difração em arestas. Ou seja, falha em calcular o campo na região de transição próxima da fronteira de sombra.

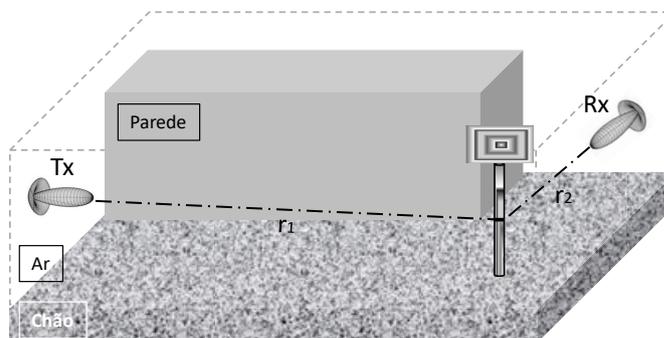


Figura 4.15 – Representação de difração em um poste.

A geometria desta modelagem pode ser entendida como uma superfície convexa suave e perfeitamente condutora, imersa em um meio homogêneo. Dependendo da posição da fonte e do ponto de observação em relação à superfície, os raios podem ser refletidos ou difratados. Quando um raio é tangente à superfície, ocorre a difração, conforme mostra a Figura 4.16. Não existe energia proveniente de reflexão após o ponto de tangência. Há apenas campos oriundos de difração, que

se propagam na chamada região de sombra. Na região iluminada, onde o ponto de observação possui visada direta com a fonte, também existem campos difratados, sempre desprezíveis se comparados aos campos direto ou refletido.

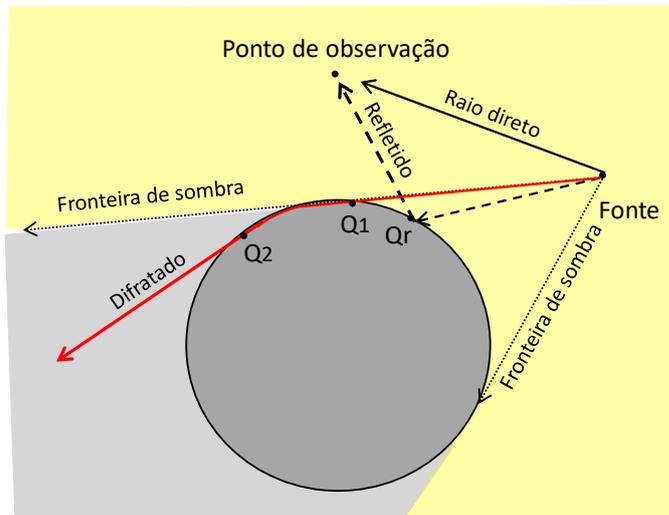


Figura 4.16 – Representação das regiões iluminada e de sombra em um poste iluminado por uma fonte pontual.

O primeiro passo na solução do problema é descobrir em qual zona o ponto de observação se encontra, pois, a modelagem segue dois caminhos bem distintos para cada caso. Para tanto, foi implementado um algoritmo, descrito no Apêndice IV, que verifica se o ponto de observação se encontra na zona iluminada ou de sombra.

#### 4.8.1

##### Ponto de Observação na Região Iluminada

Na referência utilizada, os autores iniciam o desenvolvimento de uma solução uniforme aplicada à *GTD* de Keller. Para isso, utilizam uma solução assintótica encontrada por Pathak [91] na resolução do problema canônico do espalhamento resultante da incidência de uma onda plana sobre um cilindro circular reto de condutividade infinita e suave. Em seguida, esta solução é generalizada utilizando a técnica da separação de variáveis [92], para considerar uma incidência oblíqua da onda incidente. Por fim, a ideia é expandida no mesmo trabalho para uma onda esférica que ilumina uma superfície cilíndrica convexa, tal como mostra a Figura

4.17, reproduzida do texto original.

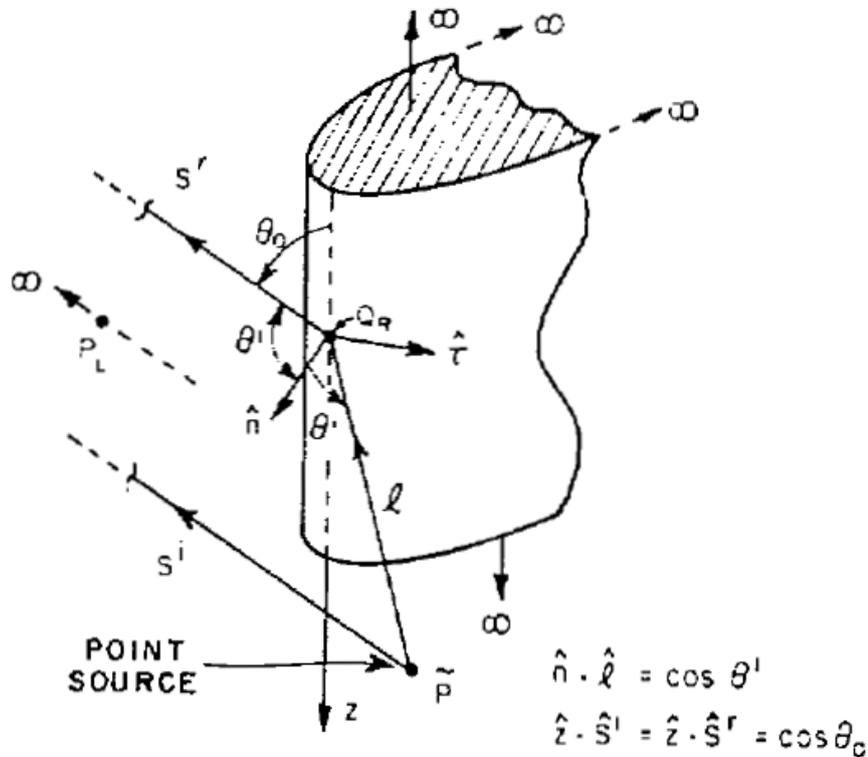


Figura 4.17 – Representação da superfície cilíndrica. Reproduzida de [5].

Utilizando a Figura acima como referência, pode-se destacar:

$\tilde{P}$ , é a fonte pontual de ondas esféricas;

$P_L$ , é o ponto de observação;

$Q_R$ , é o ponto de incidência do raio emitido em  $\tilde{P}$ ;

$\hat{l}$ , é a direção de incidência do raio (manuscrita na figura original);

$l$ , é a distância entre a fonte e o ponto de reflexão (manuscrita na figura original);

$\hat{S}^r$ , é a direção do raio refletido (manuscrita na figura original);

$S^r$ , é a distância entre os pontos de reflexão e observação (manuscrita na figura original);

$\hat{n}$ , é o vetor unitário normal à superfície no ponto  $Q_R$ ;

$z$ , é a direção da linha vertical que passa pelo ponto  $Q_R$ , sendo seu vetor unitário igual a  $\hat{z}$ ;

$\theta'$ , é o ângulo entre os vetores  $\hat{l}$  e  $\hat{n}$ , que é o mesmo de  $\hat{S}$  e  $\hat{n}$ ;

$\hat{t}$ , é o unitário tangente à superfície na direção horizontal da circunfe-

rência no ponto  $Q_R$ ;

$\theta_0$ , é o ângulo entre a direção vertical ao ponto  $Q_R$  e o raio refletido.

A forma de cálculo apresentada é similar à utilizada na reflexão em superfícies planas. Assim, a geometria geral da reflexão e os campos podem ser compreendidos pela análise da Figura 4.18.

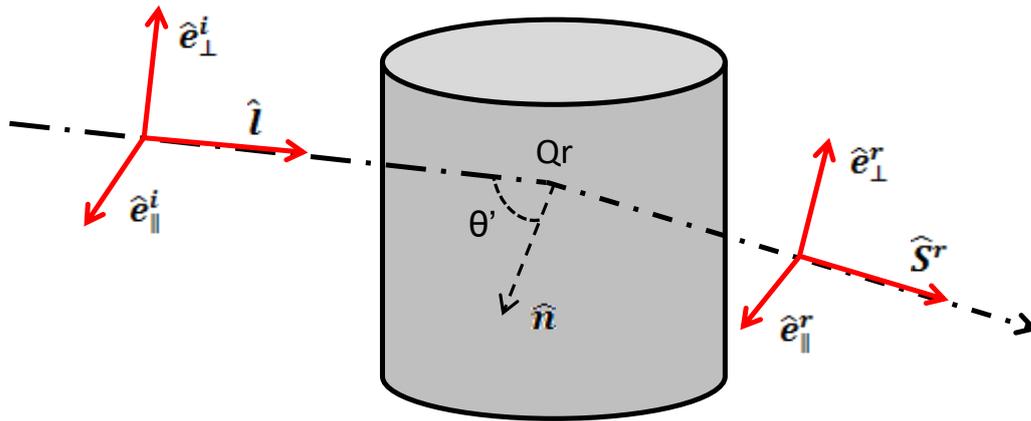


Figura 4.18 – Representação da reflexão por um cilindro.

Nesta Figura, o plano de incidência contém os vetores  $\hat{n}$ ,  $\hat{l}$  e  $\hat{S}^r$  e:

$\hat{e}_{\perp}^i$ , é o vetor unitário da componente do campo incidente na direção paralela ao plano de incidência;

$\hat{e}_{\parallel}^i$ , é o vetor unitário da componente do campo incidente na direção transversal ao plano de incidência;

$\hat{e}_{\perp}^r$ , é o vetor unitário da componente do campo refletido na direção paralela ao plano de incidência;

$\hat{e}_{\parallel}^r$ , é o vetor unitário da componente do campo refletido na direção transversal ao plano de incidência;

Os unitários descritos na Figura 4.18 podem ser encontrados com a utilização de:

$$\hat{e}_{\perp}^i = -\hat{l} \times \hat{n} ; \quad (4.53)$$

$$\hat{e}_{\parallel}^i = -\hat{e}_{\perp}^i \times \hat{l} ; \quad (4.54)$$

$$\hat{e}_{\perp}^r = -\hat{S}^r \times \hat{n} ; \quad (4.55)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^i = -\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^r \times \hat{\mathbf{S}}^r ; \quad (4.56)$$

A expressão do campo elétrico no ponto de observação é dada pela equação (4.57):

$$\vec{\mathbf{E}}(P_L) \approx \vec{\mathbf{E}}^i(P_i) + \vec{\mathbf{E}}^i(Q_R) \cdot \bar{\bar{R}} \sqrt{\rho_1^r \rho_2^r} \frac{e^{-ikS^r}}{S^r} . \quad (4.57)$$

onde:

$\vec{\mathbf{E}}^i(P_i)$ , é o campo elétrico incidente (associado ao raio direto), que se propaga diretamente da fonte. O mecanismo de propagação do raio direto citado na referência é o mesmo utilizado na seção 4.2;

$S^r$ , é a distância entre os pontos de reflexão e observação;

$\vec{\mathbf{E}}^i(Q_R)$ , é o campo elétrico incidente no ponto de reflexão, representado nas direções paralela e perpendicular ao plano de incidência (na referência, estas polarizações são nomeadas *soft* e *hard*, respectivamente). Assim:

$$\vec{\mathbf{E}}^i(Q_R) = E_S^i \hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^i + E_H^i \hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i . \quad (4.58)$$

onde  $E_S^i$  e  $E_H^i$ , são amplitudes complexas das projeções do campo incidente nas direções *soft* e *hard*, respectivamente;

$\bar{\bar{R}}$ , é a diádica dos coeficientes de reflexão:

$$\bar{\bar{R}} = R_S \hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^i \hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^i + R_H \hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i \hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i . \quad (4.59)$$

onde  $R_S$  e  $R_H$  são os coeficientes de reflexão nas direções *soft* e *hard*, respectivamente. Os coeficientes têm a forma [5]:

$$R_{S,H} = - \left[ \sqrt{\frac{-4}{\xi^L}} e^{\frac{-i(\xi^L)^3}{12}} \left\{ \frac{e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi}\xi^L} [1 - F(X^L)] + P_{S,H}(\xi^L) \right\} \right] , \quad (4.60)$$

onde:  $F(X^L)$ , é a função de transição (a mesma da difração em aresta) com o argumento  $X^L$ , calculado pela equação:

$$X^L = 2kL^L \cos^2 \theta' , \quad (4.61)$$

em que  $L^L = l$  é a distância da fonte ao ponto de reflexão;

$\xi^L$ , é calculado pela equação abaixo:

$$\xi^L = -2m(Q_R)\cos\theta', \quad (4.62)$$

onde:

$$m(Q_R) = \sqrt[3]{\frac{k\rho_g(Q_R)}{2}}; \quad (4.63)$$

$\rho_g(Q_R)$ , é o raio principal de curvatura da superfície, medido no plano de incidência (para incidência horizontal, é igual ao raio do cilindro);  $P_{S,H}(\xi^L)$ , é conhecida como função de Pekeris e pode ser descrita para cada componente do campo como:

$$P_S(\xi^L) = P^*(\xi^L)e^{\frac{-i\pi}{4}} - \frac{e^{\frac{-i\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi}\xi^L}; \quad (4.64)$$

$$P_H(\xi^L) = Q^*(\xi^L)e^{\frac{-i\pi}{4}} - \frac{e^{\frac{-i\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi}\xi^L}; \quad (4.65)$$

inserindo as equações de Pekeris nas respectivas equações correspondentes aos coeficientes de reflexão, obtêm-se:

$$R_S = - \left[ \sqrt{\frac{-4}{\xi^L}} e^{\frac{-i(\xi^L)^3}{12}} e^{\frac{-i\pi}{4}} \left\{ \frac{-F(X^L)}{2\sqrt{\pi}\xi^L} + P^*(\xi^L) \right\} \right]; \quad (4.66)$$

$$R_H = - \left[ \sqrt{\frac{-4}{\xi^L}} e^{\frac{-i(\xi^L)^3}{12}} e^{\frac{-i\pi}{4}} \left\{ \frac{-F(X^L)}{2\sqrt{\pi}\xi^L} + Q^*(\xi^L) \right\} \right]; \quad (4.67)$$

onde  $P^*(\xi^L)$  e  $Q^*(\xi^L)$  são conhecidas como funções de espalhamento de Fock, que podem ser calculadas por intermédio de aproximações de fácil implementação:

- Para  $\xi^L > 3$  (região de sombra profunda):

$$P^*(\xi^L) = \frac{1}{2\xi^L\sqrt{\pi}} - \frac{e^{\frac{-i\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^5 \frac{e^{\xi^L q_n} e^{\frac{-i5\pi}{6}}}{[A'_i(-q_n)]^2}; \quad (4.68)$$

$$Q^*(\xi^L) = \frac{1}{2\xi^L\sqrt{\pi}} - \frac{e^{\frac{-i\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^5 \frac{e^{\xi^L q_n'} e^{\frac{-i5\pi}{6}}}{q_n [A'_i(-q_n')]^2}; \quad (4.69)$$

onde  $A_i(z)$  é conhecida como função de Airy e  $A'_i(z)$  é sua derivada. Os termos  $q_n$  e  $q_n'$  são os zeros da função correspondente, onde  $n$  representa a

ordem. A Tabela 4.1, que possui seus dados extraídos a partir do trabalho de Figueroa [93] e compilados em [94], contém os valores da função, sua derivada e os zeros até a quinta ordem.

Tabela 4.1 – Valores e zeros da função de Airy e sua derivada. Reproduzida de [94].

| N | qn      | q'n            | Ai'(-qn) | Ai(-q'n) |
|---|---------|----------------|----------|----------|
| 1 | 2,33811 | <b>1,01879</b> | 0,70121  | 0,53566  |
| 2 | 4,08795 | 3,24820        | -0,80311 | -0,41902 |
| 3 | 5,52055 | 4,82009        | 0,86520  | 0,38041  |
| 4 | 6,78670 | 6,16330        | -0,91085 | -0,35791 |
| 5 | 7,94413 | 7,37217        | 0,94734  | 0,34230  |

- Para  $\xi^L < -3$  (região de iluminação profunda):

$$P^*(\xi^L) = \frac{1}{2\xi^L\sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{|\xi^L|}}{2} \left[ 1 + \frac{i2}{(\xi^L)^3} \right] e^{\frac{i(\xi^L)^3}{12}} e^{i\frac{\pi}{4}}; \quad (4.70)$$

$$Q^*(\xi^L) = \frac{1}{2\xi^L\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{|\xi^L|}}{2} \left[ 1 + \frac{i2}{(\xi^L)^3} \right] e^{\frac{i(\xi^L)^3}{12}} e^{i\frac{\pi}{4}}; \quad (4.71)$$

- Para  $-3 < \xi^L < 3$ :

Neste intervalo, faz-se a interpolação dos valores previamente calculados e disponíveis na literatura [93], conforme demonstrado no Apêndice V.

Os termos  $\rho_1^r$  e  $\rho_2^r$  são os raios principais de curvatura da frente de onda do tubo de raios astigmáticos incidente na superfície do cilindro, que podem ser calculados por:

$$\rho_1^r = \left[ \frac{1}{l} + \frac{2\text{sen}^2\theta_0}{\rho_\tau \cos\theta'} \right]^{-1}; \quad (4.72)$$

$$\rho_2^r = l. \quad (4.73)$$

$\rho_\tau$ , é o raio principal de curvatura da superfície na direção de  $\hat{t}$ . Para um cilindro, é seu próprio raio.

A equação (4.57) calcula o campo final no ponto de observação. Se desejado, o campo elétrico  $\vec{E}^r(Q_R)$  imediatamente após a reflexão pode ser encontrado pela equação (4.74) abaixo:

$$\vec{E}^r(Q_R) = E_S^i R_S \hat{e}_{\parallel}^r + E_H^i R_H \hat{e}_{\perp}^r. \quad (4.74)$$

## 4.8.2

### Algoritmo e Implementação da Reflexão em Cilindros

O cálculo da reflexão em cilindros apresenta similaridades com o cálculo da difração em arestas. Contudo, é necessário esclarecer a forma de implementação para um bom entendimento, tendo em vista do grande número de equações e a forma como devem ser implementadas.

Inicialmente, quando o algoritmo encontra um raio com a indicação de ser do tipo espalhamento por poste, o algoritmo verifica se o ponto de observação (PO) está na região iluminada ou de sombra, através do procedimento explicado no Apêndice IV. Se o PO está na região iluminada, considera-se que haverá reflexão em algum ponto do cilindro e que o raio refletido atingirá o PO. A tarefa de encontrar esse ponto no espaço 3D não é trivial, pois sua resolução na forma analítica, segundo os autores deste estudo, não é conhecida. Foi equacionada com base no método do gradiente descendente [95], que aproximou as coordenadas do ponto de reflexão com a resolução de quatro casas decimais. A implementação desta rotina pode ser vista no Apêndice VI. Determinado o ponto de reflexão do raio, o algoritmo recalcula os novos pontos de interação no ambiente, pois, na fase de traçado de raios, o centro do cilindro foi considerado como ponto de interação. Assim, é necessária esta correção em todas as interações (sub-raios) para encontrar novos valores corrigidos das interações. Apenas dois raios são considerados dentre os quatro inicialmente traçados, que são os raios aéreo e terrestre. Um detalhe importante é que, no caso de haver reflexão possível entre a fonte e o ponto de observação, quaisquer raios difratados serão desconsiderados (desde que o raio refletido não esteja obstruído), conforme sugerido em [5].

Passada esta fase de pré-processamento da geometria do raio, o algoritmo atua de forma semelhante à utilizada na difração por arestas. Ou seja, encontra os vetores unitários e as componentes do campo incidente, via equações (4.53) à (4.56)

e (4.58). A seguir, calcula os coeficientes de reflexão por intermédio das equações (4.66) e (4.67). Para isso, calcula a equação (4.63), considerando o termo  $\rho_g(Q_R)$  na forma apresentada no Apêndice VII. Em seguida, calcula  $\xi^L$  na equação (4.62).

Prosseguindo, é calculado o argumento  $X^L$  da função de transição, fazendo menção a  $L^L$ , igual à distância do transmissor ao ponto de reflexão no cilindro (retificada, quando houver reflexões intermediárias em faces de edificações). Com isso, pode-se calcular a função de transição e utilizar o valor de  $\xi^L$  para escolher a equação que será usada no cálculo das funções de espalhamento de Fock (com o auxílio dos dados da Tabela 4.1, se  $\xi^L$  estiver na região de sombra profunda).

### 4.8.3

#### Ponto de Observação na Região de Sombra

As mesmas considerações iniciais sobre a modelagem apresentadas na seção anterior se aplicam neste caso. Contudo, na região de sombra, é considerado apenas o mecanismo do campo que se difrata na superfície do cilindro. Isto é, propaga-se sobre ela em um percurso geodésico e emerge em um ponto tangente. A partir deste ponto, se propaga no espaço livre e atinge o ponto de observação em percurso direto. A referência geométrica utilizada no desenvolvimento foi a da Figura 4.19, também reproduzida do texto original.

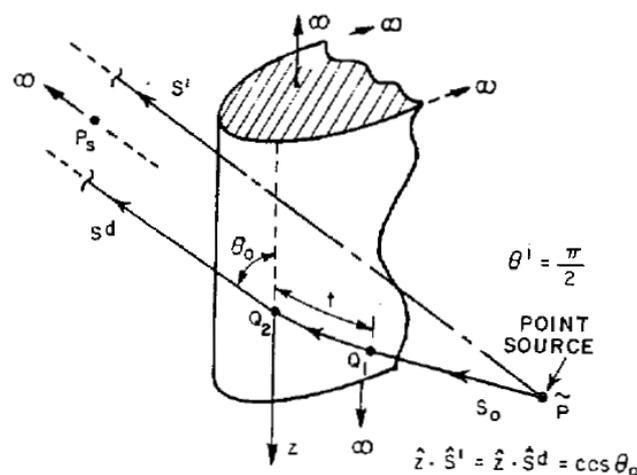


Figura 4.19 – Representação da difração por uma superfície cilíndrica, reproduzida de [5].

Utilizando a Figura acima como referência, pode-se destacar:

$\tilde{P}$ , é a fonte pontual de ondas esféricas;

$P_s$ , é o ponto de observação;

$Q_1$ , é o ponto de incidência do raio emitido em  $\tilde{P}$ , tangente ao cilindro;

$Q_2$ , é o ponto de emergência do raio difratado, tangente ao cilindro;

$S_0$ , é a distância da fonte ao ponto  $Q_1$ , sendo  $\hat{S}_0$  o vetor unitário associado;

$z$ , é a direção da linha vertical que passa pelo ponto  $Q_R$ , sendo  $\hat{z}$  o vetor unitário associado;

$S^d$ , é a distância do ponto  $Q_2$  ao ponto de observação, sendo  $\hat{S}^d$  o vetor unitário associado;

$\theta_0$ , é o ângulo formado entre os vetores  $\hat{z}$  e  $\hat{S}^d$ ;

$t$ , é o comprimento do arco entre os pontos  $Q_1$  e  $Q_2$ .

Analisando o raio e a interação sob o ponto de vista do campo, pode-se usar a Figura 4.20 como referência, onde:

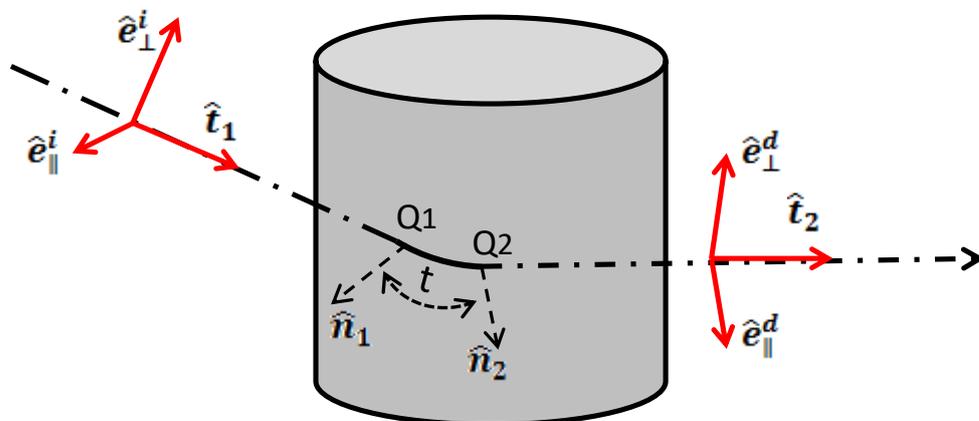


Figura 4.20 – Representação da difração em cilindros: visão das componentes do campo elétrico e dos raios incidente e difratado.

onde o plano de incidência contém os vetores  $\hat{n}_1$  e  $\hat{t}_1$ ; o plano de difração contém os vetores  $\hat{n}_2$  e  $\hat{t}_2$  e:

$\hat{n}_1$ , é o vetor unitário na direção normal à superfície no ponto  $Q_1$ ;

$\hat{n}_2$ , é o vetor unitário na direção normal à superfície no ponto  $Q_2$ ;

$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^i$ , é o vetor unitário da componente do campo incidente na direção paralela ao plano de incidência;

$\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i$ , é o vetor unitário da componente do campo incidente na direção transversal ao plano de incidência;

$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^d$ , é o vetor unitário da componente do campo difratado na direção paralela ao plano de difração;

$\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^d$ , é o vetor unitário da componente do campo difratado na direção transversal ao plano de difração;

$\hat{\mathbf{t}}_1$ , é o vetor unitário na direção do raio incidente, tangente à superfície no ponto  $Q_1$ ;

$\hat{\mathbf{t}}_2$ , é o vetor unitário na direção do raio difratado, tangente à superfície no ponto  $Q_2$ ;

Os unitários descritos na Figura 4.20, podem ser encontrados pelas equações:

$$\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i = -\hat{\mathbf{t}}_1 \times \hat{\mathbf{n}}_1 ; \quad (4.75)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^i = -\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i \times \hat{\mathbf{t}}_1 ; \quad (4.76)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^d = -\hat{\mathbf{t}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}_2 ; \quad (4.77)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel}^d = -\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^d \times \hat{\mathbf{t}}_2 ; \quad (4.78)$$

Os unitários  $\hat{\mathbf{t}}_{1,2}$  e  $\hat{\mathbf{n}}_{1,2}$  são determinados após o algoritmo calcular os pontos  $Q_{1,2}$ , na forma explicada no Apêndice VIII.

A expressão do campo elétrico no ponto de observação  $\vec{\mathbf{E}}(P_s)$  é dado pela equação (4.79):

$$\vec{\mathbf{E}}(P_s) \approx \vec{\mathbf{E}}^i(Q_1) \cdot \bar{T} \sqrt{\rho_2^d} \frac{e^{-ikS^d}}{S^d} . \quad (4.79)$$

onde:

$\vec{\mathbf{E}}^i(Q_1)$ , é o campo elétrico incidente imediatamente antes da interação com o cilindro no ponto  $Q_1$ . O campo pode ser decomposto nas polarizações *soft* e *hard* no plano de incidência, assumindo a forma:

$$\vec{E}^i(Q_1) = E_S^i \hat{e}_{\parallel}^i + E_H^i \hat{e}_{\perp}^i. \quad (4.80)$$

onde  $E_S^i$  e  $E_H^i$ , são amplitudes complexas das projeções do campo incidente nas direções *soft* e *hard*, respectivamente, conforme descritas no texto da referência.

$\vec{T}$ , é a diádica dos coeficientes de difração, tal que:

$$\vec{E}^i(Q_1) \cdot \vec{T} = (E_S^i T_S \hat{e}_{\parallel}^d + E_H^i T_H \hat{e}_{\perp}^d) \quad (4.81)$$

onde  $T_S$  e  $T_H$  são os coeficientes de difração nas direções *soft* e *hard*, respectivamente. Os coeficientes têm a forma:

$$T_{S,H} = \left[ -\sqrt{m(Q_1)m(Q_2)} \sqrt{\frac{2}{k}} \left\{ \frac{e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi}\xi^d} [1 - F(X^d)] + P_{S,H}(\xi^d) \right\} \right] \cdot \sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(Q_2)}} e^{-ikt}, \quad (4.82)$$

onde  $P_{S,H}(\xi^d)$ , são as funções de Pekeris, já descritas nas equações (4.70) e (4.71), com o argumento  $\xi^d$ . Inserindo estas equações em (4.82) obtêm-se:

$$T_S = \left[ -\sqrt{m(Q_1)m(Q_2)} \sqrt{\frac{2}{k}} \left\{ \frac{-F(X^d)}{2\sqrt{\pi}\xi^d} + P^*(\xi^d) \right\} \right] e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(Q_2)}} e^{-ikt}, \quad (4.83)$$

$$T_H = \left[ -\sqrt{m(Q_1)m(Q_2)} \sqrt{\frac{2}{k}} \left\{ \frac{-F(X^d)}{2\sqrt{\pi}\xi^d} + Q^*(\xi^d) \right\} \right] e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(Q_2)}} e^{-ikt}, \quad (4.84)$$

onde:

$F(X^d)$ , é a função de transição, sendo seu argumento calculado por:

$$X^d = \frac{kL^d(\xi^d)^2}{2m(Q_1)m(Q_2)}; \quad (4.85)$$

$$L^d = S_0; \quad (4.86)$$

$$\xi^d = \int_{Q_1}^{Q_2} dt' \frac{m(t')}{\rho_g(t')}; \quad (4.87)$$

$$m(u) = \sqrt[3]{\frac{k\rho_g(u)}{2}}; \quad (4.88)$$

onde, na equação (4.88)  $u$  representa  $t'$ ,  $Q_1$  ou  $Q_2$ . Os termos  $\rho_g(t')$ ,  $\rho_g(Q_1)$  e  $\rho_g(Q_2)$  são os raios principais de curvatura da superfície do cilindro medidos pelo plano que contém o arco  $t$  (cujos extremos são os pontos  $Q_1$  e  $Q_2$ ), pelo plano de incidência em  $Q_1$  e pelo plano de difração no ponto  $Q_2$ , respectivamente, conforme a mostra a Figura 4.21.

O termo da integral na equação (4.87) representa o comprimento do arco  $t$ . Pode ser calculado pela equação (4.89), como explicado no Apêndice VIII.

$$t = \int_{Q_1}^{Q_2} dt'. \quad (4.89)$$

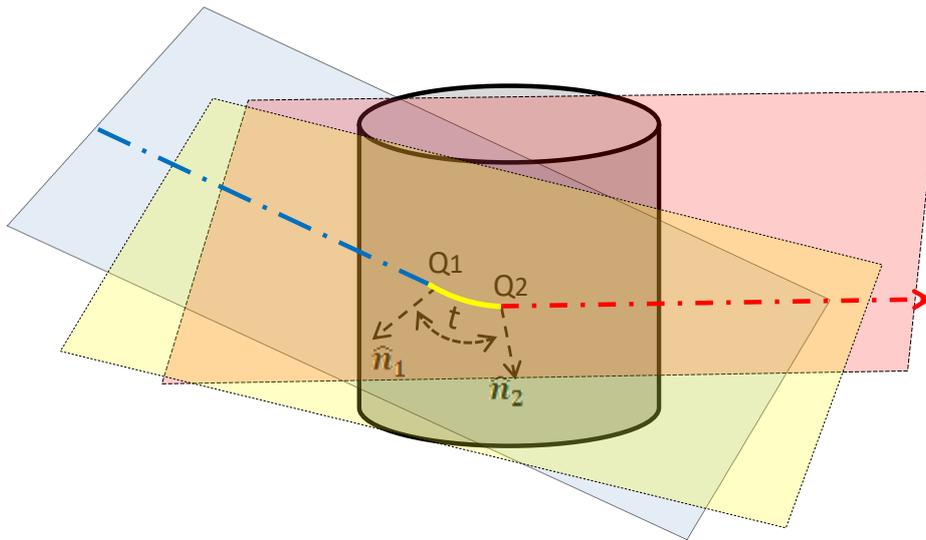


Figura 4.21 – Planos considerados para a determinação de:  $\rho_g(t')$ - plano amarelo;  $\rho_g(Q_1)$ - plano azul; e  $\rho_g(Q_2)$ - plano vermelho.

O termo  $\sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(Q_2)}}$  é calculado na referência pela equação abaixo:

$$\sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(Q_2)}} = \sqrt{\frac{s_0}{s_0+t}}. \quad (4.90)$$

As funções de espalhamento de Fock  $P^*(\xi^d)$  e  $Q^*(\xi^d)$  podem ser calculadas da mesma forma utilizada para o caso da reflexão em cilindros.

Contudo, o parâmetro  $\xi^d$  deve ser utilizado na seleção da equação a ser empregada.

Por fim, tem-se o termo  $\rho_2^d = S_0 + t$ .

A difração em cilindros é um mecanismo de alto custo computacional e causa altas perdas ao campo incidente. A análise do formalismo empregado em sua modelagem indica que a perda é fortemente dependente do tamanho do percurso propagado sobre a superfície do cilindro. Assim, optou-se por considerar apenas difrações em que o arco  $\overline{Q_1 Q_2}$  possua uma abertura angular inferior a  $180^\circ$ . Acima deste limite, presume-se que as perdas esperadas tornem o campo difratado desprezível para aplicações práticas em comunicações móveis.

#### 4.8.4

#### Algoritmo e Implementação da Difração em Cilindros

O cálculo da difração em cilindros é bastante similar ao cálculo da reflexão no mesmo obstáculo. Inicialmente, quando o algoritmo encontra um raio com a indicação de ser do tipo espalhamento por poste, o algoritmo verifica se o ponto de observação (PO) está na região iluminada ou de sombra, através do procedimento explicado no Apêndice IV. Se o PO está na região de sombra, considera-se que poderá ocorrer difração em raios tangentes à superfície do cilindro. Foram considerados quatro possíveis raios difratados (dois aéreos e dois terrestres), todos tangentes ao cilindro. O modo de cálculo dos pontos de interação destes raios está explicado no Apêndice VIII. Determinados os pontos de interação de cada raio com o cilindro, o algoritmo recalcula os novos pontos de interação de cada raio no ambiente, pois, na fase de traçado de raios, o centro do cilindro foi considerado como ponto de interação. Assim, é necessária esta correção em todas as interações (sub-raios) para encontrar novos valores corrigidos para as mesmas.

Em seguida, o algoritmo atua de forma semelhante à utilizada na reflexão por cilindros. Ou seja, encontra os vetores unitários e as componentes do campo

incidente, usando as equações (4.75) a (4.78). A seguir, calcula os coeficientes de difração por intermédio das equações (4.83) e (4.84). Para isso, calcula a equação (4.88), considerando os termos  $\rho_g(t')$ ,  $\rho_g(Q_1)$  e  $\rho_g(Q_2)$  na forma apresentada no Apêndice VII. Em seguida calcula  $\xi^d$  na equação (4.87), onde o termo da integral tem o valor de  $t$  (comprimento do arco entre  $Q_1$  e  $Q_2$ ), que é determinado de acordo com o Apêndice VIII.

Prosseguindo, é calculado o argumento da função de transição,  $X^d$ , fazendo menção a  $L^d = S_0$ , que é a distância retificada do transmissor até o ponto  $Q_1$ . Com isso, pode-se calcular a função de transição e utilizar o valor de  $\xi^d$  para selecionar a equação que será usada no cálculo das funções de espalhamento de Fock, com o auxílio dos dados da Tabela 4.1, se necessário. Por fim, o campo pode ser calculado no ponto de observação pela equação (4.79). Se desejado, pode ser calculado o campo imediatamente após a difração pela mesma equação, desconsiderando o termo  $\sqrt{\rho_2^d} \frac{e^{-ikS^d}}{S^d}$ . Este termo representa a propagação do campo entre os pontos  $Q_2$  e de observação, de modo que se pode escrever:

$$\vec{E}(Q_2) \approx \vec{E}^i(Q_1) \cdot \vec{T} . \quad (4.91)$$

#### 4.8.5

### Cálculo dos Campos Elétricos Espalhados por Cilindros

O método de cálculo do campo elétrico para esta classe de espalhadores segue o padrão utilizado pelos demais mecanismos, com pequenas diferenças. Foi considerada neste estudo apenas uma interação da classe espalhamento por cilindros, em função do alto custo computacional dos modelos utilizados e das altas perdas esperadas na faixa de frequências milimétricas. Tanto a reflexão quanto a difração utilizam o campo elétrico imediatamente antes da interação para calcular o campo imediatamente após a interação. Para obter o campo elétrico até o ponto de observação final, é necessário calcular os efeitos da propagação sobre todo o percurso considerado. O algoritmo calcula o campo do transmissor até o ponto ime-

diatamente antes da interação, utilizando a equação (4.50). Em seguida, são calculados os campos após as interações  $\vec{E}_{rV}$  e  $\vec{E}_{rH}$ , para reflexões nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente e  $\vec{E}_{dV}$  e  $\vec{E}_{dH}$ , para as difrações nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Pode ser utilizada a equação (4.74), se a interação for uma reflexão, ou a equação (4.91), para o caso de difração. Por fim, os campos no receptor podem ser calculados por:

$$\vec{E}_{rxRV} = \vec{E}_{rV} G_{rxV} D_r A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ikd_{r,d}} ; \quad (4.92a)$$

$$\vec{E}_{rxRH} = \vec{E}_{rH} G_{rxH} D_r A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ikd_{r,d}} ; \quad (4.92b)$$

$$\vec{E}_{rxDV} = \vec{E}_{dV} G_{rxV} D_d A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ikd_{r,d}} ; \quad (4.92c)$$

$$\vec{E}_{rxDH} = \vec{E}_{dH} G_{rxH} D_d A_g \sqrt{A_{ef}} e^{-ikd_{r,d}} ; \quad (4.92d)$$

onde  $\vec{E}_{rxRV}$  e  $\vec{E}_{rxRH}$  são os campos finais resultantes da reflexão no cilindro e demais interações com o ambiente, nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Os termos  $\vec{E}_{rxDV}$  e  $\vec{E}_{rxDH}$  são os campos finais resultantes da difração no cilindro e demais interações com o ambiente, nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. Os termos  $G_{rxV}$  e  $G_{rxH}$  são os ganhos de amplitude do conjunto linear nas polarizações vertical e horizontal, respectivamente. A perda por gases atmosféricos  $A_g$  utiliza a distância total retificada do transmissor até o receptor para cada tipo de raio. A frente de onda emitida pelo transmissor, considerada esférica na região de campo distante, sofre deformação tanto na reflexão quanto na difração pelo cilindro. Assim, não é mais possível considerá-la esférica, o que leva a novos coeficientes de espalhamento. Embora a referência utilizada não nomeie nenhum termo como coeficiente ou fator de espalhamento, ele é identificável nas equações (4.57) e (4.79) para a reflexão e difração pelo cilindro, respectivamente, o que leva a:

$$D_r = \frac{\sqrt{\rho_1^r \rho_2^r}}{s^r} ; \quad (4.93)$$

$$D_d = \frac{\sqrt{\rho_2^d}}{s^d} ; \quad (4.94)$$

por fim, o termo  $d_{r,d}$  representa a distância retificada entre o transmissor e o receptor, considerando a geometria do raio que está sendo analisado (refletido ou difratado).

Uma forma de cálculo do campo elétrico semelhante é utilizada também para raios com várias reflexões em faces e um espalhamento (reflexão ou difração em cilindro). Inicialmente, o campo elétrico é propagado do transmissor até o ponto de espalhamento, considerando todas as possíveis reflexões em face intermediárias, conforme os procedimentos descritos na seção 4.4. No ponto de espalhamento, o campo elétrico é decomposto antes da interação e recomposto após a interação, com a aplicação dos coeficientes de reflexão ou difração apropriados. Em seguida, o campo elétrico é propagado até o receptor, repetindo os procedimentos descritos acima, se houver mais reflexões em face. Os mesmos cuidados tomados na seção 4.7 em relação aos raios difratados devem ser observados.

## 4.9

### Espalhamento Causado por Árvores

A árvore foi modelada discriminando entre tronco e copa, que ocupam regiões distintas, ambos com a forma de cilindros retos e concêntricos que não se interpenetram. Ou seja, o limite superior do tronco acaba na altura determinada para o início da copa, conforme mostra a Figura 4.22.

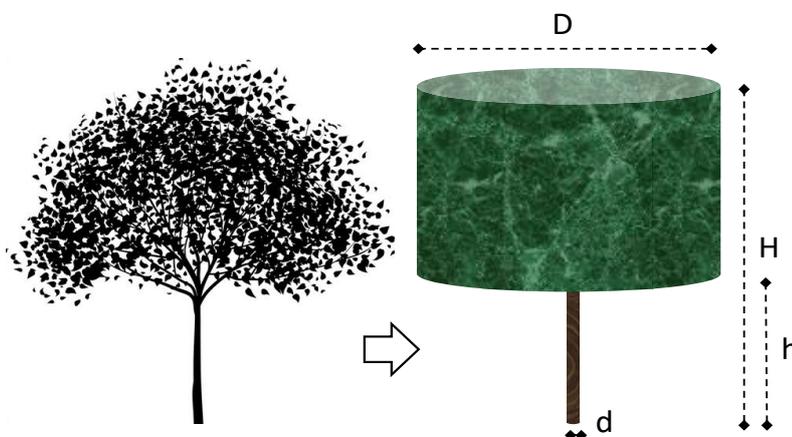


Figura 4.22 – Modelagem da árvore pelo tronco e copa:  $D$  é o diâmetro da copa,  $d$  é o diâmetro do tronco,  $H$  e  $h$  são as alturas da árvore e início da copa, respectivamente.

Quando o algoritmo identifica um raio 2.5D que interage com uma árvore, verifica inicialmente se este irá interagir com o tronco ou com a copa. Para isso, calcula as distâncias retificadas do raio do transmissor à árvore e da árvore ao receptor. De posse das alturas dos transceptores, verifica se a trajetória dos raios aéreo e terrestre interceptam alguma das duas estruturas, como mostra o exemplo da Figura 4.23.

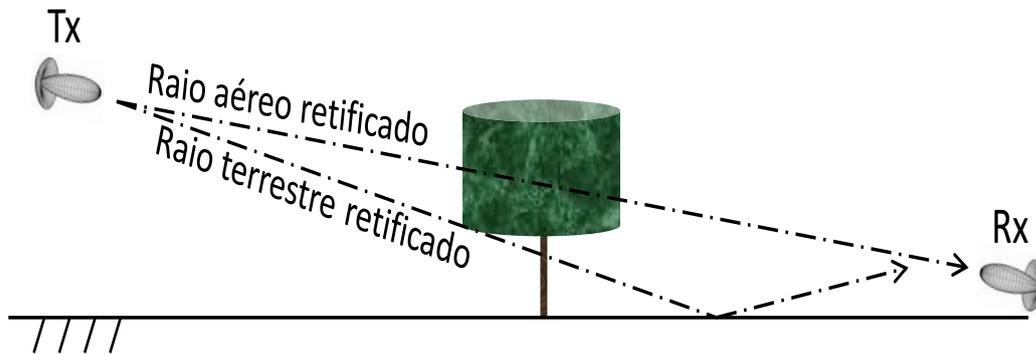


Figura 4.23 – Geometria dos raios retificados entre o Tx e o Rx.

Utilizando o exemplo da Figura 4.23, é possível saber se a trajetória de um raio intercepta a árvore na altura do tronco ou da copa. Neste estudo, se um raio atinge a árvore abaixo do início da altura da copa, considera-se que interage com o tronco. Acima deste limite, a interação se dá com a copa, se as alturas do intervalo de interação forem inferiores a  $H$ . Foram consideradas árvores iguais e com as mesmas características geométricas ( $D$ ,  $d$ ,  $H$ ,  $h$ ), descritas pelos valores médios destas variáveis, calculados no Capítulo III para cada ambiente simulado.

A discriminação de qual estrutura interage com o raio incidente é importante, pois as modelagens dos efeitos das duas estruturas são individuais.

#### 4.9.1

##### Raio com Espalhamento Causado no Tronco

Para este mecanismo, a mesma modelagem e considerações apresentadas na seção 4.8 (espalhamento por cilindro) e suas subseções foram empregadas. Deve-se ressaltar, apenas, o tamanho diferente do raio do cilindro considerado.

#### 4.9.2

### Raio com Espalhamento Causado pela Copa

O cálculo do campo proveniente do espalhamento provocado por uma copa de árvore é de grande complexidade. As estruturas que a compõem (folhas e ramos), possuem dimensões e densidades variáveis, assim como posicionamentos aleatórios. Assim, foram considerados em sua modelagem três tipos de interações: raios refletidos em sua superfície, raios difratados ao longo de percursos geodésicos definidos sobre a folhagem e raios que interceptam a copa e sofrem espalhamento, de acordo com diagramas próprios.

Os dois primeiros mecanismos são tratados com o auxílio da UTD, utilizando a modelagem feita na seção 4.8, que trata do espalhamento e difração por cilindros. É importante salientar que as dimensões dos cilindros que representam a copa são as obtidas no capítulo III e que não há difração e nem reflexão em seu limite inferior e nem superior. As interações ocorrem apenas na área lateral.

Para a modelagem do terceiro mecanismo, que pressupõem a ação de um feixe atingindo a copa da árvore, existem algumas abordagens descritas na literatura. Foi utilizado o trabalho de Caldeirinha e Al-Nuaimi [98], proposto para utilização em traçado de raios, que possui um bom compromisso entre validade, aferida por intermédio de comparações com resultados experimentais, e seu custo computacional. Outros modelos populares na literatura, como o proposto na Recomendação ITU-R P.833-9 [99] são de difícil implementação para o uso em simulações intensivas.

O modelo adotado foi proposto inicialmente a partir de um modelo determinístico que utiliza o método *Radiative Energy Transfer* (RET) para explicar a propagação através de um meio que contém folhas, ramos e galhos agindo como espalhadores aleatoriamente posicionados e orientados. Johnson e Schwering [100] desenvolveram o tema e apresentaram alguns parâmetros que definem o problema. Esta definição inicial foi utilizada pelos autores, que a testaram experimentalmente e propuseram alguns novos parâmetros de ajuste que podem ser obtidos por medições e dados reais de espécimes vegetais. Basicamente, o raio é obstruído pela copa,

e o diagrama de espalhamento da potência recebida em um ponto de observação é aproximada por:

$$D(\theta) = \alpha f(\theta) + (1 - \alpha); \quad (4.95)$$

onde  $f(\theta)$  é uma função Gaussiana de média zero.  $D(\theta)$  define um diagrama de espalhamento, simétrico em azimute em relação à direção de propagação (ângulo  $0^\circ$ ), de acordo com a Figura 4.24 abaixo:

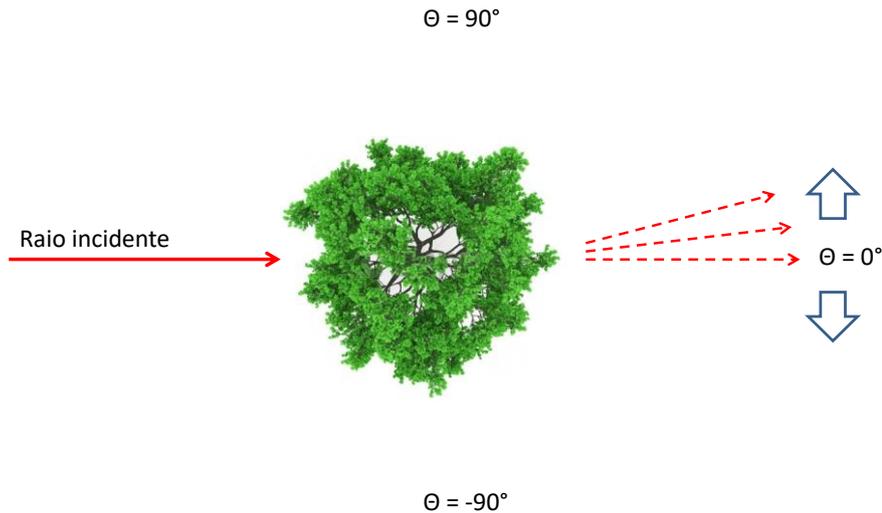


Figura 4.24 – Geometria do modelo: vista do plano superior. O ângulo de partida do raio é obtido a partir do plano que contém a fonte virtual e o ponto de observação.

O diagrama de espalhamento  $D(\theta)$  é formado pela função Gaussiana somada a um *offset*  $(1 - \alpha)$ . O parâmetro  $\alpha$  está relacionado à energia espalhada na direção do raio incidente. A função  $f(\theta)$  é escrita como:

$$f(\theta) = \left(\frac{2}{\beta_s}\right)^2 e^{-\left(\frac{\theta}{\beta_s}\right)^2}; \quad (4.96)$$

onde  $\beta_s$  é um fator de ajuste relacionado à largura do feixe de meia potência do diagrama de espalhamento de uma determinada árvore. Os valores de  $\alpha$  e  $\beta_s$  são característicos de cada árvore, ainda que árvores da mesma espécie e geometria possam apresentar diagramas apenas parecidos [101]. Normalizando  $D(\theta)$  pelo seu valor em máximo em  $D(0)$ :

$$D_n(\theta) = \frac{4\alpha\beta_s^{-2} e^{-\left(\frac{\theta}{\beta_s}\right)^2} + (1-\alpha)}{4\alpha\beta_s^{-2} + (1-\alpha)}. \quad (4.97)$$

O modelo foi validado por intermédio de duas campanhas de medições, que também serviram de base de ajuste aos valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta_s$ . Nas campanhas, foram utilizadas as frequências de 20 GHz e 62.4 GHz, com polarização vertical nos dois transceptores. O transmissor e as árvores mensuradas permaneceram em suas posições e o receptor foi deslocado ao longo de um círculo centrado na árvore do experimento em intervalos angulares uniformes de um grau. O estudo observou que os resultados são muito similares entre as polarizações vertical e horizontal.

Os experimentos foram realizados em uma câmara anecóica e nas vizinhanças de uma árvore isolada em um ambiente externo. Os espécimes foram Ficus (*indoor*) e uma árvore decídua madura no ambiente externo.

Os dados coletados confirmam que a energia espalhada em altos valores de  $\theta$  ( $\pi/2 < \theta < 3\pi/4$ ) pode ser caracterizada por uma distribuição uniforme, de baixa intensidade. Já a energia espalhada em baixos valores de  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi/2$ ) possui uma distribuição próxima de uma Gaussiana, confirmando as predições de outros autores que fizeram experimentos semelhantes [102].

Neste estudo, foram utilizados os valores de  $\beta_s = \frac{\pi}{12}$  e  $\alpha = 0,5$ , obtidos do espécime plantado em ambiente externo na frequência mais alta e que apresentou boa concordância com o modelo e possui boa semelhança com as árvores utilizadas em arborização urbana [102]. Utilizando estes parâmetros e o valor do campo elétrico imediatamente antes da interação com a copa  $E_i$ , a potência espalhada assume a forma:

$$P(\theta) = |E_i|^2 \left(1 - 10^{\frac{P_i}{20}}\right)^2 \left[ \frac{4\alpha\beta_s^{-2} e^{-\left(\frac{\theta}{\beta_s}\right)^2} + (1-\alpha)}{4\alpha\beta_s^{-2} + (1-\alpha)} \right]. \quad (4.98)$$

onde  $P_i$  é conhecido na literatura como perda de inserção, e quantifica a potência perdida pelo raio na interação com uma copa, em dB. Um trabalho prévio [103], que estudou a despolarização provocada pela copa de uma árvore sobre raios na faixa milimétrica identificou três regiões distintas no diagrama de espalhamento de uma árvore isolada:

- a) A região I, próxima à direção do raio incidente na copa, para pequenos valores do ângulo  $\theta$  ( $-2,5^\circ < \theta < 2,5^\circ$ ), possui o campo mais intenso e coerente, sendo o efeito de despolarização menos intenso;
- b) Na região II, nas laterais imediatas ( $-10^\circ < \theta < 10^\circ$ , excluindo a região I), o sinal possui intensidade mais baixa. O campo é usualmente incoerente e despolarizado, devido ao espalhamento difuso;
- c) A região III, com altos valores de  $\theta$  (resto da circunferência), possui baixa energia e despolarização igualmente elevada.

Outro trabalho importante a abordar os efeitos da despolarização em copas de árvores na faixa milimétrica, de Torrico, Bertoni e Lang [104], cita que a fase e a polarização do sinal espalhado é aleatória. A intensidade (módulo do campo elétrico)  $|\mathbf{E}_s|$  associada ao raio imediatamente após a interação com a copa da árvore é dada por:

$$|\mathbf{E}_s| = \sqrt{P(\theta)}; \quad (4.99)$$

### 4.9.3

#### Cálculo do Campo Elétrico Associado ao Espalhamento por Copa

As componentes do campo elétrico imediatamente após a interação com a copa podem ser escritas:

$$\mathbf{E}_{sV} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{E}_s| e^{-i\varphi_1}; \quad (4.100a)$$

$$\mathbf{E}_{sH} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{E}_s| e^{-i\varphi_2}; \quad (4.100b)$$

onde  $\mathbf{E}_{sV}$  e  $\mathbf{E}_{sH}$  são as componentes vertical e horizontal do campo elétrico após a interação, respectivamente e  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  são fases aleatórias, obtidas a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi]$ . Os unitários do campo nas direções vertical e horizontal são calculados da mesma forma utilizada nos demais mecanismos; ou seja, baseados em relações vetoriais entre a direção vertical e a direção do raio

que parte da interação.

Foi considerada apenas uma interação do tipo espalhamento por copas por raio. As mesmas considerações feitas sobre a forma de cálculo do campo até o ponto de observação, de raios com múltiplas reflexões especulares tanto antes, quanto após a interação podem ser aplicadas neste caso.

#### 4.9.4

#### Atenuação do Raio Causada pela sua Interceptação por Copa de Árvore

Além dos raios que foram traçados pelo mecanismo de espalhamento em copas de árvores, podem existir outros raios, que interagem com copas à medida que se propagam pelo ambiente, na dependência do canal considerado. Estes raios também podem interceptar copas de árvores que estejam presentes em seus percursos entre os transeptores. Inicialmente, o algoritmo verifica cada raio traçado em relação a uma possível interceptação por copa de árvore. Para tanto, o modelo verifica a existência de interseções entre cada sub-raio existente em cada raio traçado com cada copa existente nos quarteirões adjacentes àquele elemento sob análise. A geometria que descreve o problema considera as projeções de um sub-raio e de uma copa, conforme mostra a Figura 4.25:

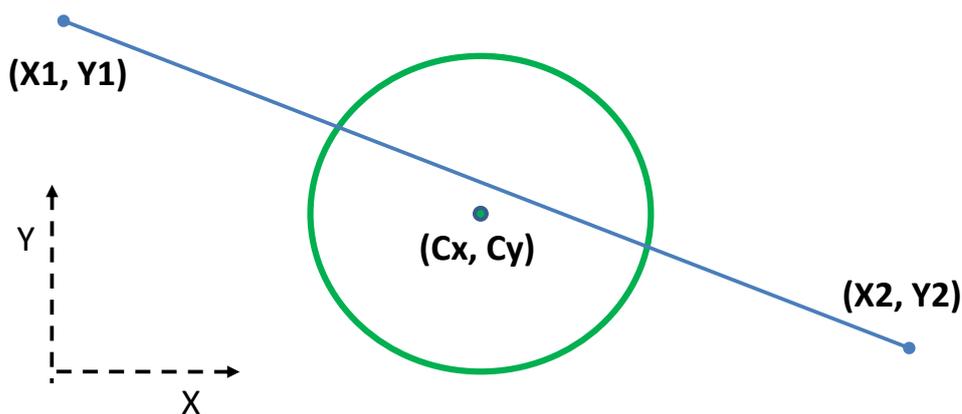


Figura 4.25 – Geometria do problema: projeção da copa (verde), projeção do sub-raio (azul). Os pontos  $(X1, Y1)$  e  $(X2, Y2)$  são as projeções dos extremos do sub-raio e o ponto  $(Cx, Cy)$  é a projeção do centro da copa.

O algoritmo representa o segmento de reta e o círculo pelas equações:

$$y - Y_1 = m(x - X_1); \quad (4.101)$$

ou,

$$y = Ax + B; \quad (4.102)$$

onde:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}; \quad (4.103)$$

$$\begin{cases} A = m \\ B = (y - mX_1) \end{cases}; \quad (4.104)$$

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2; \quad (4.105)$$

onde  $r$  é o raio do cilindro que representa a copa, que foi aproximado pelos valores obtidos na campanha de medições descrita no Capítulo III. Em seguida, a variável  $y$  da equação (4.105) é substituída pelo lado direito da equação (4.102), produzindo o polinômio com as características apresentadas a seguir:

$$A'x^2 + B'x + C' = 0; \quad (4.106)$$

onde:

$$\begin{cases} A' = (1 + A^2) \\ B' = (2AB - 2AC_y - 2C_x) \\ C' = (C_x^2 + C_y^2 - 2BC_y + B^2 - r^2) \end{cases}. \quad (4.107)$$

O determinante  $\Delta$  associado à solução da equação (4.106) pode produzir os seguintes resultados:

$$\begin{cases} \Delta = 0, \text{ a reta é tangente à circunferência} \\ \Delta < 0, \text{ a reta é externa à circunferência} \\ \Delta > 0, \text{ a reta é secante à circunferência} \end{cases} \quad (4.108)$$

A intenção é encontrar o percurso do sub-raio interceptado pela copa. A situação em que  $\Delta = 0$ , já é prevista pelo algoritmo, pois pode haver uma difração. Assim, sua modelagem já está prevista neste Capítulo. O sub-raio não intercepta a copa no caso  $\Delta < 0$ . Apenas o caso em que  $\Delta > 0$  é de interesse, pois nesse caso o raio pode se propagar pela copa da árvore. Quando essa situação é verificada, o algoritmo analisa o problema na forma tridimensional, ilustrada na Figura 4.26 abaixo:

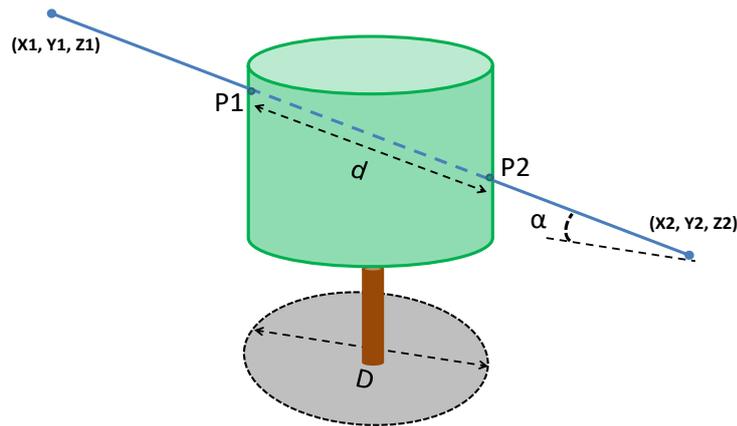


Figura 4.26 – Geometria do problema em 3D: projeção da copa (cinza), e geometria da propagação.

Determinados os dois valores de  $x$  dos pontos de interseção da reta com a circunferência pela solução da equação (4.106), encontra-se os respectivos valores das abscissas  $y$ . Desta forma, definem-se os pontos de interseção da reta com a circunferência, que são as projeções, no solo, do sub-raio e da copa, respectivamente. Como as alturas  $Z1$  e  $Z2$  estão armazenadas na base de dados, encontrar as coordenadas dos pontos de interseção  $P1$  e  $P2$  entre o segmento inclinado e a copa é trivial, com o uso de semelhança entre triângulos.

O algoritmo executa mais uma verificação, pois, mesmo que a projeção do sub-raio seja secante à projeção da copa, pode-se constatar que quatro situações são possíveis na configuração tridimensional:

- Os pontos  $P1$  e  $P2$  estão situados entre os limites da copa. Neste caso, a distância propagada sobre vegetação  $d$  é calculada diretamente dos pontos usando o teorema de Pitágoras;
- Os pontos  $P1$  e  $P2$  estão ambos acima ou abaixo da copa. Neste caso não há interseção;
- O ponto  $P1$  está acima ou abaixo dos limites da copa, mas  $P2$  se encontra em seus limites. Neste caso é calculado o ponto de interseção do raio com a parte superior ou inferior da copa (plana nos extremos), que é então considerado para o cálculo da distância percorrida;
- O ponto  $P2$  está acima ou abaixo dos limites da copa, mas  $P1$  se encontra em seus limites. Neste caso, a distância percorrida é calculada da mesma forma que no item anterior.

O procedimento descrito é repetido para todas as combinações de copas seccionadas na área e sub-raios de cada raio. As distâncias associadas a cada raio são somadas, perfazendo a distância total percorrida em copas. A Figura 4.27 apresenta o resultado para todos os raios de um determinado canal.

No caso de um raio interceptado por copas, o valor da sua contribuição ao campo elétrico no ponto de observação calculada anteriormente em uma dada frequência é adicionalmente multiplicado por:

$$10^{\frac{\gamma d_t}{20}} e^{-j\varphi}; \quad (4.109)$$

onde  $\gamma$  é um fator de perda adicional devida ao percurso em copas (dB/m);  $d_t$  é a distância total do raio percorrida em copas de árvores, em metros; e  $\varphi$  é uma fase aleatória uniformemente distribuída no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Existem alguns modelos importantes para  $\gamma$  na literatura correspondente. Por exemplo, o modelo de Weissberger [105] foi proposto empiricamente, através de amplas campanhas de medições, utilizando diversas frequências e espécimes típicos de arborização urbana. Este modelo serviu de base para a Recomendação ITU-R P.833-9 [99], que descreve procedimentos para vários ambientes e tipos de geometria da propagação. O modelo proposto pela ITU possui a particularidade de ter sido proposto para tratar exclusivamente da perda adicional devida a percursos nos interiores de copas de árvores. O valor da atenuação específica  $\gamma$  depende da espécie e da densidade da vegetação. Este parâmetro varia também em função da época do ano. De fato, dependendo da espécie, esta pode perder as folhas e mudar seus parâmetros elétricos em função da maior ou menor quantidade de seiva presente na árvore. Valores típicos deste parâmetro podem ser vistos na Figura 4.28, reproduzida de [99] e obtida de espécies de clima temperado.

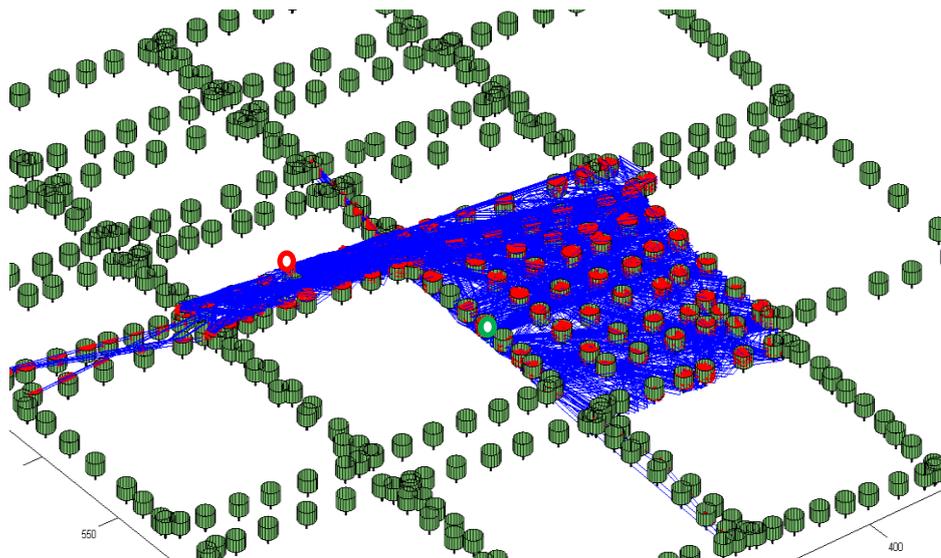


Figura 4.27 – Exemplo de aplicação do algoritmo: todos os raios (retas azuis) de um canal e as suas intercepções em copa (segmentos vermelhos). O Tx (círculo vermelho) e o Rx (círculo verde) estão em um canal sem visada.

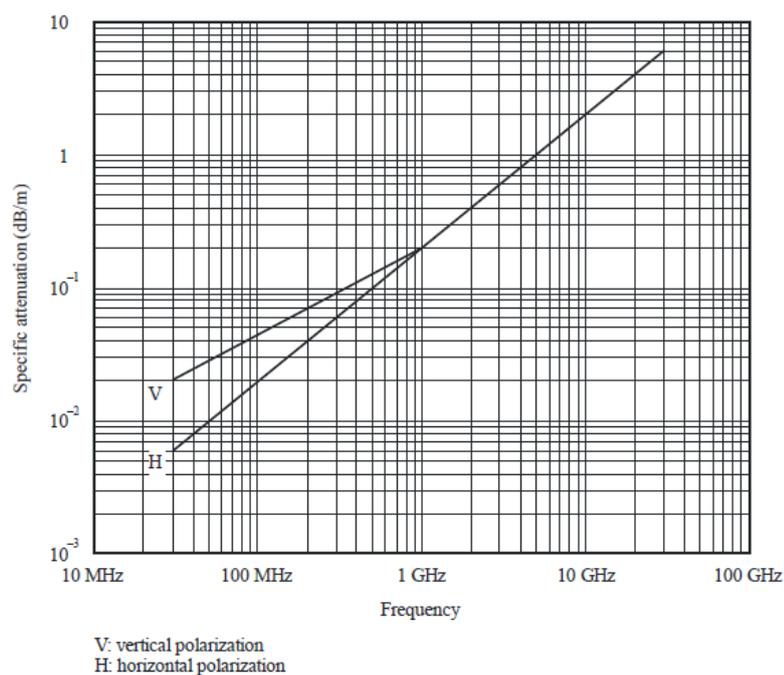


Figura 4.28 – Valores típicos da atenuação específica  $\gamma$  em função da frequência. Reproduzida de [99].

Estudos realizados por Silva e Siqueira [81] sobre espécies vegetais tropicais e subtropicais, em especial, plantadas em linhas sobre calçadas, com o transmissor a 12 m e o receptor a 1,6 m, demonstraram que a perda em excesso pode ser aproximada por:

$$L(\text{dB}) = 121,795 - 0,0062f(\text{MHz}) - 0,525h_t(\text{m}) + \\ + [39,945 - 0,0124f(\text{MHz}) + 0,0071h_t(\text{m})] \log d(\text{km}), \quad (4.110)$$

onde  $f$  é a frequência em MHz e  $d(\text{km})$  é a distância propagada através do espécime vegetal e  $h_t(\text{m})$  é a altura do transmissor. Esta formulação é válida para valores de  $d$  inferiores a 800 metros. Como  $\gamma = L/d$ , seu valor depende da frequência. A literatura relata [99] que  $\gamma$  exibe um comportamento linear em relação à frequência. Assim, a equação (4.110) foi extrapolada para valores de frequência na faixa de ondas milimétrica.

#### 4.10

#### Raio com Reflexão Difusa em Paredes

Este mecanismo considera um feixe de energia radiada pelo transmissor que, ao interceptar uma face lateral (parede) de um dado prisma representativo de um quarteirão, produz uma reflexão difusa (não-especular, em todas as direções), em oposição à reflexão especular, que já foi modelada. A modelagem deste efeito é relativamente carente de exemplos na literatura [1]. A alta refletividade da faixa milimétrica, aliada à menor cobertura em condições sem visada direta, sugerem que este mecanismo possa desempenhar um papel mais importante em um futuro canal de comunicações 5G que o desempenhado nos sistemas da atualidade. A natureza deste tipo de espalhamento em um ambiente urbano se constitui em um problema de intrincada solução, em vista da grande diversidade de rugosidades, disposições e materiais com que são construídas as paredes das edificações. Janelas, portas, batentes, irregularidades nas superfícies, incluindo seus graus de umidade, tornam a tarefa ainda mais complexa. Assim, a abordagem adotada neste estudo utiliza algumas hipóteses simplificadoras, mas plausíveis em determinadas situações. Estas hipóteses são oriundas de trabalhos em que foram efetuadas medições dos efeitos de espalhamento difuso, de forma a ajustar o modelo e melhorar seu desempenho. Estes trabalhos serão citados oportunamente.

A abordagem inicial considera um feixe transmitido em direção a uma parede, que o intercepta e que espalha a energia de forma difusa. O campo é, então,

medido em um ponto de observação, tal como demonstra a Figura 4.29.

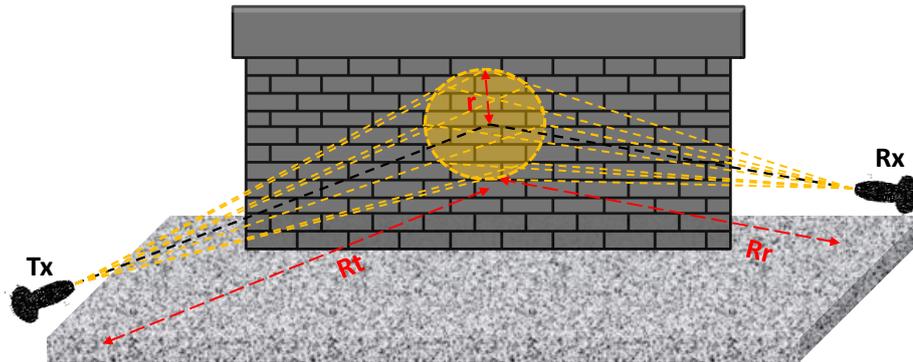


Figura 4.29 – Exemplo de reflexão difusa em parede e sua geometria geral.

As paredes são consideradas uniformes e constituídas de um mesmo material, com rugosidade e propriedades intrínsecas próprias. Os feixes adotados neste estudo são da ordem de dez graus. Supõe-se que a parede está na região de campo distante da antena transmissora. Nesta situação, considera-se, também, que a onda é localmente plana nas proximidades da parede.

O modelo para a potência  $P_r$ , recebida pelo terminal do usuário após a reflexão difusa em seção de uma parede arbitrária apresentado na literatura [106, 107, 108] pode ser descrito a partir da conhecida equação do radar,

$$P_r = \frac{1}{4\pi} P_t G_t(\theta_T) RCS \left( \frac{\lambda}{4\pi R_T R_R} \right)^2 G_r(\theta_R). \quad (4.111)$$

Nesta equação,  $P_t$  é a potência transmitida;  $G_t(\theta_T)$  é o ganho da antena transmissora (em unidades lineares) na direção  $\theta_T$ , igual ao ângulo formado pelo segmento que a une ao centro da seção e seu eixo;  $R_T$  é a distância da antena transmissora a este centro;  $G_r(\theta_R)$  é o ganho da antena receptora (em unidades lineares) na direção  $\theta_R$ , igual ao ângulo formado pelo segmento que a une ao centro da seção e seu eixo;  $R_R$  é sua distância a este centro;  $\lambda$  é o comprimento de onda; e  $RCS$  é a seção reta radar (*Radar Cross Section*) da seção da parede.

Deve-se observar que a potência  $P_i$  incidente na seção da parede deve ser conservada, isto é [107],

$$\frac{P_p}{P_i} + |\Gamma|^2 \rho^2 + S^2 = 1. \quad (4.112)$$

No lado esquerdo desta expressão,  $P_p$  é a potência da onda que penetra na seção da parede, o termo central representa a fração da potência incidente refletida especularmente e  $S^2$  indica a fração da potência incidente espalhada de forma difusa. As equações (4.21) a (4.23) indicam que o termo central depende do ângulo  $\theta_i$  entre o raio incidente e a normal à seção da parede. Em princípio, o mesmo se aplica a  $P_p$  e, conseqüentemente, a  $S^2$ . Entretanto, tem sido comum na literatura [106, 107, 108] a adoção de um valor constante para  $S = (1-\beta)^{1/2}$ , sendo  $\beta$  compreendido entre 0,5 e 0,9.

A seção reta radar  $RCS$  também depende do ângulo  $\theta_i$  entre o raio incidente e a normal à seção da parede,

$$RCS \propto A_{eff} \cos \theta_i , \quad (4.113)$$

sendo a área iluminada efetiva  $A_{eff}$  da seção da parede estimada pela seguinte expressão:

$$G_t(\theta_T)A_{eff} = \sum_{n=1}^N G_t(\theta_{Tn})\delta A_n \quad (4.114)$$

Esta média ponderada é realizada sobre parcelas elementares  $\delta A_n$  da seção da parede. Os ganhos  $G_t(\theta_{Tn})$  da antena transmissora (em unidades lineares) são determinados em relação aos centros das parcelas. O modo de cálculo da área efetiva está descrito em detalhes no Apêndice XI.

Finalmente, a seção reta radar  $RCS$  deve incluir um modelo  $f_{ge}^2(\theta_s, \varphi_s)$  de distribuição espacial da fração  $S^2$  da potência incidente espalhada de forma difusa. Os ângulos  $\theta_s$  e  $\varphi_s$  são definidos em relação ao unitário normal à seção da parede.

Em conformidade com as especificações apresentadas acima, a equação do radar (4.111) pode ser rerepresentada na forma,

$$P_r = \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} P_t \frac{G_t(\theta_T)G_r(\theta_R)}{R_T^2 R_R^2} A_{eff} (1 - \beta) \cos \theta_i f_{ge}^2(\theta_s, \varphi_s). \quad (4.115)$$

Deve-se ressaltar que o modelo de distribuição espacial acima foi ajustado com sucesso a resultados experimentais. Foi proposto por Degli-Esposti et al. [106], que estudaram o espalhamento provocado por prédios em ambientes urbanos, visando o uso em algoritmos de traçado de raios. O modelo foi testado em alguns

tipos comuns de paredes. Foram usadas duas expressões para  $f_{ge}^2(\theta_s, \varphi_s)$ , a partir da geometria da Figura 4.30, reproduzida da fonte citada. As expressões são:

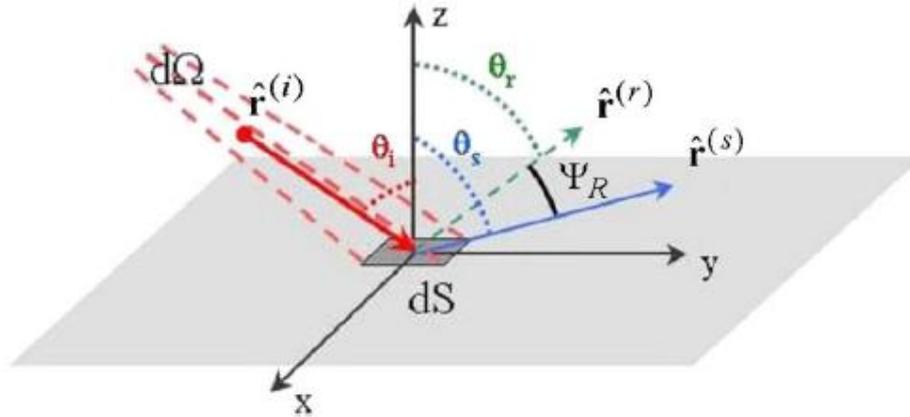


Figura 4.30 – Espalhamento não-especular provocado por um feixe interceptando um elemento genérico de área. Os sobrescritos (i), (r) e (s), referem-se a raios: incidente, refletido especularmente e espalhado, respectivamente. Os subscritos i, r e s, referem-se aos ângulos em relação à normal: incidente, refletido e espalhado, respectivamente. Reproduzida de [106].

- a) Espalhamento do tipo Lambertiano:

$$f_{ge1}^2(\theta_s, \varphi_s) = f_{n1} \cos \theta_s; \quad (4.116)$$

onde o ângulo  $\theta_s$  é medido entre a direção do raio espalhado e o vetor normal à superfície da seção da parede; e o fator de normalização  $f_{n1}$  assegura que a integral do fator  $f_{ge1}^2(\theta_s, \varphi_s)$  no semi-espaço visível definido pela parede seja igual a 1. Nesta abordagem, o lóbulo de espalhamento possui seu máximo na direção perpendicular à parede, de acordo com a Figura 4.30.

- b) Espalhamento direto:

$$f_{ge}^2(\theta_s, \varphi_s) = f_{n2} \left( \frac{1 + \cos \psi_R}{2} \right)^{\alpha_r}. \quad (4.117)$$

onde  $\psi_R$  é o ângulo entre a direção da reflexão especular e do raio espalhado e o fator de normalização  $f_{n2}$  tem função análoga ao seu anterior. O expoente  $\alpha_r$  está relacionado à largura do feixe de espalhamento, ou seja, sua diretividade. Assim, quanto maior o valor de  $\alpha_r$ , mais estreito é o feixe.

Adicionalmente, foi proposto outro modelo de diagrama de espalhamento a seguir.

c) Espalhamento misto:

$$f_{ge}^2(\theta_s, \varphi_s) = P(f_{n1} \cos \theta_s) + (1 - P) \left[ f_{n2} \left( \frac{1 + \cos \psi_R}{2} \right)^{\alpha_r} \right] ; \quad (4.118)$$

Este tipo de espalhamento combina em proporções arbitrárias um feixe axialmente simétrico e de largura arbitrária centrado na direção do raio refletido (o modelo diretivo com um alto fator  $\alpha_r$ ), com um espalhamento do tipo Lambertiano.  $P$  é um parâmetro que ajusta a relação entre a fração de potência contida no feixe e a potência contida no restante do semi-espaço limitado pela parede. A intenção é criar um modelo que se assemelhe ao proposto por Phong [109].

O parâmetro  $S$  e os modelos descritos acima para o fator  $f_{ge}^2(\theta_s, \varphi_s)$  descrevem os efeitos da rugosidade de cada seção da parede lateral sobre a reflexão difusa e estão descritos em detalhes no Apêndice XII.

A intenção é utilizar as três abordagens e verificar a aderência dos resultados simulados a dados experimentais associados aos ambientes simulados. Como adiantado acima, Degli-Esposti [106] ainda verificou, através de comparações de simulações com dados reais obtidos de campanhas de medições, que os valores que apresentam melhor concordância para a refletividade são os apresentados na Tabela 4.2, abaixo.

Tabela 4.2 – Valores da Refletividade para alguns tipos de paredes típicas.

Adaptada de [109].

| Tipo de Parede | (1-β) |
|----------------|-------|
| Metálica       | 0,05  |
| Tijolos        | 0,2   |
| Prédios Rurais | 0,4   |

Segundo Didascalou et al. [107], o espalhamento difuso resulta de uma grande quantidade de micro interações originadas pelas irregularidades nas paredes. Assim, o campo resultante é suposto incoerente e não polarizado. Estudos demonstram [110] que a fase do campo originado do espalhamento em paredes, em um ponto arbitrário é desconhecida, devido à natureza incoerente de cada parcela da

energia espalhada, que se soma no ponto de observação. Neste trabalho, o campo resultante em um ponto é constituído pela combinação das duas polarizações lineares ortogonais, que possuem componentes de mesmo módulo. A fase de cada componente ortogonal é escolhida aleatoriamente, com base em uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi)$ .

Na simulação, devido ao feixe estreito utilizado pelos transceptores, que podem produzir iluminações variáveis nas paredes laterais dos prismas, as mesmas foram subdivididas em três seções centradas na altura média entre as antenas transmissora e receptora, de forma a traçar raios devidos ao espalhamento não especular de forma distribuída sobre a parede. A Figura 4.31 mostra o processo.

Os raios para os quais se considera uma reflexão difusa são traçados a partir dos centros das seções. São obtidos raios 2D inicialmente. Posteriormente, estes raios traçados são extrapolados em altura, de acordo com os procedimentos já descritos no capítulo II. Todas as combinações possíveis entre sub-raios (antena transmissora, centro de seção) e (centro de seção, antenna receptora) são utilizadas. É importante lembrar que esta classe de raios pode interagir até oito vezes com o ambiente, sendo apenas uma do tipo reflexão difusa. Todas as demais interações são reflexões especulares. Este modelo não implementa reflexões difusas no solo.

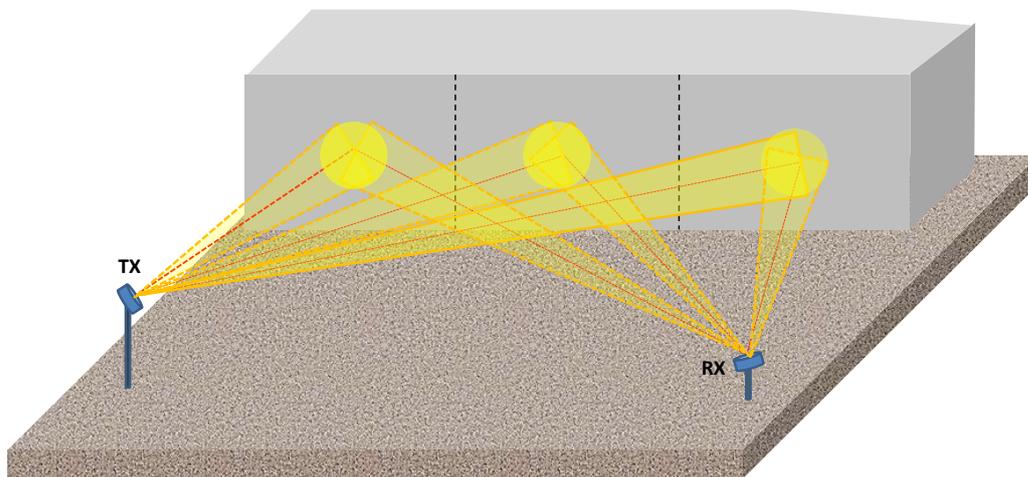


Figura 4.31 – Modo de particionamento da parede lateral em três seções.

### 4.10.1

#### Cálculo do Campo Elétrico Associado à Reflexão Difusa

Considerando apenas uma reflexão difusa, o algoritmo calcula o campo elétrico até o ponto imediatamente anterior a esta interação, extraíndo a raiz quadrada dos dois termos da equação (4.115), o que resulta em:

$$\chi = \frac{|\mathbf{E}_r|}{|\mathbf{E}_i|} = \frac{\lambda}{4\pi R_T R_R} f_{ge}(\theta_s, \varphi_s) \sqrt{\frac{G_t(\theta_T)G_r(\theta_R)}{4\pi} A_{eff}(1 - \beta)\cos\theta_i}; \quad (4.119)$$

onde  $\mathbf{E}_r$  é a componente do campo elétrico devida à reflexão difusa no ponto de observação e  $\mathbf{E}_i$  é o campo incidente. Foi suposto que, nas proximidades da antena transmissora, o campo elétrico tenha componentes horizontal e vertical  $E_{txH}$  e  $E_{txV}$ , respectivamente. Considerando as observações do final da seção anterior, pode-se representar as componentes horizontal e vertical do campo na antena receptora resultante da reflexão difusa pelas seguintes expressões:

$$\mathbf{E}_{rxH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \chi A_g (\mathbf{E}_{txH} e^{-i\varphi_1} + \mathbf{E}_{txV} e^{-i\varphi_2}); \quad (4.120a)$$

$$\mathbf{E}_{rxV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \chi A_g (\mathbf{E}_{txH} e^{-i\varphi_3} + \mathbf{E}_{txV} e^{-i\varphi_4}). \quad (4.120b)$$

É importante notar que cada componente de campo elétrico emitida pela antena transmissora contribui com componentes ortogonais de campo elétrico na antena receptora cujos módulos são iguais. Portanto foi considerado que o canal possui respostas semelhantes para ambas polarizações e não é seletivo a nenhuma delas. As fases, de  $\varphi_1$  a  $\varphi_4$ , são obtidas aleatoriamente a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi)$ .

Esta forma de cálculo do campo elétrico pode ser generalizada para considerar as contribuições de raios com várias reflexões especulares e uma reflexão difusa. Conforme o procedimento descrito na seção 4.4, a componente horizontal de módulo  $E_{txH}$  do campo elétrico nas proximidades da antena transmissora produzirá, como resultado das múltiplas reflexões especulares, componentes horizontal e vertical do campo elétrico de módulos  $E_{rxHH}$  e  $E_{rxHV}$  na antena receptora, respecti-

vamente. Estes módulos acumulam os produtos dos diversos coeficientes de reflexão de Fresnel (4.21) e (4.22) pelos correspondentes fatores de correção (4.23) devidos aos efeitos da rugosidade sobre as reflexões especulares. Analogamente, a componente vertical de módulo  $E_{txV}$  do campo elétrico nas proximidades da antena transmissora produzirá, como resultado das múltiplas reflexões especulares, componentes horizontal e vertical do campo elétrico de módulos  $E_{rxVH}$  e  $E_{rxVV}$  na antena receptora, respectivamente. Em princípio, os quatro módulos poderão ser diferentes. Portanto, as componentes do campo elétrico no receptor devido a um raio com várias reflexões especulares e uma reflexão difusa podem ser representadas nas formas

$$\mathbf{E}_{rxH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \chi A_g (\mathbf{E}_{rxHH} e^{-i\varphi_1} + \mathbf{E}_{rxVH} e^{-i\varphi_2}) \quad (4.121a)$$

$$\mathbf{E}_{rxV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \chi A_g (\mathbf{E}_{rxHV} e^{-i\varphi_3} + \mathbf{E}_{rxVV} e^{-i\varphi_4}) \quad (4.121b)$$

#### 4.11

#### Bloqueio de um Raio por Objetos do Ambiente

Além do bloqueio causado pelas edificações do ambiente, foi modelado também o bloqueio de raios por postes e troncos de árvores. Obviamente, os raios traçados a partir de mecanismos que interagem com um único tronco ou poste não são afetados pelo presente procedimento. Apenas os raios que sofrem um bloqueio antes ou após a devida interação com elementos espalhadores são excluídos da base de dados. O algoritmo utiliza o mesmo mecanismo adotado na seção 4.8.3. Entretanto, quando o raio é secante ou tangente ao tronco ou poste e se encontra abaixo da altura máxima dos mesmos, o raio é eliminado, pois fica caracterizado o bloqueio. O efeito pode ser visualizado na Figura 4.32, onde a ação de bloqueio produz uma diminuição do número de raios considerados.

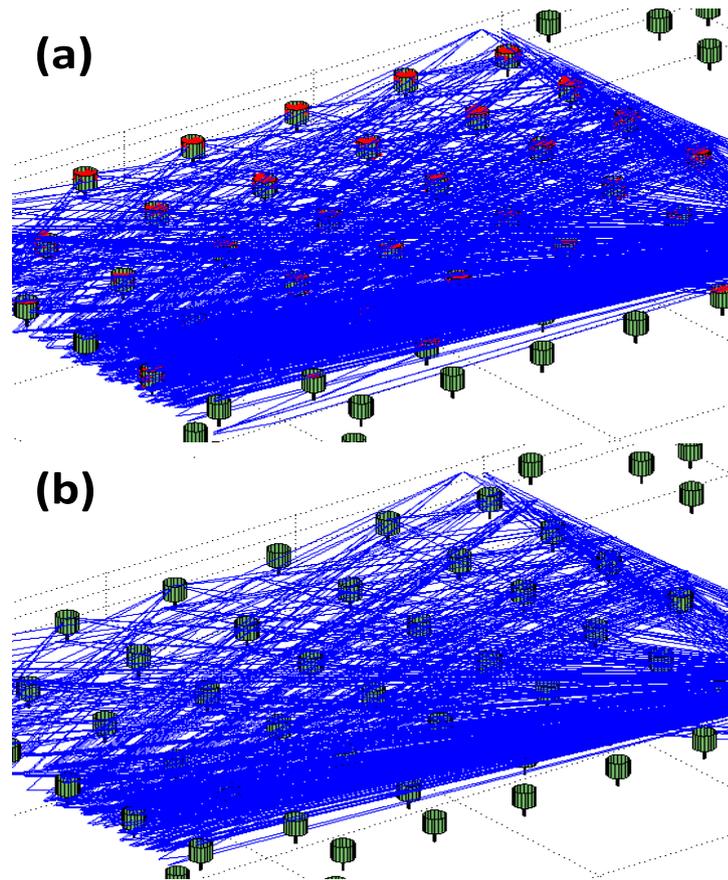


Figura 4.32 – Representação do bloqueio em um canal arbitrário. No painel (a) todos os raios são traçados; no painel (b) os raios bloqueados foram eliminados.