2
Descrição do modelo

Primeiramente descreveremos o modelo com preços flexíveis, que servirá de referência para a análise. Começaremos descrevendo o lado da demanda, que será invariante à hipótese de flexibilidade dos preços. Depois, construiremos o lado da oferta sob a hipótese de preços flexíveis. Nesta etapa surgirão conceitos importantes tais como: o nível de produção geral natural, o nível de produção setorial natural e o nível natural da taxa de câmbio real. Depois disso, analisaremos as condições de primeira ordem num steady state onde os diversos níveis de produção são constantes (não há crescimento tecnológico nessa economia) e a taxa de inflação é zero. Isso será importante uma vez que todas as nossas aproximações serão feitas em torno desse steady state. Em seguida, linearizaremos o modelo com preços flexíveis em torno do steady state calculado e faremos as definições dos níveis naturais das variáveis reais. Tendo estabelecido conceitos importantes analisando o modelo com preços flexíveis, incluiremos rigidez de preços nos dois setores. Depois, analisaremos as hipóteses em relação às ofertas de moeda. Finalmente, analisaremos alguns casos particulares interessantes do modelo fazendo hipóteses sobre o grau relativo de rigidez de preços.

2.1.
Bloco da demanda

Suporemos que existe um continuo de bens entre zero e um na nossa economia e que cada agente deriva utilidade de uma cesta de consumo que inclui esse contínuo de bens, das duas moedas e do lazer (deriva desutilidade da quantidade de horas que ele trabalha na produção de cada bem). a cesta de consumo é um índice Dixt-Stiglitz composto por dois subíndices de consumo setorial. Nomeamos os setores como doméstico(d) para o setor que usa moeda doméstica como unidade de conta e setor externo (e) para o setor dolarizado. Nesse caso, suporemos uma elasticidade de substituição constante entre os dois subíndices assim como uma elasticidade de substituição constante, e igual entre os setores, dos diferentes bens que compõem um subíndice de consumo. O subíndice de preços setorial será aquele que minimiza o custo da compra de uma unidade do subíndice de consumo setorial, enquanto que o nível de preços geral será aquele que minimiza o custo da compra de uma unidade do índice geral de consumo.

Abaixo, definimos os índices e subíndices dessa economia:

$$C = \left[(n_d \varphi_d)^{\frac{1}{\eta}} (C_d)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (n_e \varphi_e)^{\frac{1}{\eta}} (C_e)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \qquad \text{eq.1}$$

$$C_j = \left[\int_{N_j} c(i)^{\frac{\theta}{\theta-1}} di \right]^{\frac{\theta-1}{\theta}} \quad \text{para j=d,e} \qquad \text{eq.2}$$

$$P = \left[n_d \varphi_d P_d^{1-\eta} + n_e \varphi_e (eP_e)^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}} \qquad \text{eq.3}$$

$$P_j = \left[\int_{N_j} p(i)^{1-\theta} di \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad \text{para j=d,e} \qquad \text{eq.4}$$

Note que estamos supondo que o consumidor diferencia dois tipos de bens quando avalia a utilidade trazida por esses bens: bens produzidos pelo setor externo são avaliados de forma distinta daqueles produzidos pelo setor doméstico. Como estamos definindo como produtores do setor externo aqueles que cotam seus preços em moeda externa, o subíndice de preços do setor externo tem que ser multiplicado pela taxa de câmbio nominal (e) no índice geral de preços, pois se supõe que o último é cotado em termos de moeda doméstica.

Do ponto de vista estático, o consumidor tem dois problemas a resolver: para um dado nível de gasto total na compra de uma unidade do subíndice de consumo, ele deve escolher o nível de demanda por cada bem i que compõe o subíndice C_j de forma a maximizar o seu valor. Esse problema pode ser descrito como:

$$\max C_j = \left[\int_{N_j} c(i)^{\frac{\theta}{\theta-1}} di \right]^{\frac{\theta-1}{\theta}}$$

$$\text{s.a } P_j C_j = \int_{N_j} p_j(i) c_j(i)$$

As CPOs para esse problema serão:

$$c_j(i) = C_j\left(\frac{p_j(i)}{P_j}\right)^{-\theta} \text{ para j=d,e} \qquad \text{eq.5}$$

O outro problema estático que o consumidor deve resolver é o de escolher para um dado nível de gasto no índice geral de consumo, os níveis dos subíndices (C_{dt} e C_{et}) que maximizam o valor de C_t. Esse problema pode ser descrito como:

$$\max_{C_d C_e} C = \left[(n_d\varphi_d)^{\frac{1}{\eta}}(C_d)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (n_e\varphi_e)^{\frac{1}{\eta}}(C_e)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

$$\text{s.a } PC = \int_0^{n_d} p_d(i)c_d(i)di + \int_{n_d}^{1} ep_e(i)c_e(i)di = P_dC_d + P_eC_e$$

As CPOs para esse problema serão:

$$C_d = n_d\varphi_d C\left(\frac{P_d}{P}\right)^{-\eta} \qquad \text{eq.6}$$

$$C_e = n_e\varphi_e C\left(\frac{eP_e}{P}\right)^{-\eta} \qquad \text{eq.7}$$

Em termos dinâmicos, podemos descrever o problema de maximização intertemporal do consumidor da seguinte maneira:

$$\max E_0\sum_{t=0}^{\infty}\left[U\left(C_t, \frac{M_{dt}}{P_{dt}}, \frac{M_{et}}{P_{et}}, \xi_t\right) - \int_0^1 v(h_t(i), \xi_t)di\right]$$

s.a

$$P_tC_t = \int_0^1 w_t(i)h_t(i)di + \int_0^1 \Pi_t(i)di - T_t - (M_{dt} - M_{dt-1}) - (e_tM_{et} - e_tM_{et}) - (B_t - R_{t-1}B_t)$$

Onde:

$w_t(i)h_t(i)$ - receita nominal do salário proveniente da firma i.

T_t - nível de taxação líquida (impostos lump sum - receitas lump sum).

$\Pi_t(i)$ - lucro nominal da firma i (supomos que ele é igualmente repartido entre os consumidores).

Pode-se mostrar a partir das nossas definições dos índices e das condições de primeira ordem dos problemas de maximização estática do consumidor que:

$$\int_{N_d} p_{dt}(i)c_{dt}(i)di + \int_{N_e} e_tp_{et}(i)c_{et}(i)di = P_tC_t$$

Dessa expressão, vemos que a restrição orçamentária do consumidor assim como os argumentos da sua função utilidade (ignorando os termos referentes ao mercado de trabalho e o lucro das firmas) podem ser todos colocados em termos de P_t, C_t, P_{dt}, P_{et}, sem fazer nenhuma referência aos preços e quantidades de bens individuais nem aos subíndices de consumo setoriais.

Como supomos que o índice geral de preços é cotado em termo de moeda doméstica, escolhemos como numerário nessa economia a moeda doméstica. Assim sendo, todas as variáveis nessa economia estão cotadas em termos de moeda doméstica.

No problema acima, et é a taxa de câmbio nominal, ou seja, o preço da moeda externa em termos da moeda doméstica, nd é a fração dos bens dessa economia que são cotados em moeda doméstica e ne =1-nd é a fração dos bens dolarizados.

Os choques φ_{dt} e φ_{et} são choques de demanda relativa entre os setores, que não alteram o valor do índice C_t. Isso implica que a seguinte relação deve valer para todo o período t:

$$n_d \varphi_{dt} + n_e \varphi_{et} = 1$$

Antes de resolver o problema acima, temos que explicar algumas hipóteses implícitas que fizemos para chegar nesse formato de função utilidade. O índice geral de consumo com esse formato entrar na função utilidade já é padrão na literatura que avalia o efeito de bem-estar da política monetária com assimetria entre os setores. Quando fazemos essa hipótese, implicitamente estamos assumindo que todos os bens de um mesmo setor têm o mesmo grau de substituição, dado pelo parâmetro θ do subíndice setorial. Poderíamos ter suposto que os graus de elasticidade entre os bens dentro de um mesmo setor fossem diferentes entre os setores, o que significaria uma assimetria a mais no modelo, mas por simplicidade supomos uma elasticidade de substituição constante entre os diferentes bens e igual entre os setores. Além disso, supomos que a elasticidade de substituição entre os dois subíndices setoriais Cd e Ce é constante e igual a η. Por outro lado, supomos que o peso que cada subíndice setorial tem no índice geral de consumo ($(n_d\varphi_{dt})^{1/\eta}$ e $(n_e\varphi_{et})^{1/\eta}$) é variável ao longo do tempo e composto pelas variáveis aleatórias φ_d e φ_e , que satisfazem $n_d\varphi_d + n_e\varphi_{et}$ para todo t. Note que φ_d e φ_e podem se interpretados como um único choque de demanda relativa entre os dois setores que alteram o peso relativo dado a cada subíndice setorial no índice geral de consumo C.

A quantidade nominal de cada moeda entra como argumento da função utilidade deflacionada pelo subíndice de preços correspondente ao setor que cota seus preços naquela moeda. Dessa forma, estamos fazendo com que as pessoas nessa economia prefiram saldar as transações nos diferentes setores utilizando as correspondentes unidades de conta de cada setor como meios de troca. Dado que estamos dispostos a aceitar que os agentes realizem transações em duas moedas diferentes, parece natural supor que eles darão preferência pela utilização da unidade de conta específica de cada setor como meio de troca em cada setor, dado que assim ele evita incorrer em possíveis custos associados a conversão dos preços cotados em moedas diferentes pela taxa de câmbio nominal.

Finalmente temos que explicar as hipóteses que estamos fazendo quando usamos a seguinte função objetivo:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left[U\left(C_t, \frac{M_{dt}}{P_{dt}}, \frac{M_{et}}{P_{et}}, \xi_t \right) - \int_0^1 v(h_t(i), \xi_t) di \right] \qquad \text{eq.8}$$

Quando usamos essa função utilidade no nosso modelo, implicitamente estamos supondo a existência de um mercado de trabalho heterogêneo ao invés de supormos um mercado de trabalho homogêneo. Supomos que cada firma exige um trabalho especializado na produção do seu bem. Logo, existirá um mercado de trabalho para cada firma e, portanto, um nível de salário real de equilíbrio para cada firma nessa economia. Nesse modelo trabalho do tipo i é usado na produção do tipo i.

Usar esse modelo é equivalente a usar o modelo do yeoman farmer, onde cada agente na economia é especializado na produção de um bem específico e, portanto, não há mercado de trabalho, pois as famílias ofertam bens diretamente. Utilizamos o tipo de modelagem descrito no parágrafo anterior para que tivéssemos os mesmos resultados do modelo do yeoman farmer, mas ao mesmo tempo tivéssemos um mercado de trabalho explicitado.

Uma segunda motivação para usar esse tipo de modelo, que não é importante no nosso contexto, é que ao modelar um mercado de trabalho heterogêneo tem-se um maior grau de complementaridade estratégica entre as decisões de apreçamento de diferentes ofertantes[1].

No nosso modelo, pressões de custos, em termos de maiores salários reais em uma firma, não serão repassados as outras firmas no curto prazo (instantaneamente), enquanto que, no modelo com mercado de trabalho homogêneo, salário real mais alto em uma firma é imediatamente repassado as outras firmas na economia, uma vez que todos os produtores se deparam com o mesmo nível de salário real de equilíbrio, pois competem pelo mesmo tipo de trabalho. A hipótese por de trás desse resultado é que no nosso modelo há uma grande rigidez de curto prazo para as pessoas serem deslocadas de uma firma com menor salário para aquela com maior salário, pois os trabalhadores são especializados em determinados tipos de trabalho. Assim sendo, os níveis de salários reais de cada firma dependerão dos níveis de produção específicos de cada firma. Enquanto isso, no modelo com mercado de trabalho homogêneo, a mobilidade do fator trabalho é total, dado que o tipo de trabalho exigido na produção de cada bem é o mesmo. Logo, o salário real de equilíbrio é o mesmo para todas as firmas e não depende do nível de produção específico de cada firma, mas apenas do nível de produção geral da economia.

A função v(.,.) que aparece dentro da integral no segundo termo da função utilidade representa a desutilidade de ofertar trabalho do tipo i. Assume-se que para cada valor de ξ, a função v(.,.) é crescente e convexa no primeiro argumento. Quando inserimos a integral somando a desutilidade de ofertar todos os tipos de trabalho, estamos supondo que o consumidor representativo oferta trabalho de todos os tipos. Porém, a motivação real para escrever a função de utilidade dessa forma é que podemos supor também que cada família é especializada na produção de um determinado tipo de trabalho, mas que existe um número igual de famílias ofertando trabalho de cada tipo. Nesse caso, uma família que oferta trabalho do tipo i iria maximizar a seguinte função objetivo:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left[U\left(C_t, \frac{M_{dt}}{P_{dt}}, \frac{M_{et}}{P_{et}}, \xi_t \right) - v(h_t(i), \xi_t) \right] \qquad \text{eq.9}$$

Quando os diferentes bens têm seus preços ajustados em diferentes datas, cada tipo de família terá uma renda proveniente do trabalho diferente e, portanto,

[1]Para saber melhor a respeito desse ponto ver Woodford (2003 - capítulo 3)

uma restrição orçamentária intertemporal diferente. Porém, podemos assumir a existência de mercados financeiros competitivos nos quais os riscos provenientes de uma renda do trabalho aleatória sejam eficientemente repartidos. Nesse caso, se a restrição orçamentária intertemporal inicial é mesma entre os agentes, todas as famílias escolherão níveis de consumo e encaixes reais idênticos em todos os períodos e estados da natureza, desde que as famílias tenham as mesmas preferências e enfrentem os mesmos preços. Além disso, as famílias escolherão um portfólio de ativos financeiros que as assegurem ter a mesma restrição orçamentária em todas as datas futuras. Essas restrições orçamentárias comuns serão exatamente iguais àquelas de uma família que oferta todos os tipos de trabalho.

Como cada família escolhe exatamente o mesmo plano de consumo contingente, as condições de primeira ordem em relação à oferta de trabalho de cada família i no caso em que elas são especializadas na produção de um determinado bem e maximizam (9) coincidem exatamente com as CPOs quando consideramos uma única família ofertando todos os tipos de trabalho visando maximizar (8). Logo, as condições que determinam preços e quantidades serão as mesmas em ambos os modelos. Além disso, se no modelo com indivíduos especializados na produção de um único bem supusermos uma função de bem-estar social utilitarista, então o critério de bem-estar será dado pelo nível médio de bem-estar e, conseqüentemente, o nível de bem-estar associado a um determinado equilíbrio será dado por (1). Logo, não faz diferença para nossas conclusões que versão do modelo assumir. A ficção de que a família oferta diretamente todos os tipos de trabalho e recebe sua parcela do salário agregado simplifica a exposição e nos permite dispensar a discussão de "risk sharing" colocada acima.

Agora que explicamos o formato da função objetivo, podemos partir para a resolução do problema do consumidor. Podemos escrever o Lagrangeano para o problema do consumidor da seguinte maneira:

$$\ell = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} U\left(C_t, \frac{M_{dt}}{P_{dt}}, \frac{M_{et}}{P_{et}}, \xi_t \right) - \int_0^1 v(h_t(i), \xi_t) di \\ -\lambda_t \left[\begin{array}{l} P_t C_t - \left(\int_0^1 w_t(i) h_t(i) di \right) - \left(\int_0^1 \Pi_t(i) di \right) + T_t + \left(M_{dt} - M_{dt-1} \right) \\ + \left(e_t M_{et} - e_t M_{et} \right) + \left(B_t - R_{t-1} B_t \right) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

Faremos as seguintes hipóteses em relação às derivadas da função objetivo:

$$U_{C\frac{M_d}{P_d}} = U_{C\frac{M_e}{P_e}} = U_{\frac{M_d}{P_d}\frac{M_e}{P_e}} = 0$$

Onde o símbolo U_{xy} denota a derivada cruzada da função U em relação as variáveis x e y. Portanto, estamos supondo que o grau de complementariedade entre consumo de bens e das moedas é igual a zero assim como o grau de complementariedade entre o serviço prestado pelas duas moedas.

Como no nosso modelo cada moeda é unidade de conta e meio de troca específico de cada setor seria natural supor que a utilidade marginal moeda do setor j dependesse positivamente do consumo do subíndice do setor j. Isso porque em estados da natureza em que onde o consumo do setor j fosse alto, o valor marginal da moeda ligada ao setor j também seria alto, refletindo a preferência das pessoas em utilizar aquela moeda como meio de troca daquele setor. Optamos em restringir as derivadas das utilidades marginais das moedas em relação aos seus respectivos subíndices de consumo setorial em função da análise ficar obscurecida pela existência de parâmetros sem estimativas conhecidas para calibrar. No problema dinâmico o consumidor estaria escolhendo não apenas a trajetória do índice geral, mas também as trajetórias ótimas dos subíndices setoriais. Nesse caso, seria mais fácil escrever a função utilidade dependendo especificamente dos subíndices setoriais ao invés de dependendo apenas do índice geral de consumo. Assim sendo, teríamos uma elasticidade de substituição intertemporal do consumo de bens do setor doméstico e outra para bens do setor externo. Apareceriam então elasticidades cruzadas entre os consumos setoriais e as respectivas moedas que não teriam estimativas conhecidas. Logo, teríamos que fazer hipóteses totalmente ad hoc sobre os valores desses parâmetros.

Como será mostrado adiante, o principal resultado do modelo em relação a dilema de política monetária só seria reforçado com a não separabilidade entre o consumo das moedas e dos bens[2].

Resolvendo o lagrangeano, chegamos nas seguintes CPOs:

$$C_t : U_c(C_t, \xi_t) = \lambda_t P_t \qquad \text{eq.10}$$

---

[2] Além disso, a hipótese de não separabilidade faria com que os níveis de encaixes reais das duas moedas aparecessem na IS e na curva de Phillips. Tal mudança estrutural tornaria a economia muito mais complexa e obscureceria a análise da dolarização. Vários trabalhos anteriores mostraram que supor a utilidade não separável faz pouca diferença para as conclusões em relação a política monetária ótima, dado os valores dos parâmetros utilizados para calibrar os modelos. Para um tratamento mais profundo da questão ver Woodford (2003 (capítulo 3)).

$$M_{dt}: U_{\frac{M_d}{P_d}}\left(\frac{M_{dt}}{P_{dt}}, \xi_t\right)\frac{1}{P_{dt}} - \lambda_t + \beta E_t \lambda_{t+1} = 0 \qquad \text{eq.11}$$

$$M_{et}: U_{\frac{M_e}{P_e}}\left(\frac{M_{et}}{P_{et}}, \xi_t\right)\frac{1}{P_{et}} - e_t\lambda_t + \beta E_t e_{t+1}\lambda_{t+1} = 0 \qquad \text{eq.12}$$

$$B_t: -\lambda_t + E_t\lambda_{t+1}R_t = 0 \qquad \text{eq.13}$$

$$h_t(i): v_h(h_t(i), \xi_t) - \lambda_t w_t(i) = 0 \vee i \in [0,1] \qquad \text{eq.14}$$

Fazendo algumas manipulações chegamos nas seguintes condições necessárias:

$$U_c(C_t, \xi_t) = \beta E_t\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}U_c(C_{t+1}, \xi_{t+1})\right] \qquad \text{eq.15}$$

$$U_{\frac{M_d}{P_d}}\left(\frac{M_{dt}}{P_{dt}}, \xi_t\right) = \frac{P_{dt}}{P_t}U_c(C_t, \xi_t)\left(\frac{R_t - 1}{R_t}\right) \qquad \text{eq.16}$$

$$U_{\frac{M_e}{P_e}}\left(\frac{M_{et}}{P_{et}}, \xi_t\right) = \beta\frac{e_t P_{et}}{P_t}\left[E_t\left(\frac{U_c(C_{t+1}, \xi_{t+1})}{\pi_{t+1}}\right) - E_t\left(\frac{e_{t+1}U_c(C_{t+1}, \xi_{t+1})}{e_t\pi_{t+1}}\right)\right] \qquad \text{eq.17}$$

$$\frac{w_t(i)}{P_t} = \frac{v_h(h_t(i), \xi_t)}{U_c(C_t, \xi_t)} \vee i \in [0,1] \qquad \text{eq.18}$$

Esse conjunto de quatro equações descreve o problema intertemporal do consumidor representativo.

2.2. Bloco da oferta sob preços flexíveis

Esse é o caso mais básico que estudaremos aqui, onde não há rigidez de preços na economia e a estrutura de competição da economia é a concorrência monopolista. As variáveis reais da economia dependerão dos choques exógenos que afetam o custo marginal das firmas em quanto que as variáveis nominais serão determinadas pelo lado da demanda. Quando variáveis reais são determinadas pelo lado da oferta enquanto variáveis nominais pelo lado da demanda como ocorre nesse caso, temos o que é conhecido como dicotomia clássica.

Como é comum na literatura novo-keynesiana, chamaremos os níveis de equilíbrio das variáveis reais sob preços flexíveis de níveis naturais[3](fazer menção a Wicksell para explicar porquê a nomenclatura natural). Por exemplo, o nível de produção geral de equilíbrio sob preços flexíveis será chamado de nível de produção geral natural. Cada nível natural das variáveis reais será denotado por um sobrescrito n, denotando que a variável se encontra no seu nível natural.

No modelo em questão, os dois setores apresentam a mesma função de produção e os mesmos choques afetando a desutilidade do trabalho e a tecnologia de produção. Logo, a função de produção genérica para uma firma pertencente a qualquer um dos setores é dada por:

$$y_t(i) = A_t f(h_t(i)) \qquad \text{eq.19}$$

Onde:

A_t – fator tecnológico exógeno

$h_t(i)$ – horas de trabalho utilizadas na produção do bem i

f(.) – função de produção côncava, duas vezes diferenciável

Começaremos resolvendo o problema de apreçamento de uma firma genérica do setor externo. Escreveremos a função lucro nominal de uma firma no setor externo em moeda doméstica. Para isso, temos que multiplicar sua receita pela taxa de câmbio nominal. Como a moeda doméstica é o numerário escolhido nessa economia (os salários também são cotados em moeda doméstica), colocaremos receita e custo na mesma unidade através da multiplicação da receita total pela taxa de câmbio nominal. Logo, escreverei minha função de lucro nominal de uma firma genérica do setor externo, em termos de moeda doméstica, como:

$$\Pi_t^{ie}\left(p_{et}(i)\right) = e_t p_{et}(i) y_{et}(i) - w_t(i) h_{et}(i) \qquad \text{eq.20}$$

Nesse ponto, utilizaremos a condição de primeira ordem do problema do consumidor para acharmos a função de custo total real. Sabemos que a CPO do consumidor em relação às horas trabalhadas numa firma i qualquer é:

$$\frac{w_t(i)}{P_t} = \frac{v_h(h_t(i), \xi_t)}{U_c(C_t, \xi_t)} \qquad \text{eq.21}$$

E da função de produção sabemos que:

$$h_{et}(i) = f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right) \qquad \text{eq.22}$$

Definimos a função custo total real como:

$$\tilde{S}_{et}\left(\frac{w_t(i)}{P_t}, \frac{y_{et}(i)}{A_t}\right) = \frac{w_t(i)}{P_t} f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)$$

Substituindo a CPO das horas trabalhadas na firma i do setor externo e a condição de equilíbrio C=Y, temos:

$$\tilde{S}_{et}\left(\frac{w_t(i)}{P_t},\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)=S\left(y_{et}(i),Y_t,\tilde{\xi}_t\right)=\frac{v_h\left(f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right),\xi_t\right)}{U_y\left(Y_t,\xi_t\right)}f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)$$

Onde o vetor contém choques tecnológicos e choques de preferências, isto é:

$$\tilde{\xi}_t=[\xi_t,A_t]$$

Assim sendo, a função de lucro nominal da firma i do setor externo será:

$$\Pi_t^{ie}\left(p_{et}(i)\right)=e_t p_{et}(i)y_{et}(i)-P_t S_{et}\left(y_{et}(i),Y_t,\tilde{\xi}_t\right)$$

Da maximização estática do consumidor teremos a seguinte curva de demanda para o produtor do bem i:

$$y_{et}(i)=Y_{et}\left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta}$$

O produtor livre para escolher o preço do seu produto em todos os períodos enfrenta um problema de maximização de lucros estático em cada ponto do tempo t. Substituindo a restrição de demanda anterior na função de lucro nominal, o produtor deverá escolher seu preço de forma a maximizar a seguinte expressão:

$$\Pi_t^{ie}\left(p_{et}(i)\right)=e_t p_{et}(i)Y_{et}\left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta}-P_t S_{et}\left(Y_{et}\left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta},Y_t,\tilde{\xi}_t\right)$$

Supondo que o produtor se comporta competitivamente no mercado de trabalho, a CPO para esse problema será:

$$e_t p_{et}(i)=\frac{\theta}{\theta-1}P_t s_{et}\left(y_{et}(i),Y_t,\tilde{\xi}_t\right)$$

Onde:

$$s_{et}\left(y_{et}(i),Y_t,\tilde{\xi}_t\right)=\frac{v_h\left(f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right),\tilde{\xi}_t\right)}{U_y\left(Y_t,\xi_t\right)A_t}\frac{1}{f'\left(f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)\right)}$$

é a função de custo marginal real.

Como dito antes, ao derivarmos a função de custo marginal real supomos que o produtor do bem i se comporta de forma competitiva no mercado de trabalho. Implicitamente estamos assumindo que existe um contínuo de indivíduos ofertando trabalho do tipo i e firmas demandando trabalho do tipo i. Isso torna a hipótese do comportamento competitivo por parte das firmas no mercado de trabalho plausível.

A CPO do produtor diz que em cada período o preço do bem (em moeda doméstica) é um mark-up do custo marginal (também expresso em moeda doméstica). Uma forma alternativa de se expressar a condição anterior é:

$$\frac{e_t p_{et}(i)}{P_t} = \frac{\theta}{\theta - 1} s_{et}\left(y_{et}(i), Y_t, \tilde{\xi}_t \right)$$

Ou seja, o preço do bem i em relação a economia como um todo (P_t) é um mark-up do seu custo marginal real.

Normalizamos os índices de preços definidos anteriormente de tal sorte que no evento em que todos os produtores (de ambos os setores) escolhem o mesmo nível de preços (transpostos para a mesma moeda), o preço individual comum a todos os produtores será igual aos subíndices de preços setoriais e, conseqüentemente, igual ao nível geral de preços. Nesse caso, a demanda por cada bem i será dada por $c_t(i)=n_j\varphi_j C_t$ pra todo i $\in$ [0,1]. Fazemos essa normalização simplesmente para não ficarmos carregando termos dependentes de n_d e n_e, que não nos interessam. Logo, quando todos os produtores do setor externo podem reajustar livremente seus preços escolhem o mesmo nível de preços, isto é $p_{et}(i)= \tilde{p}_{et}$ para todo i que pertence ao setor e e para todo t. isso implicará que o preço individual cobrado por cada produtor será igual ao subíndice de preços do setor externo (normalizado):

$$P_{et} = \tilde{p}_{et}$$

A condição acima implica que pela restrição de demanda que o produtor do setor externo enfrenta, teremos:

$$c_{et} = C_{et} \Rightarrow y_{et} = Y_{et}$$

Substituindo as duas últimas expressões na equação (3), teremos:

$$\frac{e_t P_{et}}{P_t} = s\left(Y_{et}, Y_t, \tilde{\xi}_t \right)$$

Como dito anteriormente, definiremos estes níveis de produção como os níveis naturais setoriais e o nível natural geral. Supondo que o outro setor também tem preços flexíveis definiremos que:

$$\frac{e_t P_{et}}{P_t} = s\left(Y_{et}^n, Y_t^n, \tilde{\xi}_t \right)$$

Fazemos a seguinte definição de notação:

$$p_{et} = \frac{P_{et}}{P_t}$$

Logo, poderemos escrever a equação anterior como:

$$e_t p_{et} = s\left(Y_{et}^n, Y_t^n, \tilde{\xi}_t \right)$$

Além disso, sabemos que da maximização estática do consumidor teremos:

$$Y_{et}^n = n_e \varphi_{et} Y_t^n \left(e_t p_{et}\right)^{-\eta} \Rightarrow e_t p_{et} = \left(\frac{Y_{et}^n}{n_e \varphi_{et} Y_t^n} \right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

O que implica que:

$$s\left(Y_{et}^n, Y_t^n, \tilde{\xi}_t \right) = \left(\frac{Y_{et}^n}{n_e \varphi_{et} Y_t^n} \right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

Como supomos que os preços também são flexíveis no setor doméstico, teremos uma expressão análoga para esse setor:

$$s\left(Y_{dt}^n, Y_t^n, \tilde{\xi}_t \right) = \left(\frac{Y_{dt}^n}{n_e \varphi_{et} Y_t^n} \right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

2.3. Resolvendo o modelo com preços flexíveis no *steady state*

Agora analisaremos as condições de primeira ordem do agente representativo e dos produtores com preços flexíveis no *steady state*. Suporemos que a economia converge para um estado estacionário onde o nível de produção geral, os níveis de produção setoriais, a taxa de câmbio real e a quantidade de encaixes reais (deflacionadas pelos correspondentes subíndices de preços setoriais) têm um valor constante e positivo. Além disso, supomos que nesse steady state o vetor completo dos choques é igual a zero sempre e os choques de demanda relativa são iguais a um sempre. Isso fará com que o peso de cada subíndice de consumo no índice geral de consumo seja constante e proporcional ao tamanho do setor no steady state. Assim sendo, não há incentivos para que nenhum produtor individual reajuste seu preço e, portanto, a taxa de inflação geral e as inflações setoriais serão ambas iguais a zero no steady state. As CPOs serão listadas abaixo de acordo com sua categoria.

2.3.1. Maximização estática do consumidor

O consumidor deve escolher a composição ótima de um dado índice Cj. Desse problema, teremos as seguintes condições de ótimo no estado estacionário:

$$y_j(i) = Y_j\left(\frac{p_j(i)}{P_e}\right)^{-\theta} \quad \text{para j = e, d}, \forall i \in [0,1]$$

Além disso, para um dado nível do índice geral de consumo, o agente deve escolher a composição ótima dos subíndices Cj. Esse problema dará origem as seguintes condições de ótimo:

$$C_d = n_d \varphi_d C\left(\frac{P_d}{P}\right)^{-\eta}$$

$$C_e = n_e \varphi_e C\left(\frac{eP_e}{P}\right)^{-\eta}$$

Temos ainda a identidade que define o índice geral de consumo:

$$C = \left[(n_d \varphi_d)^{\frac{1}{\eta}}(C_d)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (n_e \varphi_e)^{\frac{1}{\eta}}(C_e)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

2.3.2. Maximização dinâmica do consumidor

As CPOs do problema dinâmico do consumidor já foram apresentadas anteriormente. Aqui, apenas as avaliamos no steady state (onde definimos mj=Mj/Pj para j= d,e):

$$U_c(C,0) = \beta\left[\frac{R}{\pi}U_c(C,0)\right]$$

$$U_{\frac{M_d}{P_d}}\left(\frac{M_d}{P_d},0\right) = \frac{P_d}{P}U_c(C,0)\left(\frac{R-1}{R}\right)$$

$$U_{\frac{M_e}{P_e}}\left(\frac{M_e}{P_e},0\right) = \beta\frac{e\,P_e}{P}U_c(C,0)(R-1)$$

De novo ignoraremos a CPO referente à oferta de trabalho. Implicitamente estaremos utilizando-a quando analisarmos abaixo as CPOs referentes ao lado da produção.

2.3.3.
Maximização do produtor sob preços flexíveis

Analisaremos agora as CPOs dos produtores em cada setor no steady state:

$$s(Y_j, Y, 0) = \left(\frac{Y_j}{n_j \varphi_j Y} \right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

Dado um nível de produção no s.s, a equação acima define implicitamente o nível de produção setorial em equilíbrio nesse mesmo s.s.

2.3.4.
Análise do *steady state*

O modelo tem um número muito grande de variáveis endógenas se levarmos em conta os níveis de produção individual. Porém, para os nossos propósitos podemos ignorar as variáveis individuais, pois estas não influenciam o nível de bem-estar da economia individualmente, mas apenas através dos agregados Ct, Cdt e Cet. Assim sendo, podemos ignorar as equações referentes aos níveis individuais de produção no steady state.

Em termos de preços relativos, a variável que realmente nos interessa é a taxa de câmbio real entre os setores. Logo, dividindo as demandas setoriais e as CPOs referentes as demandas por moeda perdemos duas equações, mas substituímos e, Pe, Pd e P por uma única variável a taxa de câmbio real ε. Logo, perdemos duas equações, mas ao mesmo tempo perdemos três variáveis endógenas. Logo, no s.s poderemos escrever o modelo contendo seis equações e sete variáveis endógenas. As equações desse sistema serão:

$$R = \frac{1}{\beta}$$

$$\frac{Y_e}{Y_d} = \frac{n_e}{n_d} \varepsilon^{-\eta} \Rightarrow \varepsilon = \left(\frac{Y_e}{Y_d} \frac{n_e}{n_d} \right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$Y = \left[(n_d)^{\frac{1}{\eta}} (Y_d)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (n_e)^{\frac{1}{\eta}} (Y_e)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

$$\frac{U_{\frac{M_e}{P_e}}\left(\frac{M_e}{P_e},0\right)}{U_{\frac{M_d}{P_d}}\left(\frac{M_d}{P_d},0\right)}=\varepsilon \Rightarrow \frac{U_{\frac{M_e}{P_e}}\left(\frac{M_e}{P_e},0\right)}{U_{\frac{M_d}{P_d}}\left(\frac{M_d}{P_d},0\right)}=\left(\frac{Y_e}{Y_d}\frac{n_e}{n_d}\right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$s(Y_d,Y,0)=\left(\frac{Y_d}{n_d\varphi_d Y}\right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$s(Y_e,Y,0)=\left(\frac{Y_e}{n_e\varphi_e Y}\right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

As taxas de juros nominais e reais no steady state desse modelo serão iguais à 1/β. Note que podemos determinar endogenamente ε, Y, Y_d e Y_e, se ignorarmos as equações referentes à razão das utilidades marginais das moedas. Nesse caso, teríamos o seguinte sistema:

$$\varepsilon=\left(\frac{Y_e}{Y_d}\frac{n_e}{n_d}\right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$Y=\left[(n_d)^{\frac{1}{\eta}}(Y_d)^{\frac{\eta-1}{\eta}}+(n_e)^{\frac{1}{\eta}}(Y_e)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

$$s(Y_d,Y,0)=\left(\frac{Y_d}{n_d\varphi_d Y}\right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$s(Y_e,Y,0)=\left(\frac{Y_e}{n_e\varphi_e Y}\right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

Dentro do sistema implícito acima poderíamos fazer exercícios de estática comparativa entre as diversas variáveis endógenas. Tendo o formato da função s(.,.) poderíamos resolver esse subsistema e encontrara os valores de equilíbrio das variáveis ε, Y, Yd e Ye. Tendo encontrado esses valores poderíamos substituí-los na outra parte do sistema para achar a razão das utilidades marginais das moedas. Note que seria definidos apenas a razão das utilidades marginais e os níveis de encaixes reais que satisfizessem essa razão. Isso era esperado, dado que a hipótese que determina o modelo dinâmico é que a taxa de crescimento da oferta nominal da oferta nominal de moeda externa seja exógena.

2.4. Linearizando o modelo

Linearizando as expressões referentes as CPOs do consumidor em torno do steady state analisado na seção anterior, chegamos nas seguintes relações[3]:

$$Y_t - g_t = E_t(Y_{t+1} - g_{t+1}) - \sigma(R_t - E_t\pi_{t+1})$$

$$M_{dt} - P_{dt} = \sigma_{m_d}\sigma^{-1}(Y_t - g_t) + \sigma_{m_d} n_e \varepsilon_t - \frac{\sigma_{m_d}}{R-1} R_t + \delta_{dt}$$

$$M_{et} - P_{et} = \sigma_{m_e}\sigma^{-1}(Y_t - g_t) - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1}(R_t - E_t(e_{t+1} - e_t)) + \delta_{et}$$

Note que nas equações para as demandas por moeda os níveis de preços setoriais aparecem como variáveis endógenas. Como o relevante para a função de perda da economia será as inflações setoriais e não os níveis de preços, escreveremos o modelo de uma outra forma, de modo que as inflações setoriais substituam os níveis de preços. Para isso, definimos as seguintes variáveis endógenas do modelo:

$$m_{dt} = M_{dt} - P_{dt}$$

$$m_{et} = M_{et} - P_{et}$$

Como suporemos que a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda externa é exógena e a oferta de moeda doméstica é controlada pela autoridade monetária, podemos somar ao modelo as seguintes identidades:

$$m_{dt} = m_{dt-1} + \mu_{dt} - \pi_{dt}$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

Onde:

$$\mu_{dt} = M_{dt} - M_{dt-1}$$

$$\mu_{et} = M_{et} - M_{et-1}$$

---

[3] Diferentemente do padrão da literatura, estamos usando a mesma notação para a variável log-linearizada. Logo, para uma variável X_t qualquer interpretasse esse valor como aproximadamente o desvio percentual da variável em relação ao seu ponto de aproximação $\left(X_t = \log X_t - \log \bar{X} \approx \frac{X_t - \bar{X}}{\bar{X}} \right)$.

Faremos uma outra simplificação que será apropriada no presente caso. Como a taxa de câmbio nominal aparece no modelo sempre na forma de depreciação (esperada ou observada), definiremos a seguinte notação para a depreciação nominal da taxa de câmbio:

$$d_t = e_t - e_{t-1}$$

Usando essa notação, poderemos escrever as equações do lado da demanda como:

$$Y_t - g_t = E_t(Y_{t+1} - g_{t+1}) - \sigma(R_t - E_t\pi_{t+1})$$

$$m_{dt} = \sigma_{m_d}\sigma^{-1}(Y_t - g_t) + \sigma_{m_d} n_e \varepsilon_t - \frac{\sigma_{m_d}}{R-1}R_t + \delta_{dt}$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e}\sigma^{-1}(Y_t - g_t) - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1}(R_t - E_t d_{t+1}) + \delta_{et}$$

$$m_{dt} = m_{dt-1} + \mu_{dt} - \pi_{dt}$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

Não explicitamos a linearização da CPO referente às horas trabalhadas, pois em equilíbrio o produtor deverá respeitá-las na sua maximização. Portanto, esta CPO será substituída no problema do produtor e sua linearização será feita quando estivermos tratando do problema do produtor.

Os parâmetros e variáveis exógenas das equações acima são definidos da seguinte maneira:

$$g_t = -\frac{U_{c\xi}}{U_{cc}y}\xi_t$$

$$\delta_{dt} = -\frac{U_{m_d\xi}}{U_{m_d m_d} m_d}\xi_t$$

$$\delta_{et} = -\frac{U_{m_e\xi}}{U_{m_e m_e} m_e}\xi_t$$

$$\sigma = -\frac{U_C}{U_{CC}}\frac{1}{C}$$

$$\sigma_{m_d} = -\frac{U_{m_d}}{U_{m_d}}\frac{1}{m_d}$$

$$\sigma_{m_e} = -\frac{U_{m_e}}{U_{m_e}} \frac{1}{m_e}$$

E a taxa de câmbio real linearizada é definida como:

$$\varepsilon_t = e_t + P_{et} - P_{dt}$$

Note que δdt e δet são choques que afetam as demandas por moeda doméstica e externa respectivamente.

Escreveremos agora as demandas nominais por cada moeda para depois darmos uma melhor intuição sobre os fatores que fazem as pessoas demandarem mais ou menos as duas moedas. As demandas nominais pelas moedas podem ser escritas como:

$$M_{dt} = P_{dt} + \eta_y^d (Y_t - g_t) + \eta_\varepsilon^d \varepsilon_t - \eta_R^d R_t + \delta_{dt}$$

$$M_{et} = P_{et} + \eta_y^e (Y_t - g_t) - \eta_\varepsilon^e \varepsilon_t - \eta_R^e (R_t - E_t d_{t+1}) + \delta_{et}$$

Num modelo padrão com uma única moeda separável do consumo na função utilidade, a equação da demanda nominal por essa única moeda dependeria do nível geral de preços (Pt), do nível de transações (Yt) e do custo de oportunidade de se reter moeda dado pela taxa de juros nominal. No presente caso, a demanda nominal pelas moedas teria o formato descrito acima se tivéssemos incluído como argumento da função utilidade a quantidade nominal das moedas divididas pelo nível geral de preços ao invés dos níveis setoriais de preços. Ao dividir a quantidade nominal de cada moeda pelo nível setorial de preços do setor que cota seus preços naquela moeda, implicitamente estamos supondo que os agentes têm preferência por saldar as transações em cada setor com a correspondente unidade de conta daquele setor.

Vemos isso claramente no formato das demandas por cada moeda. A demanda nominal por moeda doméstica dependerá das transações gerai da economia (Y_t) e do custo de oportunidade de se reter moeda doméstica (R_t). Porém a mesma dependerá do nível setorial (P_{dt}) e não mais do nível de preços geral da economia. Mais interessante é que ela dependerá positivamente da taxa de câmbio real da economia, pois uma taxa de câmbio real mais depreciada significa uma maior demanda relativa por bens do setor doméstico e, portanto, uma maior procura por moeda doméstica para saldar transações nesse setor.

Para a demanda nominal por moeda externa temos uma análise análoga à anterior. As diferenças são que o custo de oportunidade de se reter moeda externa será dado pela taxa de juros nominal menos a expectativa de depreciação da taxa de câmbio nominal (que é o retorno esperado, em moeda doméstica, de se reter moeda externa) e que a demanda por moeda externa dependerá negativamente da taxa de câmbio real, pois uma taxa de câmbio real mais depreciada significa maiores preços relativos para o setor externo e, conseqüentemente, uma menor demanda relativa por produtos desse setor, levando a uma menor procura por moeda externa para saldar transações nesse setor.

A intuição acima não é surpreendente, uma vez que usamos níveis de preços setoriais para deflacionar as moedas na função utilidade. Quando usamos o índice geral de preços para deflacionar a quantidade nominal de moeda num modelo com apenas uma moeda, estamos implicitamente dizendo que para o consumidor o que importa é o poder de compra da moeda em termos do agregado de consumo geral da economia (Ct). Quando no presente modelo deflacionamos cada moeda pelo nível de preços do setor que cota seus preços naquela moeda, estamos dizendo que para o consumidor da nossa economia o que importa é quanto à moeda j tem em poder de compra em relação ao subíndice de consumo do setor j, que cota seus preços naquela mesma moeda. Portanto, nessa economia a moeda externa assume um papel bem específico: a de unidade de conta e meio de troca preponderante do setor dolarizado.

Depois de descrever a linearização do lado da demanda da economia, partimos para a linearização em torno do steady state do lado da oferta sob preços flexíveis. As CPOs do problema do produtor em cada setor linearizadas serão:

$$\left(\omega + \eta^{-1}\right)Y_{et}^{n} = \left(\eta^{-1} - \sigma^{-1}\right)Y_{t}^{n} + \omega q_{t} + \sigma^{-1} g_{t} + \eta^{-1}\varphi_{et}$$

$$\left(\omega + \eta^{-1}\right)Y_{dt}^{n} = \left(\eta^{-1} - \sigma^{-1}\right)Y_{t}^{n} + \omega q_{t} + \sigma^{-1} g_{t} + \eta^{-1}\varphi_{dt}$$

Onde definimos a notação das seguintes variáveis exógenas:

$$q_{t} = -\frac{\tilde{v}_{y\tilde{\xi}}}{\tilde{v}_{yy}\, y}\tilde{\xi}_{t}$$

$$g_{t} = -\frac{U_{c\xi}}{U_{cc}\, y}\xi_{t}$$

O que implica que:

$$\left(\omega+\eta^{-1}\right)\left(Y_{et}^{n}-Y_{dt}^{n}\right)=\eta^{-1}\left(\varphi_{et}-\varphi_{dt}\right)$$

Da expressão que define Y_t sabemos que:

$$Y_t^n = n_d Y_{dt}^n + n_e Y_{et}^n$$

Assim sendo:

$$\left(\omega+\eta^{-1}\right)Y_t^n = n_d\left(\omega+\eta^{-1}\right)Y_{dt}^n + n_e\left(\omega+\eta^{-1}\right)Y_{et}^n$$

Dado que:

$$\sum_j n_j \varphi_{jt} = 1 \;\; \forall t$$

Teremos:

$$\left(\omega+\eta^{-1}\right)Y_t^n = \omega q_t + \eta^{-1} g_t$$

Além disso, teremos uma relação entre os níveis de produção relativa dos setores e a taxa de câmbio real:

$$\frac{Y_{et}^n}{Y_{dt}^n} = \left(\frac{n_e \varphi_{et}}{n_d \varphi_{dt}}\right)\left(\varepsilon_t^n\right)$$

Onde se define:

ε_t^n - nível natural da taxa de câmbio real

E esse nível natural da taxa de câmbio real log-linearizado é definido pela log-linearização da equação acima:

$$\varepsilon_t^n = \frac{\omega}{1+\omega\eta}\left(\varphi_{et}-\varphi_{dt}\right)$$

Logo, quando a economia tem preços flexíveis o lado da oferta define em equilíbrio o nível de produção geral, os níveis de produção setoriais e a taxa de câmbio real entre os setores. Além disso, esses níveis serão funções apenas dos choques exógenos que atingem a economia e afetam o custo marginal das firmas.

Resta agora analisarmos o modelo em equilíbrio, fazendo com que decisões de firmas e famílias se tornem compatíveis. Para isso, basta substituirmos os níveis naturais das variáveis reais nas equações de demanda derivadas anteriormente. Esses níveis naturais dependerão apenas de variáveis exógenas, de forma que no sistema que nos resta teremos apenas variáveis nominais como variáveis endógenas (taxa de juros nominal, inflação nos dois setores, inflação geral e depreciação da taxa de câmbio nominal).

Logo, juntando os blocos da demanda e da oferta teremos o seguinte sistema de equações:

$$Y_t^n - g_t = E_t\left(Y_{t+1}^n - g_{t+1}\right) - \sigma\left(R_t - E_t\pi_{t+1}\right)$$

$$m_{dt} = \sigma_{m_d}\sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right) + \sigma_{m_d} n_e \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_d}}{R-1} R_t + \delta_{dt}$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e}\sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right) - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1}\left(R_t - E_t d_{t+1}\right) + \delta_{et}$$

$$m_{dt} = m_{dt-1} + \mu_{dt} - \pi_{dt}$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

$$\pi_t = n_d \pi_{dt} + n_e\left(\pi_{et} + d_t\right)$$

$$\varepsilon_t^n = \varepsilon_{t-1}^n + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t$$

As duas últimas expressões nada mais são do que identidades do modelo. A penúltima equação é a identidade que liga o índice de inflação geral às inflações setoriais, enquanto que a última expressão liga variações da taxa de câmbio real à diferença das inflações nas diferentes moedas e à variação da taxa de câmbio nominal.

Esse sistema tem sete equações e nove variáveis endógenas, que são listadas abaixo:

$$\pi_t, \pi_{dt}, \pi_{et}, d_t, R_t, m_{dt}, m_{et}, \mu_{dt}, \mu_{et}$$

Para determinar esse modelo e torna-lo determinado, temos que fazer hipóteses adicionais sobre o comportamento das variáveis endógenas. As hipóteses assumidas serão de que a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda externa é exógena e que existe uma regra de Taylor determinando a taxa de juros nominal, de forma que a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda doméstica será aquela necessária para que o mercado de moeda doméstica se equilibre, dado o valor da taxa de juros nominal determinado pela regra.

Note que as variáveis endógenas desse sistema são todas nominais. Isso mostra que nesse modelo em que os preços são flexíveis vale a dicotomia clássica, como era esperado.

2.5.
Bloco da oferta com rigidez de preços

2.5.1.
Price-setting no setor externo

Como colocado anteriormente, a economia é composta por dois setores assimétricos em relação ao grau de rigidez de preços e a moeda que utiliza para cotar seus preços. Um produtor i qualquer do setor dolarizado cota seus preços em moeda externa. Dessa forma, na hora de resolver o problema de otimização desse setor devemos multiplicar sua receita pela taxa de câmbio nominal para que a receita dos dois setores da economia estejam expressas na mesma unidade monetária. O índice de preços do setor dolarizado é medido em dólares, dado que os produtores individuais cotam seus preços em dólares. Logo, na hora de calcular o índice de preços agregado temos que multiplicar o índice de preços do setor dolarizado pela taxa de câmbio nominal entre as moedas (moeda doméstica/moeda externa), para que o índice geral de preços seja medido em termos de moeda doméstica. Faremos a hipótese de que existe rigidez de preços a lá Calvo em ambos os setores. A idéia é que em cada período do tempo, uma parcela fixa dos produtores de cada setor estará impedida de reajustar seus preços. Além disso, a probabilidade de um produtor individual estar apto a reajustar seu preço num período qualquer independe de quanto tempo esse produtor está sem reajustar e de quanto o seu preço está defasado em relação ao ótimo. Logo, o problema do produtor se torna dinâmico, pois ele deve levar em conta todos os estados da natureza em que ele não pode reajustar no futuro e, portanto, deve maximizar o valor presente do seu fluxo de lucros esperado e não mais apenas simplesmente maximizar seu lucro corrente. Essa hipótese, apesar de trazer uma rigidez de preços exógena e sem microfundamentos, tem a vantagem de ter tratamento analítico fácil e gerar resultados semelhantes aos daqueles gerados por modelos de rigidez de preços com microfundamentos. Analisaremos primeiramente o setor externo para na seção seguinte analisarmos o setor doméstico. A derivação completa da curva de Phillips do setor externo será dada no apêndice.

Um produtor genérico do setor externo que pode reajustar seu preço no período t, o escolherá de forma a maximizar a seguinte expressão:

$$\max_{p_{et}(i)} E\left\{\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha_e\beta)^{T-t}V_{t,T}\left[e_T Y_{eT} P_{eT}{}^{\theta} p_{et}(i) - P_T S\left(Y_{eT}P_{eT}{}^{\theta} p_{et}(i), Y_T, \xi_T\right)\right]\right\}$$

A CPO para esse problema é:

$$p_{et}(i) = \mu \frac{E_t\left\{\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha_e\beta)^{T-t}V_{t,T}\left[Y_{eT}P_{eT}{}^{\theta}P_T s_{t,T}\left(y_{eT}{}^{*}(i), Y_T, \tilde{\xi}_T\right)\right]\right\}}{E_t\left\{\sum_{T=t}^{\infty}(\alpha_e\beta)^{T-t}V_{t,T}\left[e_T Y_{eT}P_{eT}{}^{\theta}\right]\right\}}$$

Onde:

$\mu = \dfrac{\theta}{\theta - 1}$ - mark up que a firma monopolista cobra sobre seu custo marginal

$s_{t,T}\left(y_{eT}^{*}(i), Y_T, \xi_T\right)$– é a derivada da função S em relação ao seu primeiro argumento avaliada em todo o período em y*eT(i)

Vemos da CPO acima que o preço cobrado por um produtor que pode reajustar em t é um mark-up da média ponderada dos seus custos marginais do presente em diante nos estados da natureza em que não se pode reajustar os preços.
Log-linearizando a expressão anterior em torno do steady state com preços flexíveis descrito na seção anterior, chegamos em:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}\left(s_{et} - p_{et} - e_t\right)$$

Onde s_{et} é o custo marginal "médio" das firmas do setor externo[4]. Este será proporcional ao hiato do produto geral da economia, ao hiato do produto no setor externo e ao nível natural do preço relativo do setor externo (em relação à economia como um todo). O termo pet + et é justamente o preço relativo linearizado do setor externo (em relação à economia como um todo).
Fazendo algumas manipulações chegamos na seguinte expressão:

[4] s_{et} é a função custo marginal real linearizada no ponto em que $y_{et}(i)=Y_{et}$. Como Y_{et} é um índice que representa uma soma ponderada pela elasticidade dos níveis de produção individuais do setor externo, podemos interpretar o termo acima como o custo marginal médio do setor externo no período t.

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{\ n}\right)$$

Onde:

$$\kappa_e = \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}\left(\omega + \sigma^{-1}\right)$$

$$\varsigma_e = \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}(1+\omega\eta)n_d$$

Onde:

$x_t = Y_t - Y_t^n$ = hiato do produto - diferença entre a alocação geral que ocorreria se os preços fossem flexíveis e a alocação efetiva quando existe rigidez de preços na economia.

2.5.2. *Price-setting* no setor doméstico

Para o setor doméstico, teremos uma curva de Phillips análoga a do setor externo:

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}\left(s_{dt} - p_{dt}\right)$$

Onde s_{dt} é o custo marginal médio do setor doméstico. Ele será proporcional ao hiato do produto geral, ao hiato do produto setorial e ao nível natural do preço relativo do setor doméstico (em relação à economia como um todo). O termo p_{dt} é o próprio preço relativo do setor doméstico (em relação à economia como um todo).

Fazendo algumas contas chegamos em:

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{\ n}\right)$$

Onde:

$$\kappa_d = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}\left(\omega + \sigma^{-1}\right)$$

$$\varsigma_d = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}(1+\omega\eta)n_e$$

Da identidade definindo ε_t podemos inferir a seguinte relação:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t$$

Logo, as duas curvas de Phillips setoriais e a identidade da taxa de câmbio real formam um sistema de três equações e cinco variáveis endógenas. Dado o nível de produção (que por hipótese será determinado pela demanda) e os choques exógenos, teremos então um sistema com três equações e quatro variáveis endógenas (πdt, πet, dt, et). Vemos então que não vale mais a dicotomia clássica, pois as variáveis nominais também serão afetadas pelo lado da produção e as variáveis reais não serão mais exogenamente determinadas.

2.6. Oferta das moedas

Para completar o lado da oferta do modelo, temos que determinar asa ofertas da moeda doméstica e externa. Em relação a oferta de moeda doméstica seguiremos a hipótese agora padrão de que o governo tem uma regra que usa a taxa de juros nominal como instrumento que reage as variáveis endógenas de interesse. Dessa forma, a oferta de moeda doméstica será aquela necessária para que a taxa de juros de equilíbrio no mercado monetário seja aquela determinada pela regra. Assim sendo, o governo é suposto apenas acomodar a demanda por moeda doméstica para uma dada taxa de juros determinada em cada período endogenamente pela sua regra de política monetária.

Finalmente, supomos que a oferta de moeda externa é exógena e fora de controlada autoridade monetária. É importante notar que ao fazermos a hipótese anterior estamos limitando o escopo de atuação da autoridade monetária utilizando como instrumento a oferta de moeda externa. Além disso, supomos que a taxa de crescimento nominal da oferta de moeda externa não depende de nenhuma variável endógena do modelo. Temos conhecimento que tal hipótese é extrema e que em economias reais os governos possuem alguns instrumentos que os possibilitam controlar a oferta de divisas. Além disso, numa economia aberta, a oferta de divisas certamente depende de determinadas variáveis endógenas que estão presentes no nosso modelo. O fato é que essa última hipótese extrema sublinha que grande parte das variáveis que determinam o fluxo financeiro para as pequenas economias abertas dolarizadas são determinados por fatores que são exógenos a essas economias e muitas vezes estão fora do controle da autoridade monetária.

2.7. Estudo de Casos

2.7.1. Caso em que apenas o setor externo tem preços flexíveis

O interesse em estudar esse caso é analisar o quanto a introdução de um setor dolarizado muda a estrutura da economia, controlando o seu grau de rigidez de preços. A idéia é saber como muda a economia, se ela muda de alguma forma, com a introdução do setor dolarizado independentemente de imperfeições em relação a flexibilidade dos preços que ele possa ter. Note que estamos mantendo a hipótese de que há uma imperfeição no setor, dado que o setor dolarizado tem uma estrutura de concorrência monopolista.

Como antes, no setor dolarizado a seguinte relação valerá:

$$\left(\omega+\eta^{-1}\right)Y_{et}=\left(\eta^{-1}-\sigma^{-1}\right)Y_t+\omega q_t+\sigma^{-1}g_t+\eta^{-1}\varphi_{et}$$

No setor doméstico teremos uma curva de Phillips como derivada anteriormente

$$\pi_{dt}=\beta E_t\pi_{dt+1}+\kappa_d x_t+\zeta_d\left(\varepsilon_t-\varepsilon_t{}^n\right)$$

E de novo a seguinte relação:

$$\varepsilon_t=\varepsilon_{t-1}+\pi_{et}-\pi_{dt}+d_t$$

Podemos substituir Y_{et} pela sua restrição derivada da maximização estática do consumidor.

Nesse caso, a equação referente a produção no setor externo pode ser escrita como:

$$\left(\omega+\eta^{-1}\right)\left(Y_t+\varphi_{et}-\eta\left(e_t+p_{et}\right)\right)=\left(\eta^{-1}-\sigma^{-1}\right)Y_t+\omega q_t+\sigma^{-1}g_t+\eta^{-1}\varphi_{et}$$

Sabendo que $e_t+p_{et}=n_d e_t$, podemos escrever a última expressão como:

$$\left(\omega+\sigma^{-1}\right)Y_t=n_d\left(1+\omega\eta\right)\varepsilon_t+\omega q_t+\sigma^{-1}g_t-\omega\varphi_{et}$$

Subtraindo $\left(\omega+\sigma^{-1}\right)Y_t^n$ dos dois lados, teremos:

$$\left(\omega+\sigma^{-1}\right)\left(Y_t-Y_t^n\right)=n_d\left(1+\omega\eta\right)\varepsilon_t-\omega\varphi_{et}$$

Porém sabemos que:

$$n_d\left(1+\omega\eta\right)\varepsilon_t=n_d\omega\left(\varphi_{et}-\varphi_{dt}\right)$$

Logo:

$$\left(\omega+\sigma^{-1}\right)\left(Y_t-Y_t^n\right)=n_d\left(1+\omega\eta\right)\left(\varepsilon_t-\varepsilon_t^n\right)-\omega\left(n_e\varphi_{et}+n_d\varphi_{dt}\right)$$

Porém sabemos que:

$$n_e\varphi_{et} + n_d\varphi_{dt} = 1 \quad \forall t$$

Assim sendo, podemos escrever:

$$\left(\omega + \sigma^{-1}\right)\left(Y_t - Y_t^n\right) = n_d\left(1 + \omega\eta\right)\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

Juntando os lados da oferta e da demanda, teremos as seguintes equações para o sistema:

$$\left(\omega + \sigma^{-1}\right)x_t = n_d\left(1 + \omega\eta\right)\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t\pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t{}^n\right)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma\left[\left(R_t - E_t\pi_{t+1}\right) - r_t^n\right]$$

$$m_{dt} = \sigma_{m_d}\sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right) + \sigma_{m_d} n_e\varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_d}}{R-1}R_t + \delta_{dt}$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e}\sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right) - \sigma_{m_e} n_d\varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1}\left(R_t - E_t d_{t+1}\right) + \delta_{et}$$

$$m_{dt} = m_{dt-1} + \mu_{dt} - \pi_{dt}$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

$$\pi_t = n_d\pi_{dt} + n_e\left(\pi_{et} + d_t\right)$$

A variável r_t^n é escrita como:

$$r_t^n = \sigma^{-1}\left[\left(g_t - Y_t^n\right) - \left(E_t g_{t+1} - E_t Y_{t+1}^n\right)\right]$$

Note que o modelo escrito desse jeito não é determinado, uma vez que o número de equações é menor do que o número de variáveis endógenas. Para determinar esse modelo, teremos que supor a existência de algum tipo de regra da política monetária e determinar um processo exógeno para a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda externa. Além disso, teremos que determinar os processos estocásticos seguidos pelas variáveis exógenas $(\varepsilon_t^n, r_t^n, \delta_{dt}, \delta_{et}, g_t, Y_t^n)$.

Os casos em que ao menos um dos setores tem preços flexíveis são os únicos em que não há dilema de política monetária na economia dolarizada. Como será mostrado no capítulo 3, a função de perda no caso acima depende apenas da inflação do setor doméstico e do hiato do produto, dado que o último será proporcional à $\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$ nesse caso. Como a inflação do setor doméstico será proporcional ao hiato do produto pela curva de Phillips desse setor, então não haverá dilema de política monetária nesse caso e o ótimo será estabilizar totalmente a inflação do setor doméstico e o hiato do produto.[5]

2.7.2. Caso em que há rigidez nos dois setores

No caso em que há rigidez de preços de preços nos dois setores, haverá uma curva de Phillips para cada setor. Nesse caso, o sistema será composto pelas seguintes equações:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t{}^n\right)$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t{}^n\right)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma\left[\left(R_t - E_t \pi_{t+1}\right) - r_t^n\right]$$

$$m_{dt} = \sigma_{m_d} \sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right) + \sigma_{m_d} n_e \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_d}}{R-1} R_t + \delta_{dt}$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e} \sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right) - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1}\left(R_t - E_t d_{t+1}\right) + \delta_{et}$$

$$m_{dt} = m_{dt-1} + \mu_{dt} - \pi_{dt}$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

$$\pi_t = n_d \pi_{dt} + n_e\left(\pi_{et} + d_t\right)$$

---

[5] A função de perda derivada no capítulo 3 é: $L_t = \lambda_x\left(x_t - x^*\right)^2 + \lambda_\varepsilon\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)^2 + \sum_j \omega_j \pi_{jt}^2$.

Quando os preços são flexíveis no setor externo $\kappa_e \rightarrow \infty$, o que implicará que $\omega_e=0$. Além disso, como mostrado acima x_t é proporcional à $\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$. Substituindo $\omega_e=0$ e a relação entre x_t e $\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$, teremos:

$$L_t = \lambda_x\left(x_t - x^*\right)^2 + \lambda_\varepsilon\left[\frac{\left(\omega + \sigma^{-1}\right)}{n_d\left(1 + \omega\eta\right)} x_t\right]^2 + \omega_d \pi_{dt}^2$$

Logo, a perda do agente representativo dependerá apenas do hiato do produto e da inflação no setor doméstico. Se os preços do setor doméstico fossem flexíveis e os preços do setor externo não, então o formato da função de perda seria análogo a este, onde a inflação doméstica seria trocada pela inflação externa. Logo, nesse caso também não haveria dilema de política monetária.

Como antes, esse sistema não é determinado e precisaremos de novo supor a existência de uma regra de política monetária que usa a taxa de juros nominal como instrumento para reagir às variáveis endógenas relevantes do modelo e um processo exógeno para a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda externa. Sempre que αd ≠ αe haverá dilema de política monetária tanto na economia dolarizada quanto na economia sem dolarização. Abaixo estudaremos o caso em que $\alpha_d = \alpha_e$.

2.7.3. Caso em que a rigidez de preços nos dois setores é a mesma

Quando supomos $\alpha_d = \alpha_e$ aparece uma diferença entre o presente modelo e o modelo em que há assimetria no grau de rigidez de preços, mas a economia não é dolarizada. Quando $\alpha_d = \alpha_e$, pode-se mostrar que a soma ponderada pelo tamanho do setor das curvas de Phillips dá uma relação direta entre o nível de inflação agregada e o nível do hiato do produto para o caso de uma economia não dolarizada. Já no modelo com dolarização essa proporcionalidade entre inflação agregada e hiato do produto não mais existirá.

A definição de ε_t é diferente nos modelos com e sem dolarização. Como no modelo com dolarização os preços são cotados em diferentes moedas, é necessário multiplicar o subíndice do setor externo pela taxa de câmbio nominal para calcularmos o preço relativo entre os setores. Já no modelo sem dolarização esse procedimento não é necessário. Logo, no modelo com dolarização a taxa de câmbio real é definida como $\varepsilon_t = \frac{e_t P_{et}}{P_{dt}}$, onde e_t é a taxa de câmbio nominal. Enquanto isso, no modelo sem dolarização a taxa de câmbio real é definida simplesmente como $\varepsilon_t = \frac{P_{et}}{P_{dt}}$. Essa simples diferença de definição da taxa de câmbio real será muito importante, pois no modelo com dolarização a taxa de câmbio nominal será uma variável endógena relevante, aparecendo tanto no lado da oferta (nas curvas de Phillips setoriais) quanto no lado da demanda (aparecendo no equilíbrio do mercado de moeda externa e na IS intertemporal).

Vamos primeiro mostrar como as curvas de Phillips setoriais colapsam numa única curva de Phillips “agregada” no modelo sem dolarização. Depois disso mostraremos que o mesmo não ocorre no modelo com dolarização.

Das derivações anteriores sabemos que:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}\left(\omega+\sigma^{-1}\right)x_t + \frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}(1+\omega\eta)n_d\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}\left(\omega+\sigma^{-1}\right)x_t + \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}(1+\omega\eta)n_e\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

Quando $\alpha_d = \alpha_e$ teremos:

$$\frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}\left(\omega+\sigma^{-1}\right) = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}\left(\omega+\sigma^{-1}\right) = \kappa$$

$$\frac{1-\alpha_e}{\alpha_e}\frac{(1-\alpha_e\beta)}{1+\theta\omega}(1+\omega\eta) = \frac{1-\alpha_d}{\alpha_d}\frac{(1-\alpha_d\beta)}{1+\theta\omega}(1+\omega\eta) = \zeta$$

Logo:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa x_t + \zeta n_d\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa x_t + \zeta n_e\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

Por definição sabemos que:

$$\pi_t = n_d \pi_{dt} + n_e \pi_{et}$$

Se multiplicarmos os dois lados na curva de Phillips do setor externo por $n_e = 1 - n_d$ e os dois lados da curva de Phillips do setor doméstico por n_d e depois disso somarmos os resultados, teremos:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

Assim sendo, as equações estruturais do modelo sem dolarização serão:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma\left[\left(R_t - E_t \pi_{t+1}\right) - r_t^n\right]$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt}$$

Já no modelo com dolarização, o argumento anterior não é mais válido. A definição da taxa de inflação agregada não é mais a mesma, pois a inflação externa terá que ser colocada em termos de moeda doméstica, o que fará com que apareça um termo referente a variação da taxa de câmbio nominal na definição da inflação agregada. Logo, teremos que (lembrando que $d_t = \Delta e_t$):

$$n_d \pi_{dt} + (1-n_d)\pi_{et} = \beta E_t\left(n_d \pi_{dt+1} + (1-n_d)\pi_{et+1}\right) + \kappa x_t$$

Porém agora a definição de inflação agregada é:

$$\pi_t = n_d \pi_{dt} + n_e\left(\pi_{et} + d_t\right)$$

O que implicará que:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + n_e d_t - \beta n_e E_t d_{t+1}$$

Logo, as equações estruturais do modelo com dolarização serão:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + n_e d_t - \beta n_e E_t d_{t+1}$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma\left[\left(R_t - E_t \pi_{t+1}\right) - r_t^n\right]$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e} \sigma^{-1} x_t - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1}\left(R_t - E_t d_{t+1}\right) + choques_t$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

Onde:

$$choques_t = \delta_{et} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1}\left(Y_t^n - g_t\right)$$

δ_{et} - choque de demanda pela moeda externa em t

Como as definições da taxa de câmbio real e da inflação geral são diferentes no modelo com dolarização, a curva de Phillips, a IS intertemporal e a identidade dinâmica que define a taxa de câmbio real mudam. Essas mudanças aparecem nos termos referentes à depreciação observada e esperada da taxa de câmbio nominal. Esses termos aparecem simplesmente para colocar os diferentes níveis de preços na mesma unidade de conta.